



Doctoral Thesis

The impact of phase transitions on cosmological perturbations

Author(s):

Widerin, Peter

Publication Date:

1998

Permanent Link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-002007299> →

Rights / License:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

Diss. ETH No. 12838

The Impact of Phase Transitions on Cosmological Perturbations

A dissertation submitted to the
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY ZURICH
(ETH Zürich)

for the degree of
Doctor of Natural Sciences

presented by
Peter Widerin, Dipl. Ing. TU-Vienna
born June 15, 1971
Austrian citizen

accepted on the recommendation of
Prof. Dr. C. Schmid, examiner
Prof. Dr. R. Durrer, co-examiner

1998

Abstract

In this thesis we analyze the effect of 'phase transitions' in the early universe on cosmological inhomogeneities. In particular we consider the Quantum Chromodynamics (QCD) transition, i.e. the phase transition from a state of almost free quarks and gluons (quark-gluon plasma) to a gas of hadrons, and we show that it amplifies density perturbations on scales below the Hubble horizon at the transition. As a second example we consider the decoupling of photons from baryons, which leads to acoustic peaks in the large-scale peculiar motion.

We show that during a first-order QCD transition the sound speed must be zero and density perturbations fall freely. The primordial Harrison-Zel'dovich spectrum of density perturbations develops large peaks and dips on scales below the Hubble radius at the transition. For a first-order QCD transition these peaks grow proportional to some power in wave number, both for the hadron-photon-lepton fluid and for cold dark matter. The maximal amplification, $\propto k$, is obtained in the bag model which we shall use as a simple parameterization of a first-order QCD transition. For a fit to recent lattice QCD results the amplification factor is $\propto k^{3/4}$. In the case of a smooth crossover the sound speed does not vanish and peaks are produced only at the horizon scale. The amplification at the horizon scale is only a factor ~ 2 and cannot by itself lead to black hole formation at the QCD transition. There are no amplifications of density perturbations on superhorizon scales in accordance with a general theorem we prove: Phase transitions do not affect at all the evolution of the growing mode in the density contrast δ in Uniform (Hubble-) Expansion Gauge (UEG), $\delta_{\text{UEG}} = \text{const}(k_{\text{phys}}/H)^2$, in the limit $k_{\text{phys}}^2 \ll \{H^2, |\dot{H}|\}$.

The peaks in cold dark matter (CDM) which is kinetically decoupled well before the QCD transition (e.g. axions, primordial black holes) lead to the formation of CDM clumps of masses $10^{-20}M_{\odot} < M_{\text{clump}} < 10^{-10}M_{\odot}$. We show that weakly interacting massive particles (WIMP's) like neutralinos are still kinetically tightly coupled to the radiation fluid at the time of the QCD transition and are included in the hadron-photon-lepton fluid. The peaks in the hadron-photon-lepton fluid are wiped out by neutrino diffusion before Big Bang Nucleosynthesis (BBN), hence homogeneous BBN cannot be affected.

At the onset of a first-order QCD transition supercooling and sudden reheating lead to an additional enhancement. We analyzed whether this violent process improves the possibility of black hole formation at the QCD transition. Since underdensities reheat earlier than overdensities, there is a short period of huge spatial pressure differences which gives a sudden impulse imparted on each fluid element. Sudden reheating leads to an additional enhancement $\propto k$ for scales far below the Hubble horizon at the transition, the additional enhancement at the horizon scale is only 10% for a large supercooling of 10%. For an observable amount of black holes today the preexisting spectrum would have to be fine tuned around the QCD scale, and the major effect would not be due to the QCD transition.

We analyze acoustic peaks in the large-scale peculiar motion of matter which come from decoupling of photons from baryon at $T \approx 1/4$ eV if $\Omega_{\text{BAR}}/\Omega_{\text{matter}}^{\text{tot}}$ is sizable, as in Λ CDM (spatially flat CDM model, including a cosmological constant) with $\Omega_{\text{matter}} = 0.35$. We show that the peculiar velocity which is independent of bias factor exhibits a prominent first acoustic peak at a scale $\lambda \approx 240h^{-1}$ Mpc with a peculiar velocity of $\langle v_{\text{pec}}^2 \rangle^{1/2} \approx 246$ km/s (for $\Omega_{\Lambda} = 0.65, \Omega_{\text{BAR}} = 0.1$). This peak is followed by a series of peaks and dips at smaller scales which are damped by photon diffusion below $\lambda_{\text{Silk}} \approx 40h^{-1}$ Mpc. The peaks arise from maxima in the baryon velocity at the time of decoupling. The position of the peaks is proportional to the sound horizon at decoupling, i.e. $\propto H_{\text{dec}}^{-1} \propto \Omega_{\text{matter}}^{-1/2}$, and nearly independent of the baryon content. The height of the peaks depends strongly on Ω_{BAR} .

The universe on small scales is very quiet for Λ CDM. The velocity dispersion for Λ CDM ($\Omega_{\Lambda} = 0.65$) on scales below $8h^{-1}$ Mpc is a factor ~ 4 (for $\Omega_{\text{BAR}} = 0.05$) smaller than the velocity dispersion for standard CDM. In the range from $20h^{-1}$ Mpc to $60h^{-1}$ Mpc the velocity dispersion for Λ CDM increases with increasing R , whereas the dispersion for standard CDM decreases. We compute the cosmic Mach number, i.e. the ratio of velocity dispersion and bulk velocity which is a normalization independent test for Ω_{matter} and Ω_{BAR} .

We give a new physical derivation of a closed set of perturbation equations in a foliation with unperturbed mean Hubble expansion (uniform expansion gauge) for perfect fluids and collisionless matter. The equations in uniform expansion gauge are numerically stable on super- and subhorizon scales and the perturbation equations for perfect fluid have precisely the same structure as the Jeans equations: two first-order evolution equations for the basic fluid variables, i.e. the continuity and the Euler equation for each fluid, and one elliptic equation, i.e. the $R_{\hat{0}\hat{0}}$ -equation, the only place where Einstein's equation is needed.

Kurzfassung

In dieser Arbeit wird der Einfluss von 'Phasenübergängen' im frühen Universum auf kosmologische Inhomogenitäten untersucht. Im Speziellen wird gezeigt, dass der Quanten-Chromodynamic Übergang (QCD-Übergang), d.h. der Phasenübergang quasi-freier Quarks und Gluonen (Quark-Gluon Plasma) zu einem Hadrongas, Dichtestörungen auf Skalen kleiner als der Hubble-Skala (zur Zeit des Phasenübergangs) verstärkt. Als zweites Beispiel wird gezeigt, dass das Entkoppeln der Photonen von Baryonen zu akustischen Maxima im Geschwindigkeitsspektrum auf grossen Skalen führt.

Es wird bewiesen, dass die Schallgeschwindigkeit während eines QCD-Übergangs erster Ordnung verschwinden muss und Dichtestörungen frei fallen. Das primordiale Spektrum der Dichtestörungen (Harrison-Zel'dovich Spektrum) entwickelt Maxima und Minima auf Skalen kleiner als der Hubble-Skala zur Zeit des Übergangs. Für einen QCD-Übergang erster Ordnung wachsen diese Verstärkungen mit der Wellenzahl, $\propto k^n$, sowohl für das dominierende Hadron-Photon-Lepton Fluid, als auch für kalte dunkle Materie. Die maximale Verstärkung, $\propto k$, erhält man im Bag-Modell, welches wir als einfache Parametrisierung eines QCD-Übergangs erster Ordnung verwenden. Ein Fit an aktuelle Gitter-QCD Rechnungen ergibt einen Verstärkungsfaktor $\propto k^{3/4}$. Im Fall eines kontinuierlichen Übergangs (crossover) verschwindet die Schallgeschwindigkeit nicht, und man erhält Verstärkungen nur an der Horizont-Skala. Die Verstärkungen an der Horizont-Skala sind nur ein Faktor ~ 2 und alleine nicht ausreichend für die Bildung von schwarzen Löchern beim QCD-Übergang. Die Dichtestörungen auf Skalen grösser als der Hubble-Horizont werden nicht verstärkt, in Übereinstimmung mit einem allgemeinen Theorem, welches in dieser Arbeit bewiesen wird: Die wachsende Fundamentallösung des Dichtekontrastes δ in einer Eichung mit ungestörter (Hubble-) Expansion (Uniform Expansion Gauge) im Limes $k_{\text{phys}}^2 \ll \{H^2, |\dot{H}|\}$ evolviert völlig unbeeinflusst von Phasenübergängen gemäss: $\delta_{\text{UEG}} = \text{const}(k_{\text{phys}}/H)^2$.

Die Verstärkungen in jener kalten dunklen Materie (CDM), welche bereits lange vor dem QCD-Übergang kinetisch entkoppelt (z.B. Axionen, primordiale schwarze Löcher), führen zur Bildung von CDM-Klumpen mit Massen $10^{-20} M_{\odot} < M_{\text{clump}} < 10^{-10} M_{\odot}$. Es wird gezeigt, dass schwach-wechselwirkende massive Teilchen (WIMP's), wie z.B. das Neutralino, zur Zeit des QCD-Übergangs immer noch stark an das Strahlungs-Fluid gekoppelt sind und daher Teil dieses Hadron-Photon-Lepton Fluids sind. Die Überdichten im Hadron-Photon-Lepton Fluid verschwinden vollständig vor dem Beginn der Big Bang Nukleosynthese (BBN) durch Neutrino-Diffusion, und die homogene BBN wird nicht beeinträchtigt.

Am Beginn eines QCD-Übergangs erster Ordnung führen Unterkühlung und plötzliches Erwärmen (sudden reheating) zu einer zusätzlichen Verstärkung. Es wurde untersucht, ob dieser abrupte Prozess die Wahrscheinlichkeit beim QCD-Übergang schwarze Löcher zu bilden erhöht. Da Unterdichten sich früher als Überdichten aufheizen, entsteht eine

kurze Periode mit grossen räumlichen Druckunterschieden, was wiederum zu einem heftigen Kraftstoss auf die Fluidelemente führt. Daher erhalten Skalen viel kleiner als die Hubble-Skala bei plötzlicher Erwärmung eine zusätzliche Verstärkung $\propto k$. Die zusätzliche Verstärkung auf der Hubble-Skala ist allerdings nur 10% für eine grosse Unterkühlung von 10%. Eine beobachtbare Menge von schwarzen Löchern könnte nur erhalten werden, falls das primordiale Spektrum der Dichtestörungen auf der QCD-Skala sehr fein abgestimmt (fine tuning) wäre, und der wesentliche Beitrag käme daher nicht vom QCD-Übergang.

Das Entkoppeln der Photonen von Baryonen bei $T \approx 1/4$ eV führt zu akustischen Maxima im Geschwindigkeitsspektrum (peculiar velocity) auf grossen Skalen, falls Baryonen einen beträchtlichen Anteil der Materie bilden, wie z.B. in einem Λ CDM Modell (flaches Universum mit CDM und einer Kosmologischen Konstanten) mit $\Omega_{\text{matter}} = 0.35$. Das Geschwindigkeitsspektrum, welches unabhängig vom Bias-Faktor ist, zeigt ein markantes erstes Maximum bei $\lambda \approx 240h^{-1}$ Mpc mit einer Geschwindigkeit von $\langle v_{\text{pec}}^2 \rangle^{1/2} \approx 246$ km/s (für $\Omega_{\Lambda} = 0.65, \Omega_{\text{BAR}} = 0.1$). Dieses Maximum ist begleitet von einer Serie von Maxima und Minima auf kleineren Skalen; ab $\lambda_{\text{Silk}} \approx 40h^{-1}$ Mpc sind die Maxima durch Photon-Diffusion gedämpft. Diese lokalen Extrema repräsentieren die Maxima und Minima in der Baryon-Geschwindigkeit zum Zeitpunkt des Entkoppelns. Die Position der Extrema ist proportional zum Schallhorizont (sound horizon) beim Entkoppeln, d.h. $\propto H_{\text{dec}}^{-1} \propto \Omega_{\text{matter}}^{-1/2}$, und nahezu unabhängig vom Baryoninhalt; die Höhe der Maxima hängt stark von Ω_{BAR} ab.

Das Universum auf kleinen Skalen ist sehr ruhig für Λ CDM. Die Geschwindigkeitsdispersion für Λ CDM ($\Omega_{\Lambda} = 0.65$) auf Skalen kleiner als $8h^{-1}$ Mpc ist um einen Faktor ~ 4 (für $\Omega_{\text{BAR}} = 0.05$) kleiner als für Standard-CDM. Im Bereich von $20h^{-1}$ Mpc bis $60h^{-1}$ Mpc wächst die Geschwindigkeitsdispersion für Λ CDM mit wachsendem R , während sie für Standard-CDM fällt. Die kosmologische Machzahl, d.h. das Verhältnis von Geschwindigkeitsdispersion und mittlerer Geschwindigkeit, ergibt einen Test für Ω_{matter} und Ω_{BAR} , der unabhängig von der Normierung ist.

Eine neue physikalische Herleitung eines geschlossenen Systems von Störungsgleichungen in einer Foliation mit ungestörter Hubble-Expansion (uniform expansion gauge) für perfekte Fluids und für kollisionsfreie Materie wird präsentiert. Die Gleichungen in dieser Eichung sind numerisch stabil auf allen Skalen, und das Gleichungssystem für perfekte Fluids hat genau die gleiche Struktur wie die Jeans-Gleichungen: zwei Evolutionsgleichungen erster Ordnung für die fundamentalen Fluidvariablen, d.h. eine Kontinuitätsgleichung und eine Euler-Gleichung für jedes Fluid, und eine elliptische Gleichung, die $R_{\hat{\alpha}\hat{\beta}}$ -Gleichung, der einzige Ort an dem die Einstein'sche Feldgleichung benötigt wird.