



Working Paper

Versuche an Stahlbetonbalken unter Torsion, Biegung und Querkraft

Author(s):

Lüchinger, Paul; Thürlimann, Bruno

Publication Date:

1973

Permanent Link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-002213322> →

Rights / License:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

**Versuche an Stahlbeton-
balken unter Torsion, Biegung
und Querkraft**

Paul Lüchinger
Bruno Thürlimann

Juli 1973
Bericht Nr. 6506-5

Versuche an Stahlbetonbalken unter Torsion, Biegung und Querkraft

von

Dipl. Ing. Paul Lüchinger
Prof. Dr. Bruno Thürlimann

Institut für Baustatik
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Zürich
Juli 1973

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. Einleitung	2
1.1 Bisherige Arbeiten und Zielsetzungen	2
1.2 Versuchsprogramm	2
2. Versuchsbalken	3
2.1 Beschreibung	3
2.2 Baustoffe	4
2.3 Rechnerische Werte	6
3. Versuchsdurchführung	9
4. Versuchsergebnisse	11
4.1 Trag- und Bruchverhalten	11
4.2 Stahlspannungen	16
4.3 Beanspruchung des Betons	18
4.4 Verformungen	20
4.5 Rissverhalten	25
5. Zusammenfassung	28
Résumé	30
Summary	32
Verdankungen	34
Literaturverzeichnis	35
Bezeichnungen	36
Tabellen 1 bis 8	41
Bilder 1 bis 79	49
Anhang A	113
Anhang B	115
Bilder 80 bis 82 zu Anhang A und B	119

1. EINLEITUNG

1.1 Bisherige Arbeiten und Zielsetzungen

In der vorliegenden Arbeit wird die Berichterstattung über das Forschungsprojekt "Torsion, Biegung und Querkraft von Stahlbetonbalken" fortgesetzt. Allgemeine Betrachtungen zur Problemstellung über das Verhalten von Stahl- und Spannbetonbalken unter Torsion, Biegung und Querkraft sind im Bericht [1] umschrieben. Die Versuchsergebnisse für reine Torsion halten die Berichte [1] und [3] fest. Die geprüften Balken und die gewählten Variablen sind in Bild 1 nochmals aufgezeichnet. Die Ergebnisse der Versuche mit der Lastkombination Torsion und Biegung enthalten die Berichte [2] und [3]. Das entsprechende Versuchsprogramm zeigt Bild 2.

Gleichzeitig mit den experimentellen Untersuchungen wurde in einer theoretischen Arbeit [4] ein Modell für die Bestimmung des Bruchwiderstandes von unterarmierten Stahl- und Spannbetonbalken mit allgemeiner Querschnittsform unter Torsion und Biegung entwickelt. Dieses Modell gilt allerdings nur für die Aufnahme der St. Venant'schen Torsion. Die Behandlung von unterarmierten Stahl- und Spannbetonbalken wird damit für die Kombination Torsion und Biegung grundsätzlich als abgeschlossen betrachtet. Uebrig bleibt die Abklärung des Einflusses einer zusätzlichen Querkraft. Dazu wurden vorgängig im Jahre 1967 zwei Balken unter Torsion und Querkraft geprüft. Die entsprechenden Resultate werden zusammen mit denjenigen der neuen Versuchserie in diesem Bericht beschrieben. Diese Serie hat zum Ziel, das Studium auf die Kombination Torsion, Biegung und Querkraft auszudehnen. Aufgrund der Versuchsergebnisse zusammen mit der Auswertung ausländischer Untersuchungen soll versucht werden, ein mechanisch-mathematisches Modell für die Berechnung von Stahlbetonbalken zu entwickeln, das auch für Torsion und ihre Kombination mit Biegung und Querkraft gilt.

1.2 Versuchsprogramm

Für das vorliegende Versuchsprogramm wurde ein schlaff armierter, gut verbügelter Hohlkastenträger mit vernünftig grossen Abmessungen gewählt. Als Grundform drängte sich das Quadrat auf, um eventuelle Wölbeinflüsse zu vermeiden. Das experimentelle Versuchsprogramm für die beiden Lastfälle Torsion mit Querkraft und Torsion, Biegung und Querkraft ist in Bild 3 zusammengestellt.

Durch Verwendung einer antimetrischen Belastungsanordnung wurden die beiden ersten Balken (TB₇ und TB₈) auf Torsion und Querkraft geprüft. Variiert wurde dabei das Verhältnis zwischen der Längs- und der Bügelarmierung. Die Längseisen waren gleichmässig über den Umfang verteilt und entsprachen damit der Bewehrung eines torsions-armierten Querschnittes. Für alle Balken der neuen Serie (TB₁₀ bis TB₁₅), die unter Torsion, Biegung und Querkraft geprüft wurden, wurden die gleichen Armierungsanteile und die gleiche Armierungsanordnung beibehalten. Um sie mit früheren Versuchen in Torsion und Biegung vergleichen zu können, wurde die Armierung unter Berücksichtigung der erhöhten Materialfestigkeiten so dimensioniert, dass die Fliesskräfte denjenigen der biegearmierten Balken TB₅ und TB₆ (s. Bericht [2]) entsprachen. Als Variablen wurden die Verhältnisse zwischen den Belastungsarten (Torsion zu Biegung, Torsion zu Querkraft) eingeführt. Es wurde versucht, diese so auszulegen, dass ein möglichst grosser Bereich des Interaktionsdiagrammes abgegriffen wurde.

2. VERSUCHSBALKEN

2.1 Beschreibung

2.1.1 Abmessungen und Armierung

Abmessungen und Armierung der Balken TB₇ und TB₈ sowie TB₁₀ bis TB₁₅ gehen aus Bild 4 hervor. Mit Ausnahme der Bügel Ø 6, die aus fabrikationstechnischen Gründen kalt gereckt waren, bestand die gesamte Armierung aus naturhartem profiliertem Stahl (Box-Normal bei TB₇ und TB₈; Box-Ultra bei TB₁₀ bis TB₁₅). Die geschlossenen Bügel wurden mit einem Radius von 1,5 d gebogen und stumpf verschweisst. Die verlangte Abbiegetoleranz der Bügelabmessungen von ± 2 mm wurde eingehalten. Die Betonüberdeckung der Bügel betrug bei den Balken TB₇ und TB₈ 11 mm, diejenige der Balken TB₁₀ bis TB₁₅ 15 mm. Somit ergab sich für die Längseisen bei allen Balken eine Ueberdeckung von rund 20 mm.

Die Krafteinleitungsstellen wurden durch zusätzliche Stahleinlagen verstärkt, um einen Bruch in diesem Bereich zu vermeiden. Zudem wurden bei den Balken TB₁₀ bis TB₁₅ für die unteren Längseisen gegen die Balkenmitte hin ein grösserer Durchmesser gewählt. Der Uebergang zwischen den beiden Durchmessern wurde aus Platzgründen stumpf verschweisst, wobei die Schweissnähte in Längsrichtung versetzt angeordnet wurden. Auch war bei diesen Versuchskörpern in Balkenmitte ein Querträger vorgesehen. Der eigentliche Prüfbereich mass bei den Balken TB₇ und TB₈ mit antimetrischem Biegemoment 143 cm, bei den Balken TB₁₀ bis TB₁₅ hingegen links und rechts der Balkenmitte je 66 cm, im Minimum also ungefähr das Anderthalbfache der statischen Höhe.

2.1.2 Herstellung

Als Schalung der Versuchsbalken wurde die Holzschalung verwendet, die schon zur Herstellung der Balken für die Versuchsserie Torsion und Biegung diente. Um ein Verziehen zu verhindern, war diese Schalung mit einer Kunststoffplatte überzogen. Die Innenschalung aus Holz für die Balken TB₇ und TB₈ wurde bei den Balken TB₁₀ bis TB₁₅ durch Schaumstoff-Körper ersetzt, die nach dem Betonieren der Bodenplatte eingesetzt und in den Balken belassen wurden. Als grösste Abweichung der Aussenmasse vom Sollprofil wurde 7 mm gemessen. Der Beton wurde in einem 500 l - Zwangsmischer in zwei Mischchargen zu 400 l (TB₇ und TB₈) resp. 425 l (TB₁₀ bis TB₁₅) je Träger hergestellt und nach dem Einbringen mit Nadelvibratoren Ø 20 mm und Ø 40 mm verdichtet. Nach erfolgtem Glattstrich schützten Plastikfolien den frischen Beton vor dem Austrocknen. Das Ausschalen erfolgte nach zwei Tagen, worauf die Balken bis zum Versuch bei konstanter Raumtemperatur von ungefähr 20° C lagerten. Die Vorbereitung der Stahlmessstellen ist im Bericht [1] beschrieben.

2.2 Baustoffe

2.2.1 Stahl

Die Festigkeitswerte der verwendeten Armierungsstähle gehen aus Tabelle 1 hervor. Da die Stähle der Balken TB_5 bis TB_8 aus der gleichen Lieferung stammten, wurden zur Mittelbildung auch die Probestäbe der in [2] beschriebenen Balken TB_5 und TB_6 herangezogen. Entsprechend den Durchmessern und der Herkunft aus verschiedenen Walzserien wurde die Armierung in folgende Gruppen aufgeteilt:

- a) Bügel der Balken TB_5 , TB_6 und TB_8 mit einem Durchmesser von 8 mm (Box-Normal). Davon wurden 9 Probestäbe geprüft.
- b) Längseisen des Balkens TB_7 mit einem Durchmesser von 10 mm (Box-Normal). Es wurden 3 Probestäbe geprüft.
- c) Bügel des Balkens TB_7 mit dem gleichen Durchmesser wie b) (10 mm, Box-Normal), aber aus einer anderen Walzserie. Auch hier wurden 3 Probestäbe geprüft.
- d) Längseisen des Balkens TB_8 mit einem Durchmesser von 14 mm (Box-Normal). Geprüft wurden wiederum 3 Probestäbe.
- e) Bügel der Balken TB_{10} bis TB_{15} alle mit Durchmesser 6 mm (Box-Ultra). Davon wurden 10 Probestäbe entnommen.
- f) Längseisen der Balken TB_{10} bis TB_{15} mit dem Durchmesser 10 mm (Box-Ultra). Geprüft wurden ebenfalls 10 Probestäbe.

Bei den Gruppen a), e) und f) rechtfertigt die Anzahl der Probestäbe eine Ermittlung der Streuung. Als Mass dafür wurde der in Tabelle 1 in Klammern aufgeführte Variationskoeffizient berechnet.

Ein typisches, auf einer mechanischen Prüfmaschine aufgenommenes Spannungs-Dehnungs-Diagramm für naturharten Stahl zeigt Bild 5. Wie in [5] bestätigt wird, hängen die dynamischen Festigkeitswerte von der Dehnungsgeschwindigkeit $\dot{\epsilon} = d\epsilon/dt$ ab. Deshalb wurden der Auswertung die statischen Werte ($\dot{\epsilon} = 0$) zugrunde gelegt. Sie wurden durch zweiminütige Dehnungshalte im Fließ- und Bruchbereich ermittelt. Die entsprechenden gemittelten Spannungs-Dehnungs-Diagramme der Gruppen a) bis d) und f) enthält Bild 6.

Im Gegensatz zu den übrigen Armierungseisen wiesen diejenigen mit Durchmesser 6 mm (Gruppe e)) kein Fließplateau auf. Dieser Durchmesser war aus fabrikationstechnischen Gründen kaltverformt. Ein für dieses Verhalten typisches Spannungs-Dehnungs-Diagramm ist in Bild 7 dargestellt. Für die Auswertung wurde analog den naturharten Stählen das aus den mittleren statischen Werten zusammengesetzte Diagramm nach Bild 8 verwendet. Zum Vergleich wurde zusätzlich als Fließspannung σ'_{fs} die aus dem Schnittpunkt der Tangenten des elastischen und plastischen Bereiches gefundene Spannung eingeführt. Sie diente im Balkenversuch zur Bestimmung des Fließbeginns der Schubarmierung.

2.2.2 Beton

Die Zusammensetzung des Frischbetons war für alle Balken bis auf kleine Unterschiede in der Grobkomponente (TB_{5+8} : 8÷15 mm; TB_{10+15} : 8÷16 mm) dieselbe und ist in Tabelle 2 angegeben. Der Zuschlagstoff, der aus gut gewaschenem und getrocknetem, rolligem Material bestand, wurde getrennt nach drei Komponenten beigegeben. Die Sieblinie entsprach ungefähr der EMPA-Kurve. Als Zement wurde schweizerischer Portlandzement verwendet. Seine Mörtelfestigkeit wurde nicht bestimmt.

Zur Ermittlung der Betonfestigkeit wurden gleichzeitig mit jedem Balken 6 Prismen (12 x 12 x 36 cm) aus der ersten, sowie 2 aus der zweiten Mischcharge hergestellt. Eine erste Kontrollprüfung an je einem Prisma pro Mischcharge erfolgte nach 7 Tagen. Im Versuchsalter der Balken wurden an 2 Prismen die Prismendruckfestigkeit und an den restlichen Prismen die Biegezug- und Würfeldruckfestigkeit bestimmt. Wie beim Stahl wurden zur Mittelbildung die Prismen der Balken TB_5 und TB_6 beigegeben. Wegen der grossen zeitlichen Differenz in der Herstellung der Balken und der damit verbundenen Unterschiede beim Zement und Zuschlagstoff wurden die Resultate der Festigkeitsprüfungen in zwei Gruppen aufgeteilt.

a) Betonfestigkeiten der Balken TB_5 bis TB_8

b) Betonfestigkeiten der Balken TB_{10} bis TB_{15}

Die entsprechenden Ergebnisse sind in Tabelle 3 zusammengestellt. Als Mass der Streuung wurde auch hier der Variationskoeffizient berechnet.

Ergänzend wurde je an einem Prisma pro Balken mit einer speziell konstruierten mechanisch-elektrischen Messeinrichtung (in [1] beschrieben) ein dehnungsgesteuertes Spannungs-Dehnungs-Diagramm aufgenommen. Als Beispiel wird in Bild 9 dasjenige des Balkens TB_{15} aufgeführt. Tabelle 4 gibt eine Uebersicht über alle mit diesen Versuchen erhaltenen Werte.

Für die Auswertung der in den Balkenversuchen beobachteten Betondehnungen wurden die effektiven Spannungs-Dehnungs-Diagramme durch die kubische Parabel

$$\frac{\sigma_b}{\beta_p} = \rho \cdot \left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_u} \right) \cdot \left[1 - \left(2 - \frac{3}{\rho} \right) \left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_u} \right) + \left(1 - \frac{2}{\rho} \right) \left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_u} \right)^2 \right] \quad (1)$$

$$\text{mit } \rho = \epsilon_u \cdot \frac{E_{b0}}{\beta_p} \quad \text{gültig für } 1,5 < \rho < 3,0 \quad (2)$$

angenähert (vgl. Bild 9). Für β_p , E_{b0} und ϵ_u wurden die der Tabelle 4 entnommenen Mittelwerte eingesetzt. Da einerseits die dynamischen Festigkeitswerte von der Dehnungsgeschwindigkeit, andererseits der statische Wert ($\dot{\epsilon} = 0$) infolge Kriechen von der Dauer des Dehnungshaltes abhängig sind, wurde wie in [1] bis [4] die einer 30-minütigen Wartezeit entsprechende Prismendruckfestigkeit berücksichtigt. Damit wurden die Spannungs-Dehnungs-Diagramme dem Ablauf der Balkenversuche angepasst und der Einfluss des Kriechens während der Dehnungshalte miteinbezogen. Die nach Gl. (1) berechneten Diagramme für die Balken TB_5 bis TB_8 und TB_{10} bis TB_{15} sind in Bild 10 wiedergegeben.

2.3 Rechnerische Werte

2.3.1 Ungerissener Zustand

Die am quadratischen Querschnitt eingeführten Bezeichnungen sind in Bild 11 eingezeichnet. Solange der Träger keine Risse aufweist, finden die Beziehungen der Elastizitätstheorie Anwendung. Im Anhang A sind die für die Schubspannungen nötigen Gleichungen für einen einfach geschlossenen dünnwandigen Querschnitt hergeleitet. Für die Spannungen gilt also:

$$\begin{aligned}
 \text{Normalspannung infolge Biegung} \quad \sigma &= \frac{M}{I} \cdot z \\
 \text{Schubspannung infolge Torsion} \quad \tau(T) &= \frac{T}{W_T} \\
 \text{Schubspannung infolge Querkraft} \quad \tau(Q) &= - \frac{Q \cdot S}{I \cdot t}
 \end{aligned} \tag{3}$$

Die Bezeichnung S steht in dieser Gleichung für das statische Moment bezüglich der horizontalen Schweraxe y . Die Querschnittswerte für den quadratischen Kastenquerschnitt lauten:

$$\begin{aligned}
 \text{Trägheitsmoment} \quad I &= \oint_U z^2 \cdot t \cdot ds = \frac{2}{3} a_m^3 \cdot t \\
 \text{Statisches Moment} \quad S &= \int_0^s z \cdot t \cdot ds \\
 \text{Torsionskonstante} \quad K &= \frac{4 F_0^2}{\oint_U \frac{ds}{t}} = a_m^3 \cdot t \\
 \text{Torsionswiderstandsmoment} \quad W_T &= 2 F_0 \cdot t = 2 a_m^2 \cdot t
 \end{aligned} \tag{4}$$

Mit s wird in diesem Gleichungssystem die Umlaufkoordinate bezeichnet. Die Verformungen ergeben sich aus:

$$\begin{aligned}
 \text{Schiebung} \quad \gamma &= \frac{\tau}{G} \\
 \text{Dehnung} \quad \epsilon &= \frac{\sigma}{E} \\
 \text{Änderung der Verdrehung} \quad \frac{d\vartheta}{dx} &= \frac{T}{G \cdot K} \\
 \text{Krümmung} \quad \frac{d\varphi}{dx} &= \frac{M}{E \cdot I}
 \end{aligned} \tag{5}$$

Die numerischen Werte der Querschnittskonstanten sind in Tabelle 5 festgehalten.

2.3.2 Bruchzustand

Neben den Bezeichnungen zeigt Bild 11 die für die rechnerische Erfassung der Bruchmomente eingeführte Idealisierung des Querschnittes. Die über den Umfang verteilten Längseisen werden zu den in den Eckpunkten des Querschnittes konzentrierten Stringern in der Weise zusammengefasst, dass die statischen Momente der Längseisen bezüglich der möglichen Drehachsen (obere, untere und hintere Querschnittsseite) unverändert bleiben. Die Idealisierung der vorliegenden Versuchsquerschnitte ist in Bild 12 wiedergegeben. Die numerischen Werte der Querschnittsgrößen sind in Tabelle 5 zusammengestellt. Die Lage und Fläche der Armierung entspricht den tatsächlich vorhandenen Werten.

Für die Bestimmung des Bruchwiderstandes eines unterarmierten Stahlbetonbalkens unter der Lastkombination Torsion, Biegung und Querkraft wird als physikalisches Modell ein räumliches Fachwerk mit variabler Diagonalenneigung betrachtet. In ihm bilden die Längseisenstringer die Gurtungen, die Bügel die Pfosten und die Betondiagonalen die Streben. Eine einfache Herleitung der Interaktionsbeziehungen im Bruchzustand wird im Anhang B gegeben.

Mit den Abkürzungen

$$\begin{aligned}\kappa &= T/M \\ \chi &= T/Q \cdot a_e \\ \psi &= M/Q \cdot a_e\end{aligned}\tag{6}$$

und

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{B_f \cdot a_e}{Z_{f0} \cdot s}}\tag{7}$$

kann unter Umformung der Gl. (B14) und (B16) des Anhanges B das Torsionsbruchmoment für den quadratischen Querschnitt explizit angeschrieben werden. Kommen die auf der Biegezugzone liegenden Stringer zum Fließen, d.h. für positives Biegemoment $Z_3 = Z_5 = Z_{fu}$ (vgl. Bild 81), so resultiert der Bruchwiderstand $T_{u(3-5)}$ aus Gl. (B14) zu:

$$T_{u(3-5)} = T_{u0} \cdot \left[\frac{-\frac{\lambda_0}{\kappa} + \sqrt{\left(\frac{\lambda_0}{\kappa}\right)^2 + 4 \frac{Z_{fu}}{Z_{f0}} \cdot \left(1 + \frac{1}{2\chi^2}\right)}}{2\left(1 + \frac{1}{2\chi^2}\right)} \right]\tag{8}$$

Falls die Stringer auf der vorderen Querschnittsseite massgebend werden (vgl. Bild 81: $Z_1 = Z_{f0}$ und $Z_3 = Z_{fu}$) geht das Torsionsbruchmoment $T_{u(1-3)}$ aus Gl. (B16) hervor:

$$T_{u(1-3)} = T_{u0} \cdot \sqrt{\frac{\left(1 + \frac{Z_{fu}}{Z_{f0}}\right)}{2\left(1 + \frac{1}{\chi^2}\right)}}\tag{9}$$

Zum Vergleich sei das Bruchmoment für reine Torsion (Gl. (B9)) wiederholt:

$$T_{u0} = 2 a_e^2 \cdot \sqrt{\frac{Z_{f0} \cdot B_f}{a_e \cdot s}} \quad (10)$$

Da Fließen der in der Biegedruckzone liegenden Stringer unter den in den vorliegenden Versuchen vorhandenen Lastkombinationen nie auftritt, wird in diesem Kapitel auf die Herleitung des entsprechenden Bruchmomentes aus Gl. (B12) verzichtet.

Die mit den effektiven Querschnittsgrößen errechneten Torsionsbruchmomente nach den Gl. (8) bis (10) sind in Tabelle 6 aufgeführt. Sie werden ergänzt durch die Angabe von $\tan \alpha_v$ auf der Vorderseite nach Gl. (B7):

$$\tan \alpha_v = \frac{B_f}{S_v \cdot s} \quad (11)$$

worin der Schubfluss S_v nach Gl. (B6) eingesetzt wird. Das Gleichungssystem (B6) ermöglicht zudem die Bestimmung einer nominellen Schubspannung im Bruchzustand:

$$\tau_u^{No} = \frac{S}{t} \quad (12)$$

Dabei ist zu beachten, dass diese sowohl für Torsion als auch für Querkraft gegenüber den in den Normen (z.B. SIA-Norm 162, CEB-Richtlinien) festgelegten nominellen Spannungen auf andere Querschnittsgrößen bezogen ist. Hier wird als Länge der Querschnittsseite bzw. als statische Höhe der Abstand der Längseisenstringer eingesetzt. Die numerischen Werte für die Schubspannungen auf der Vorderseite infolge der experimentellen Bruchmomente sind ebenfalls in Tabelle 6 wiedergegeben.

3. VERSUCHSDURCHFUEHRUNG

Die Balkenversuche wurden auf dem Aufspannboden in der Prüfhalle der Eidgenössischen Materialprüfungs- und Versuchsanstalt (EMPA) in Dübendorf (ZH) durchgeführt. Die Versuche an den Balken TB₇ und TB₈ wurden an die Torsions-Biegeversuche TB₅ und TB₆ im Februar 1967 angeschlossen. Die Versuche der neuen Serie (TB₁₀ bis TB₁₅) folgten im Winter 1970/71. Die Versuchsanlage für die antimetrische Lastanordnung (TB₇ und TB₈) wurde in [6] beschrieben. Bild 13(a) zeigt eine Uebersichtsphoto und Bild 14 das dazugehörige Systemschema. Für die Versuche an den Balken TB₁₀ bis TB₁₅ wurde diese Anlage ergänzt. Eine Uebersicht hält Bild 13(b) fest, das Systemschema geht aus Bild 15 hervor.

Der Versuchsablauf entsprach demjenigen der früheren Versuche und ist in [1] erläutert. Bild 16 stellt das generelle Belastungsschema dar. Wesentlich ist, dass während der Verformungsmessungen (Phase II in Bild 17) die Deformation des Balkens konstant gehalten wurde. Die dabei entstehende Relaxation bedingt eine zweimalige Lastmessung, eine am Anfang und eine am Ende jeder Laststufe (Phasen I und III in Bild 17). Bei der Auswertung der Versuchsergebnisse wurden den gemessenen Verformungen stets die Endlast zugeordnet. Da die Spannungs-Dehnungs-Diagramme der Stahl-Probestäbe und der Betonprismen in ähnlicher Weise aufgenommen wurden, können diese Diagramme direkt für die Zuordnung Spannung-Dehnung übernommen werden. Die Dauer der Laststufen ist in den Tabellen 7 aufgeführt. Der Versuch wurde im allgemeinen bei Laststufe 8 über Nacht unterbrochen.

Die im Balken wirksamen Momente und die Querkraft wurden aus Lastmessungen am Pendelmanometer der Zugpressen und an den als Dynamometer ausgebildeten Verankerungsstäben ermittelt. Das veränderliche Biegemoment wurde jeweils auf die Mitte des Messbereiches (vgl. die Bilder 18 bis 20) bezogen. Die Verformungsmessungen wurden an je zwei 60 cm langen Balkenabschnitten vorgenommen. Der erste Abschnitt diente zur Messung der Stahldehnungen (Detail-Messbereich), im zweiten Abschnitt, dessen Rissverhalten durch keine Messfenster gestört war, wurden die Betondehnungen und das Rissbild aufgenommen (Detail-Rissbereich). Die Anordnung der Messstellen ist in den Bildern 18 bis 20 wiedergegeben. Die folgenden Verformungsmessungen wurden durchgeführt:

a) globale Verformungen

- Verdrehungen an 7 resp. 9 Stellen mit einem speziell konstruierten Klinometer.
- Durchbiegungen an 7 resp. 9 Stellen mit auf den Balken gestellten Massstäben (Flexometer) durch Nivellieren, Ablesung auf 1/10 mm.
- Horizontale Ausbiegung an 7 resp. 9 Stellen mit an den Balken gehaltenem Messstab und Theodolit, Ablesung auf 1/10 mm.

b) lokale Verformungen im Detail-Messbereich

- Längseisendehnungen mit mechanischen Setzdehnungsmessern, Basis 60 cm und 20 cm.
- Bügeldehnungen mit mechanischen Setzdehnungsmessern, Basis 20 cm und 10 cm.

- Schiebungen durch Ausmessen der Abschnittsseiten und -diagonalen mit mechanischen Setzdehnungsmessern, Basis 74 cm, 60 cm und 43 cm.
- c) lokale Verformungen im Detail-Rissbereich
- Betondehnungen mit mechanischem Setzdehnungsmesser, Basis 10 cm.
 - Rissbreiten auf Höhe der Ecklängseisen und in Seitenmitte der vorderen und hinteren Querschnittsseite mit einem Rissmikroskop, Ablesegenauigkeit 1/100 mm.

Die mechanischen Setzdehnungsmesser wurden auf Messbolzen aufgesetzt, die mit einem Schnellklebstoff auf der freiliegenden Stahl- resp. Betonoberfläche aufgeklebt wurden. Mit diesem Verfahren wurde ein einwandfreies Ansetzen der Messinstrumente bis zum Bruch gewährleistet. Die Ablesung der Messuhren erfolgte auf 1/100 mm.

4. VERSUCHSRESULTATE

4.1 Trag- und Bruchverhalten

4.1.1 Bruchmomente

Die auf die Versuchsobjekte wirkenden Schnittkräfte sind für alle Laststufen in Tabelle 7 aufgeführt. Die bei der letzten Laststufe gemessenen maximalen Beanspruchungen sind in Tabelle 6 zusammengestellt. An den Balken TB_{10} bis TB_{15} wurden die Torsionsmomente sowohl im Detail-Messbereich als auch im Detail-Rissbereich ermittelt (vgl. Tabelle 7), da im elastischen Zustand infolge der Streuung der Steifigkeiten und im Bruchzustand infolge der Streuung der Materialfestigkeiten und der zufälligen Ungenauigkeiten der Abmessungen kleine Unterschiede in der Verteilung des aufgetragenen Torsionsmomentes zu erwarten waren. Für die Ermittlung der rechnerischen Bruchmomente wurden jedoch die mittleren Materialfestigkeiten und die mittleren Abmessungen beigezogen. Entsprechend werden in Tabelle 6 für die Balken TB_{10} bis TB_{15} ebenfalls die mittleren experimentellen Torsionsbruchmomente der beiden Balkenhälften (Detail-Messbereich, Detail-Rissbereich) berücksichtigt.

Die in den Balkenversuchen erreichten Bruchmomente werden in Tabelle 6 und zusätzlich in Bild 21 mit den nach Kapitel 2.3 errechneten Werten verglichen. Im weiteren enthält Tabelle 6 den nach Gl. (11) bestimmten tga der vorderen Seite sowie die nominalen Schubspannungen nach Gl. (12) derselben Querschnittsseite.

Das theoretische Bruchmoment liegt bei den Balken TB_7 und TB_8 jeweils über dem im Versuch erreichten Wert. Die relativ grosse Abweichung beim Balken TB_8 lässt sich wie folgt erklären. Die starken Längseisen verhinderten eine vollständige Umlagerung der Kräfte der schwächeren Bügel auf die Längseisen. Tatsächlich liegt die Neigung der Druckdiagonalen auf der vorderen Seite, $tga_v = 0,47$, nahe an dem aus früheren Versuchen geschätzten Grenzwert von $tga = 0,50$ (vgl. z.B. [4]), bei dem eine Kräfteumlagerung noch stattfindet. Entsprechend erreichte nur ein einziger Längseisenstringer die Fließgrenze.

Die rechnerischen Vergleichswerte der Balken TB_{10} bis TB_{15} liegen durchwegs unter den experimentellen Maximalmomenten. Dabei ist zu beachten, dass für die theoretischen Bruchmomente die Streckgrenze der kaltgereckten Bügel in Rechnung gestellt wurde. Die gemessenen Stahldehnungen zeigten aber, dass die Streckgrenze zum Teil beträchtlich überschritten wurde und somit eine weitere Laststeigerung ermöglichten. Die mittlere Bügeldehnung auf der Vorderseite betrug z.B. bei Balken TB_{10} rund 1%, entsprechend liegt die Spannung annähernd 10% über der Streckgrenze.

Interessant ist auch die Feststellung, ob der vorausgesagte Bruchmechanismus sich ausbildete. Bei den Balken TB_8 und TB_{10} war nach dem Fachwerkmodell im Bruchzustand ein Ausweichen nach vorn zu erwarten. Diese Tendenz konnte beim Balken TB_8 im Versuch beobachtet werden. Ein Blick auf die Stahlspannungen (Bilder 33 und 34) zeigt, dass die Längseisen oben-vorn vollständig zum Fließen kamen. Die unteren Längseisen der gleichen Seite erreichten die Fließgrenze nur knapp, weil der Umlagerungswinkel extrem war. Die Bügel kamen auf allen massgebenden Seiten zum Fließen. Beim Balken TB_{10} kamen sowohl die oberen als auch die unteren Längseisen der Vorderseite zum

Fliessen. Auch die Bügel blieben nur auf der hinteren Seite im elastischen Bereich. Bei allen übrigen Versuchen war, wie erwartet, ein Ausweichen nach der Biegezugzone feststellbar, wobei die Lastkombination der Balken TB_7 , TB_{10} und TB_{11} sehr nahe am Uebergangsbereich der beiden Mechanismen lag. Demzufolge kamen beim Balken TB_7 drei Stringer zum Fliessen.

4.1.2 Tragverhalten

Nachfolgend wird das Tragverhalten bis zum Bruch der einzelnen Versuchsbalken beschrieben. Die Tabellen 7 enthalten für sämtliche Laststufen die Anfangs- und Endmomente sowie die entsprechenden Querkkräfte. Dabei ist zu erwähnen, dass sich die Biegemomente der Balken TB_7 und TB_8 auf die Mitte des Detail-Messbereiches beziehen. Zudem ist die zeitliche Dauer t_{LS} jeder Laststufe aufgeführt. Einen Ueberblick über das Tragverhalten vermitteln auch die Verdrehungskurven (Bilder 63 bis 70).

Bei den Balken TB_{10} bis TB_{15} verdient wiederum die Verteilung des aufgetragenen Torsionsmomentes auf die beiden Balkenhälften besondere Beachtung. Die Tabellen 7 geben sowohl das Moment im Detail-Messbereich als auch dasjenige im Detail-Rissbereich an. Im Bild 22 werden diese beiden Torsionsmomente gegenüber dem Biegemoment am Beispiel des Balkens TB_{11} verglichen. Das Verhalten der übrigen Balken dieser Serie sah dem gegebenen Beispiel ähnlich. Vorerst verteilte sich das Torsionsmoment zu gleichen Teilen auf die linke und rechte Seite. Beim Auftreten der ersten Risse fiel die Torsionssteifigkeit ungleichmässig ab. Damit verbunden fand eine Umlagerung der Torsionsmomente statt, bis sich die Risse regelmässig über die Länge des Trägers ausbreiteten und beide Seiten wieder dieselbe Torsionssteifigkeit aufwiesen. Das Verhalten im Bruchzustand wurde im vorangehenden Kapitel untersucht.

Balken TB_7

Die Längseisen der Versuchsbalken TB_7 waren gleichmässig über den Umfang verteilt. Ihr Volumen pro Längeneinheit entsprach demjenigen der Bügel. Das angestrebte Verhältnis $\chi = T/Q \cdot a_g$ betrug 2,0. Zusätzlich wirkte auf den Prüfbereich ausserhalb des Momentennullpunktes ein Biegemoment.

Nach dem Fliessen der Längseisen oben-vorn, der vorderen Bügel, der Längseisen oben-hinten und unten-vorn und der oberen Bügel - in dieser Reihenfolge - liess sich die Last nicht mehr steigern. Die Bügel der unteren und hinteren Seite kamen im Mittel nicht zum Fliessen, jedoch erreichten einzelne Messstellen des über den Umfang ausgemessenen Bügels auch auf diesen Seiten die Fliessgrenze. Bei der weiteren Verdrehung fiel die Last stetig ab, bis auch die Rotationsfähigkeit des Querschnittes infolge grosser Schiebungen und der dadurch verursachten Zerstörung der Diagonalen erschöpft war. Eine eigentliche Druckzone war nicht feststellbar (Bild 23). Schon bei reiner Torsion wurde eine solche Bruchart beobachtet [1] und dort als Schiebungsbruch bezeichnet.

Balken TB_8

Gegenüber dem Balken TB_7 wurde bei diesem Querschnitt die Längsarmierung verstärkt, die Bügelarmierung reduziert. Die Belastungsanordnung und das Verhältnis χ war gleich wie beim ersten Versuch.

Die Änderung der Armierung bewirkte, dass neben der Bügelarmierung nur die Längseisen oben-vorn zum Fließen kamen. Die zur Kräfteumlagerung zwischen den schwächeren Bügeln und der stärkeren Längsarmierung erforderliche Verformung liess die volle Ausnützung der Längseisen nicht zu, da der Beton durch die grossen Schiebungen zerstört wurde (vgl. Bild 24). Diese Bruchart wurde deshalb als vorzeitiger Schiebungsbruch bezeichnet.

Die in Torsion, Biegung und Querkraft belasteten Balken TB₁₀ bis TB₁₅ wurden in zwei Gruppen eingeteilt. In der ersten Gruppe (TB₁₀ bis TB₁₂) wurde für das Verhältnis $\psi = M/Q \cdot a_g$ der Wert 2,0 angestrebt, während in der zweiten Gruppe (TB₁₃ bis TB₁₅) ψ auf 3,3 erhöht wurde. Innerhalb der Gruppen wurde jeweils die Lastexzentrizität verändert und somit die Verhältnisse $\kappa = T/M$ und $\chi = T/Q \cdot a_g$.

Balken TB₁₀

Die Verteilung der Längsarmierung des Balkens TB₁₀ entsprach derjenigen eines biegearmierten Querschnittes. Die Exzentrizität der Last wurde so festgelegt, dass das Torsions- und das Biegemoment im Prüfbereich etwa gleich gross waren ($\kappa = 1,0$). Aufgrund der hohen Torsionsbelastung konnte im Bruchzustand ein Ausweichen nach vorne erwartet werden. Dementsprechend kamen in der Reihenfolge Längseisen unten-vorn, Bügel vorn, Bügel unten und oben und Längseisen oben-vorn und kurz vor dem Bruch die Längseisen unten-hinten zum Fließen. Eine weitere Laststeigerung war nicht mehr möglich.

Auffallend waren die auf der Vorderseite klaffenden Schubrisse (vgl. Bild 25(a)), die die grossen Schiebungen dieser Querschnittsseite andeuteten, während die hintere Seite bis nahe zum Bruch relativ kompakt blieb (Bild 25(b)). Bei der weiteren Verformung kündigte sich der Bruch durch langsames Zermahlen der vorderen Druckdiagonalen an. Die vollständige Zerstörung derselben trat schlagartig ein. Das Bruchbild stimmte mit den Merkmalen des Schiebungsbruches überein.

Balken TB₁₁

Der Versuch am Balken TB₁₁ unterschied sich gegenüber demjenigen an TB₁₀ durch die kleinere Exzentrizität der Last. Angestrebt wurde das T/M-Verhältnis zu $\kappa = 0,50$. Nach dem Fließen der Längseisen unten-vorn, der vorderen Bügel, der Längseisen unten-hinten sowie der Bügel unten - in dieser Reihenfolge - war die Maximallast erreicht. Da der Schubfluss aus Torsion ungefähr gleich dem Schubfluss infolge Querkraft war, bildeten sich auf der hinteren Querschnittsseite beinahe senkrechte Biegebrüche aus. Dies verunmöglichte ein starkes Anwachsen der Bügelspannungen auf dieser Seite. Trotzdem war auch hier ein Öffnen um die obere Querschnittsseite, wie es für das Bruchmodell in Anhang B vorausgesetzt wurde, möglich. Die Ausbildung der Risse setzte auf der Oberseite erst kurz vor dem Bruch ein.

Unter der weiteren Verformung bei ungefähr gleichbleibender Last lösten sich unter den hohen Betonstauchungen sowohl auf der Oberseite wie auch in den vorderen Diagonalen die ersten Betonsplitter ab. Die starken Schiebungen der Vorderseite (Bild 26)

deuteten auf einen Schiebungsbruch hin, während die gegenüber der Balkenaxe geneigte Druckzone der Oberseite eher auf den in [2] beschriebenen Stauchungsbruch der Betondruckzone hinwies. Vergleichsweise war auch bei den unter Torsion und Biegung geprüften Balkenversuchen in [2] der Uebergang von der einen zur anderen Bruchart bei dem gleichen T/M-Verhältnis festzustellen.

Balken TB₁₂

Der letzte Versuch TB₁₂ in der ersten Gruppe zeichnete sich durch eine weitere Verkleinerung der Lastexzentrizität aus. Damit wurde das T/M-Verhältnis im Prüfbereich auf $\kappa = 0,25$ vermindert. Erwartungsgemäss kamen die unteren Längseisen (vorn und hinten) schon frühzeitig zum Fliessen. Während die vorderen Bügel im Mittel ebenfalls die Fliessgrenze überschritten, erreichten diese nur einzelne Messstellen der unteren und hinteren Seite. Die spärliche Rissbildung auf der Oberseite liess die Beanspruchung dieser Bügel gemäss dem Fachwerkmodell fraglich erscheinen.

Schon vor dem Ueberschreiten der maximalen Last stellten sich deutliche Anzeichen grosser Betonstauchungen auf der Oberseite ein. Ebenfalls zeigten die vorderen und hinteren Betondiagonalen starke Spuren der kommenden Zerstörung. Der eigentliche Bruch wurde durch das Versagen der Betondruckzone, die beinahe senkrecht zur Balkenaxe verlief, ausgelöst (Bild 27). Die Ueberschiebungen der Oberseite waren sekundärer Natur. Das Bruchbild entsprach also demjenigen des Stauchungsbruches.

Balken TB₁₃

Das Momenten-Schubverhältnis $\psi = M/Q \cdot a_g$ wurde für die letzten drei zu beschreibenden Balkenversuche (TB₁₃ bis TB₁₅) mit dem Wert $\psi = 3,3$ festgehalten. Die Lastexzentrizitäten waren jeweils gleich wie beim entsprechenden Balken der ersten Gruppe (TB₁₀ bis TB₁₂). Somit resultiert für den Balken TB₁₃ unter Berücksichtigung des Eigengewichtes ein T/M-Verhältnis von ungefähr $\kappa = 0,60$.

Nach dem Fliessen der Längseisen unten-vorn, der vorderen Bügel, der Längseisen unten-hinten und der Bügel unten - in dieser Reihenfolge - war die Tragfähigkeit erschöpft. Die weiteren Laststufen ergaben wohl eine grössere Verformung. Eine Laststeigerung war hingegen nicht mehr möglich. Wie beim Balken TB₁₁ bot eine eindeutige Klassifikation der Bruchart Schwierigkeiten. Einerseits wiesen die grossen Schiebungen und die damit verbundene Zerstörung der Druckdiagonalen (Bild 28) auf einen Schiebungsbruch hin, andererseits bildete sich auf der Balkenoberseite eine ausgeprägte Stauchungszone aus. Entsprechend dem relativ grossen Torsionsanteil war diese bezüglich einer Querschnittsebene stark geneigt.

Balken TB₁₄

Bei diesem Balkenversuch wurde neben dem festgehaltenen Momenten-Schubverhältnis $\psi = 3,3$ ein T/M-Verhältnis von $\kappa = 0,30$ angestrebt. Daraus ergibt sich $\chi = T/Q \cdot a_g$ zu ungefähr 1,0. Wie beim Balken TB₁₁ hoben sich also der Schubfluss aus Torsion und der entgegengesetzt gerichtete infolge der Querkraft auf der hinteren Seite gegenseitig

auf. Demzufolge verliefen die Risse auf dieser Seite hauptsächlich senkrecht zur Balkenaxe und liessen die Bügel ohne wesentliche Zugspannungen. Die starke Ueberdrückung der Biegedruckzone verhinderte zudem die Ausbildung eines Fachwerkes auf der Oberseite.

Nach dem Fliessen der unteren und seitlichen Längseisen stellte sich bei geringer Laststeigerung eine ausgeprägte Rotationsfähigkeit ein. Der Bruchwiderstand war erreicht, nachdem der Beton in der geneigten Druckzone infolge der grossen Stauchungen zerstört wurde (Bild 29(a)). Die Klaffung der Risse der Unterseite verdeutlichten die grosse Stahldehnung der Unterseite (Bild 29(b)). Das Bruchbild konnte eindeutig dem Stauchungsbruch zugeordnet werden.

Balken TB₁₅

Mit einem T/M-Verhältnis von $\kappa = 0,15$ war der Einfluss der Torsion auf das Tragverhalten des Balkens TB₁₅ sehr gering. Der Versuch an Balken TB₁₅ entsprach weitgehend demjenigen eines Biegeschubversuches. Nach dem gleichzeitigen Fliessen der vorderen und hinteren Biegezugarmierung stellte sich beim Uebergang zum verstärkten Mittelbereich des Balkens ein Rotationsgelenk ein. Zusätzlich erreichten bei der weiteren Erhöhung der Last die vorderen und unteren Bügel die Fliessgrenze, obwohl die Risse auf der Unterseite beinahe senkrecht zur Balkenaxe verliefen. Der uneinheitliche Rissverlauf auf der Hinterseite (vgl. Bild 30(b)) liess keine regelmässige Entwicklung der Stahlspannungen dieser Bügel zu.

Deutliche Spuren der hohen Betonrandstauchungen auf der schwach geneigten Rotationsaxe und die grosse Ausweitung der Risse auf der Unterseite kündigten den bevorstehenden Bruch an. Dieser erfolgte aufgrund der langsam vor sich gehenden Zerstörung der Druckzone (Bild 30(a)). Da die Diagonalen auch nach dem Bruch noch unbeschädigt blieben und keine Anzeichen einer wesentlichen Schiebung vorlagen, konnte dieser Bruch wie beim Balken TB₁₄ als Stauchungsbruch bezeichnet werden.

4.1.3 Brucharten

Wie bei den unter Torsion und Biegung [2] geprüften Balken konnten zwei verschiedene Brucharten unterschieden werden. Uebt die Torsion einen wesentlichen Einfluss aus, dann wird ein Schiebungsbruch eintreten. Dieser zeichnet sich durch grosse Schiebungen der Querschnittsseiten aus. Der eigentliche Bruch wird durch das Zermalmen der Betondruckdiagonalen eingeleitet. Eine Druckzone kann nicht beobachtet werden. Ueberwiegt die Biegung, dann wird sich auf der oberen Querschnittsseite eine gegenüber dem Schnitt senkrecht zur Balkenaxe geneigte Druckzone ausbilden. Beiden Brucharten ist gemeinsam, dass vor der eigentlichen Zerstörung des Querschnittes sowohl die Längs- als auch die Bügelarmierung auf mindestens drei Seiten die Fliessgrenze erreichen und damit den Bruch durch grosse Verformungen anzeigen. Diese Tatsache spielt für die theoretische Erfassung des Bruchwiderstandes eine wesentliche Rolle.

Die Versuche zeigten, dass mit Ausnahme des Balkens TB₈ alle Querschnitte unterarmiert waren. Mindestens zwei Längseisenstringer erreichten die Fliessgrenze, aber auch die Bügel kamen, wenn auch nicht in jedem Fall im Mittel, so doch zumindest an

einzelnen Messstellen, auf den massgebenden Seiten zum Fließen. Der torsionsarmierte Balken TB_g wies im Vergleich zu den Bügeln eine zu starke Längsarmierung auf. Deshalb konnte die zur vollständigen Ausnützung der Eisen notwendige Kräfteumlagerung nicht bis zum Ende geführt werden. Der Bruch dieses teilweise überarmierten Querschnittes wurde folglich als vorzeitiger Schiebungsbruch bezeichnet. In Anbetracht der relativ geringen Schubspannungen (vgl. Tabelle 6) konnte ein sogenannter schiefer Druckbruch nicht beobachtet werden. Eine Uebersicht über die Bruchbilder der geprüften Balken zeigt Bild 31.

4.2 Stahlspannungen

Die Dehnungen der Stahleinlagen wurden mit Setzdehnungsmessern der Basis 60, 20 und 10 cm gemessen (vgl. Kap. 3). Die Genauigkeit der einzelnen Messung der mittleren Basislänge betrug etwa $0,05 \cdot 10^{-3}$. Die Anordnung der Messstellen ist aus den Bildern 18 bis 20 ersichtlich. Dabei ist zu beachten, dass im Messbereich pro Seite insgesamt nur drei Bügel ausgemessen wurden. Demzufolge wird auch das Mittel der Messungen noch durch das lokale Rissbild beeinflusst. Die Tendenz des Spannungsverlaufes dürfte jedoch auch bei dieser kleinen Anzahl Messungen erkennbar sein.

Aus früheren Versuchen [1], [2] und [3] ging hervor, dass im allgemeinen die gemessenen Stahlspannungen bis kurz vor dem Bruch analog dem 45°-Fachwerkmodell verliefen. Allerdings gilt diese Regel nur unter der Voraussetzung, dass die Neigung der Diagonalen auch im Bruchzustand nicht wesentlich von 45° abweicht. Für die Bestimmung der Stahlspannungen finden also die Gleichgewichtsbedingungen aus Anhang B mit $\tan \alpha = 1$ Anwendung. Für die Bügel des quadratischen Querschnittes folgen die Spannungen infolge Torsion aus den Gl. (B6) und (B7):

$$\sigma_B(T) = \frac{T \cdot s}{2a_e^2 \cdot F_B} \quad (13)$$

und diejenigen infolge der Querkraft an demselben Fachwerkmodell:

$$\sigma_B(Q) = \frac{Q \cdot s}{2a_e \cdot F_B} \quad (14)$$

Weitere Einflüsse wie die Aenderung der Diagonalenneigung, geneigte Druckgurte und das Mitwirken der Biegedruckzone auf Schub werden in Gl. (14) bewusst vernachlässigt.

Die Stahlspannungen der in der Biegezugzone liegenden Längseisenstringer ergeben sich aus der Gl. (B13) einerseits für reine Biegung:

$$\sigma_L(M) = \frac{M}{2a_e \cdot F_U} \quad (15)$$

und andererseits nach Einsetzen der Gl. (13) in Gl. (B13) für reine Torsion:

$$\sigma_L(T) = \frac{T}{2a_e \cdot F_U} \quad (16)$$

Diese rechnerischen Stahlspannungen stellen eine grobe Näherung an das wirkliche Ver-

halten dar. Sie werden in den Bildern 32 bis 39 als erste Gegenüberstellung zu den gemessenen Werten eingetragen.

Gl. (13) war massgebend für die Bügelspannungen der Ober- und Unterseite der Prüfbalken, wo der Schubfluss infolge der Querkraft im gerissenen Zustand verschwand. Da für die Balken TB₇ bis TB₁₃ mit Ausnahme von TB₈ und TB₁₂ der $\text{tg}\alpha$ auf den erwähnten Seiten beim gegebenen Verhältnis der Torsions- und Biegemomente auch im Bruchzustand nicht wesentlich von 1,0 abwich (im Maximum bis 1,32 bei TB₇ und im Minimum bis 0,95 bei TB₁₀), konnte die gleiche Grössenordnung der rechnerischen und der experimentellen Stahlspannungen erwartet werden. Der Balken TB₈ wies eine starke Längsarmierung auf. Die Kräfteumlagerung von den schwächeren Bügeln auf die stärkeren Längseisen setzte deshalb schon frühzeitig ein, so dass sich das 45°-Fachwerk erst gar nicht ausbilden konnte. Entsprechend blieben die Bügelspannungen der Ober- und Unterseite stets unter der theoretischen Geraden (vgl. Bild 33). Sehr deutlich kommt diese Kräfteumlagerung - diesmal allerdings in umgekehrter Reihenfolge - bei den Balken TB₁₄ und TB₁₅ zur Geltung. Die Bügelspannungen der für die untergeordnete Torsion überarmierten Querarmierung ($\text{tg}\alpha_u = 1,59$ resp. 2,86) erreichten die theoretischen Werte bis zum Fliessbeginn der unteren Längseisen an keiner Messstelle. Dann aber trat ungeachtet der vorhandenen Risse eine ausgeprägte Kräfteumlagerung auf die Bügel ein, so dass diese im Bruchzustand auch auf der Unterseite zum Fließen kamen (vgl. Bilder 38 und 39).

Sobald die Biegedruckkraft in den oberen Längseisenstringern die Zugkraft aus Torsion (bei $\kappa < 1,0$) aufhebt, ist die Ausbildung des Fachwerkes auf dieser Seite nicht mehr möglich. Daraus liess sich die auffällige Differenz zwischen den Bügelspannungen auf der Ober- und Unterseite bei grossem Biegemoment erklären (z.B. bei den Balken TB₁₄ und TB₁₅), während sie zum Beispiel beim Balken TB₁₀ genau übereinstimmten (vgl. Bild 34).

Besondere Beachtung ist den Bügelspannungen der Vorderseite zu schenken. In den Bildern 32 bis 39(b) sind jeweils die für Torsion (Gl. (13)) und für Querkraft (Gl. (14)) superponierten Spannungsgeraden aufgetragen. In Anbetracht des allgemein kleinen $\text{tg}\alpha$ (vgl. Tabelle 6) waren die gemessenen Spannungen stets kleiner als die rechnerischen Werte. Der Unterschied war am grössten beim Balken TB₈ ($\text{tg}\alpha_v = 0,47$), am kleinsten bei den Balken TB₇ und TB₁₅ ($\text{tg}\alpha_v = 0,90$ resp. 0,97). Auch zeigen die erwähnten Bilder deutlich, dass die Abweichung nicht konstant war, sondern je nach Fortschritt der Kräfteumlagerung und der damit verbundenen Änderung der Diagonalenneigung variierte.

Auf der Hinterseite wirkte der Schubfluss infolge der Querkraft gegen den Schubfluss aus Torsion. Folglich blieben die Bügelspannungen hinter denjenigen der Vorderseite weit zurück. Der Ausdruck $\chi = T/Q \cdot a_g$ kann als Mass für die Grösse und Richtung des Schubflusses verwendet werden. Für $\chi = 1$ heben sich die entgegengesetzt gerichteten Anteile auf. Die Risse verlaufen wie Biegerisse senkrecht zur Balkenaxe und die Bügelspannung verschwindet. Abgesehen von der Störung durch lokale Querrisse wurde diese Tendenz bei den Balken TB₁₁ ($\chi = 1,02$) und TB₁₄ ($\chi = 1,02$) bestätigt.

Die vorderen Längseisen wurden analog zur Torsion (Gl. (16)) durch die Querkraft zusätzlich beansprucht (vgl. Bilder 32 bis 39(a)). Diese Feststellung geht auch aus der Gl. (84) hervor. Die entsprechenden rechnerischen Stahlspannungen wurden in den genannten Bildern jedoch nicht eingetragen, um den Einfluss der Querkraft auf die

Längseisen zu verdeutlichen. Dieser wird bei schwacher Bügelarmierung verstärkt. Die Kräfteumlagerung auf die Längseisen wird durch die flachere Neigung der Druckdiagonalen unterstrichen. So war denn die grösste zusätzliche Beanspruchung zur Biege- und Torsionszugkraft beim kleinsten Winkel α zu beobachten (TB₈, Bild 33(a)).

Die Bilder 40 bis 47 ergänzen die Darstellung der Stahldehnungsmessungen. In diesen Bildern sind einerseits die Längseisenstressen über den Umfang des Querschnittes, andererseits die Stressen an einem über den Umfang ausgemessenen Bügel aufgetragen. Sie sind vor allem für die Betrachtung der Bruchmechanismen dienlich.

4.3 Beanspruchung des Betons

Die Stauchungen der Betonoberfläche der Balken TB₇ und TB₈ wurden mit Setzdehnungsmessern der Basis 10 cm an den in Bild 18 angegebenen Messstellen ermittelt. Dieselben Messungen wurden bei den Balken TB₁₀ bis TB₁₅ im Detail-Rissbereich durchgeführt, die Lage der entsprechenden Messstellen ist in den Bildern 19 und 20 nicht eingezeichnet. Die Ablesung erfolgte auf $\pm 0,1 \cdot 10^{-3}$.

Eine erste Untersuchung gilt den Messresultaten der Oberseite der Balken TB₁₀ bis TB₁₅. Da die Druckkraft aus Biegung in den meisten Fällen relativ gross war, blieb diese Querschnittsseite am längsten rissfrei. Bild 48(a) zeigt die Betonstauchungen der zur Balkenaxe parallelen Messstelle 112 der Balken TB₁₂ bis TB₁₅ in Funktion des Biegemomentes. Sie werden verglichen mit den nach der klassischen Stahlbetontheorie für reine Biegung ermittelten Betonstauchungen:

$$\epsilon_b = - \frac{M_E}{W_{ib} \cdot E_b} \quad (17)$$

W_{ib} steht für das Widerstandsmoment auf Höhe der Balkenoberkante und wurde für den gerissenen Querschnitt berechnet ($n = 8,5$). Solange die Armierung nicht über den elastischen Bereich hinaus beansprucht wurde, verlief der Zuwachs der Betonstauchungen parallel zur theoretischen Geraden. Allerdings lagen alle Messungen infolge der Längszugkraft aus Torsion unter den rechnerischen Werten für reine Biegung. Nach dem Fliessbeginn der unteren Längseisen war jeweils ein starker Anstieg der Betonstauchungen zu beobachten. Dass die Messresultate auch im Bruchzustand unter der Bruchstauchung des Betons ($> 2,0 \cdot 10^{-3}$) lagen, hing damit zusammen, dass sich das Rotationsgelenk bei allen untersuchten Balken (TB₁₂ bis TB₁₅) ausserhalb der Messstelle 112 ausbildete. Der Zusammenhang zwischen Betonstauchung und Krümmung ist in Bild 48(b) festgehalten. Bis nahe zum Fliessbeginn erwies er sich als annähernd linear. Die leichten Abweichungen von der rechnerischen Geraden (x = Neutralaxenabstand vom Druckrand):

$$\epsilon_b = - x \cdot \frac{\varphi_{60}}{\lambda_{60}} \quad (18)$$

sind durch die infolge Torsion erhöhte Lage der Neutralaxe zu erklären. Für die in Bild 48 nicht aufgeführten Balken TB₁₀ und TB₁₁ war aufgrund des grossen Torsionsanteiles ein Schiebungsbruch zu erwarten (vgl. Kap. 4.1). Infolge dessen waren die Messungen der zur Balkenaxe parallelen Messstelle durch die frühzeitigen Diagonalrisse gestört.

Die Betonstauchungen der unter 45° zur Balkenaxe geneigten Messstelle 113 wurden in Bild 49(a) in Funktion des Torsionsmomentes dargestellt. Ein Vergleich mit Bild 48(a) zeigt durchwegs höhere Stauchungen als parallel zur Balkenaxe. Diese Erscheinung soll mit Hilfe der Hauptdruckrichtungen näher untersucht werden. Die Richtung der grössten Stauchungen wurde aus den gemessenen Dehnungen und Stauchungen der Rosette auf der Balkenoberseite ermittelt und für einige Balken in Bild 50 aufgetragen. Die theoretischen Winkel wurden vorerst aus dem bekannten Torsionsmoment und der an der Messstelle 112 gemessenen Betonstauchung unter Verwendung der Beziehung:

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = \frac{2\tau}{\sigma} \quad (19)$$

berechnet. τ geht aus Gl. (3) hervor und $\sigma = \epsilon_b \cdot E_b$ kann aus dem σ - ϵ -Diagramm in Bild 10 herausgelesen werden. Wie aus Bild 50 hervorgeht, sind diese theoretischen Winkelwerte wesentlich kleiner als die gemessenen. Verantwortlich für diese Abweichung war der in [1] ausführlich beschriebene Verwindungseffekt. Die Verdrehung des Balkens verformt die ursprünglich ebene Querschnittswand zu einer hyperbolischen Paraboloidfläche und erzeugt damit eine zusätzliche Biegebeanspruchung in dieser Querschnittswand.

Die grössten zusätzlichen Stauchungen auf der Aussenseite infolge dieser Verwindung treten unter 45° auf und haben nach [1] den Betrag:

$$\epsilon_b(\vartheta, \alpha=45^\circ) = - \frac{d\vartheta}{dx} \cdot \frac{t}{2} \quad (20)$$

Senkrecht zu dieser Richtung ergibt sich eine Dehnung der gleichen Grösse. Die der Stauchung entsprechende Spannung folgt unter Berücksichtigung der gemessenen Verdrehung zu:

$$\sigma_b(\vartheta, \alpha=45^\circ) = - E_b \cdot \frac{\vartheta_{60}}{l_{60}} \cdot \frac{t}{2} = - E_b \cdot \frac{\vartheta_{60}}{15} \quad (21)$$

Die zur Balkenaxe parallele und senkrechte Schubspannung aus dieser Verwindung lautet also:

$$\tau(\vartheta, \alpha=90^\circ) = - E_b \cdot \frac{\vartheta_{60}}{15} \quad (22)$$

Sie ist derjenigen infolge Torsion nach Gl. (3) zu überlagern. Die totale Schubspannung in der zur Balkenaxe senkrechten Ebene beträgt demnach an der Oberkante der Druckplatte:

$$\tau(\alpha=90^\circ) = \tau(T) + \tau(v) = - \frac{T_E}{W_T} - E_b \cdot \frac{\vartheta_{60}}{15} \quad (23)$$

Da die Torsionssteifigkeit nach Auftreten der ersten Schubrisse auf den übrigen Querschnittsseiten stark abfällt, gewinnt der zweite Term in Gl. (23) an Gewicht. Die nach Gl. (19) unter Verwendung von τ nach Gl. (23), mit einem iterativ ermittelten E_b -Modul, berechneten Winkel der Hauptdruckrichtungen wurden in Bild 50 ebenfalls eingetragen. Die gute Übereinstimmung mit den gemessenen Winkeln bestätigt den Einfluss der Verwindung. Dieser wird zudem in Bild 49(b) verdeutlicht, wo die Stauchungen der Messstelle 113 mit der Verdrehung des Balkens verglichen wird. Die Messungen verlaufen annähernd parallel zur theoretischen Geraden nach Gl. (20), die nur den

Anteil aus der Verwindung beinhaltet, und übersteigt dieselbe nur unbedeutend.

Bild 51 zeigt die Betonstauchungen der unter 45° geneigten Messstellen der Vorderseite der Balken TB₇ und TB₈. Sie werden durch Messungen ergänzt, die an nachträglich nach der Rissbildung aufgeklebten Messstellen durchgeführt wurden. Als Beispiele für diese Messungen wurden diejenigen der Balken TB₁₃ bis TB₁₅ ausgewählt. Auch hier liessen sich die hohen Betonrandspannungen mit dem Verwindungseffekt erklären, waren doch aus der Strebenkraft der Fachwerkdagonalen weit kleinere Stauchungen zu erwarten. Denn nach Bild 81 folgt für die zur Diagonalen parallelen Betondruckspannung:

$$\sigma_b = - \frac{D}{a_g \cdot t \cdot \cos \alpha} \quad (24)$$

Mit Gl. (B1) und $\tau = S \cdot t$ geht Gl. (24) über in:

$$\sigma_b = - \frac{\tau}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} \quad (25)$$

und

$$\epsilon_b = - \frac{\tau}{E_b \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha} \quad (26)$$

Die nominellen Schubspannungen aus Querkraft und Torsion im Bruchzustand τ_{uE}^{No} sowie die Neigung der Druckdiagonalen $\tan \alpha$ sind für die Balkenvorderseiten in Tabelle 6 aufgeführt. Die daraus resultierenden Stauchungen nach Gl. (26) erreichen $0,2 \cdot 10^{-3}$ bei TB₈.

Die zusätzlichen Stauchungen aus der Verdrehung spielen eine bedeutende Rolle bei der Bruchart. Sie sind bei der Festlegung der oberen Schubspannungsgrenze unbedingt zu berücksichtigen, um ein vorzeitiges Versagen der Betondagonalen zu verhindern.

4.4 Verformungen

4.4.1 Schiebungen und Krümmungen

Die Schiebungen γ und Krümmungen ϕ wurden im Detail-Messbereich (vgl. Bilder 18 bis 20) durch Ausmessen der Abschnittsseiten und -diagonalen mit Setzdehnmessern bestimmt. Die Berechnung der Winkeländerungen in den vier Ecken des rechteckigen Messabschnittes aus den gemessenen Grössen und die damit mögliche Bestimmung von γ und ϕ ist in [1] eingehend beschrieben.

Die auf diese Weise ermittelten Schiebungen werden in Bild 52 am Beispiel der Biegezugseiten (Balken TB₇ und TB₈: Oberseiten; Balken TB₁₀ bis TB₁₅: Unterseite) mit den entsprechenden Längseisen- und Bügeldehnungen verglichen. Als Resultat kann der lineare Zusammenhang zwischen Schiebungen und Stahldehnungen zumindest bis zum Flussbeginn des einen Armierungsanteiles hervorgehoben werden. Die gleiche Beobachtung gilt für die hier nicht aufgeführten seitlichen Querschnittsseiten (vorn und hinten), die zusätzlich durch den Schubfluss aus der Querkraft beansprucht wurden. Hingegen wird die Ausbildung des Fachwerkes bei den vorliegenden Werten von κ auf der Biegedruckseite im allgemeinen verhindert, womit auch der Vergleich zwischen Stahldehnung

und Schiebung hinfällig wird. Die Linearität zwischen Dehnung und Schiebung konnte schon bei reiner Torsion sowie bei Torsion und Biegung festgestellt werden (vgl. [1], [2] und [3]).

Für die kinematischen Bedingungen an einem Schubwandelement mit allgemeiner Neigung der Diagonalen konnte mit Hilfe eines Verschiebungsplanes in [4] folgende Beziehung hergeleitet werden:

$$\gamma = \epsilon_B \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{\epsilon_L}{\operatorname{tg} \alpha} - \frac{\epsilon_D}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} \quad (27)$$

Darin bedeutet ϵ_L das Mittel der Längseisendehnung des untersuchten Schubwandelementes. Wird die Betonstauchung ϵ_D in der Druckdiagonalen, deren Einfluss gegenüber der Stahldehnung gering ist, vernachlässigt, so vereinfacht sich Gl. (27) zu:

$$\gamma \approx \epsilon_B \cdot \operatorname{tg} \alpha + \frac{\epsilon_L}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (28)$$

In dieser Gleichung kommt klar zur Geltung, dass, solange eine lineare Abhängigkeit der Schiebung sowohl von der Bügeldehnung als auch von der Längseisendehnung vorliegt, die Neigung α der Diagonalen unverändert bleibt. Ausser bei stark von 45° abweichendem Winkel α im Bruchzustand wird die Kräfteumlagerung und damit die Änderung der Diagonalenneigung erst durch den Fliessbeginn des schwächeren Armierungsanteiles eingeleitet.

Bild 52 zeigt zudem deutlich, dass auf der Biegezugseite im Gegensatz zur vorderen Querschnittsseite, in der zum Schubfluss aus Torsion derjenige infolge Querkraft addiert wurde, die Bügel ausser beim Balken TB_8 überarmiert waren. Diese Tendenz wird mit steigendem Anteil der Biegung verstärkt (vgl. die Balken TB_{10} und TB_{12} sowie die Balken TB_{13} und TB_{15}).

Die Krümmungen wurden aus den Längseisendehnungen berechnet. Sie lauten für die Messlänge l_{60} :

$$\varphi \approx \frac{l_{60}}{a_e} \cdot \Delta \epsilon_L \quad (29)$$

Sie ist somit die durch den Stringerabstand dividierte Differenz der Längseisendehnungen der betrachteten Querschnittsseiten. Der lineare Zusammenhang zwischen Stahldehnung und Krümmung ist evident und wird hier deshalb nicht weiterverfolgt. Da unter dem zusätzlichen Einfluss der Querkraft der Schubfluss über den Umfang nicht mehr konstant war, wurden die vorderen und hinteren Längseisenstringer verschieden stark beansprucht. Daraus resultierte neben der vertikalen Krümmung in der x-z-Ebene eine horizontale in der x-y-Ebene. Beide Krümmungen sind in den Bildern 53 bis 60 für alle Balken in Funktion des Biegemomentes dargestellt. Je kleiner der Anteil des Biegemomentes war, desto eher trat die vertikale Krümmung gegenüber der horizontalen zurück. Bei den Balken TB_7 und TB_8 erreichte letztere die gleichen Werte wie die vertikale Krümmung, während sie diese beim Balken TB_{10} im Bruchzustand übertraf. Diese Beobachtung unterstreicht die in Kap. 4.1 geäusserte Aussage über die Bruchmechanismen, wonach unter dieser Lastkombination der gegebene Querschnitt nach dem Fließen der beiden vorderen Längseisenstringer versagt.

Ferner ist die Aufzeichnung in Bild 54 speziell zu beachten. In Kap. 4.1 wurde die Meinung vertreten, dass das Tragvermögen des Balkens TB₈ durch einen vorzeitigen Schiebungsbruch erschöpft war. Die Betondiagonalen wurden also vor dem Fliessen der starken Längsarmierung zerstört. Diese Feststellung kommt deutlich in Bild 54 zum Ausdruck, indem beim Balken TB₈ im Vergleich zu den übrigen Versuchsobjekten kein Fliessplateau zu beobachten ist. Die Längseisendehnungen blieben mit wenigen Ausnahmen im elastischen Bereich.

4.4.2 Verdrehungen und Durchbiegungen

Gemäss Bild 61 lässt sich der Verdrehungswinkel ϑ aus den Schiebungen γ der vier Seiten bestimmen. Für den quadratischen Hohlkasten gelten die Beziehungen:

$$d\vartheta_o = d\vartheta_u = \frac{\gamma_v + \gamma_h}{2} \cdot dx \quad (30)$$

und

$$d\vartheta_v = d\vartheta_h = \frac{\gamma_o + \gamma_u}{2} \cdot dx \quad (31)$$

Infolge des ungleichen Schubflusses in den einzelnen Querschnittsseiten waren auch die entsprechenden Schiebungen verschieden. Mit abnehmendem Verhältnis $\chi = T/Q \cdot a_e$ wuchs vor allem die Differenz der Schiebungen der Vorder- und Hinterseite. Trotz des gleichen Schubflusses unterschieden sich aber auch die Schiebungen der Ober- und Unterseite, da die Rissbildung der einen Seite durch die zum Teil hohe Biegedruckkraft verhindert wurde. Ungeachtet dieser unterschiedlichen Schiebungen verformte sich der Querschnitt nicht zu einem Rhombus. Aus obigen Beziehungen ist ersichtlich, dass in diesem Fall die Summen der Schiebungen gegenüberliegender Seiten gleich sein müssen. Diese Kontrolle wurde in Bild 62 für alle Balken durchgeführt. Es zeigte sich, dass die Bedingung $\gamma_o + \gamma_u = \gamma_v + \gamma_h$ überall erfüllt wurde. Die rechten Winkel des Querschnitts und somit auch die Querschnittsform blieben bei der Verformung erhalten.

Mit dem Mittelwert γ der vier Seitenschiebungen folgt für die Aenderung des Verdrehungswinkels über die Messlänge l_{60} im gerissenen Zustand des Balkens:

$$\vartheta_{60} = \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma_v + \gamma_h + \gamma_o + \gamma_u}{a_e} \right) \cdot l_{60} = \frac{2\gamma}{a_e} \cdot l_{60} \quad (32)$$

Dabei ist für die mittlere Schiebung γ das Mittel aus den jeweiligen Werten gemäss Gl. (27) einzusetzen. Im ungerissenen Zustand sind die Schiebungen durch die Resultate aus Gl. (5) und der Abstand der Längseisenstringer a_e durch die Länge der Wandmittellinie a_m zu ersetzen. Die der Gl. (32) entsprechenden Geraden sind in Bild 62 ebenfalls eingezeichnet worden. Die Uebereinstimmung mit den gemessenen Werten ist gut. Die Verdrehung kann also wie bei reiner Torsion sowie Torsion und Biegung (vgl. [1], [2] und [3]) aus den Seitenschiebungen zusammengesetzt werden.

Die Mittelwerte der Verdrehungen ϑ_{60} des Detail-Messbereiches und des Detail-Rissbereiches sind in den Bildern 63 bis 70 in Funktion des Torsionsmomentes dargestellt. Zusätzlich sind der Beginn des Fliessens und die durchgeführten Entlastungen eingetragen. Eine besondere Untersuchung erfordern die Verhältnisse beim Balken TB₁₂

(Bild 67). Bis zum Fließbeginn entwickelte sich die Verdrehung im Messbereich wie bei den übrigen geprüften Balken. Allerdings entsprechend dem kleinen Torsionsmoment ($\kappa = 0,24$) in beschränktem Ausmass. Dann aber verlagerten sich die Querschnitte mit den grössten Verdrehungen gegen die Randpunkte 3 resp. 7 (vgl. Bild 19) der Messbereiche, so dass sie mit den Messungen über diese Balkenabschnitte nicht mehr erfasst wurden. Der Vergleich der Messresultate über eine erweiterte Messlänge bestätigte diese Feststellung.

Die durch Nivellement gemessenen vertikalen Durchbiegungen w_z unter der maximalen Last der Balken TB_7 und TB_8 wurden in Bild 71(a), diejenigen der Balken TB_{10} bis TB_{15} in Bild 72 festgehalten. Die Darstellung der vertikalen Durchbiegungen wird ergänzt durch die Aufzeichnung der horizontalen Ausbiegung w_y der Balken TB_7 und TB_8 (Bild 71(b)). Diese erreichte hier die gleichen Werte wie die Durchbiegungen. Da das Biegemoment der Balken TB_{10} bis TB_{15} einen wesentlichen Einfluss ausübte, wurde auf die Wiedergabe der Messresultate der horizontalen Ausbiegung verzichtet. Einzig beim Balken TB_{10} erreichte sie annähernd dieselbe Grössenordnung wie die Durchbiegung, während sie bei den übrigen Versuchsbalken verschwindend klein war.

4.4.3 Torsions- und Biegesteifigkeit

Im ungerissenen Zustand gelten die bekannten Beziehungen der Elastizitätstheorie für den geraden Stab. Als Steifigkeit wird das für die Einheitsverformung notwendige Moment definiert:

$$\begin{aligned} \text{Torsionssteifigkeit} \quad GK &= T / \frac{d\theta}{dx} \\ \text{Biegesteifigkeit} \quad EI &= M / \frac{d\phi}{dx} \end{aligned} \quad (33)$$

Die Verdrehung und Krümmung ungerissener Stahlbetonbalken sind unabhängig voneinander. Nach der Rissbildung konnte hingegen schon in früheren Versuchen (z.B. [3]) festgestellt werden, dass obige Steifigkeiten mit dem Verhältnis $\kappa = T/M$ variieren. Sowohl die spezifische Verdrehung als auch die Krümmung setzen sich aus einem Torsions- und einem Biegeanteil zusammen:

$$\begin{aligned} \text{spezifische Verdrehung} \quad \frac{d\theta}{dx} &= \frac{T}{S_T(\kappa)} = (f_{TT} + \frac{1}{\kappa} f_{TM}) T \\ \text{Krümmung} \quad \frac{d\phi}{dx} &= \frac{M}{S_M(\kappa)} = (\kappa f_{MT} + f_{MM}) M \end{aligned} \quad (34)$$

Darin bedeuten $S_T(\kappa)$ die von κ abhängige "Torsionssteifigkeit", $S_M(\kappa)$ die von κ abhängige "Biegesteifigkeit". Im Sinne der Baustatik sind es nicht eigentliche Steifigkeiten, welche Kraftgrössen infolge von Einheitsverformungen darstellen. Deshalb wurden in [7] die Verformungskoeffizienten f eingeführt, die allerdings experimentell nicht getrennt ermittelt werden können.

Mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Kräfte und dem Fachwerkmodell mit einer Diagonalenneigung von 45° sind diese Verformungskoeffizienten in [7] hergeleitet worden. Dabei konnte gezeigt werden, dass die spezifische Verdrehung im wesentlichen nur durch das Torsionsmoment beeinflusst wird. Zudem weisen die Versuche in [1], [2] und [3] darauf hin, dass die spezifische Verdrehung vorwiegend durch das gesamte Volumen

der eingelegten Armierung bestimmt wird, und dass der Einfluss der Betonstauchung klein bleibt. Unter Berücksichtigung dieser Vereinfachungen ergibt sich die Torsionssteifigkeit des quadratischen Querschnitts zu:

$$S_T = \frac{1}{f_{TT}} = \frac{a_e^2 \cdot E_e}{\left(\frac{s}{a_e \cdot F_B} + \frac{4}{\Sigma F_L} \right)} \quad (35)$$

In dieser Gleichung tritt die Querkraft nicht in Erscheinung. Qualitativ kann diese Feststellung mit Hilfe der Gl. (30) und (31) erklärt werden. Erzeugt die Querkraft in der vorderen und hinteren Querschnittsseite die gleiche Schiebung, so fällt dieselbe bei der Aufsummierung des Verdrehungswinkels aus den einzelnen Schiebungen (Gl. (32)) weg. Uebrig bleibt eine zusätzliche vertikale Durchbiegung infolge der Querkraft.

Bei der Untersuchung der Krümmung unter Einschluss des Torsionseinflusses sind grundsätzlich zwei Bereiche zu unterscheiden. Sie werden durch dasjenige Verhältnis κ getrennt, bei dem die Zugkraft aus Torsion in den oberen Stringern durch die Biegedruckkraft kompensiert wird. Aus den für die oberen Stringer umgeschriebenen Gl. (15) und (16) geht hervor, dass diese Grenze beim quadratischen Querschnitt durch die Bedingung $\kappa = 1$ festgesetzt wird. Ueberwiegt Torsion ($\epsilon_0 > 0$), so wird sich auf der Oberseite ein Fachwerk ausbilden können. Die Krümmung lässt sich dann direkt aus den oberen und unteren Längseisendehnungen infolge Biegung und Torsion bestimmen. Die Bedingungen $\epsilon_0 = 0$ resp. $\kappa = 1$ führen unter Anwendung der Gl. (15) und (16) zur Krümmung im Uebergangsbereich:

$$\left[\frac{d\phi}{dx} \right]_{\epsilon_0 = 0} = \frac{1}{a_e^2 \cdot F_u \cdot E_e} \quad (36)$$

Schwieriger liegen die Verhältnisse bei Überwiegender Biegung ($\epsilon_0 < 0$), da der Einfluss der Zugkraft aus Torsion auf die Stauchung des Druckrandes schwer abzuschätzen ist. Unter Annahme einer linearen Abhängigkeit der Krümmung von κ einerseits und der Kenntnis der Krümmungen an den Grenzen andererseits kann die "Biegesteifigkeit" $S_M(\kappa)$ auch im Zwischenbereich angeschrieben werden:

$$S_M(\kappa) = M / \frac{d\phi}{dx} = \frac{EI_i}{1 + \kappa \left(\frac{I_i}{a_e^2 \cdot F_u} - 1 \right)} \quad (37)$$

Darin steht EI_i für die Biegesteifigkeit bei reiner Biegung. Sie wird nach der klassischen Stahlbetontheorie berechnet. Zu beachten ist zudem, dass Gl. (37) in dieser Form nur für die vorliegenden quadratischen Versuchsquerschnitte zutrifft.

Zur Berechnung der experimentellen Biegesteifigkeit wurde jeweils das Moment und die Krümmung des in den Bildern 53 bis 60 eingezeichneten Schnittpunktes der Tangenten an die elastischen und plastischen Verformungsbereiche beigezogen. Daraus geht hervor, dass die Biegesteifigkeit des Balkens TB_g , dessen Längseisen nicht zum Fließen kamen, nicht bestimmt werden konnte. Der Uebergang vom elastischen zum plastischen Verformungsbereich war bei der Verdrehung wesentlich weicher (vgl. Bilder 63 bis 70). Deshalb wurde wie in [7] die experimentelle Torsionssteifigkeit über das Torsionsmoment bei Fließbeginn und die entsprechende Verdrehung berechnet.

Bild 73(a) zeigt die gemessenen Torsionssteifigkeiten bei Fliessbeginn in Abhängigkeit von κ . Auch die kleine Anzahl der Vergleichspunkte lässt die Schlussfolgerung zu, dass die Torsionssteifigkeit durch ein zusätzliches Biegemoment kaum beeinflusst wird, und dass zudem die unterschiedliche Querkraft nur unwesentlich auf die Verdrehung einwirkt. Die relativ grosse Abweichung vom theoretischen Sollwert nach Gl. (35) rührt hauptsächlich von der Ueberschätzung der Schiebung der Oberseite her. Da die Torsionszugkraft in dieser Querschnittsseite bei den Balken TB₁₀ bis TB₁₅ durch die Biegedruckkraft weit mehr als kompensiert wurde, konnten sich die Risse erst kurz vor dem Bruch entwickeln. Die ungerissene Seite erhöhte aber die Steifigkeit gegen Verdrehung beträchtlich.

In Bild 73(b) sind die "Biegesteifigkeiten" der Versuchsbalken dargestellt und mit den nach Gl. (37) bestimmten theoretischen Werten verglichen. Deutlich kommt die gute Uebereinstimmung der getroffenen Annahmen auch mit diesen Versuchsergebnissen zum Ausdruck. Die Längszugkraft aus Torsion schiebt die Neutralaxe gegen den Druckrand, womit die Biegesteifigkeit mit zunehmendem Torsionsmoment zumindest im untersuchten Bereich ($\epsilon_0 < 0$) abfällt. Gleichzeitig geht aus Bild 73(b) auch hervor, dass die Querkraft wohl eine zusätzliche vertikale Durchbiegung verursacht, die Krümmung hingegen nicht beeinflusst.

4.5 Rissverhalten

4.5.1 Risslasten

In der vorliegenden Versuchsreihe waren grundsätzlich zwei Arten von Rissen zu beobachten. Bei grosser Schubbeanspruchung (TB₇, TB₈, TB₁₀, TB₁₃) öffneten sich zunächst Schubrisse im vorderen Steg. Ihr schlagartiges Auftreten ermöglichte die genaue Ablesung der Risslast am Pendelmanometer. Bei den restlichen Versuchsbalken mit kleinerem Torsionsmoment (TB₁₁, TB₁₂, TB₁₄, TB₁₅) traten hingegen vorerst Biegerisse auf der Unterseite auf. Sie waren je nach Grösse des einwirkenden Schubflusses geneigt. Bei zusätzlicher Belastung gingen diese Risse auf den Seitenwänden in Biegeschubrisse über. Da sich diese Risse allmählich bildeten, bot die Lokalisierung und damit die genaue Bestimmung der Schnittkräfte Schwierigkeiten. Um dennoch eine Aussage über die Hauptzugspannungen bei Rissebeginn zu erhalten, wurde versucht, diese mit folgenden zwei Werten einzugrenzen:

- Maximale Hauptzugspannung im Schnitt 6 (vgl. Bilder 19 und 20) bei der letzten Laststufe vor Rissbeginn.
- Maximale Hauptzugspannung nach Ausbildung eines regelmässigen Rissbildes. Untersucht wurde dabei der am nächsten beim Auflager gelegene Querschnitt, in dem sich noch ein Riss öffnete.

Die effektive Hauptzugspannung bei Rissbeginn liegt zwischen diesen beiden Werten. Die im Versuch erreichten Hauptzugspannungen sind für alle Balken der Tabelle 8 zu entnehmen. Die Normal- und Schubspannungen wurden nach den Gleichungen des Kapitels 2.3 berechnet, wobei der Einfluss des Verwindungseffektes unberücksichtigt blieb.

Die SIA-Norm 162 (1968) nimmt für die an Betonprismen ermittelte Biegezugfestigkeit

den Wert von $(2,50 \div 3,00) \cdot \sqrt{f_w}$ an. Die Zugfestigkeit erreicht in der Regel die Hälfte der Biegezugfestigkeit. Die Hauptzugspannungen der vorliegenden Balkenversuche lagen beim Auftreten der ersten Schubrisse im Mittel bei rund $1,0 \sqrt{f_w}$. Bei anfänglichen Biegeschubbrissen wurden die Hauptzugspannungen durch die Mittelwerte $1,7$ und $2,0 \cdot \sqrt{f_w}$ begrenzt. Offensichtlich war für die erste Rissart wie bei früheren Versuchen in reiner Torsion ([1] und [3]) die Zugfestigkeit des Betons massgebend, während die Hauptzugspannungen beim Öffnen der Biegeschubrisse zwischen dem für reine Biegung (Biegezugfestigkeit) und dem für reine Torsion (Zugfestigkeit) gefundenen Wert lagen (vgl. [2]).

4.5.2 Rissverlauf

Der Rissverlauf der in diesem Bericht beschriebenen Versuchsbalken wurde im wesentlichen durch die Kombination von Torsion und Querkraft bestimmt. Als Beispiel sei hier die Rissentwicklung sowohl der vorderen als auch der hinteren Querschnittsseite des Balkens TB₁₁ gezeigt (Bild 74). Auf der Vorderseite wurde dem Schubfluss aus Torsion derjenige infolge der Querkraft überlagert. Dementsprechend waren die Risse geneigt. Auf der Hinterseite konnten sich hingegen reine Biegerisse entwickeln, weil der Schubfluss infolge der Querkraft denjenigen aus Torsion aufwog ($\chi = 1,02$). Den Einfluss des Verhältnisses $\chi = T/Q \cdot a_g$ auf den Rissverlauf der Balkenhinterseite verdeutlicht zudem Bild 75. Beim Balken TB₁₀ war der Schubfluss aus Torsion grösser als derjenige infolge der Querkraft ($\chi = 1,98$). Die Risse verliefen spiralförmig um den ganzen Querschnitt. Die Verkleinerung der Lastexzentrizität liess beim Balken TB₁₂ den Schub auf der Hinterseite in umgekehrter Richtung fließen ($\chi = 0,52$). Damit änderte auch die Neigung der entsprechenden Risse.

Anfänglich öffnen sich die Risse senkrecht zur Hauptzugrichtung. Die theoretische Erfassung der Bruchmomente setzt jedoch voraus, dass sich die gleichgewichtsbedingte Neigung der Druckdiagonalen ungeachtet der ersten Risse so einstellt, dass sowohl die Längs- als auch die Bügelarmierung ins Fließen kommen. Diese Kräfteumlagerung tritt beim Vergleich der Versuchsergebnisse der Balken TB₇ und TB₈ deutlich in Erscheinung. Da beide Träger derselben Belastung unterworfen wurden, unterschieden sie sich nur durch die ungleiche Ausbildung der eingelegten Armierung (vgl. Bild 4). Während beim Balken TB₇ keine wesentliche Änderung der Diagonalenneigung zu erwarten war ($\tan \alpha = 0,90$), konnte beim Balken TB₈ ($\tan \alpha = 0,47$) wie Bild 76 zeigt, anhand der neu aufgetretenen Risse eine merkliche Verkleinerung der Neigung der Druckdiagonalen beobachtet werden. Sie wurde durch das frühzeitige Fließen der schwächeren Bügelarmierung verursacht.

4.5.3 Rissbreiten

In einem 60 cm langen Detail-Rissbereich (vgl. Bilder 18 bis 20) wurden die Rissbreiten auf je drei Linien der Vorder- und Hinterseite mit einem Risse-Mikroskop ausgemessen. Die Ablesegenauigkeit betrug $1/100$ mm. Die ermittelten Werte wurden auf Folien notiert, welche direkt neben den Messpunkten am Balken fixiert und fotografiert wurden. Das Verfahren ist aus Bild 74 ersichtlich.

Die mittleren gemessenen Rissbreiten auf Höhe der Biegezugarmierung wurde in Bild 77 der Belastung gegenübergestellt. Die maximalen Rissbreiten entlang der gleichen

Messaxe sind in Bild 78 wiedergegeben. Zusätzlich wurde in diesen Bildern die von den CEB-Richtlinien als zulässig empfohlene maximale Rissbreite im Gebrauchszustand von 0,2 mm eingetragen. Wie aus Bild 77 der mittleren Rissbreiten hervorgeht, wurde diese Grenze bei dem durch 1,8 dividierten Bruchmoment in keinem Balkenversuch überschritten. Da bis zum Fließbeginn der Biegezugarmierung die Streuung der Rissbreiten beschränkt blieb, erreichten nur die grössten Risse des Balkens TB₇ schon im Gebrauchszustand eine Breite von 0,2 mm (Bild 78).

5. ZUSAMMENFASSUNG

Im Rahmen eines Forschungsprogrammes über das Verhalten von Stahlbetonbalken unter Torsion, Biegung und Querkraft wurden vom Institut für Baustatik, Abt. Massivbau, der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich (ETH-Z) zwei Balkenversuche unter Torsion und Querkraft und sechs Balkenversuche unter kombinierter Beanspruchung Torsion, Biegung und Querkraft durchgeführt. Die Hauptvariablen (Armierung, Verhältnis Torsion/Biegung, $\kappa = T/M$ und Torsion/Querkraft, $\chi = T/Q \cdot a$), die Materialqualitäten sowie die maximal erreichten Schnittkräfte sind in Bild 79 zusammengestellt. Ausser der aufgebrachten Last wurden Stahl- und Betondehnungen, Verdrehungen und Durchbiegungen, Rissbreiten sowie Schiebungen und Krümmungen gemessen.

Die Ergebnisse dieser Versuche lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Traten infolge grosser Schubbeanspruchung zuerst Schubrisse auf, die auf den Steg beschränkt blieben, so erreichten die Hauptzugspannungen bei Rissbeginn wie bei reiner Torsion knapp die Zugfestigkeit des Betons. Die Hauptzugspannungen bei Rissbeginn anfänglicher Biegeschubrisse lagen im Mittel zwischen den für reine Torsion (Zugfestigkeit) und den für reine Biegung (Biegezugfestigkeit) ermittelten Werten.
- Im gerissenen Zustand entwickelte sich ein räumliches Fachwerk als Tragsystem mit den Längseisen als Gurtungen, den Bügeln als Pfosten und Beton-Druckdiagonalen. Entsprechend stieg die Beanspruchung der Armierung.
- Die Betondruckdiagonalen wurden neben der zentrischen Normalkraft nach Fachwerktheorie durch eine Krümmung beansprucht. Diese entstand dadurch, dass sich die ursprünglich ebenen Querschnittswände des Balkens bei einer Verdrehung in hyperbolische Paraboloidflächen verformten. Mit diesem Verwindungseffekt können sowohl die hohen, an der Oberfläche gemessenen Betonstauchungen als auch die Richtung der Hauptdruckspannungen auf der Oberseite erklärt werden.
- Nach Fliessbeginn des einen Armierungsanteiles konnte eine Kräfteumlagerung vom schwächeren auf den stärkeren Armierungsanteil festgestellt werden. Diese gleichgewichtsbedingte Neigungsänderung der Druckdiagonalen stellte sich ohne Rücksicht auf bereits vorhandene Risse ein (z.B. TB₉).
- Unter Maximallast flossen die Armierungseisen von drei der vier Querschnittsseiten. Je nach Variation der Belastungsarten blieb die Beanspruchung der Armierung der oberen oder hinteren Seite im elastischen Bereich. Eine Ausnahme bildete der Balken TB₉, dessen starke Längseisen eine zu grosse Neigungsänderung der Druckdiagonalen bedingte ($\text{tg}\alpha = 0,47$). Dieser Versuchsbalken war teilweise überarmiert.
- Im Anhang B wurde das theoretische Fachwerkmodell aus [4] mit variabler Diagonalen- neigung für den quadratischen Querschnitt unter zusätzlicher Berücksichtigung der Querkraft weiterentwickelt. Die gemessenen Maximallasten überschritten die theoretisch ermittelten Bruchmomente im Mittel um 7%, während die vorausgesagten Mechanismen in allen Fällen zutrafen.
- Nach Erreichen der Maximallast und Fliessen der massgebenden Armierung konnten an den unterarmierten Balken zwei Brucharten beobachtet werden. Ueberwiegte Torsion,

so wurden die Betondruckdiagonalen infolge grosser Verdrehung und Schiebungen zermalm (Schiebungsbruch). Mit steigendem Anteil an Biegung gingen die Versuchsbalken durch Stauchung der Betondruckzone zugrunde (Stauchungsbruch). Da der teilweise überarmierte Balken TB₈ die Merkmale der ersten Bruchart zeigte, wurde dieser Bruch als vorzeitiger Schiebungsbruch bezeichnet.

- Die nach Rissbeginn gemessenen Schiebungen und Krümmungen stehen in linearer Beziehung zu den Dehnungen der Längseisen, der Bügel und der Betondiagonalen. Ebenfalls konnten die Verdrehungen aus den Schiebungen der Querschnittswände zusammengesetzt werden.
- Während die Biegesteifigkeit im gerissenen Zustand wesentlich vom Verhältnis $\kappa = T/M$ abhing, konnte keine merkliche Beeinflussung der Torsionssteifigkeit beobachtet werden. Eine Veränderung der erwähnten Steifigkeiten durch die Querkraft wurde nicht festgestellt. Die in [7] ausgearbeitete Berechnung wurde sowohl für die Torsions- als auch für die Biegesteifigkeit bestätigt.

Es bleibt speziell zu erwähnen, dass diese Versuche an Balken mit quadratischem Hohlquerschnitt von 50 x 50 cm durchgeführt wurden. Der Abstand der geschlossenen Bügel betrug im Maximum ein Viertel der Balkenhöhe. Die Versuchsbalken waren mit einer Ausnahme alle unterarmiert, so dass die massgebende Armierung vor dem Versagen des Betons die Fließgrenze erreichte.

RESUME

Dans le cadre d'un programme de recherche sur le comportement de poutres en béton armé soumises à la torsion, à la flexion et à l'effort tranchant, on a procédé, à l'institut de Statique et de Construction, section béton, de l'Ecole Polytechnique (EPF) de Zurich, à des essais sur deux poutres soumises à la torsion et à l'effort tranchant et sur une série de six poutres soumises à des efforts combinés de torsion, flexion et effort tranchant. Les principales variables (armature, rapport torsion/flexion, $\kappa = T/M$, et rapport torsion/effort tranchant, $\chi = T/Q \cdot a$), les qualités des matériaux, ainsi que les efforts internes maximaux mesurés ont été rassemblés dans le tableau 79. En plus de la charge appliquée, on a aussi mesuré les déformations de l'acier et du béton, les rotations, les flexions et les largeurs des fissures, ainsi que les déformations de cisaillement et les courbures.

Les résultats des essais peuvent se résumer de la façon suivante:

- Les contraintes principales de traction au commencement de la fissuration atteignaient la résistance à la traction du béton, si les fissures de cisaillement prenaient naissance dans l'âme. Si les fissures de cisaillement se développaient à partir des fissures de flexion, les contraintes principales de traction au commencement de la fissuration étaient situées entre la valeur obtenue pour la torsion pure (résistance à la traction) et la valeur obtenue pour la flexion pure.
- A l'état fissuré, la structure portante se changeait en un treillis spatial avec l'armature longitudinale comme membrures, les étriers comme montants et des bielles comprimées en béton. La sollicitation de l'armature était augmentée conformément à ce treillis spatial.
- En plus de la force axiale centrée selon la théorie du treillis, les bielles comprimées de béton étaient aussi soumises à des contraintes dues à la courbure. Celle-ci résultait du fait que les faces de la poutre originalement planes se transformaient sous l'effet d'une rotation de la section en aires de paraboloïde hyperbolique. On peut expliquer par ce gauchissement les grandes déformations spécifiques du béton mesurées à la surface et la direction des contraintes principales de compression à la face supérieure de la poutre.
- Après l'écoulement d'une partie de l'armature, on pouvait constater une redistribution des forces entre l'armature plus faible et l'armature plus forte. Le changement d'inclinaison des bielles dû à cette redistribution était indépendant des fissures déjà développées (p.e. TB_8).
- Sous la charge maximale, l'armature de trois des quatre faces atteignait l'écoulement. Selon la variation des efforts internes, l'armature supérieure ou l'armature arrière restait dans le domaine élastique. La poutre TB_8 faisait une exception, parce que l'armature longitudinale très forte exigeait une inclinaison des bielles extraordinaire ($tg = 0,47$). Cette poutre était partiellement sur-armée.
- Dans l'appendice B, on a élargi pour des poutres carrées la théorie du treillis spatial avec inclinaison variable des bielles en considérant un effort tranchant

additionnel. Les efforts mesurés maximaux dépassaient de 7% les valeurs théoriques, tandis que les mécanismes prédits se trouvaient justes dans tous les cas.

- Après être parvenues à la charge maximale et à l'écoulement de l'armature déterminante les poutres sous-armées présentaient deux genres de rupture: pour une grande torsion, les bielles comprimées étaient broyées par suite des déformations de cisaillement dû à la rotation; en augmentant la flexion les poutres arrivaient à la ruine par écrasement de la zone comprimée du béton. Comme la poutre sur-armée TB₈ montrait les indices du premier genre de rupture, cette rupture a été qualifiée de rupture prématurée par cisaillement.
- Les déformations de cisaillement et les courbures mesurés à l'état fissuré pouvaient être combinées linéairement à partir des allongements de l'armature longitudinale, des étriers et des bielles de béton. De même, on pouvait composer les rotations unitaires à partir des déformations de cisaillement des faces.
- Tandis que la rigidité à la flexion dans l'état fissuré dépendait du rapport $\kappa = T/M$, on ne pouvait pas observer une influence visible sur la rigidité à la torsion. On n'a pas constaté de modification des rigidités à cause de l'effort tranchant. Le calcul développé dans [7] a été confirmé aussi bien pour la rigidité à la torsion que pour la rigidité à la flexion.

Il faut souligner que ces essais ont été exécutés sur des poutres-caissons de 50 x 50 cm. La distance entre les étriers fermés était au maximum le quart de la hauteur de poutre. Toutes les poutres, à l'exception d'une seule, étaient sous-armées, de sorte que l'armature déterminante a atteint la limite d'écoulement avant la destruction du béton.

SUMMARY

Two beams in torsion and shear and a series of six beams under combined torsion, bending and shear were tested at the Institute of Structural Engineering, Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich, as part of a research program to study the behavior of reinforced concrete beams in torsion, flexure and shear. The principal parameters (reinforcement, ratio torsion/bending, $\kappa = T/M$, and ratio of torsion/shear, $\chi = T/Q \cdot a$), the material properties and the maximum internal forces obtained are given in Fig. 79. At each stage of the test steel strains, concrete strains, twist, deflections, crack widths, shear strains, curvatures and the applied load were recorded.

The results of this test series may be summarized as follows:

- The principal tensile stresses at the onset of cracking came up to the tensile strength of concrete, if the cracks opened first in the web of the beam. If the shear cracks developed from bending cracks, the principal tensile stresses at the onset of cracking were situated between the value obtained for pure torsion (tensile strength) and the value obtained for pure bending (tensile strength in flexure).
- After cracking the structural behavior of the beams changed to that of a space truss with the longitudinal bars acting as stringers, the stirrups acting as vertical ties and the concrete as inclined struts. The steel stresses increased as predicted by this space truss model.
- The concrete diagonals are subjected to an axial force according to the truss theory and an additional curvature. This curvature resulted from the fact that when the beams are twisted, the plane walls of the cross section are deformed into hyperbolic paraboloids. The high values of the concrete strains measured and the direction of the principal compressive stresses on the top side of the beam can thus be explained.
- A redistribution of internal forces between the weaker and the stronger reinforcement was observed after yielding of one part of the reinforcement. The change of inclination of the diagonals due to this redistribution was independent of the first cracks (e.g. TB_8).
- Under the ultimate load the reinforcement of three of four walls yielded. According to the ratio of the internal forces the reinforcement of the top side or the back side remained elastic. An exception was the beam TB_8 , because the strong longitudinal bars demanded an extraordinary inclination of the diagonals ($\tan \alpha = 0,47$). This beam was partially over-reinforced.
- In the appendix B the space truss theory was extended to square sections by consideration of an additional shear force. The maximal internal forces measured exceeded the theoretical values by 7%, whereas the failure mechanisms were as predicted.
- After yielding of the reinforcement the under-reinforced beams showed two failure modes: with a high torsion moment the concrete diagonals were destroyed due to ex-

cessive twist and shear strains; with a high bending moment the beams failed due to compressive strains in the compression zone. As the beam TB₀ showed the characteristics of the first failure mode, this failure was qualified as a premature shear failure.

- The shear strains and curvatures measured after cracking depended linearly on the strains in the longitudinal bars, the stirrups and the concrete diagonals. It was also possible to predict the twist from shear strains of the walls.
- Whereas after cracking the bending stiffness depended essentially on the ratio $\kappa = T/M$, an influence on the torsion stiffness could not be observed. A change of these stiffnesses due to the shear force was not noticed. The test results confirmed the calculation for torsion- and bending stiffness formulated in [7].

It should be noted that these tests were carried out on square beams (50 x 50 cm) with hollow cross section. The closed stirrups were placed at a maximum spacing of one fourth of the sectional dimension. All the test beams except one were under-reinforced, so that the reinforcement yielded before the failure of concrete.

VERDANKUNGEN

Der vorliegende Bericht wurde im Rahmen eines Forschungsprogrammes "Torsion, Biegung und Querkraft von Stahlbetonbalken" des Institutes für Baustatik, Abt. Massivbau, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich, ausgearbeitet. Für die grosszügige finanzielle Unterstützung dieses Programmes möchten die Verfasser der

Stiftung für wissenschaftliche, systematische Forschungen
auf dem Gebiete des Beton- und Eisenbetonbaues

aufrichtig danken. Der experimentelle Teil der Untersuchungen wurde an der Eidgenössischen Materialprüfungs- und Versuchsanstalt (EMPA) in Dübendorf durchgeführt. Für dieses Entgegenkommen möchten die Verfasser Herrn Professor Dr. Th. Erismann, Direktionspräsident der EMPA, und Herrn Dr. A. Rösli, Vorsteher des Ressorts Baustoffe, ihren besten Dank aussprechen. Die Armierungsstähle für die Versuchsbalken wurden von der Firma Monteforno Stahl- und Walzwerke AG, Bodio, in verdankenswerter Weise zur Verfügung gestellt.

Die Versuche an den Balken TB₇ und TB₈ wurden im Jahre 1967 unter der Leitung von Herrn Dr. P. Lampert, ehemaliger Mitarbeiter am Institut für Baustatik, ausgeführt. Dafür sind ihm die Verfasser zu Dank verpflichtet.

Bei der weiteren Versuchsdurchführung und der Gestaltung dieses Berichtes haben mitgearbeitet: Frl. S. Burki, die Herren K. Bucher, G. Göseli, K. Johnsen und L. Sieger. Für ihre Mitwirkung sei den Genannten, wie auch den übrigen an der Versuchsdurchführung Beteiligten, bestens gedankt.

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Lampert P. / Thürlimann B.: "Torsionsversuche an Stahlbetonbalken", Bericht Nr. 6506-2, Juni 1968, Institut für Baustatik, ETH, Zürich.
- [2] Lampert P. / Thürlimann B.: "Torsions-Biege-Versuche an Stahlbetonbalken", Bericht Nr. 6506-3, Januar 1969, Institut für Baustatik, ETH, Zürich.
- [3] Lampert P. / Lüchinger P. / Thürlimann B.: "Torsionsversuche an Stahl- und Spannbetonbalken", Bericht Nr. 6506-4, Februar 1971, Institut für Baustatik, ETH, Zürich.
- [4] Lampert P.: "Bruchwiderstand von Stahlbetonbalken unter Torsion und Biegung", Dissertation Nr. 4445, ETH, Zürich, (1970).
- [5] Lampert P. / Wegmüller A. / Thürlimann B.: "Einfluss der Dehngeschwindigkeit auf Festigkeitswerte von Armierungsstählen", Bericht Nr. 10, April 1967, Institut für Baustatik, ETH, Zürich (Sonderdruck Schweizerische Bauzeitung, 85. Jahrgang, Heft 14, 6. April 1967).
- [6] Lampert P. / Thürlimann B.: "Versuchsanlage für Balken unter Torsion-Biegung-Querkraft", Bericht Nr. 12, Juni 1967, Institut für Baustatik, ETH, Zürich (Sonderdruck Schweizer Archiv, Heft 9, 33. Jahrgang 1967).
- [7] Thürlimann B. / Lüchinger P.: "Steifigkeit von gerissenen Stahlbetonbalken unter Torsion und Biegung", Bericht Nr. 46, Juni 1973, Institut für Baustatik, ETH, Zürich (Sonderdruck Beton- und Stahlbetonbau, 68. Jahrgang, Heft 6, Juni 1973).

BEZEICHNUNGEN

Längen, Flächen und Querschnittswerte

a	Seitenlänge des quadratischen Querschnittes
d	Durchmesser der Stahleinlagen
f	Verformungskoeffizient
l_{60}	Länge eines Balkenabschnittes von 60 cm
r	Abstand vom Drehpol
s	Bügelabstand; Umlaufkoordinate
t	Stärke der Kastenwand
u	Umfang
v	Wölbung
w_y	horizontale Ausbiegung
w_z	vertikale Durchbiegung
x	Koordinatenaxe in Balkenlängsrichtung; Neutralaxenabstand vom Druckrand
y	Koordinatenaxe
z	Koordinatenaxe
F_0	Fläche, die von der Mittellinie des Hohlkastens eingeschlossen wird
F_{0e}	Fläche, die von den Längseisenstringern eingeschlossen wird
F_B	Querschnittsfläche eines Bügels
F_L	Querschnittsfläche eines Längseisens
F_o, F_u	Fläche eines oberen resp. unteren Stringers
F_{eff}	effektive Stahlquerschnittsfläche
I	Trägheitsmoment (ungerissen)
I_i	Trägheitsmoment (gerissen)
K	Torsionskonstante
R	Rissbreite
S	statisches Moment bezüglich y-Axe
W_{ib}	Widerstandsmoment Biegung bezüglich Druckrand (gerissen)
W_T	Widerstandsmoment Torsion

Kräfte und Momente

B	Zugkraft in der Bügelarmierung
B_f	Fliesskraft eines Bügels
D	Druckkraft in den Betondruckstreben

EI	Biegesteifigkeit im ungerissenen Zustand
EI_i	Biegesteifigkeit für reine Biegung im gerissenen Zustand
GK	Torsionssteifigkeit im ungerissenen Zustand
M	Biegemoment
M_A	Biegemoment am Anfang einer Laststufe
M_E	Biegemoment am Ende einer Laststufe
M_u	Biegebruchmoment
M_{u0}	Biegebruchmoment bei reiner Biegung
M_{ue}^{Ex}	experimentelles Biegebruchmoment
Q	Querkraft
Q_A	Querkraft am Anfang einer Laststufe
Q_E	Querkraft am Ende einer Laststufe
Q_u	Bruchquerkraft
Q_{u0}	Bruchquerkraft bei reinem Biegeschub
Q_{ue}^{Ex}	experimentelle Bruchquerkraft
S	Schubfluss
$S_T(\kappa)$	Torsionssteifigkeit im gerissenen Zustand
$S_M(\kappa)$	Biegesteifigkeit im gerissenen Zustand
T	Torsionsmoment
T_A	Torsionsmoment am Anfang einer Laststufe
T_E	Torsionsmoment am Ende einer Laststufe
T_u	Torsionsbruchmoment
$T_{u(1-3)}$	Torsionsbruchmoment bei Fließen der Stringer 1 und 3
$T_{u(3-5)}$	Torsionsbruchmoment bei Fließen der Stringer 3 und 5
T_{u0}	Torsionsbruchmoment bei reiner Torsion
T_{ue}^{Ex}	experimentelles Torsionsbruchmoment
T_u^{Th}	theoretisches Torsionsbruchmoment
Z_i	Zugkraft des i-ten Längseisenstringers
Z_{fo}	Fliesskraft eines oberen Längseisenstringers
Z_{fu}	Fliesskraft eines unteren Längseisenstringers

Festigkeitswerte und Spannungen

β_p	Prismendruckfestigkeit des Betons
β_{ps}	statische Prismendruckfestigkeit des Betons
β_{pd}	dynamische Prismendruckfestigkeit des Betons
β_w	Würfeldruckfestigkeit des Betons

β_{bz}	Biegezugfestigkeit des Betons
β_{zs}	statische Zugfestigkeit des Stahles
β_{zd}	dynamische Zugfestigkeit des Stahles
σ	Normalspannung
σ_b	Betonspannung
σ_s	Stahlspannung
σ_f	Fliessspannung des Stahles
σ_{fs}	statische Fliessspannung des Stahles
σ'_{fs}	ideelle statische Fliessspannung kaltgereckter Stähle (Bild 8)
σ_{fd}	dynamische Fliessspannung des Stahles
$\sigma_{0,2s}$	statische Streckgrenze des Stahles
$\sigma_{0,2d}$	dynamische Streckgrenze des Stahles
$\sigma_B(T)$	Bügelspannung infolge Torsion
$\sigma_B(Q)$	Bügelspannung infolge Querkraft
$\sigma_L(M)$	Längseisenspannung infolge Biegung
$\sigma_L(T)$	Längseisenspannung infolge Torsion
$\sigma_{1/2}$	Hauptspannungen
τ	Schubspannung
$\tau(T)$	Schubspannung infolge Torsion
$\tau(Q)$	Schubspannung infolge Querkraft
τ_o	Schubspannung am offenen Querschnitt
τ_1	Schubspannung als statisch Ueberzählige
τ_u^{No}	Nominelle Schubspannung im Bruchzustand
E	Elastizitätsmodul
E_b	Elastizitätsmodul des Betons (Sekantenmodul)
E_{b0}	Elastizitätsmodul des Betons im Anfangsbereich des Spannungs-Dehnungs-Diagramms
E_s	Elastizitätsmodul des Stahles
G	Schubmodul

Verformungen, Winkel und Zeitgrössen

α	Neigungswinkel der Fachwerkdagonalen
α_1	Neigungswinkel der Hauptdruckrichtung auf der Oberseite
γ	Schiebung
ϵ	Dehnung
ϵ_b	Betondehnung
ϵ_s	Stahldehnung
ϵ_f	Fliessdehnung

ϵ_u	Betondehnung beim Erreichen der Prismendruckfestigkeit
ϵ_B	Bügeldehnung
ϵ_L	Längseisendehnung
$\dot{\epsilon}$	Dehngeschwindigkeit: $\dot{\epsilon} = d\epsilon / dt$
ϑ	Verdrehung
ϑ_{60}	Verdrehung über einen Balkenabschnitt von 60 cm Länge
λ_5	Bruchdehnung eines Armierungsstabes, gemessen auf einer Länge von 5d über die Einschnürzone
λ_{10}	wie λ_5 , jedoch Messlänge 10d
λ_{G1}	Gleichmassdehnung eines Armierungsstabes, gemessen ausserhalb der Einschnürzone
φ	Krümmung
φ_{60}	Krümmung über einen Balkenabschnitt von 60 cm Länge
t_w	Wartezeit pro Dehnungsgehalt im Spannungs-Dehnungs-Diagramm
t_{LS}	Zeitdauer einer Laststufe

Dimensionslose Parameter

κ	Verhältnis T/M
λ_o	Kennwert für Umlagerung auf Oberseite (siehe Kap. 2.3)
ρ	Beiwert (siehe Kap. 2.2)
χ	Verhältnis T/Q $\cdot a_e$
ψ	Verhältnis M/Q $\cdot a_e$
n	Wertigkeit: $n = E_e / E_{b0}$

Indices

a	auf Querschnittsränd bezogen
b	Beton
d	dynamisch
e	auf Armierungskorb bezogen; Stahl
f	Fliess-
h	hinten
i	ideel (gerissen); auf i-ten Stringer bezogen
m	auf Wandmittellinie bezogen
o	oben
s	statisch
u	unten; ultimate
v	vorn

A	Anfang der Laststufe
B	Bügel
E	Ende der Laststufe
L	Längseisen
O	Null; reine Biegung, reine Torsion, reine Querkraft
R	Riss

Balken	Anzahl Probe- stäbe	Nenn Ø	F _{eff} cm ²	σ _f ($\dot{\epsilon}=0$) t/cm ²	σ _{fd} ($\dot{\epsilon}$) t/cm ²	σ _{2s} ($\dot{\epsilon}=0$) t/cm ²	σ _{2sd} ($\dot{\epsilon}$) t/cm ²	β _{2s} ($\dot{\epsilon}=0$) t/cm ²	β _{2sd} ($\dot{\epsilon}$) t/cm ²	ε̇ %/min	λ ₅ %	λ ₁₀ %	λ _{ei} gerechnet %	λ _{ei} gemessen %	ψ %	Stahl- Qualität
TB ₅ , TB ₆ , TB ₈ Bügel	9	8	0.51 (1.24%)	3.98 (2.40%)	4.38 (2.46%)			5.49 (2.36%)	5.82 (2.53%)	3.0	32.6	26.1	19.5	18.3	55	Box- Normal
TB ₇ Längsisen	3	10	0.79	3.63	3.95			5.17	5.55	3.0	33.5	27.2	21.0	18.6	59	
TB ₇ Bügel	3	10	0.77	4.01	4.36			5.77	6.15	3.0	30.7	25.7	20.7	17.9	58	
TB ₈ Längsisen	3	14	1.51	4.41	4.77			6.15	6.56	3.0	29.9	24.5	19.1	18.3	54	Box- Ultra
TB _{10 ÷ 15} Bügel	10	6	0.30 (1.06%)	5.36 ¹⁾ (2.42%)		5.57 (2.28%)	5.82 (2.52%)	8.07 (2.41%)	8.46 (2.22%)	1.25	20.2	15.9	11.6	9.6	48	
TB _{10 ÷ 15} Längsisen	10	10	0.79 (2.44%)	5.23 (0.75 %)	5.49 (0.48%)			6.98 (0.96%)	7.36 (1.01 %)	1.25	27.8	22.1	16.4	16.1	49	

E_g = 2.1 · 10³ t/cm² Klammerwerte = Variationskoeffizienten 1) siehe Kp. 2.2.1

Tabelle 1: Festigkeitswerte der Boxstahl-Probestäbe

Sand 0 ÷ 4 mm	646 kg/m ³
Sand 4 ÷ 8 mm	526 kg/m ³
Kies 8 ÷ 16 mm	848 kg/m ³
Zement PC	250 kg/m ³
Wasser	160 kg/m ³
W/Z-Faktor	0.64
Raumgewicht	2430 kg/m ³
Konsistenz	plastisch

Tabelle 2: Zusammensetzung des Frischbetons

Balken	TB ₅	TB ₆	TB ₇	TB ₈	Mittelwert	Var.Koeff.	TB ₁₀	TB ₁₁	TB ₁₂	TB ₁₃	TB ₁₄	TB ₁₅	Mittelwert	Var.Koeff.
Alter (Tage)	34	35	32	35			35	35	35	35	28	28		
β _{bz} (kg/cm ²)	49 45	60 53	43 45	56 51	51	11.6%	60 57	59 59	67 59	61 54	42 42	54 52	55	13.7%
β _w (kg/cm ²)	312 312 322 315 317 310	350 350 326 299 294 281	276 276 285 285 255 276	278 292 276 296 248 269	296	8.9%	368 424 334 326 359 365	399 427 407 393 372 407	389 369 396 389 349 375	358 351 399 364 337 344	382 340 350 336 379 344	383 383 393 365 482 468	378	9.2%
β _p (kg/cm ²)	257 252	257 241	217 255	243 229	244	6.0%	257 262	333 271	291 325	299 302	304 296	310 303	296	7.8%

Tabelle 3: Festigkeitswerte der Betonprismen 12 x 12 x 36 cm im Versuchsalter der Balken

Mit σ - ϵ -Diagramm ermittelte Werte an Prismen 12 x 12 x 36 cm															Prismendruckversuch	
Prisma	Alter	Dehnungs- schritt	Belastungs- zeit pro $\Delta\epsilon$	Dehnungs- geschwin- digkeit $\dot{\epsilon}=\Delta\epsilon/\Delta t$	Wartezeit pro Deh- nungs halt t_w	$\beta_{pd}(\dot{\epsilon}>0)$	$\beta_{ps}(2')$ $t_w=2$ min.	$\beta_{ps}(30')$ $t_w=30$ min.	$\frac{\beta_{pd}}{\beta_{ps}(2')}$	$\frac{\beta_{pd}}{\beta_{ps}(30')}$	$E_b(5\pm 2s)$	$E_b(5\div 100)$	ϵ_u	Alter	β_p	
	Tage	10^{-3}	min	$10^{-3}/\text{min}$	min	kg/cm^2	kg/cm^2	kg/cm^2	—	—	kg/cm^2	kg/cm^2	10^{-3}	Tage	kg/cm^2	
TB ₅	31	0.1	1	0.1	2 ¹⁾	230	217	185	1.06	1.24	270 000	256 000	2.0	34	254	
TB ₆	32	0.1	1	0.1	2 ¹⁾	220	205	179	1.07	1.23	250 000	251 000	2.4	35	249	
TB ₇	36	0.1	1	0.1	2 ¹⁾	226	214	188	1.06	1.20	238 000	233 000	2.4	32	236	
TB ₈	32	0.1	1	0.1	2 ¹⁾	215	197	170	1.09	1.26	244 000	243 000	1.9	35	236	
Mittelwerte Prismen TB _{5÷8}						223	208	180	1.07	1.23	250 000	245 000	2.2		244	
TB ₁₀	36	0.1	1	0.1	2	225	207		1.09		251 000	241 000	2.4	35	260	
TB ₁₁	36	0.1	1	0.1	2	272	254		1.07		258 000	260 000	2.1	35	302	
TB ₁₂	36	0.1	1	0.1	2	272	251		1.08		250 000	251 000	1.8	35	308	
TB ₁₃	36	0.1	1	0.1	2	281	261		1.08		258 000	245 000	2.0	35	300	
TB ₁₄	29	0.1	1	0.1	2	265	248		1.07		258 000	253 000	1.9	28	300	
TB ₁₅	29	0.1	1	0.1	2	282	264		1.07		251 000	250 000	2.1	28	306	
Mittelwerte Prismen TB _{10÷15}						266	248	216 ²⁾	1.08		254 000	250 000	2.0		296	

1) Zusätzliche Ablesung nach 30 min Wartezeit bei Erreichen der Druckfestigkeit

2) Geschätzter Wert: $\beta_{pd}/1.23$

Tabelle 4: Festigkeitswerte der Beton-Probekörper

Balken	a _o	a _m	a _e	↑	I	K	W _T	s	F _B	F _L	F _o	F _u
	cm	cm	cm	cm	m ⁴	m ⁴	m ³	cm	cm ²	cm ²	cm ²	cm ²
TB ₇	50	42	43	8	0.395·10 ⁻²	0.593·10 ⁻²	2.82·10 ⁻²	11	0.77	0.79	3.16	3.16
TB ₈								11	0.51	1.51	6.04	6.04
TB ₁₀ bis TB ₁₆								8	0.30	0.79	1.58	4.74

Tabelle 5: Querschnittsgrößen

Balken	gemessene Werte						rechnerische Werte							
	T_{uE}^{Ex}	M_{uE}^{Ex}	Q_{uE}^{Ex}	$K=T/M$	$\chi=T/Q \cdot a_o$	$\psi=M/Q \cdot a_o$	T_{uO} Gl.(B9)	M_{uO} Gl.(B 11)	Q_{uO} Gl.(B 10)	$T_{u(3-5)}^{Th}$ Gl.(8)	$T_{u(1-3)}^{Th}$ Gl.(9)	$\frac{T_{uE}^{Ex}}{T_u^{Th}}$	$tg\alpha_v$ Gl.(11)	$\tau_{uE}^{No} (vorn)$ Gl.(12)
	vgl. Tabellen 7 (a ÷ d)													
	mt	mt	t	—	—	—	mt	mt	t	mt	mt	—	—	—
TB7	7.65	-3.15	8.30	2.43	2.14	0.88	10.10	9.85	33.30	7.85	8.05	0.97	0.90	38
TB8	9.30	-3.75	10.05	2.48	2.15	0.87	12.50	22.90	41.10	10.70	9.95	0.93	0.47	46
TB10	9.30	9.90	10.90	0.94	1.98	2.11				9.00	8.20	1.13	0.63	47
TB11	6.90	14.25	15.65	0.48	1.02	2.12				6.45	6.70	1.07	0.60	46
TB12	4.00	16.40	18.05	0.24	0.52	2.11	7.40	21.30	24.35	3.85	4.80	1.04	0.68	40
TB13	8.00	14.30	9.25	0.56	2.00	3.58				7.45	8.20	1.07	0.69	40
TB14	5.50	19.15	12.55	0.29	1.02	3.55				4.85	6.70	1.13	0.81	37
TB15	3.00	20.55	13.45	0.15	0.52	3.55				2.70	4.80	1.11	0.97	30

Tabelle 6: Gemessene und rechnerische Bruchmomente

TB ₇									
LS	T _A	T _E	M _A		M _E	Q _A		Q _E	t _{LS}
			Messbereich						
			m†	m†	m†	m†	†	†	†
0	0.20	0.20	-0.05	-0.05	-0.05	0.75	0.75	0.75	50
1	1.60	1.45	-0.55	-0.55	-0.55	2.20	2.05	2.05	32
2	3.00	2.75	-1.10	-1.05	-1.05	3.65	3.40	3.40	33
3	4.40	3.95	-1.65	-1.50	-1.50	5.10	4.65	4.65	56
4	5.85	5.30	-2.20	-2.05	-2.05	6.60	6.00	6.00	57
0'	0.20	0.20	-0.05	-0.05	-0.05	0.75	0.75	0.75	48
4'	5.90	5.50	-2.30	-2.20	-2.20	6.65	6.25	6.25	34
5	7.30	6.65	-2.85	-2.65	-2.65	8.10	7.40	7.40	62
6	8.40	7.65	-3.40	-3.15	-3.15	9.10	8.30	8.30	74

TB ₈									
LS	T _A	T _E	M _A		M _E	Q _A		Q _E	t _{LS}
			Messbereich						
	m†	m†	m†	m†	m†	†	†	†	min
0	0.20	0.20	-0.05	-0.05	-0.05	0.75	0.75	0.75	35
1	1.60	1.45	-0.55	-0.55	-0.55	2.20	2.00	2.00	39
2	2.95	2.80	-1.05	-1.05	-1.05	3.65	3.50	3.50	38
3	4.35	3.95	-1.60	-1.50	-1.50	5.10	4.70	4.70	50
4	5.80	5.10	-2.15	-1.95	-1.95	6.60	5.85	5.85	55
0'	0.20	0.20	-0.05	-0.05	-0.05	0.75	0.75	0.75	32
4'	5.85	5.55	-2.25	-2.15	-2.15	6.60	6.30	6.30	29
5	7.25	6.75	-2.80	-2.65	-2.65	8.10	7.55	7.55	65
6	8.70	8.00	-3.40	-3.15	-3.15	9.50	8.80	8.80	55
0''	0.20	0.20	-0.05	-0.05	-0.05	0.75	0.75	0.75	35
6''	8.85	8.25	-3.60	-3.35	-3.35	9.65	9.00	9.00	35
7	10.30	9.30	-4.10	-3.75	-3.75	11.10	10.05	10.05	68

Tabelle 7 (a): Belastungsablauf der Balken TB₇ und TB₈

TB ₁₀													
LS	T _A	T _E	T _A	T _E	Rissbereich		M _A	M _E	Q _A	Q _E	t _{LS}		
					Rissbereich								
					mt	mt							
0	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	1.05	1.05	1.00	1.00	45		
1	1.50	1.40	1.25	1.20	1.25	1.20	2.15	2.10	2.25	2.15	50		
2	3.45	3.20	1.55	1.40	1.55	1.40	3.30	3.05	3.50	3.25	43		
3	4.30	3.90	2.95	2.55	2.95	2.55	4.40	4.00	4.75	4.30	42		
0'	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	1.05	1.05	1.00	1.00	15		
3'	3.60	3.50	3.70	3.25	3.70	3.25	4.40	4.15	4.75	4.50	10		
4	4.80	4.35	4.75	4.30	4.75	4.30	5.55	5.10	6.00	5.55	44		
5	6.25	5.70	5.55	5.15	5.55	5.15	6.65	6.20	7.25	6.75	40		
6	7.40	6.80	6.70	6.05	6.70	6.05	7.80	7.15	8.50	7.80	41		
7	8.60	7.95	7.80	7.20	7.80	7.20	8.95	8.30	9.80	9.10	50		
0"	0.30	0.30	0.20	0.20	0.20	0.20	1.05	1.05	1.00	1.00	17		
7"	8.55	8.25	7.90	7.55	7.90	7.55	8.95	8.60	9.80	9.40	18		
8	9.75	9.05	9.00	8.30	9.00	8.30	10.05	9.40	11.05	10.25	34		
9	10.60	9.60	9.75	8.80	9.75	8.80	10.80	9.90	11.90	10.80	37		
10	10.80	9.45	9.95	9.10	9.95	9.10	11.00	9.90	12.10	10.90	37		

TB ₁₁														
LS	T _A	T _E	T _A	T _E	Rissbereich		MA		ME	QA	Q _E	t _{LS}		
	Messbereich		Rissbereich		Rissbereich		MA		ME	QA	Q _E	t _{LS}		
	mt	mt	mt	mt	mt	mt	mt	mt	mt	t	t	min		
0	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40	62		
1	1.20	0.95	1.20	1.15	1.15	1.15	3.20	2.95	3.40	3.10	3.10	41		
2	1.75	1.55	2.50	2.25	2.25	2.25	5.00	4.60	5.40	4.95	4.95	55		
3	2.30	2.15	3.30	2.75	2.75	2.75	6.40	5.70	6.90	6.15	6.15	40		
0'	0.20	0.20	0.40	0.40	0.40	0.40	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40	25		
3'	2.55	2.40	3.05	2.85	2.85	2.85	6.40	6.05	6.90	6.60	6.60	15		
4	3.40	3.10	3.55	3.20	3.20	3.20	7.75	7.10	8.40	7.70	7.70	32		
5	4.10	3.65	4.25	3.75	3.75	3.75	9.10	8.20	9.95	8.95	8.95	35		
6	4.80	4.35	4.90	4.35	4.35	4.35	10.45	9.50	11.45	10.40	10.40	40		
7	5.55	4.95	5.50	5.05	5.05	5.05	11.80	10.75	12.95	11.80	11.80	39		
8	6.20	5.65	6.30	5.80	5.80	5.80	13.15	12.15	14.45	13.35	13.35	35		
0"	0.25	0.25	0.35	0.35	0.35	0.35	1.40	1.40	1.40	1.40	1.40	15		
8"	6.20	5.90	6.30	6.00	6.00	6.00	13.15	12.60	14.45	13.85	13.85	16		
9	6.85	6.30	7.00	6.50	6.50	6.50	14.50	13.45	15.95	14.75	14.75	44		
10	7.10	6.50	7.25	6.85	6.85	6.85	15.25	13.95	16.75	15.35	15.35	43		
11	6.90	6.60	7.75	7.15	7.15	7.15	15.60	14.25	17.20	15.65	15.65	38		
12	7.30	6.75	7.55	7.00	7.00	7.00	15.80	14.25	17.40	15.65	15.65	40		

Tabelle 7 (b): Belastungsablauf der Balken TB₁₀ und TB₁₁

TB ₁₂																		
LS	T _A		T _E		T _A	T _E		M _A		M _E		Q _A		Q _E		t _{LS}		
	Messbereich		Rissbereich		Rissbereich		Rissbereich		Rissbereich		Rissbereich		Rissbereich		Rissbereich			
	mt	mt	mt	mt	mt	mt	mt	mt	mt	mt	mt	mt	mt	mt	mt	mt		
	0	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	1.85	1.85	1.85	1.85	1.90	1.90	1.90	1.90	50	
1	0.65	0.65	0.70	0.65	0.70	0.65	0.65	3.65	3.65	3.40	3.40	3.90	3.90	3.65	3.65	40	40	
2	1.10	1.05	1.20	1.00	1.20	1.00	1.00	5.45	5.45	4.90	4.90	5.90	5.90	5.30	5.30	40	40	
3	1.45	1.30	1.70	1.60	1.70	1.60	1.60	7.25	7.25	6.65	6.65	7.95	7.95	7.25	7.25	38	38	
0'	0.20	0.20	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	1.85	1.85	1.85	1.85	1.90	1.90	1.90	1.90	20	20	
3'	1.50	1.40	1.75	1.60	1.75	1.60	1.60	7.25	7.25	6.90	6.90	7.95	7.95	7.55	7.55	22	22	
4	2.05	1.95	2.25	2.05	2.25	2.05	2.05	9.55	9.55	8.80	8.80	10.45	10.45	9.65	9.65	36	36	
5	2.65	2.45	2.80	2.60	2.80	2.60	2.60	11.80	11.80	10.90	10.90	12.90	12.90	11.95	11.95	35	35	
6	3.10	2.95	3.40	3.15	3.40	3.15	3.15	14.05	14.05	12.90	12.90	15.45	15.45	14.20	14.20	40	40	
7	3.60	3.35	4.10	3.75	4.10	3.75	3.75	16.30	16.30	14.95	14.95	17.95	17.95	16.45	16.45	53	53	
8	3.95	3.60	4.30	3.90	4.30	3.90	3.90	17.05	17.05	15.50	15.50	18.80	18.80	17.05	17.05	50	50	
0"	0.15	0.15	0.35	0.35	0.35	0.35	0.35	1.85	1.85	1.85	1.85	1.90	1.90	1.90	1.90	20	20	
8"	3.75	3.55	4.00	3.80	4.00	3.80	3.80	16.00	16.00	15.30	15.30	17.60	17.60	16.85	16.85	20	20	
9	4.20	3.85	4.30	3.95	4.30	3.95	3.95	17.40	17.40	16.05	16.05	19.20	19.20	17.70	17.70	35	35	
10	4.45	4.10	4.30	3.85	4.30	3.85	3.85	17.85	17.85	16.40	16.40	19.70	19.70	18.05	18.05	33	33	

TB ₁₃																		
LS	T _A		T _E		T _A		T _E		M _A		M _E		Q _A		Q _E		t _{LS}	
	Messbereich		Rissbereich		Rissbereich		Rissbereich		Rissbereich		Rissbereich		Rissbereich		Rissbereich		Rissbereich	
	m†	m†	m†	m†	m†	m†	m†	m†	m†	m†	m†	m†	m†	m†	m†	m†	m†	m†
0	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	1.65	1.65	1.65	1.65	0.85	0.85	0.85	0.85	47	47
1	1.20	1.15	1.15	1.10	1.15	1.10	1.15	1.10	3.15	3.15	3.05	3.15	1.85	1.85	1.75	1.75	32	32
2	2.10	1.85	2.10	1.90	2.10	1.90	2.10	1.90	4.65	4.65	4.30	4.65	2.85	2.85	2.60	2.60	38	38
3	2.95	2.70	3.10	2.80	3.10	2.80	3.10	2.80	6.15	6.15	5.75	6.15	3.85	3.85	3.55	3.55	45	45
4	3.90	3.50	3.90	3.50	3.90	3.50	3.90	3.50	7.65	7.65	7.00	7.65	4.85	4.85	4.40	4.40	39	39
0'	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	1.65	1.65	1.65	1.65	0.85	0.85	0.85	0.85	25	25
4'	3.90	3.65	3.90	3.65	3.90	3.65	3.90	3.65	7.65	7.65	7.25	7.65	4.85	4.85	4.60	4.60	20	20
5	4.80	4.40	4.80	4.45	4.80	4.45	4.80	4.45	9.20	9.20	8.50	9.20	5.85	5.85	5.45	5.45	38	38
6	5.75	5.25	5.70	5.20	5.70	5.20	5.70	5.20	10.70	10.70	9.85	10.70	6.85	6.85	6.30	6.30	40	40
7	6.75	6.15	6.55	6.00	6.55	6.00	6.55	6.00	12.20	12.20	11.30	12.20	7.85	7.85	7.25	7.25	40	40
8	7.70	7.05	7.45	6.85	7.45	6.85	7.45	6.85	13.70	13.70	12.70	13.70	8.85	8.85	8.20	8.20	40	40
0"	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	0.30	1.65	1.65	1.65	1.65	0.85	0.85	0.85	0.85	20	20
8"	7.65	7.20	7.50	7.05	7.50	7.05	7.50	7.05	13.70	13.70	13.00	13.70	8.85	8.85	8.40	8.40	15	15
9	8.65	7.85	8.35	7.65	8.35	7.65	8.35	7.65	15.20	15.20	13.95	15.20	9.90	9.90	9.05	9.05	39	39
10	8.80	8.05	8.70	7.90	8.70	7.90	8.70	7.90	15.60	15.60	14.30	15.60	10.15	10.15	9.30	9.30	35	35
11	8.85	8.05	9.05	7.95	9.05	7.95	9.05	7.95	15.75	15.75	14.30	15.75	10.25	10.25	9.25	9.25	40	40

Tabelle 7 (c): Belastungsablauf der Balken TB₁₂ und TB₁₃

TB ₁₄												
LS	T _A	T _E	T _A	T _E	M _A	M _E	Q _A	Q _E	t _{LS}			
	Messbereich		Rissbereich									
	m†	m†	m†	m†								
0	0.30	0.30	0.30	0.30	2.20	2.20	1.20	1.20	55			
1	1.05	0.95	0.90	0.85	4.45	4.20	2.70	2.55	42			
2	1.75	1.60	1.55	1.35	6.70	6.05	4.25	3.80	38			
3	2.45	2.15	2.25	1.90	8.95	7.95	5.75	5.05	50			
4	3.10	2.80	2.90	2.60	11.20	10.15	7.25	6.55	37			
0'	0.30	0.30	0.30	0.30	2.20	2.20	1.20	1.20	20			
4'	3.10	2.90	2.90	2.75	11.20	10.60	7.25	6.80	19			
5	3.75	3.40	3.70	3.40	13.50	12.40	8.75	8.05	34			
6	4.45	4.10	4.35	4.00	15.75	14.60	10.25	9.50	40			
7	5.25	4.80	4.90	4.50	18.00	16.50	11.75	10.75	46			
8	5.70	5.15	5.10	4.65	19.00	17.35	12.40	11.30	58			
0"	0.30	0.30	0.30	0.30	2.20	2.20	1.20	1.20	24			
8"	5.40	5.05	4.95	4.60	18.30	17.10	11.95	11.15	21			
9	5.90	5.45	5.20	4.80	19.45	18.05	12.75	11.80	39			
10	6.10	5.55	5.35	4.90	19.95	18.30	13.05	11.95	40			
11	6.35	5.75	5.40	5.00	20.40	18.75	13.35	12.25	31			
12	6.40	5.75	5.60	5.05	20.70	18.85	13.55	12.35	31			
13	6.35	5.75	5.75	5.30	20.85	19.15	13.65	12.55	30			
14	6.50	5.75	5.75	5.30	21.05	19.15	13.80	12.55	32			

TB ₁₅												
LS	T _A	T _E	T _A	T _E	M _A		M _E	Q _A	Q _E	t _{LS}		
	Messbereich		Rissbereich									
	m†	mt	mt	mt	mt	mt	mt	†	†	min		
0	0.25	0.25	0.25	0.25	2.95	2.95	2.95	1.70	1.70	55		
1	0.50	0.45	0.50	0.45	4.45	4.20	4.20	2.70	2.55	55		
2	0.80	0.70	0.80	0.75	6.70	6.10	6.10	4.20	3.80	42		
3	1.35	1.25	1.25	1.10	9.70	8.95	8.95	6.25	5.70	35		
4	1.75	1.60	1.70	1.55	12.70	11.65	11.65	8.25	7.55	30		
0'	0.25	0.25	0.25	0.25	2.95	2.95	2.95	1.70	1.70	25		
4'	1.75	1.65	1.70	1.65	12.70	12.10	12.10	8.25	7.85	23		
5	2.20	2.00	2.20	2.05	15.75	14.70	14.70	10.25	9.55	42		
6	2.60	2.40	2.70	2.50	18.75	17.40	17.40	12.25	11.35	45		
7	2.60	2.35	3.00	2.75	19.65	18.05	18.05	12.85	11.75	42		
8	2.80	2.55	3.00	2.80	20.40	18.80	18.80	13.35	12.25	44		
0"	0.25	0.25	0.25	0.25	2.95	2.95	2.95	1.70	1.70	25		
8"	2.70	2.55	2.85	2.70	19.50	18.45	18.45	12.75	12.05	16		
9	3.00	2.70	2.95	2.70	20.70	19.05	19.05	13.55	12.45	32		
10	3.00	2.70	3.10	2.85	21.15	19.45	19.45	13.85	12.70	35		
11	3.10	2.80	3.15	2.95	21.60	19.95	19.95	14.15	13.05	34		
12	3.10	2.85	3.30	3.00	22.10	20.40	20.40	14.45	13.35	33		
13	3.15	2.80	3.40	3.15	22.45	20.55	20.55	14.70	13.45	33		

Tabelle 7 (d): Belastungsablauf der Balken TB₁₄ und TB₁₅

Balken	σ_2		$\sqrt{\beta_w}$	$\sigma_2/\sqrt{\beta_w}$		Rissart
	1. Wert	2. Wert		1. Wert	2. Wert	
	kg/cm ²	kg/cm ²		—	—	
TB ₇	19.2		16.6	1.15		SR ¹⁾
TB ₈	20.0		16.6	1.20		SR
TB ₁₀	14.9		19.0	0.78		SR
TB ₁₁	34.6	40.4	20.0	1.73	2.02	BSR ²⁾
TB ₁₂	38.5	42.7	19.5	1.98	2.18	BSR
TB ₁₃	15.1		19.0	0.80		SR
TB ₁₄	29.3	41.2	18.8	1.56	2.19	BSR
TB ₁₅	28.8	34.8	20.3	1.42	1.71	BSR

1) Schubriss

2) Biegeschubriss

Tabelle 8: Hauptzugspannungen bei Rissbeginn

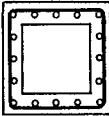
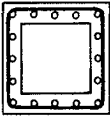
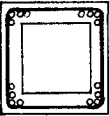
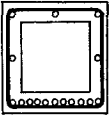
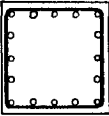
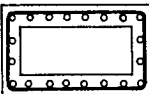
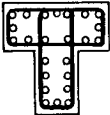
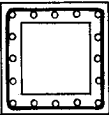
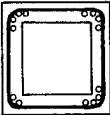
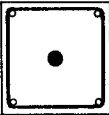
Reine Torsion					
	Versuchsbericht [1]				
Balken	T ₀	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄
Querschnitt					
Hauptparameter	Armierungs- gehalt hoch	Grundquerschnitt	Längseisen- verteilung	Biegearmierung	Vollquerschnitt
	Versuchsbericht [3]				
Balken	T ₅	T ₆	T ₇	T ₈	T ₉
Querschnitt					
Hauptparameter	Rechteck- querschnitt	T-Querschnitt	ungleiche Bügelarmierung	ungleiche Längs-u. Bügelarmierung	Vorspannung zentrisch

Bild 1: Versuchskörper „Reine Torsion“

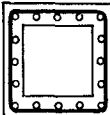
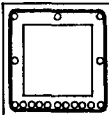
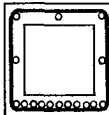
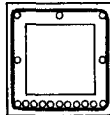
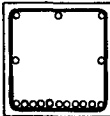
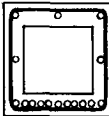
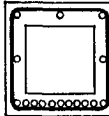
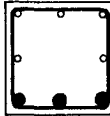
Torsion und Biegung				
	Versuchsbericht [2]			
Balken	TB ₀	TB ₁	TB ₂	TB ₃
Querschnitt				
Hauptparameter	Torsionsarmierung	Grundquerschnitt	Verhältnis Torsion / Biegung	Verhältnis Torsion / Biegung
	Versuchsbericht [2]			Versuchsbericht [3]
Balken	TB ₄	TB ₅	TB ₆	TB ₉
Querschnitt				
Hauptparameter	Vollquerschnitt	schwache Bügelarmierung	Risse in "falscher" Richtung	Vorspannung exzentrisch

Bild 2: Versuchskörper „Torsion und Biegung“

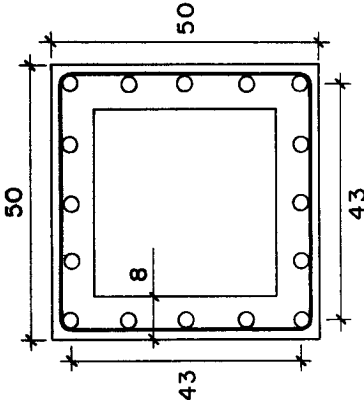
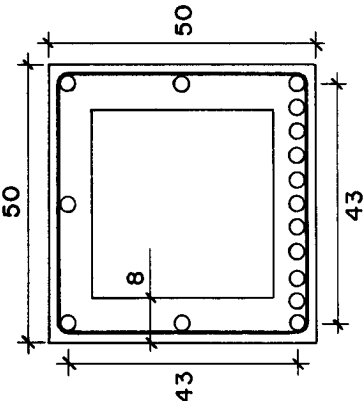
Belastungsart	Torsion und Querkraft		Torsion, Biegung und Querkraft					
Balkenbezeichnung	TB ₇	TB ₈	TB ₁₀	TB ₁₁	TB ₁₂	TB ₁₃	TB ₁₄	TB ₁₅
Querschnitt								
Hauptparameter	Grundquerschnitt	Verhältnis Bügel/Längsarmierung	Grund- querschnitt	Verhältnisse T/M; T/Q·a; M/Q·a				
Längseisen	16 Ø 10	16 Ø 14	16 Ø 10					
Bügel	Ø 10/s=11	Ø 8/s=11	Ø 6/s=8					
Verhältnis T/M	—	—	1	0.5	0.25	0.6	0.3	0.15
Verhältnis T/Qa	2	2	2	1	0.5	2	1	0.5
Verhältnis M/Qa	—	—	2		3 1/3			

Bild 3: Experimentelles Forschungsprogramm Torsion, Biegung und Querkraft

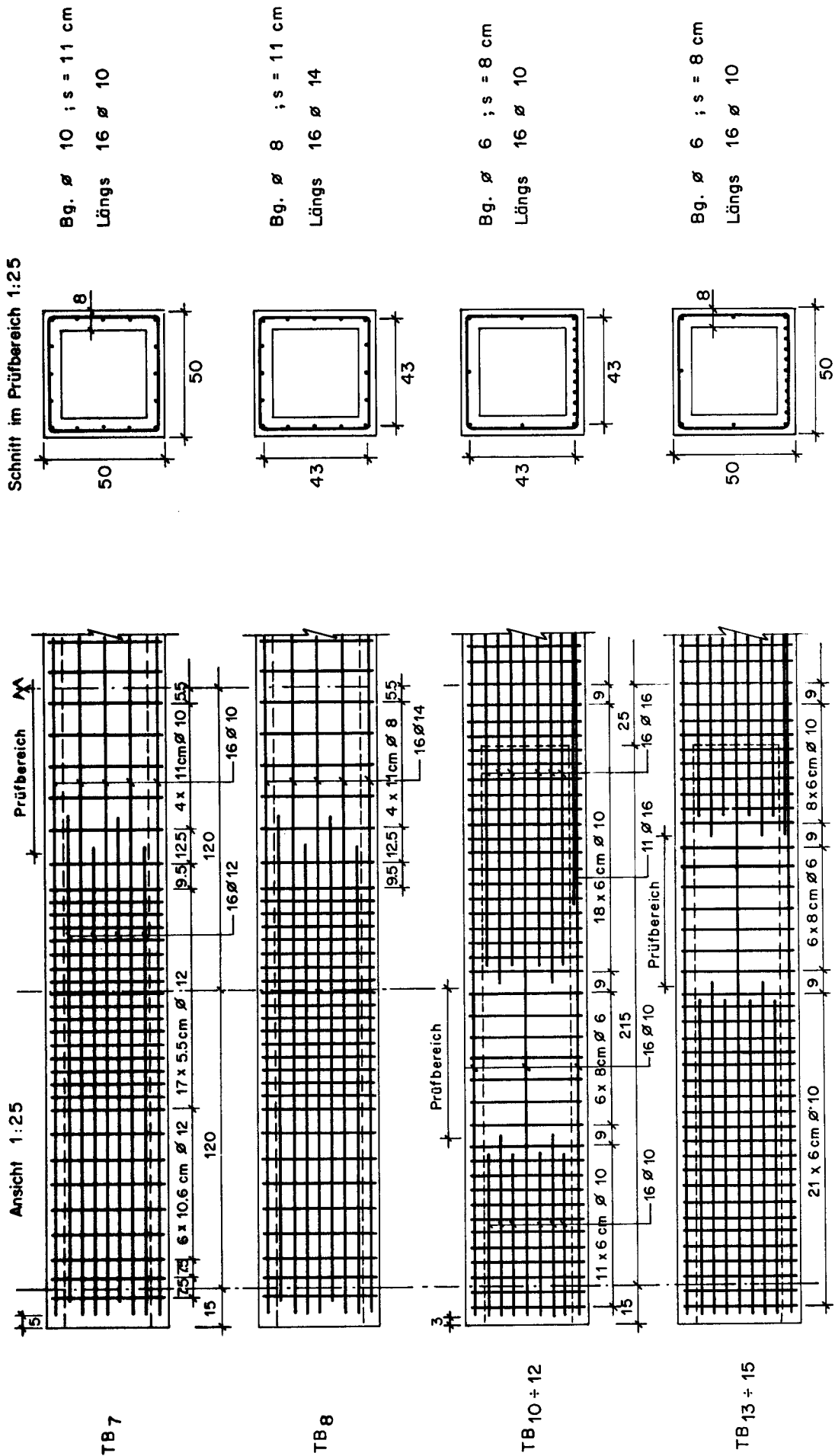


Bild 4: Armierung der Versuchsbalen TB7, TB8 und TB10 bis TB15

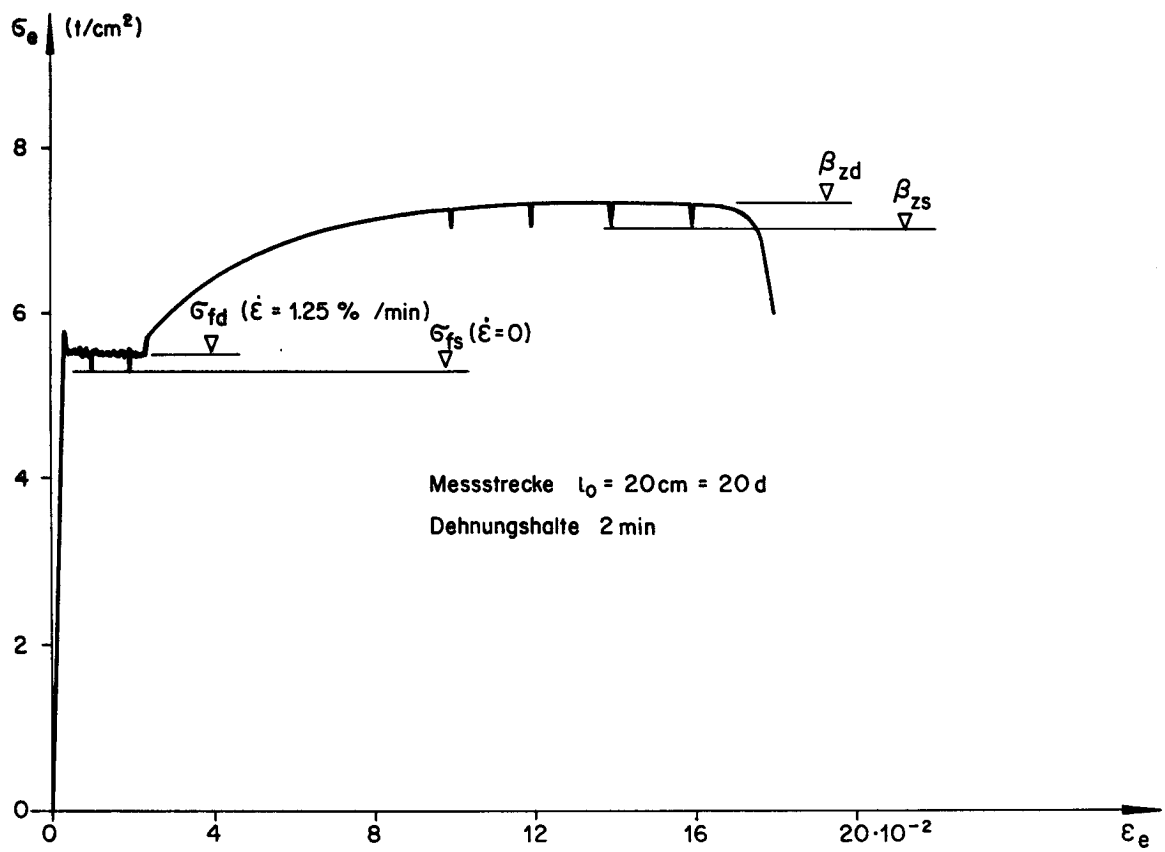


Bild 5: Spannungs-Dehnungs-Diagramm eines Boxstahles $\varnothing 10$

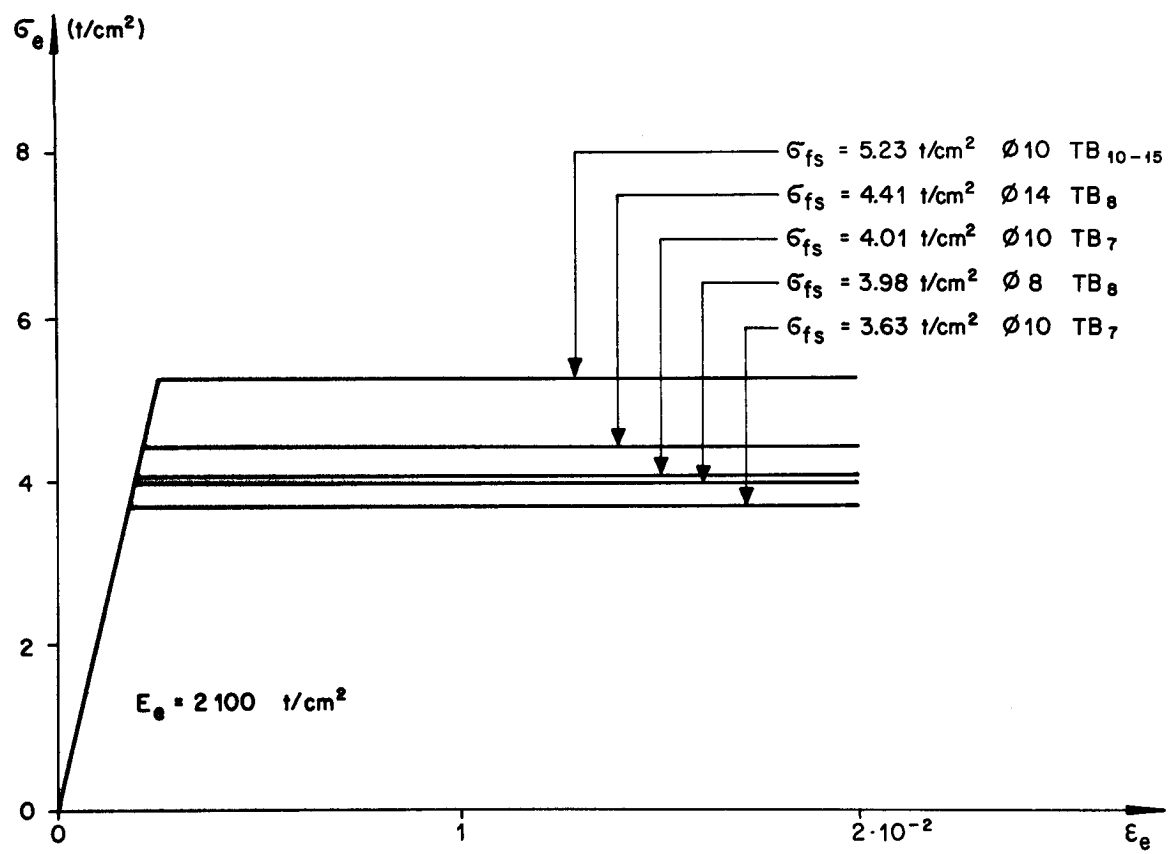


Bild 6: Gemittelte Spannungs-Dehnungs-Diagramme für Auswertung

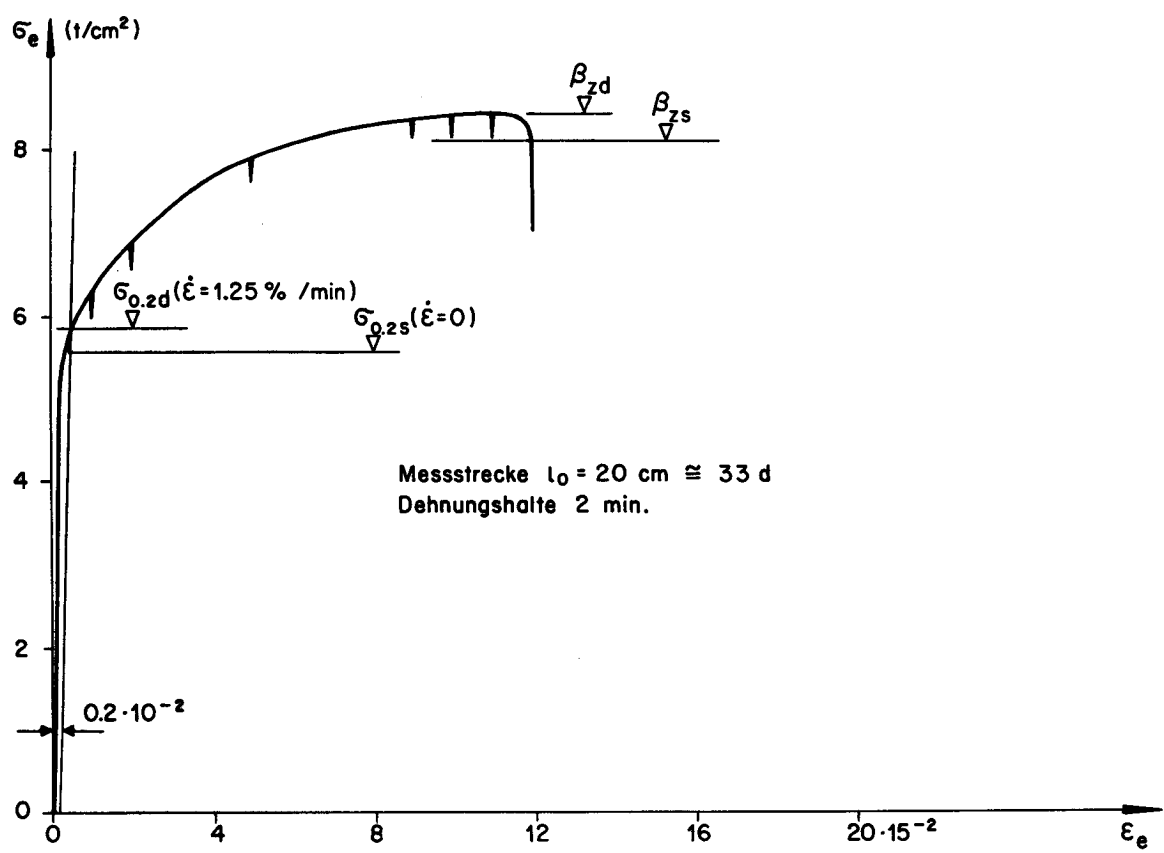


Bild 7: Spannungs-Dehnungs-Diagramm eines Boxstahles $\varnothing 6$

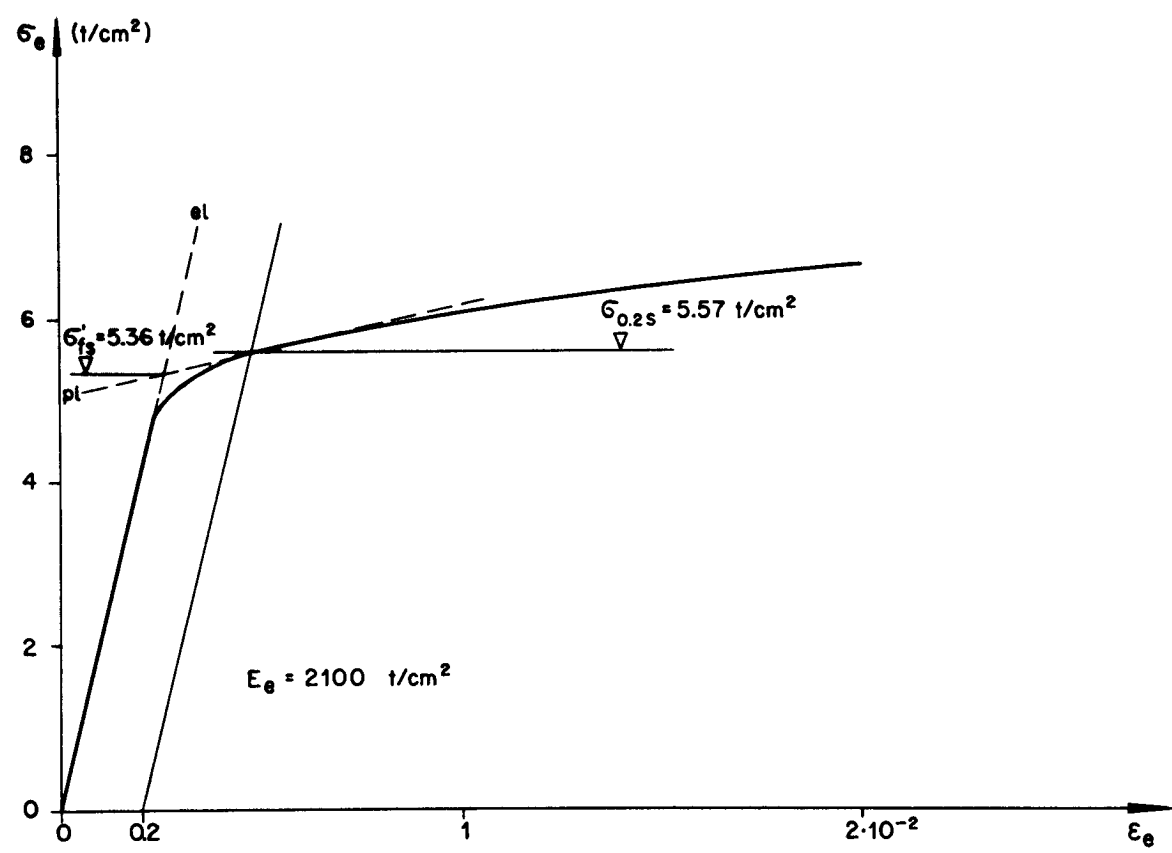


Bild 8: Gemittetes Spannungs-Dehnungs-Diagramm für Auswertung

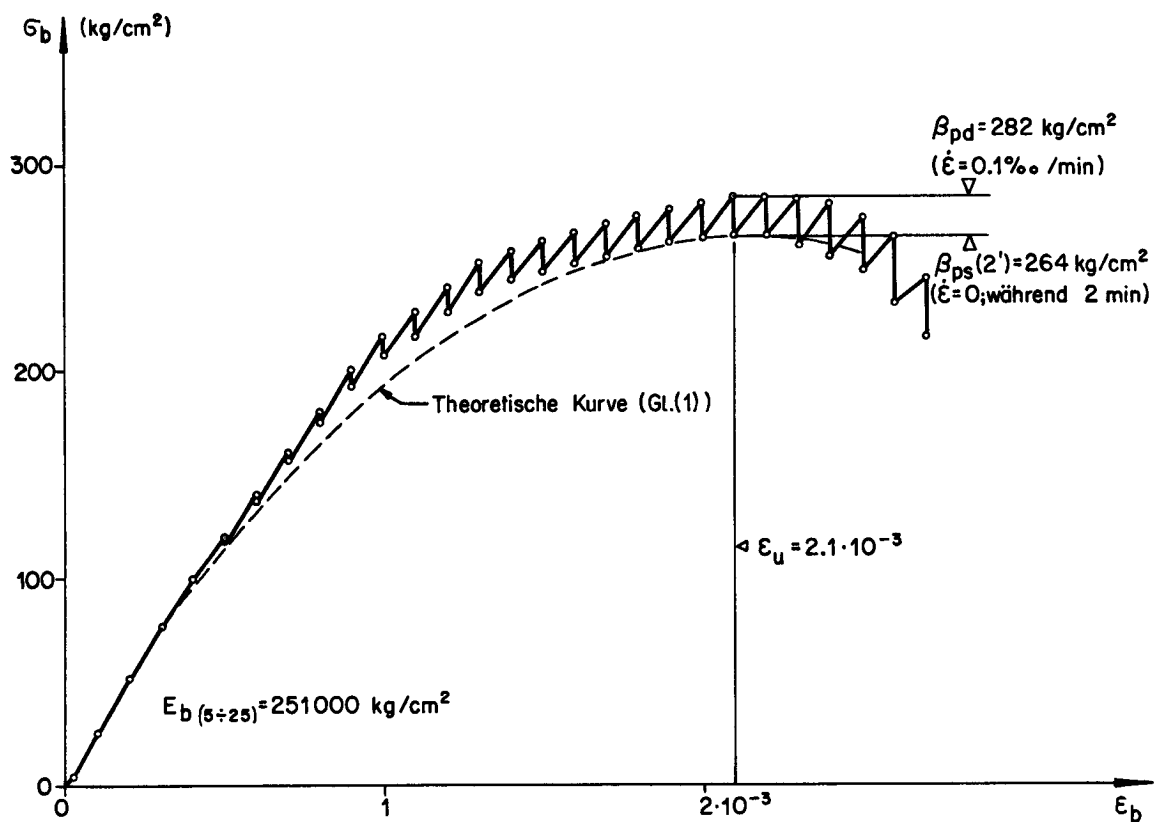


Bild 9: Spannungs-Dehnungs-Diagramm eines Betonprismas (TB₁₅)

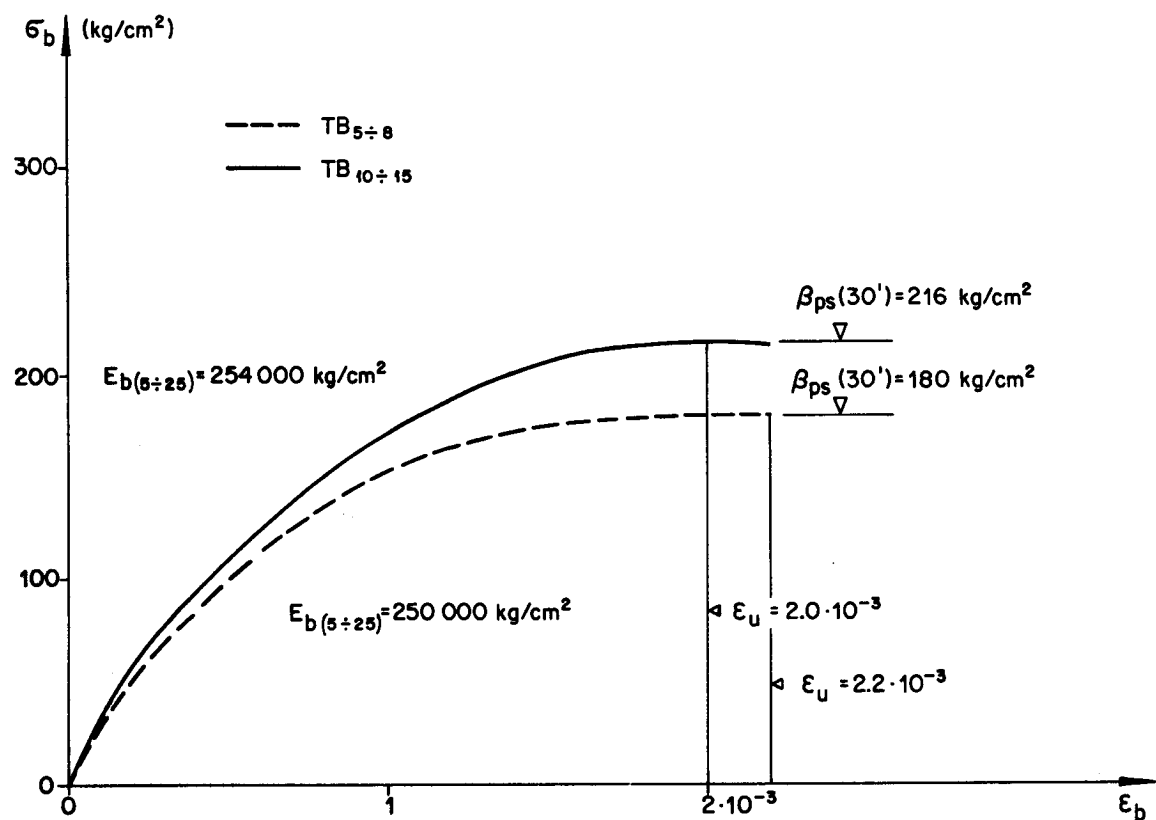


Bild 10: Gemittelte Spannungs-Dehnungs-Diagramme der Betonprismen für Auswertung

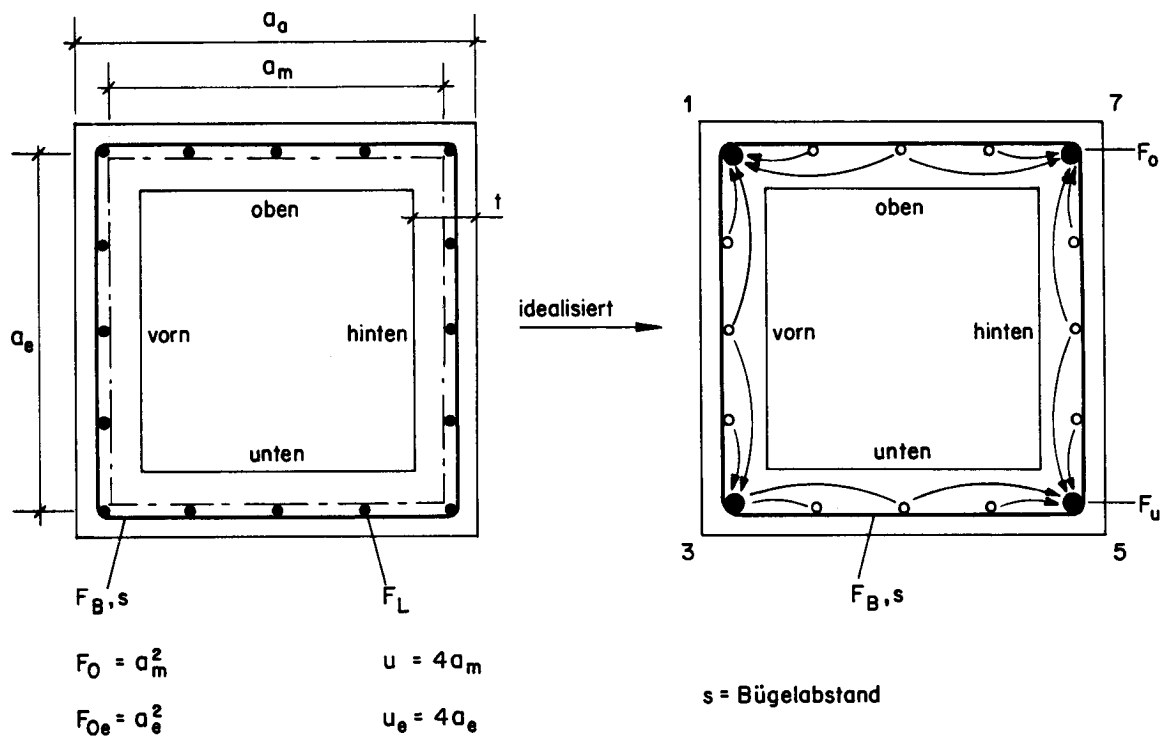


Bild 11: Bezeichnungen am quadratischen Hohlquerschnitt

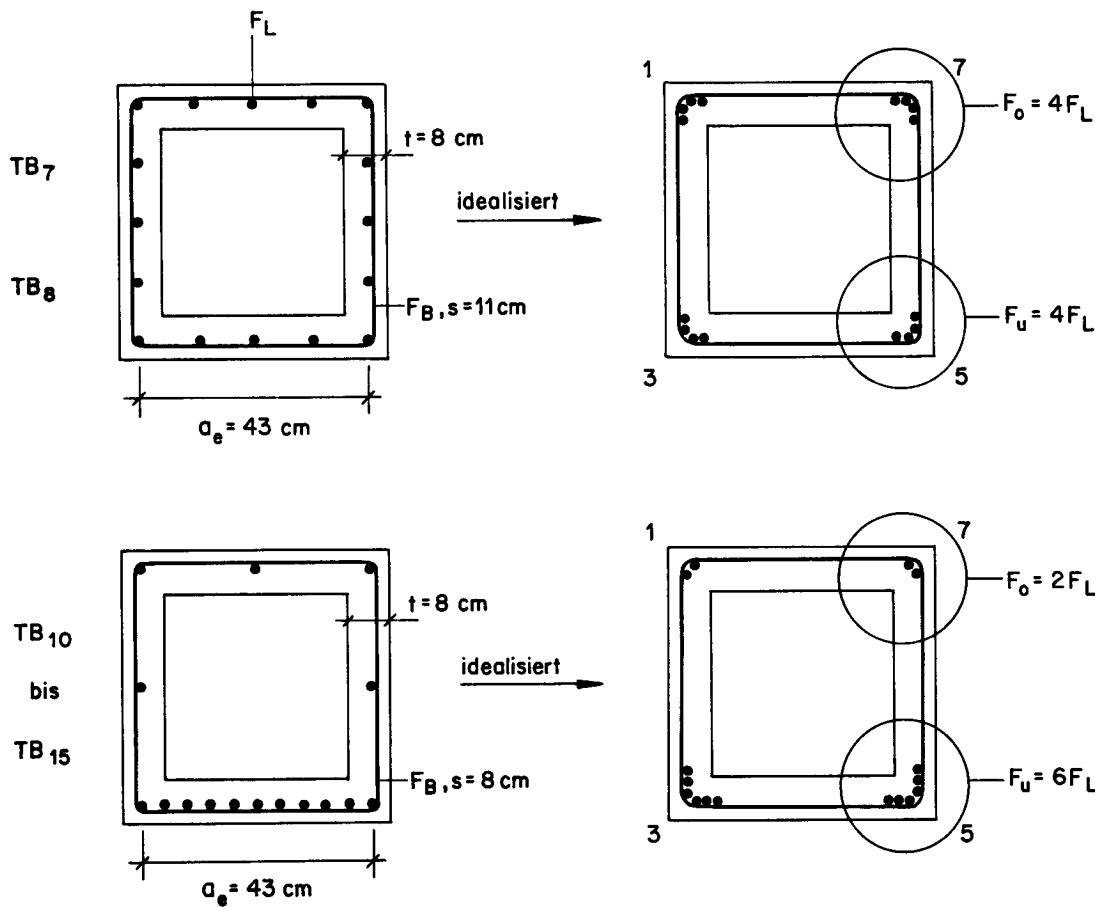


Bild 12: Idealisierung der Versuchsquerschnitte

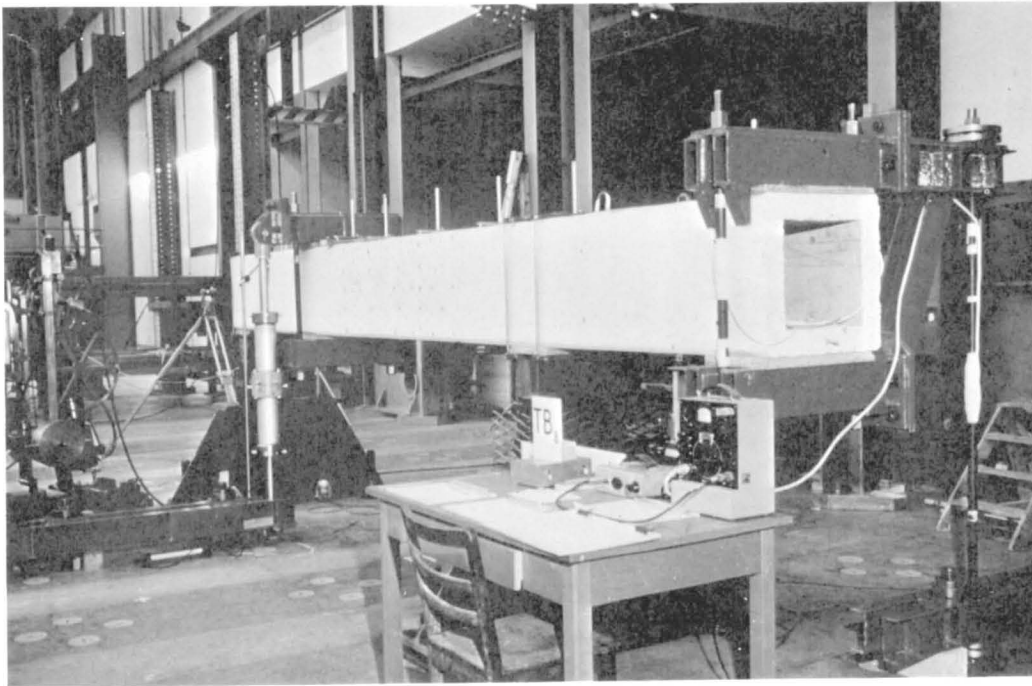


Bild 13(a): Versuchsanlage Torsion - Querkraft

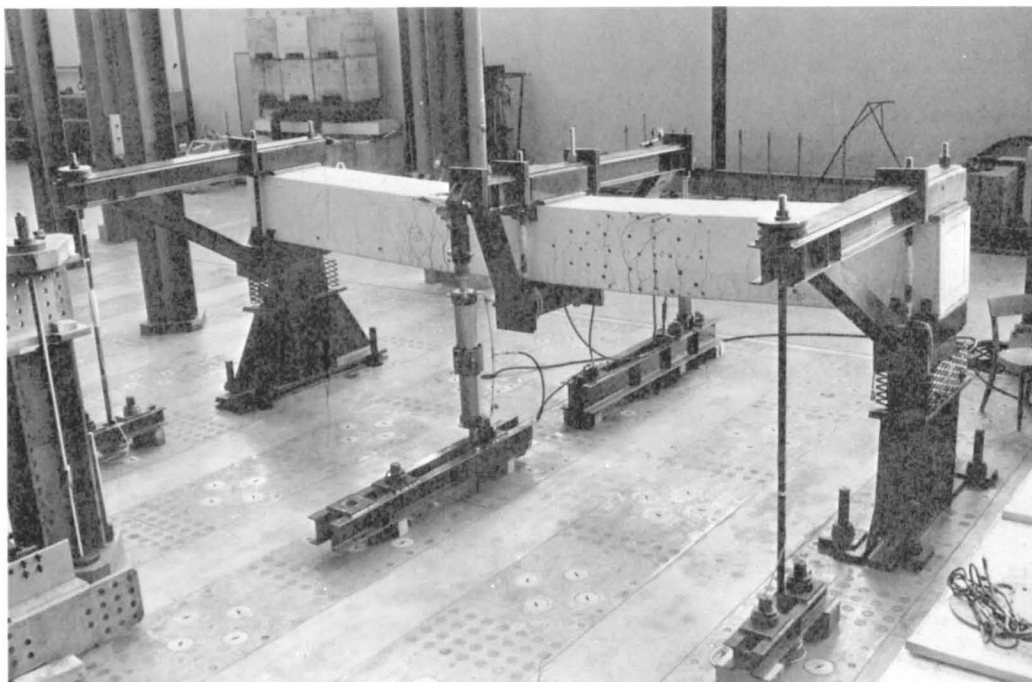


Bild 13(b): Versuchsanlage Torsion - Biegung - Querkraft

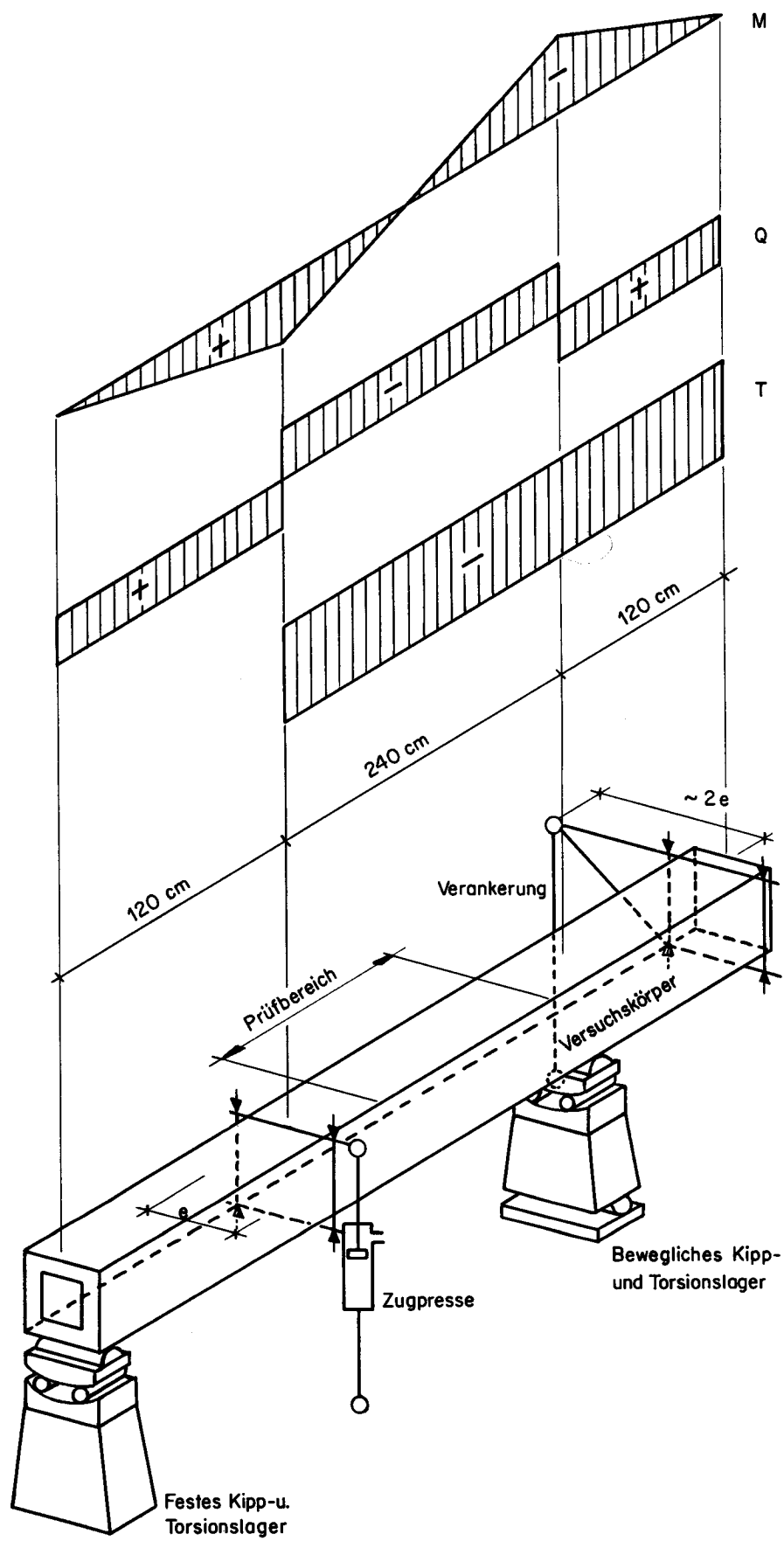


Bild 14: Schema der Versuchsanlage für Torsion und Querkraft

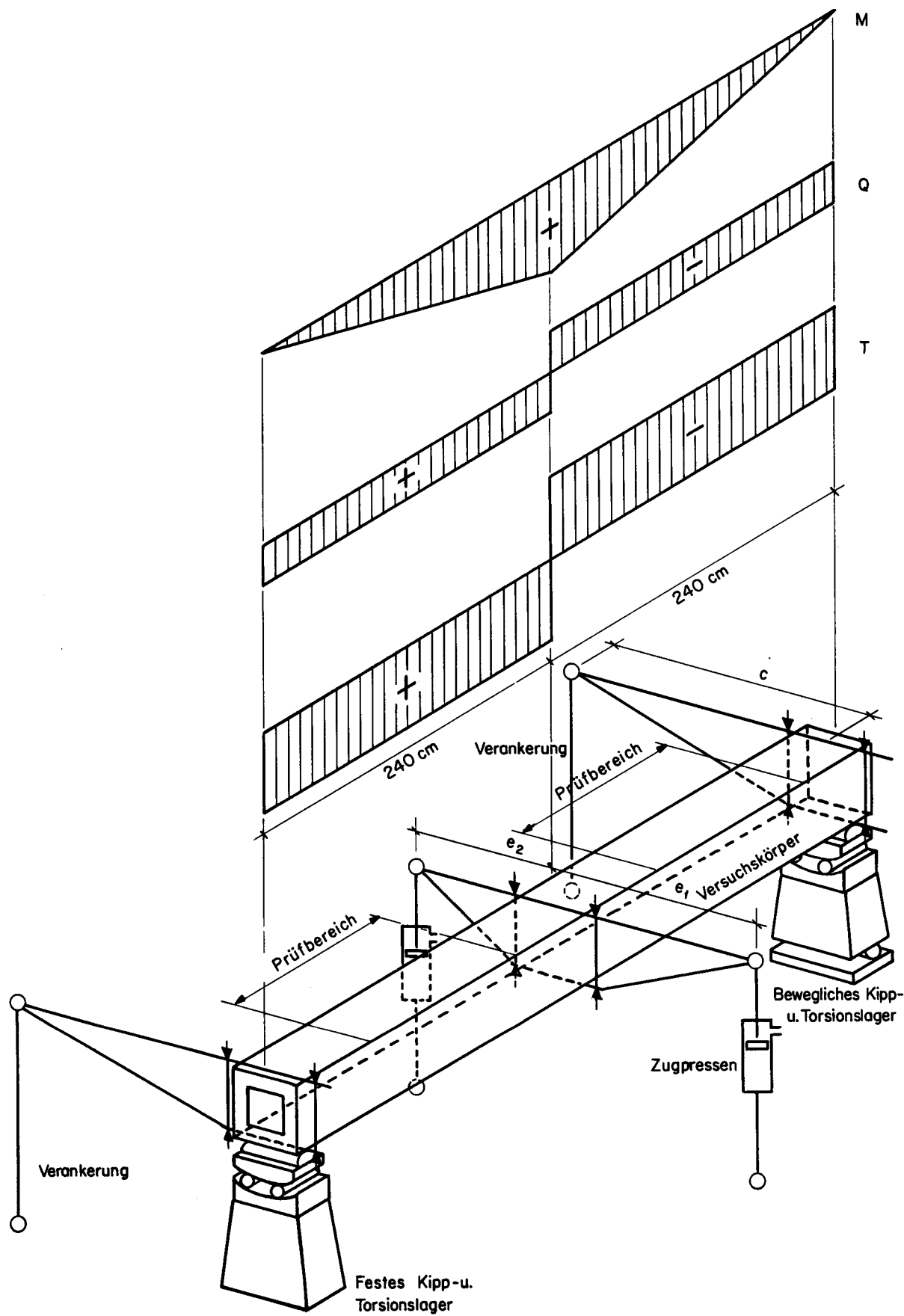


Bild 15: Schema der Versuchsanlage für Torsion, Biegung und Querkraft

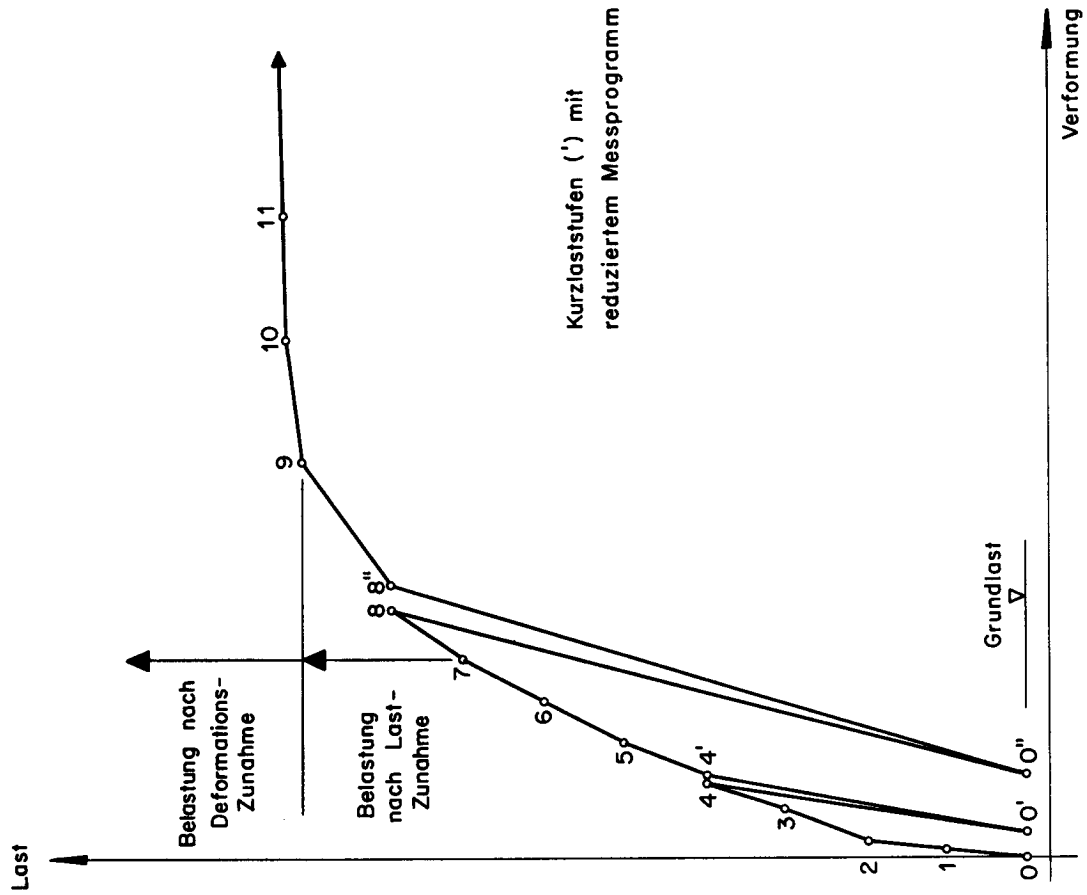


Bild 16: Generelles Belastungsschema

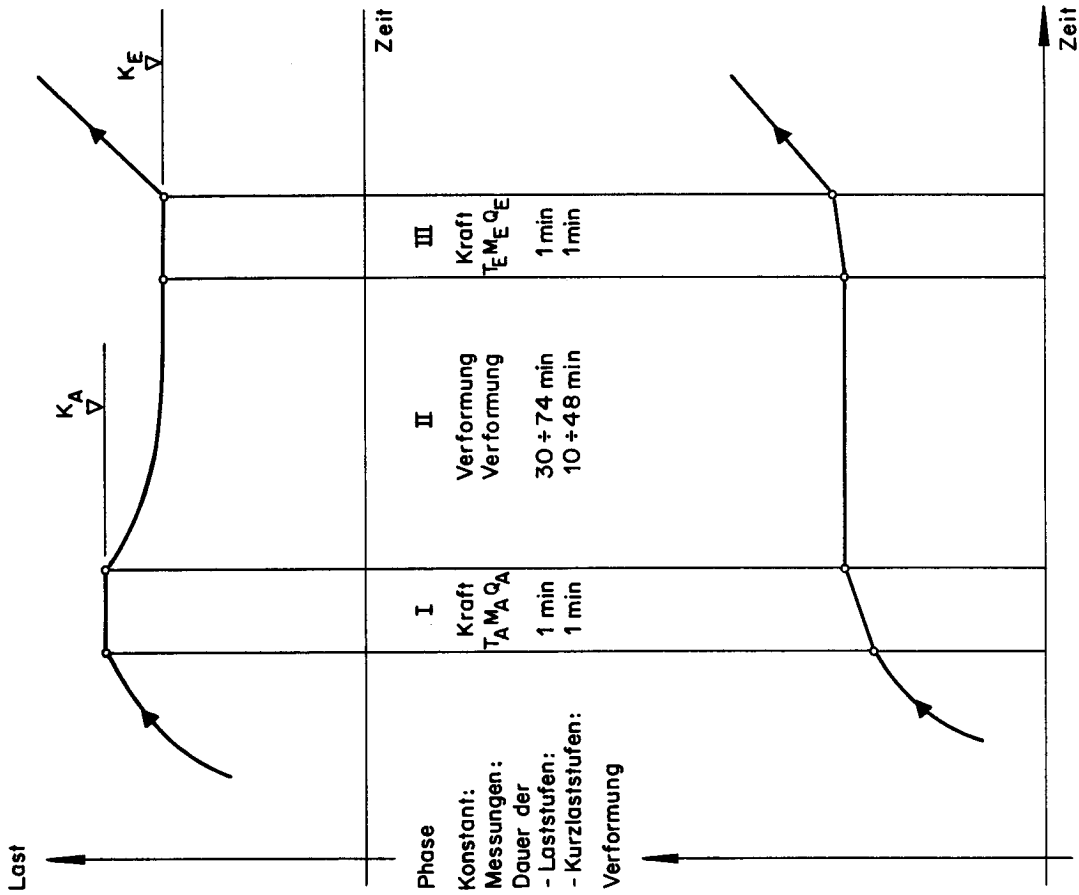


Bild 17: Schema einer Laststufe

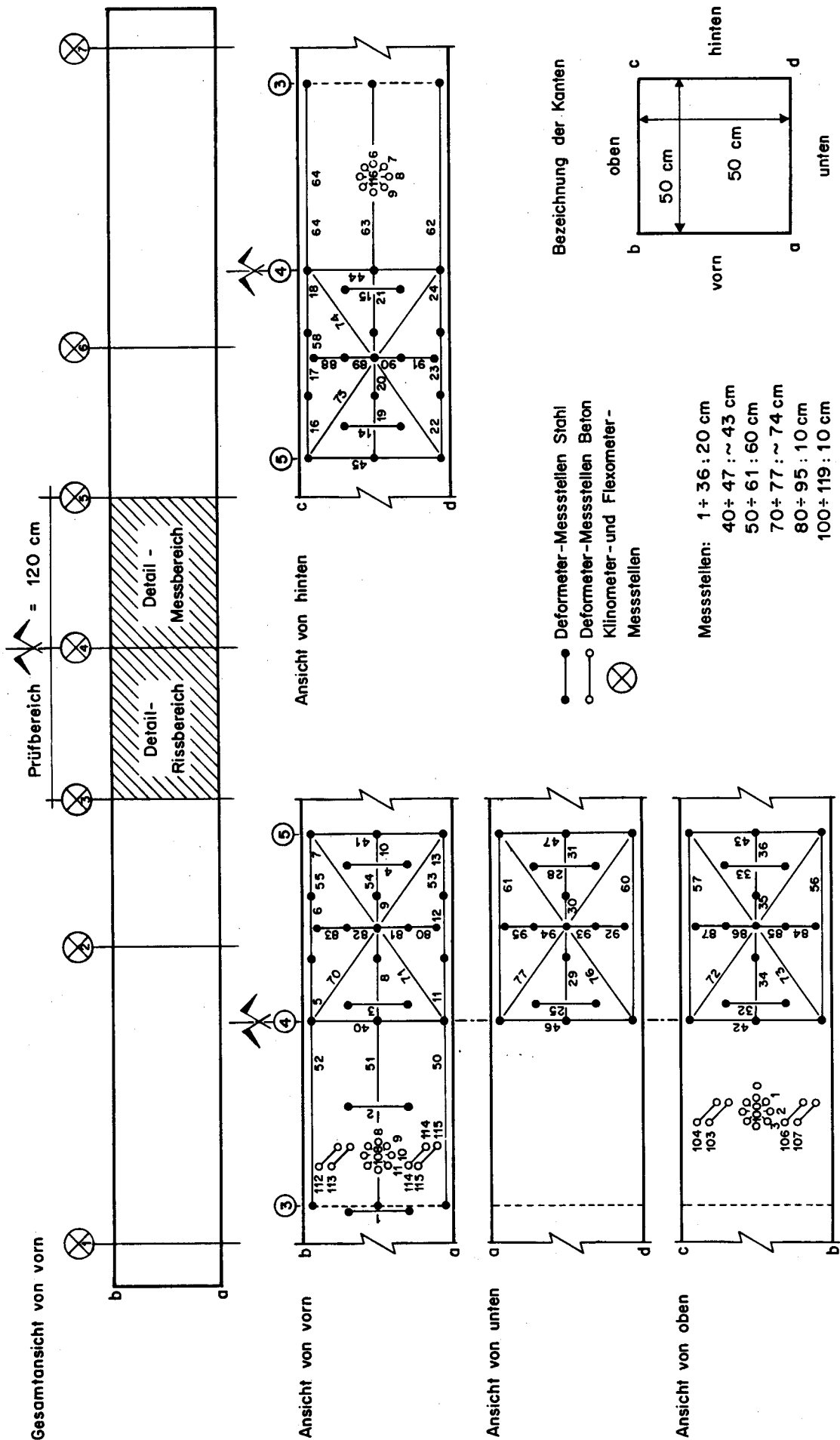


Bild 18: Messstellenplan der Balken TB₇ und TB₈

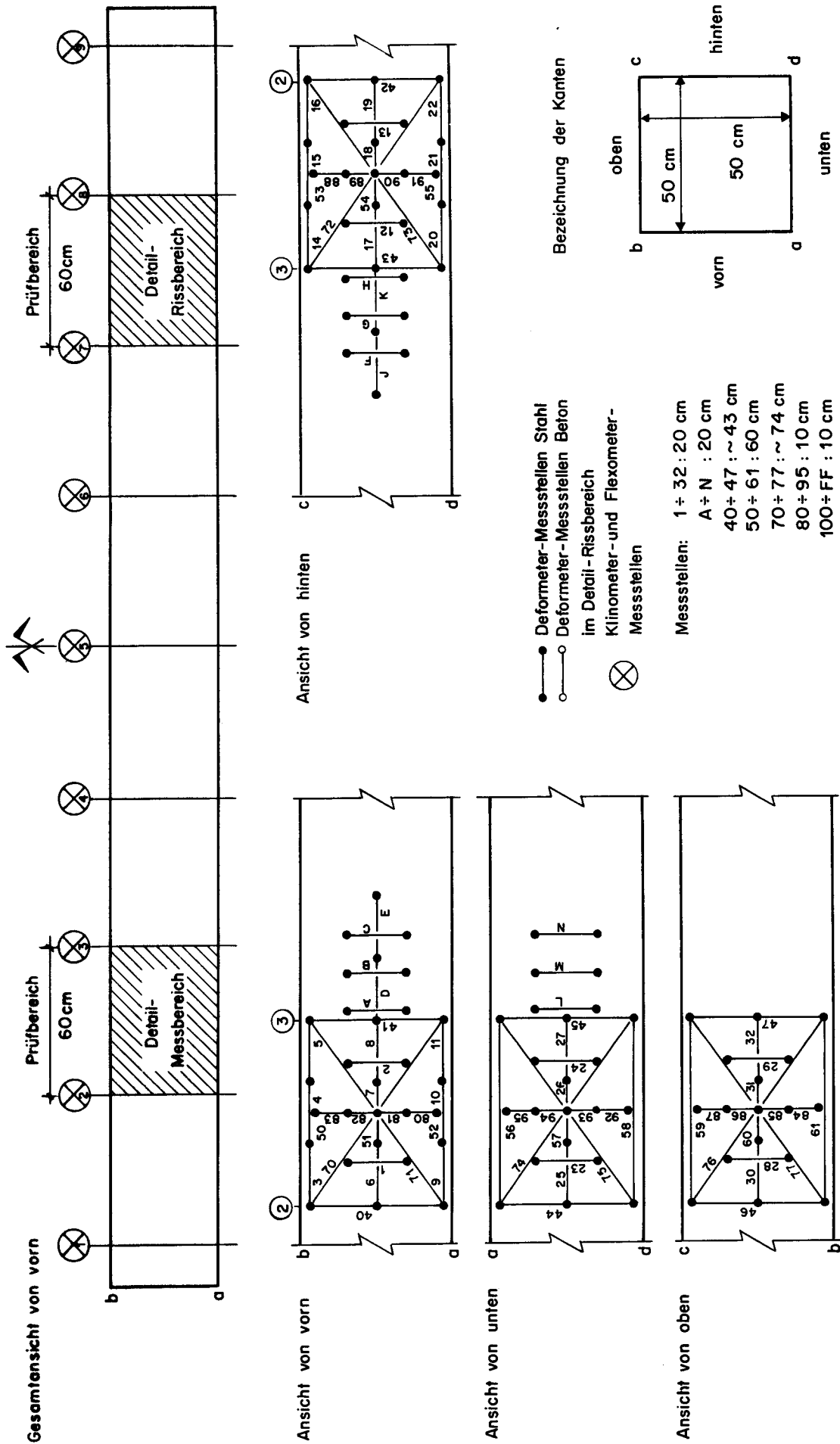


Bild 19: Messstellenplan der Balken TB₁₀ bis TB₁₂

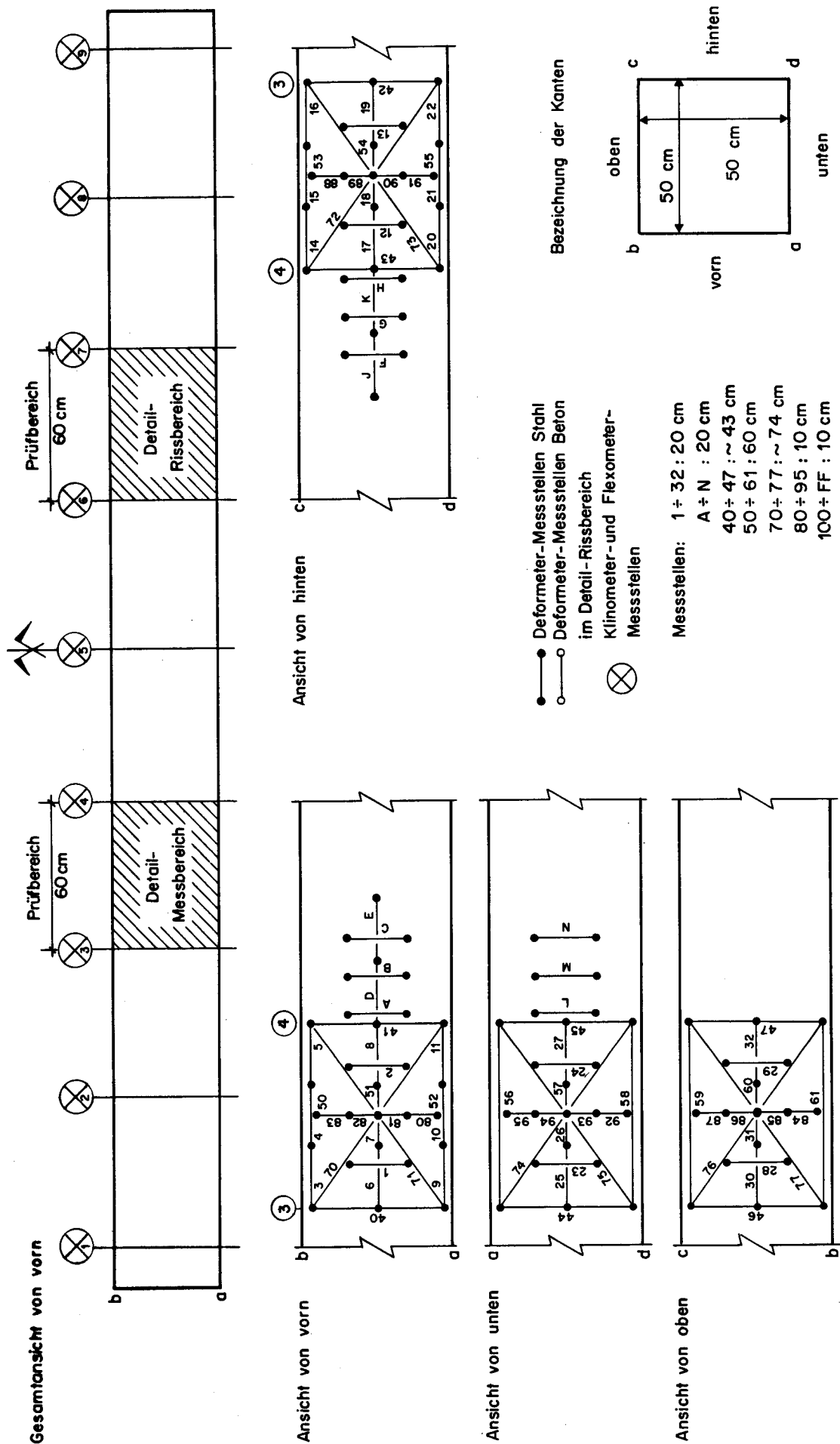


Bild 20: Messstellenplan der Balken TB₁₃ bis TB₁₅

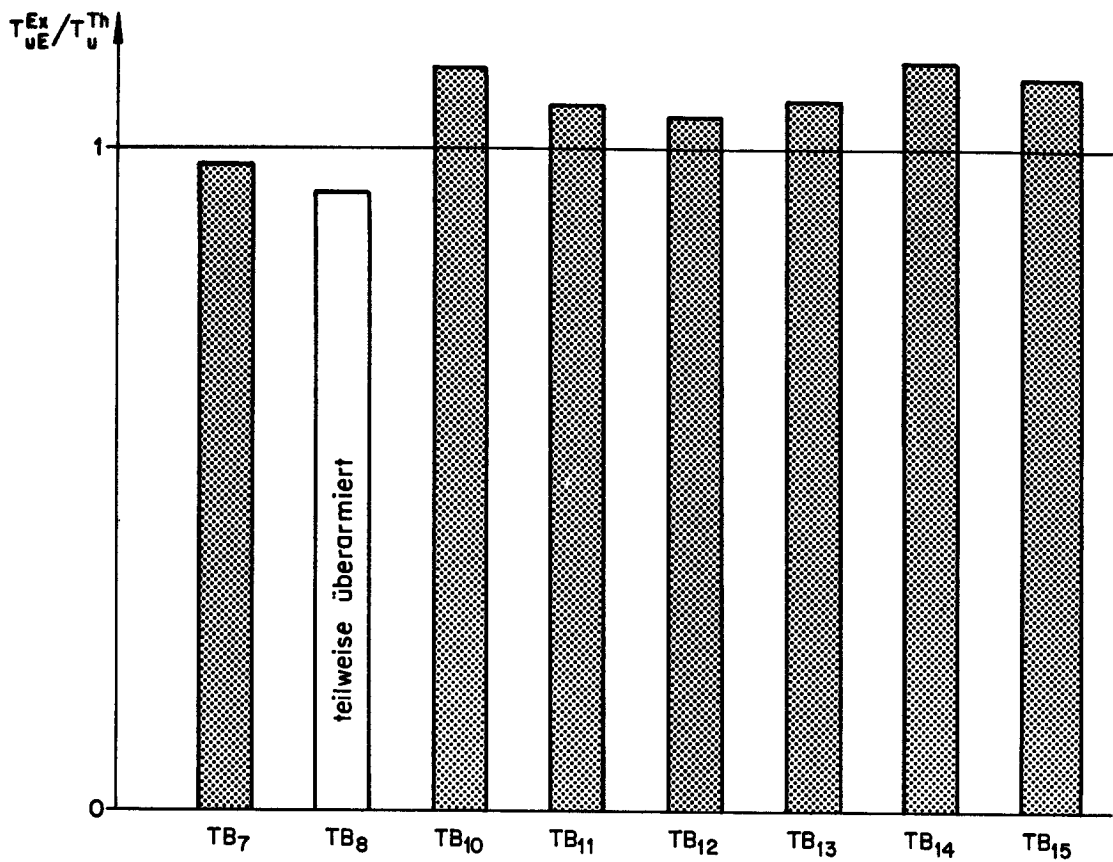


Bild 21: Vergleich der experimentellen Bruchmomente mit dem Fachwerkmodell

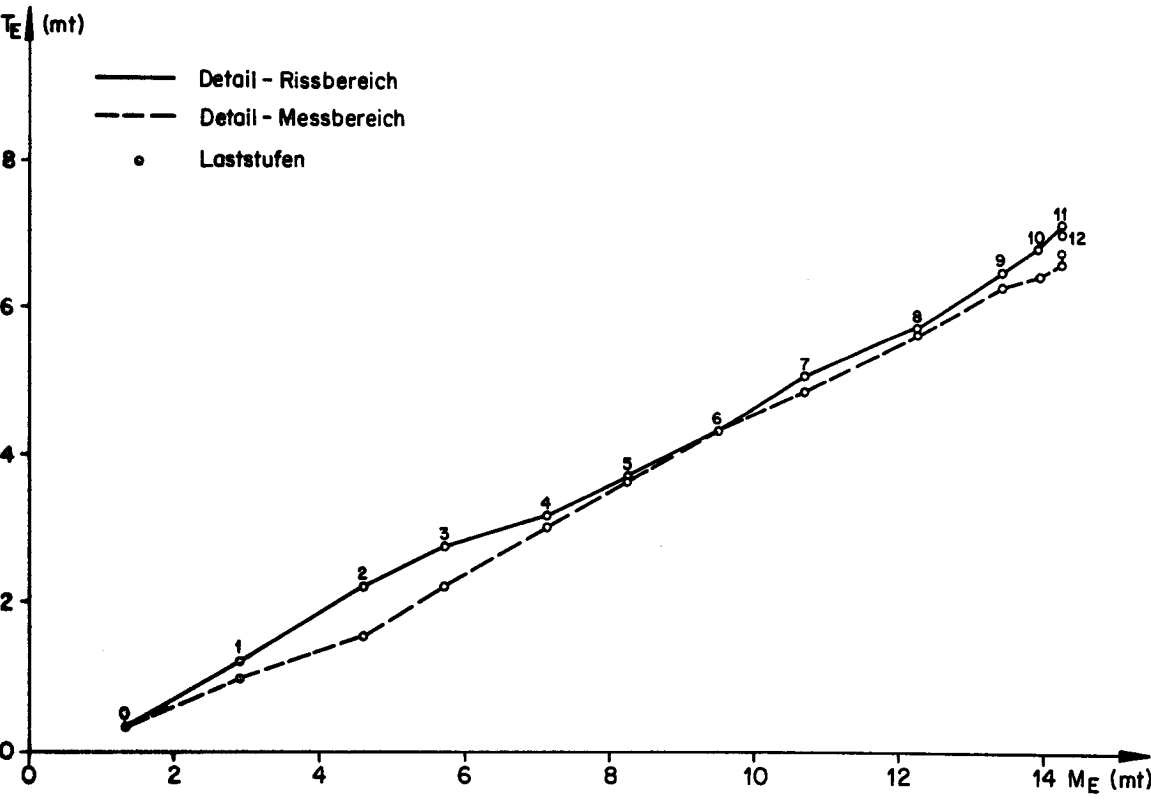


Bild 22: Charakteristisches Tragverhalten am Beispiel Balken TB₁₁

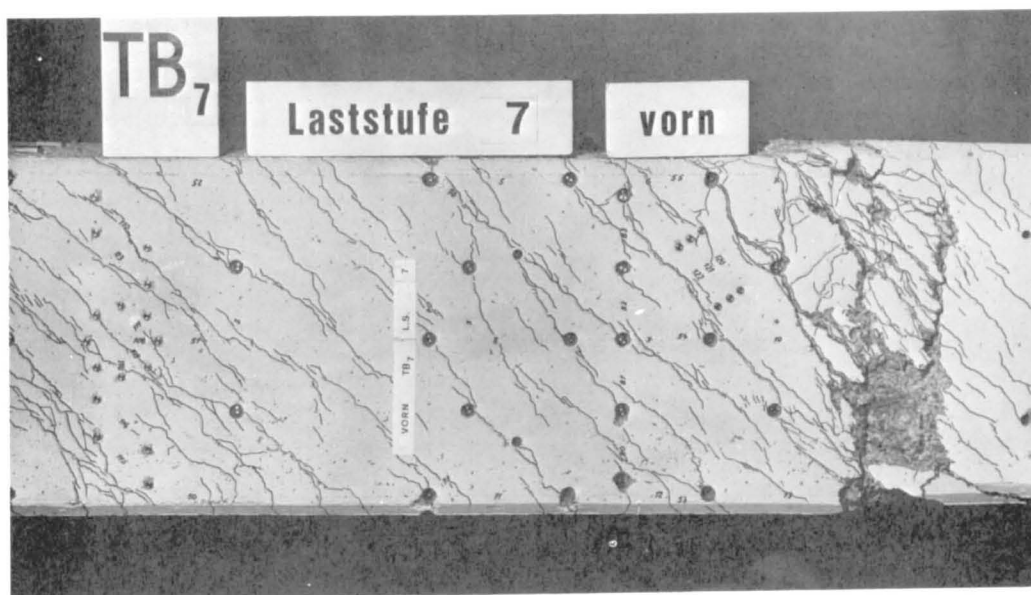


Bild 23(a): Bruchbereich Balken TB₇ (vorn)

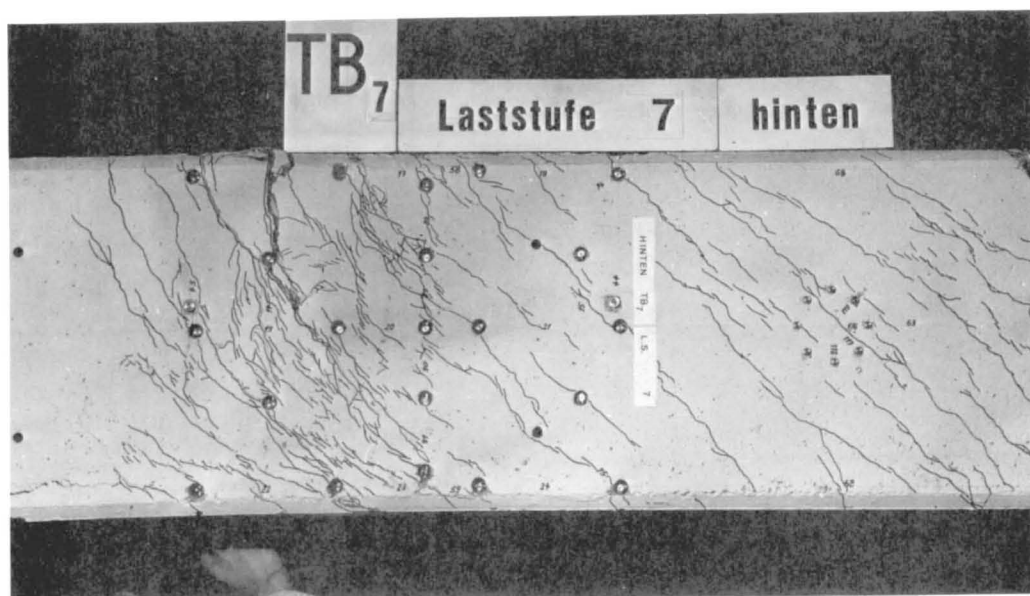


Bild 23(b): Bruchbereich Balken TB₇ (hinten)

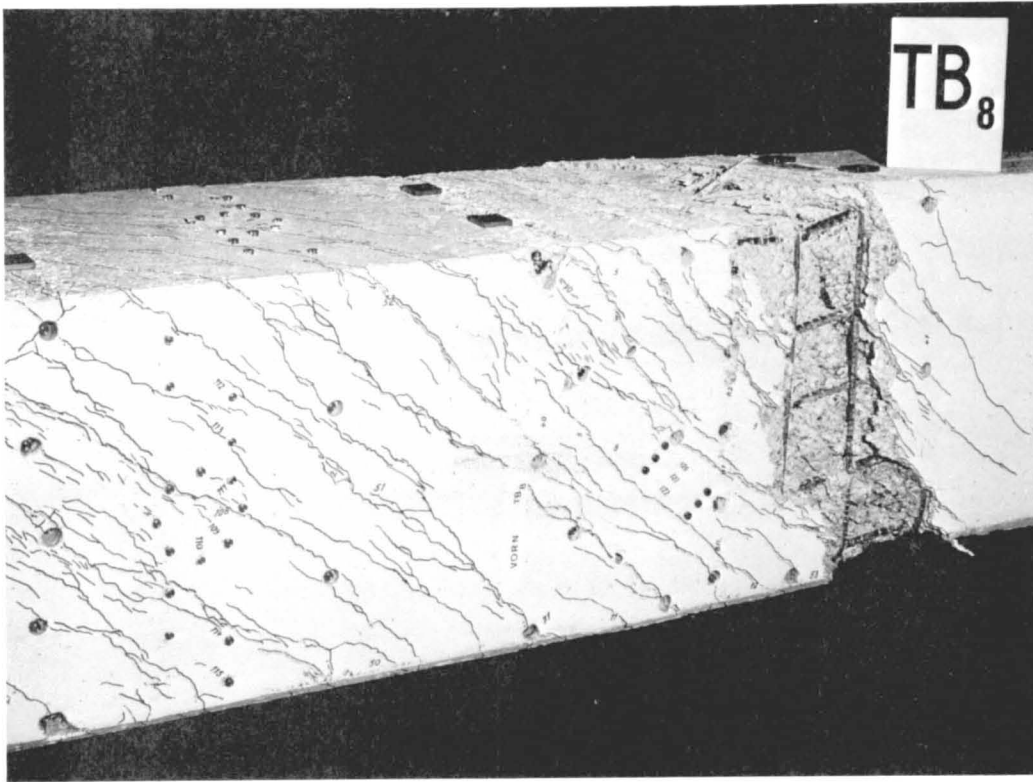


Bild 24(a): Bruchbereich Balken TB₈ (oben, vorn)

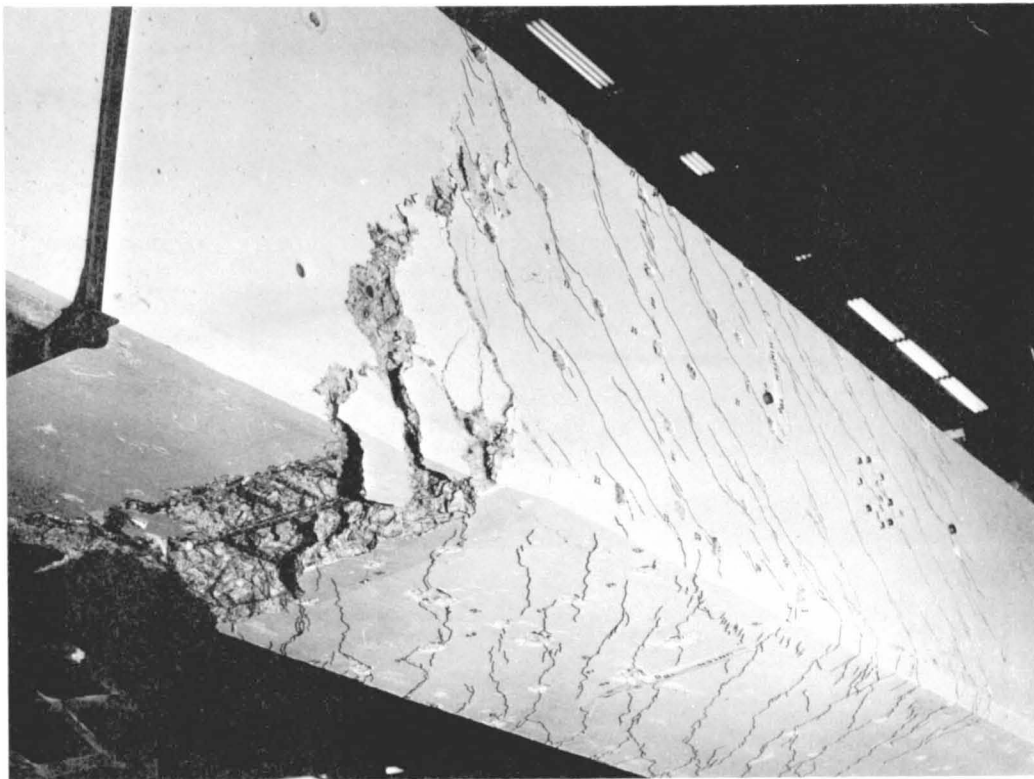


Bild 24(b): Bruchbereich Balken TB₈ (hinten, unten)

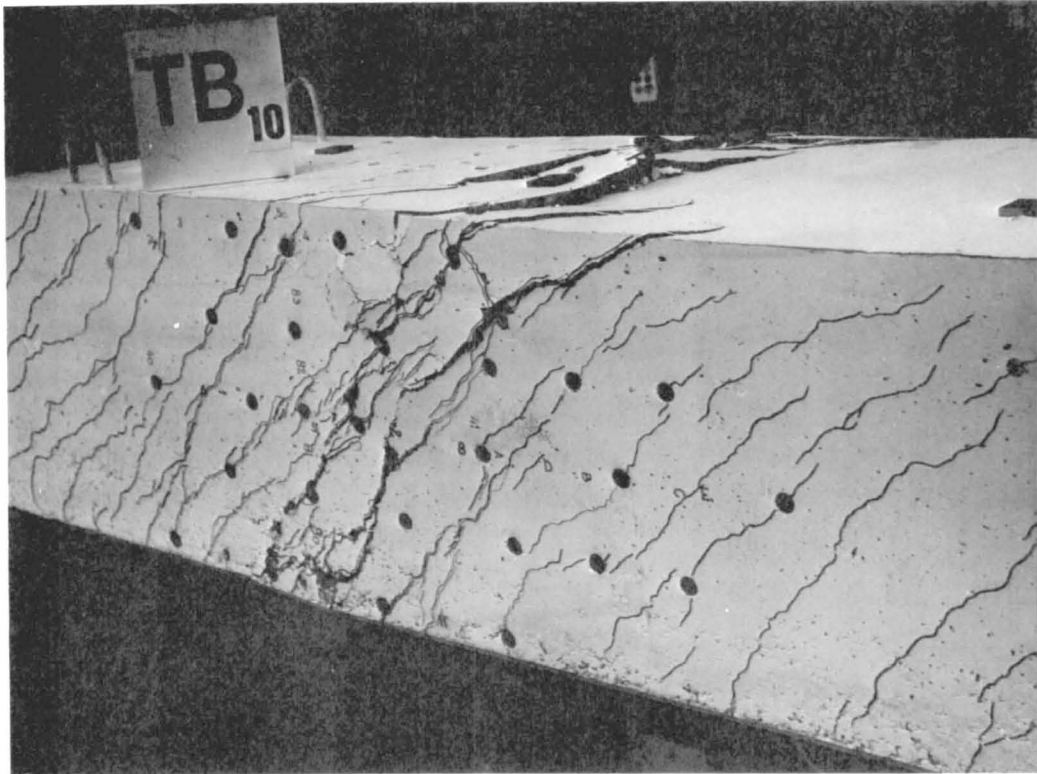


Bild 25(a) : Bruchbereich Balken TB₁₀ (oben, vorn)

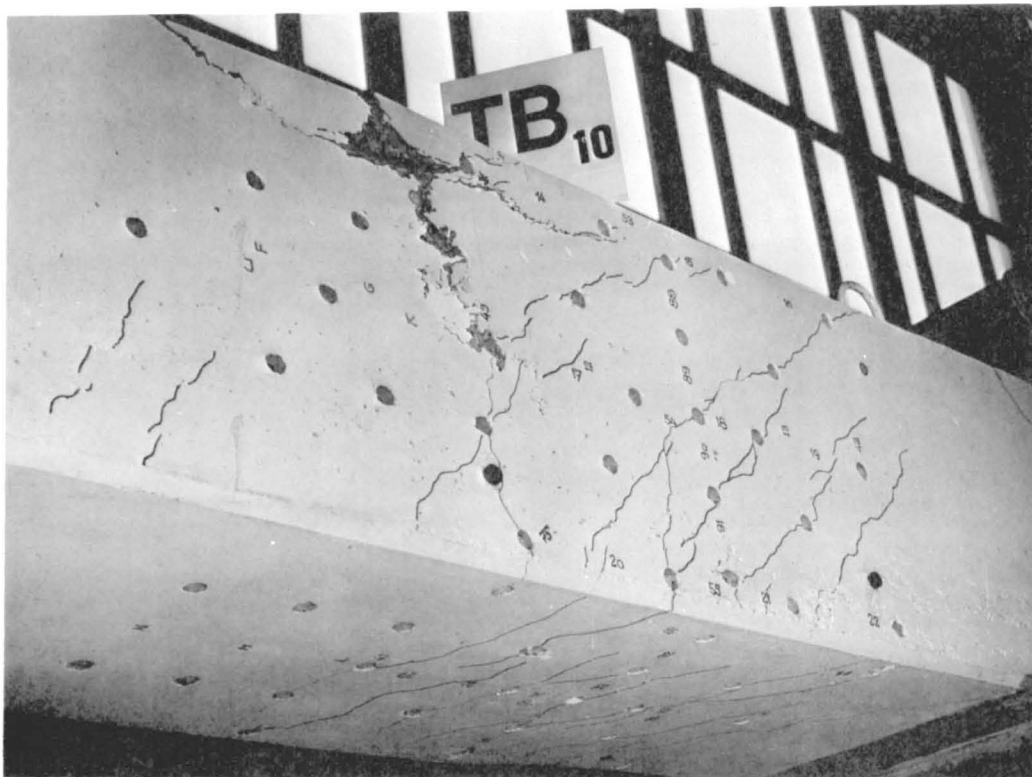


Bild 25(b) : Bruchbereich Balken TB₁₀ (hinten, unten)

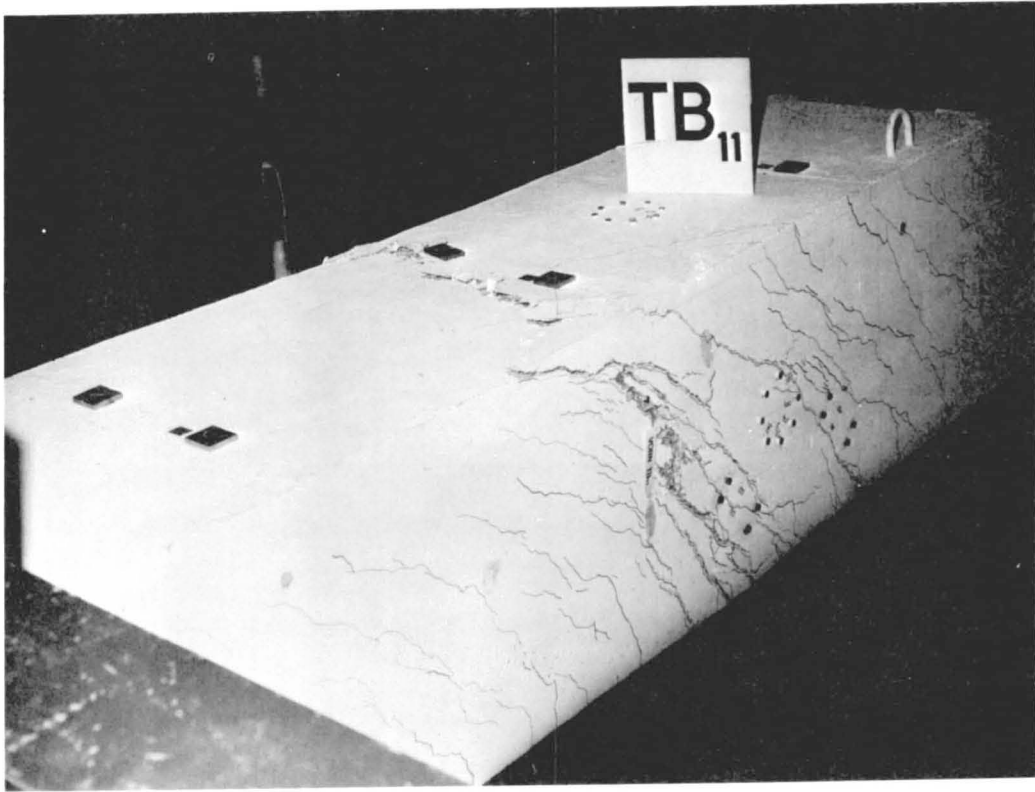


Bild 26(a): Bruchbereich Balken TB₁₁ (oben, vorn)



Bild 26(b): Bruchbereich Balken TB₁₁ (hinten, unten)

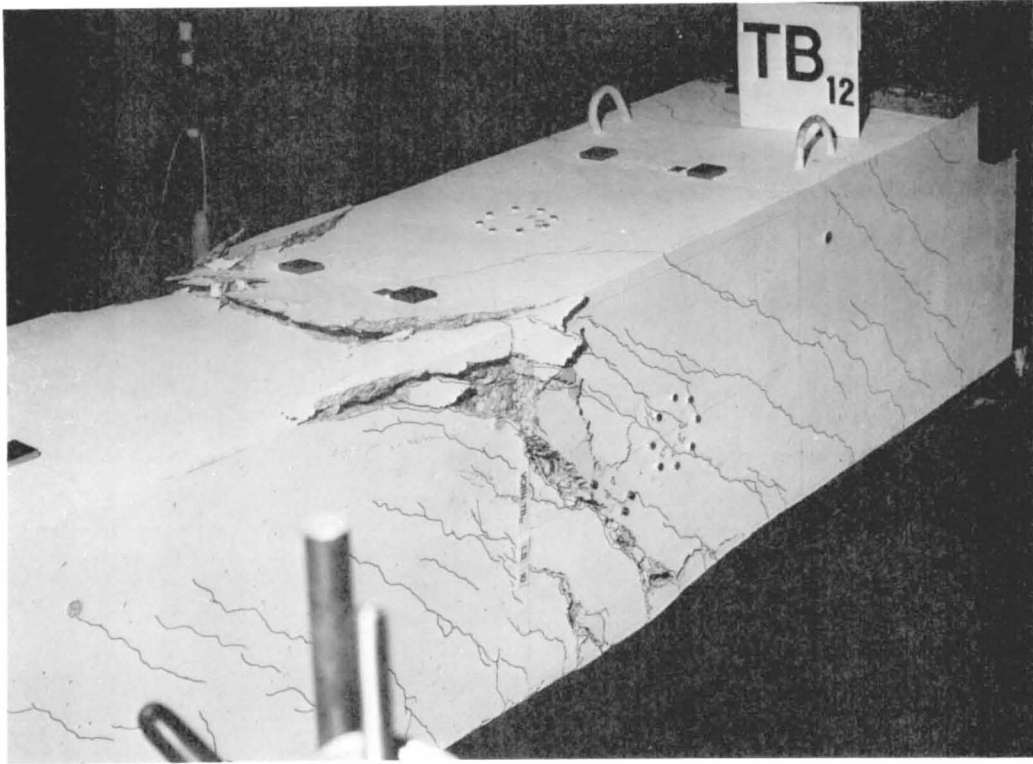


Bild 27(a): Bruchbereich Balken TB₁₂ (oben, vorn)

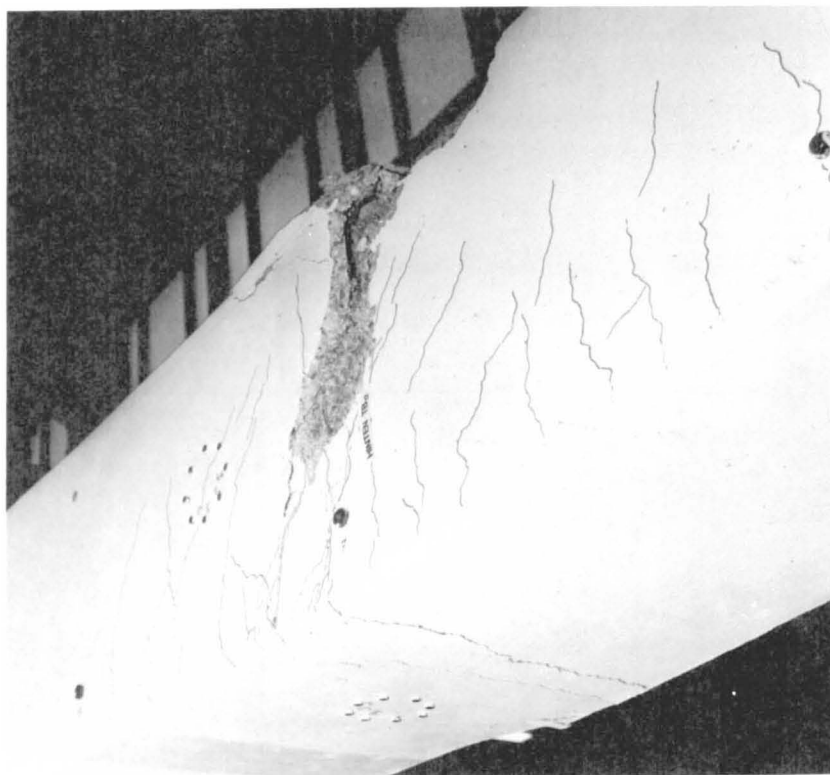


Bild 27(b): Bruchbereich Balken TB₁₂ (hinten, unten)

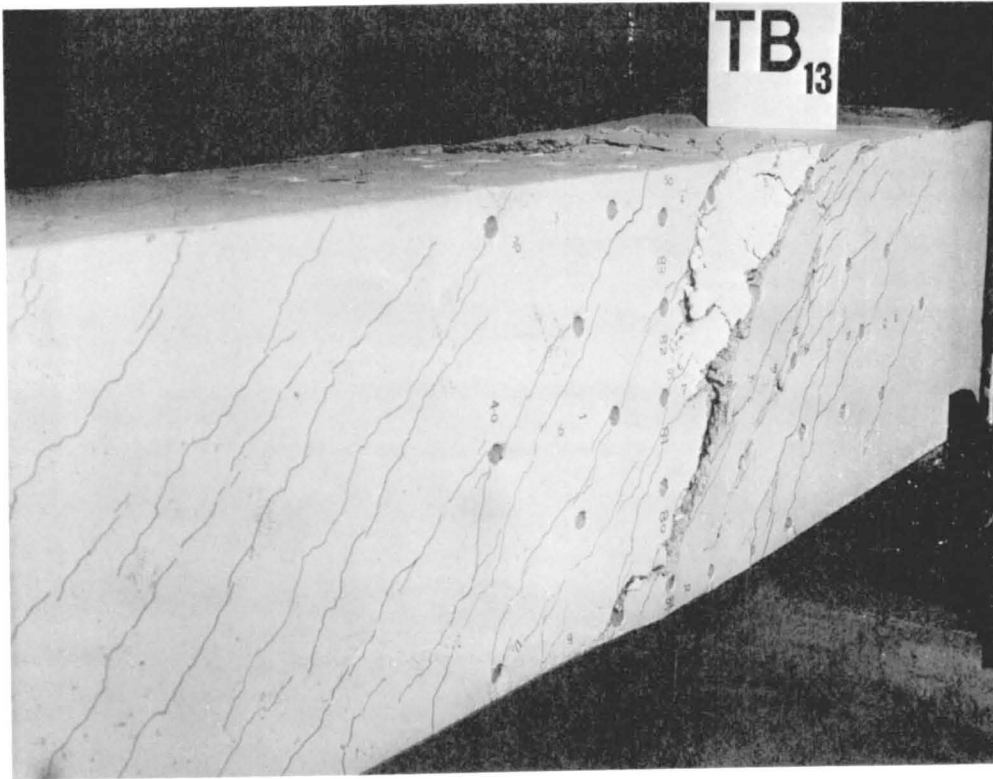


Bild 28(a): Bruchbereich Balken TB₁₃ (oben, vorn)

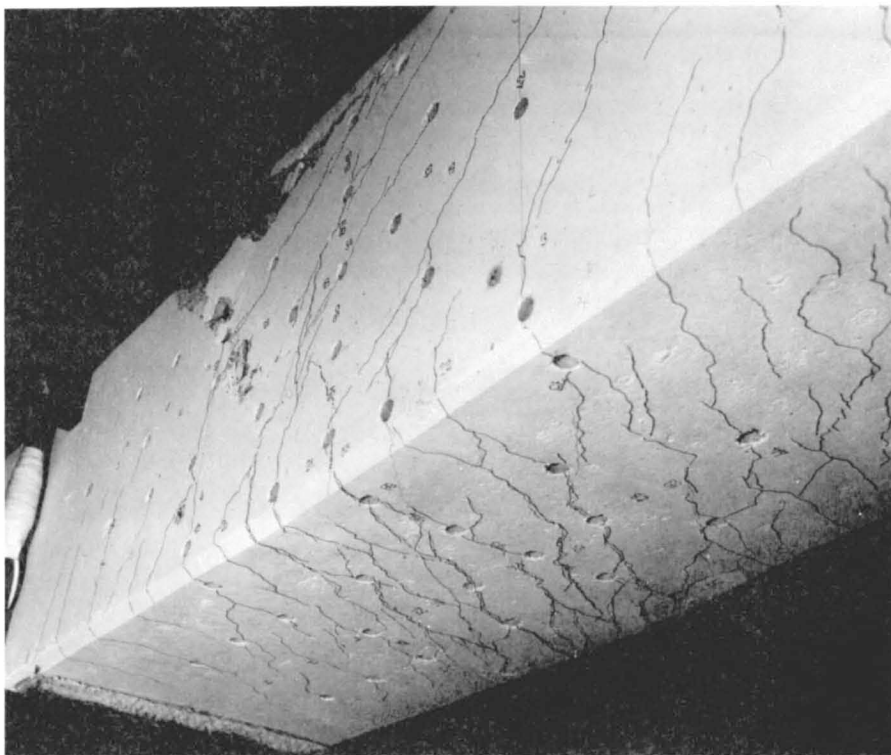


Bild 28(b): Bruchbereich Balken TB₁₃ (hinten, unten)

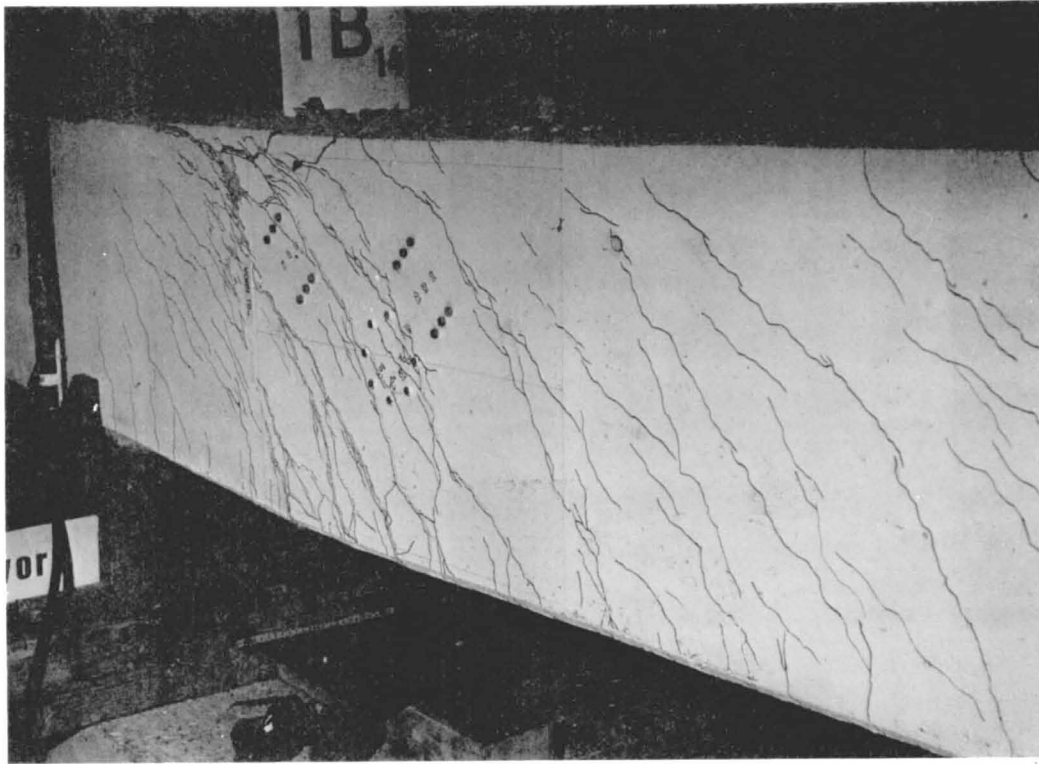


Bild 29(a): Bruchbereich Balken TB₁₄ (oben, vorn)



Bild 29(b): Bruchbereich Balken TB₁₄ (hinten, unten)

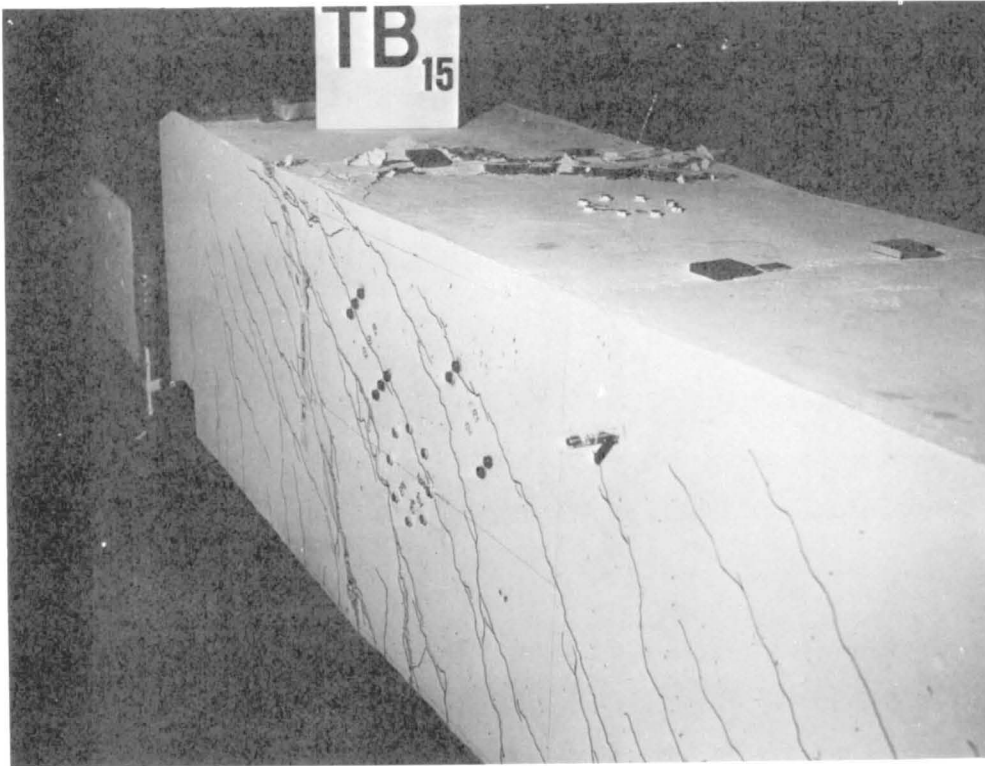


Bild 30(a): Bruchbereich Balken TB₁₅ (oben, vorn)

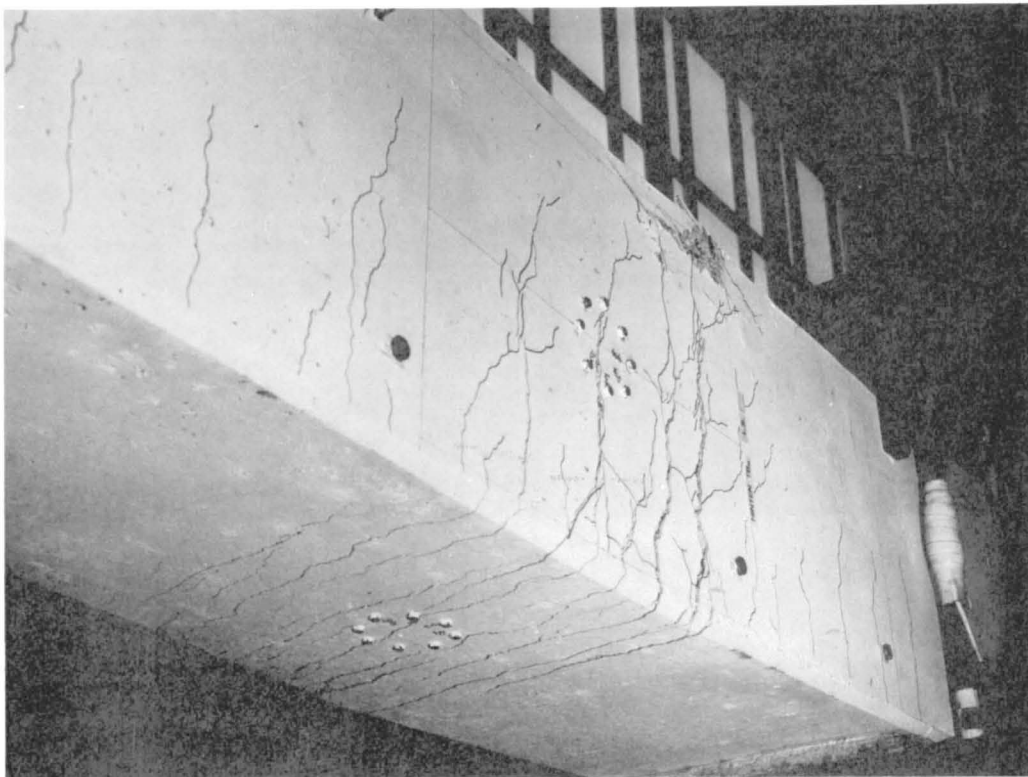


Bild 30(b): Bruchbereich Balken TB₁₅ (hinten, unten)

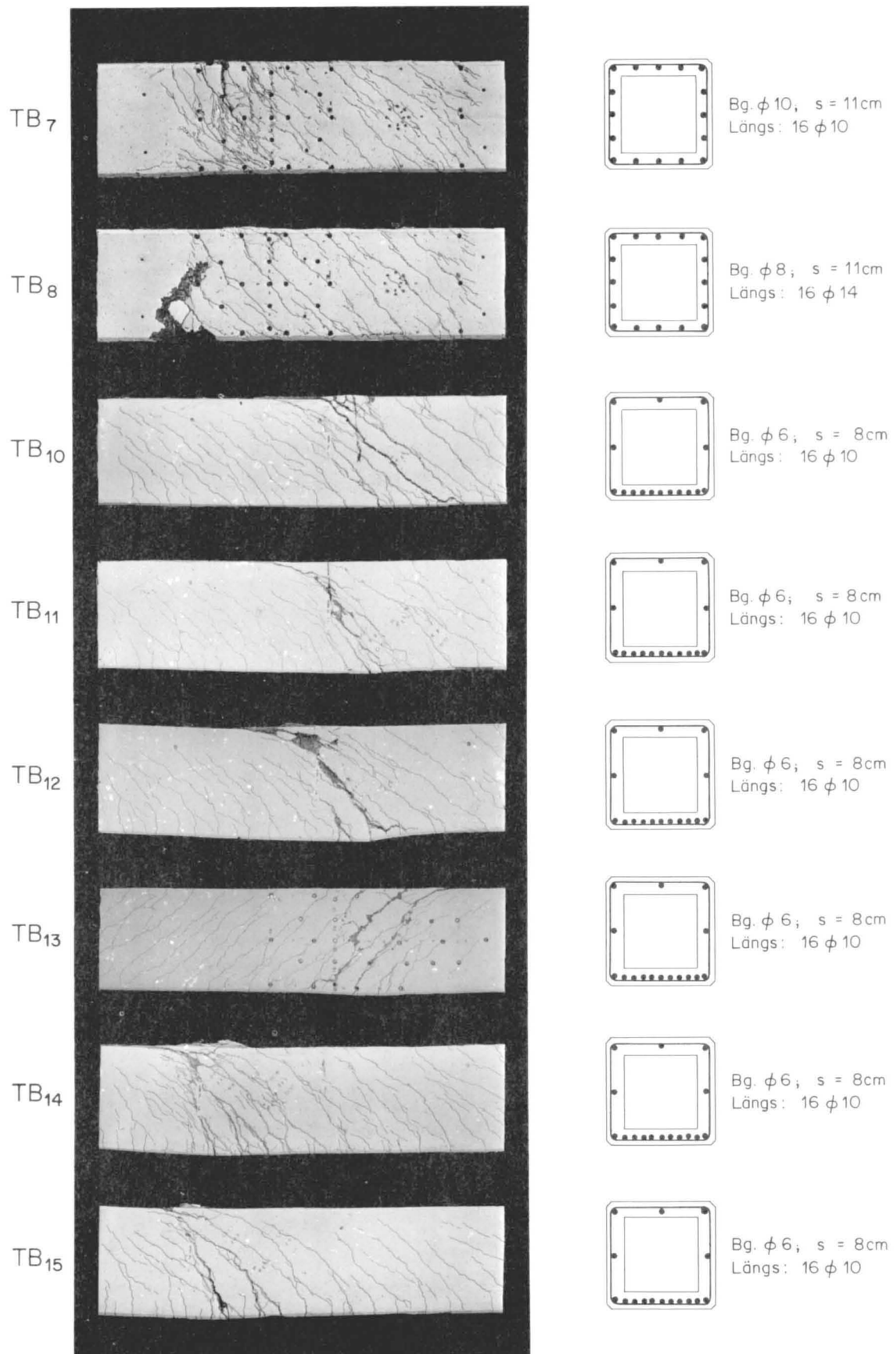


Bild 31: Gesamtübersicht Balken TB₇, TB₈ und TB₁₀÷TB₁₅ nach dem Bruch

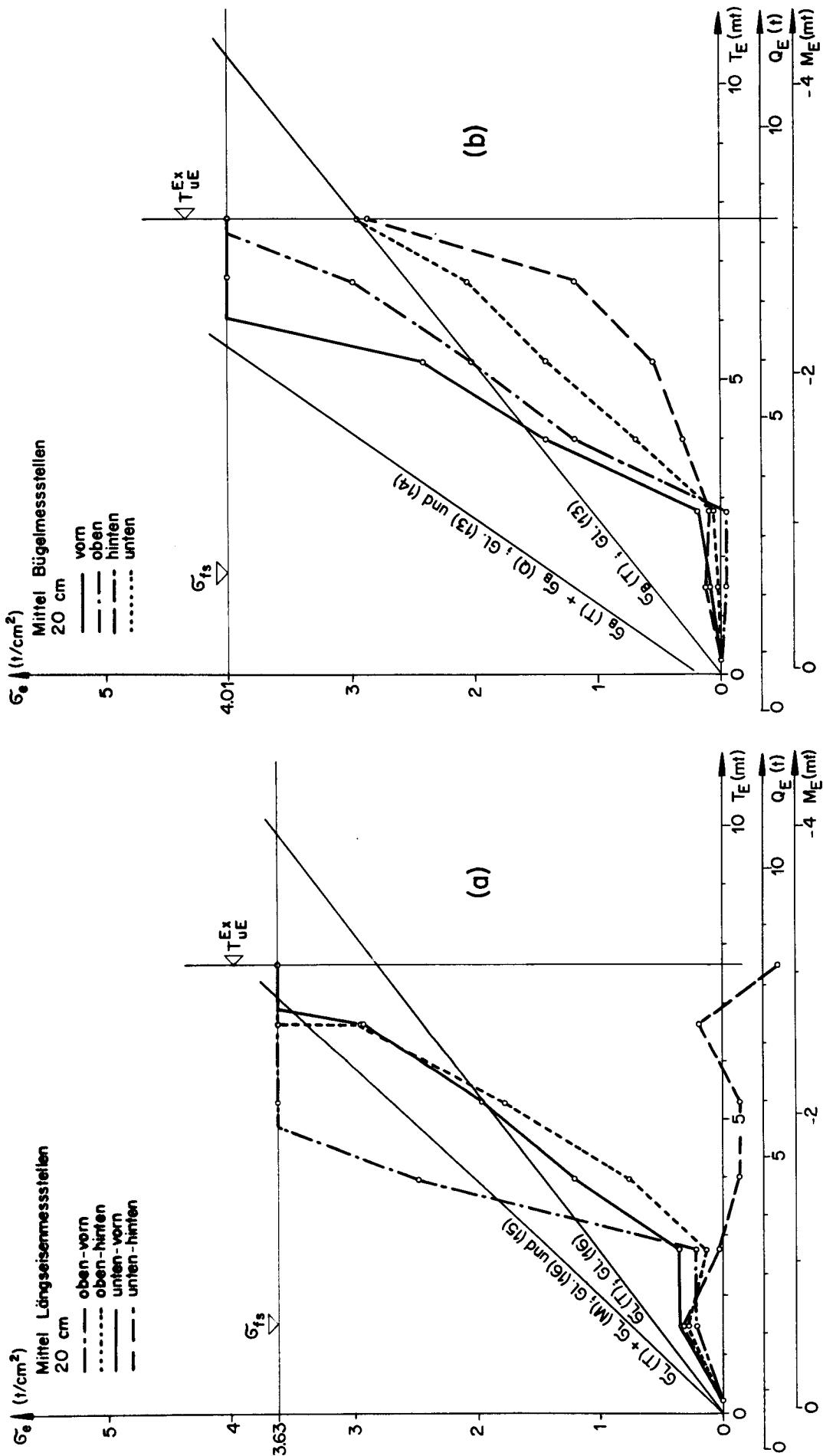


Bild 32: (a) Längseisen- und (b) BÜGELSPANNUNGEN Balken TB₇ in Funktion der Belastung

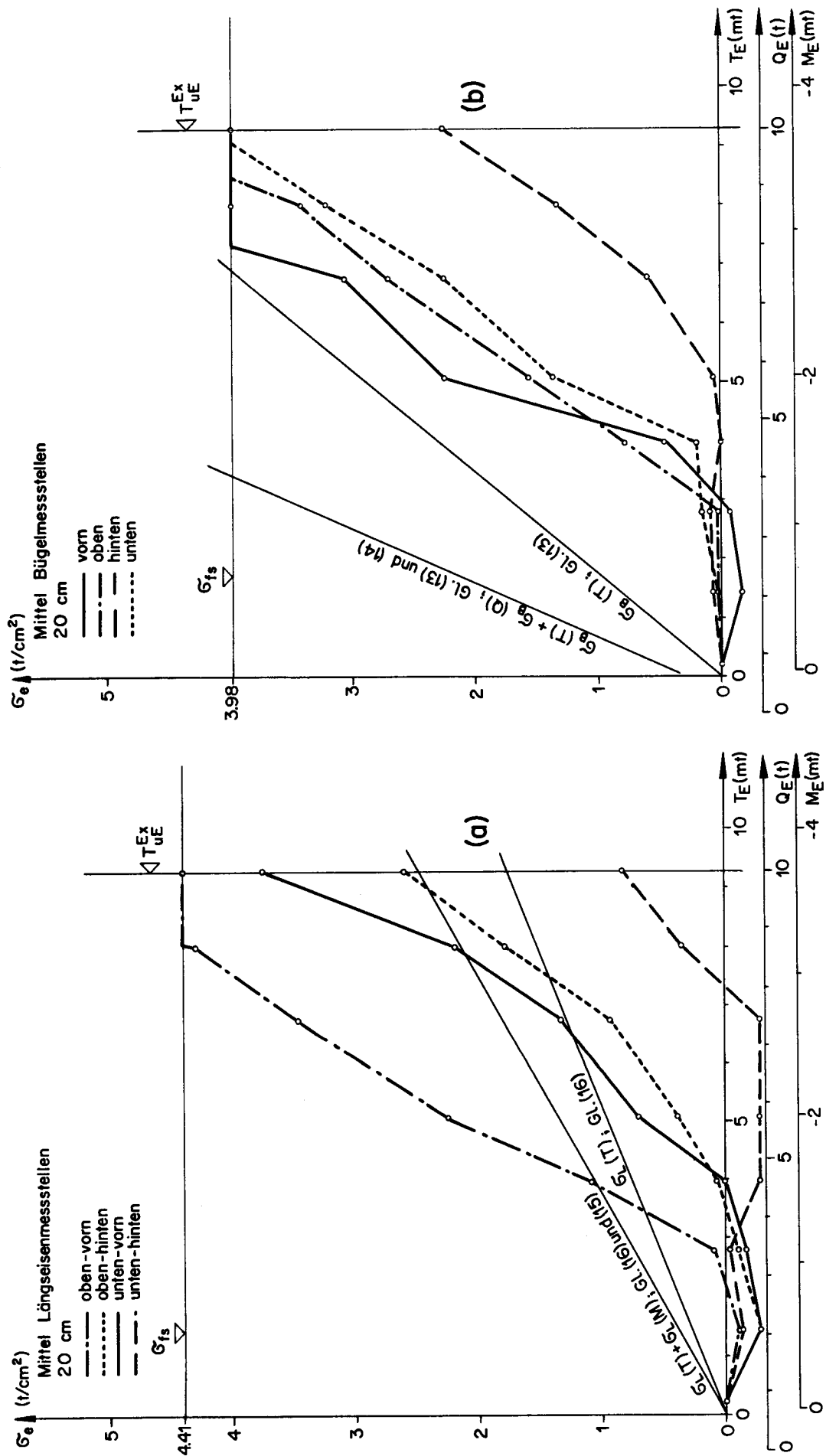


Bild 33: (a) Längseisen- und (b) Bügelspannungen Balken TB8 in Funktion der Belastung

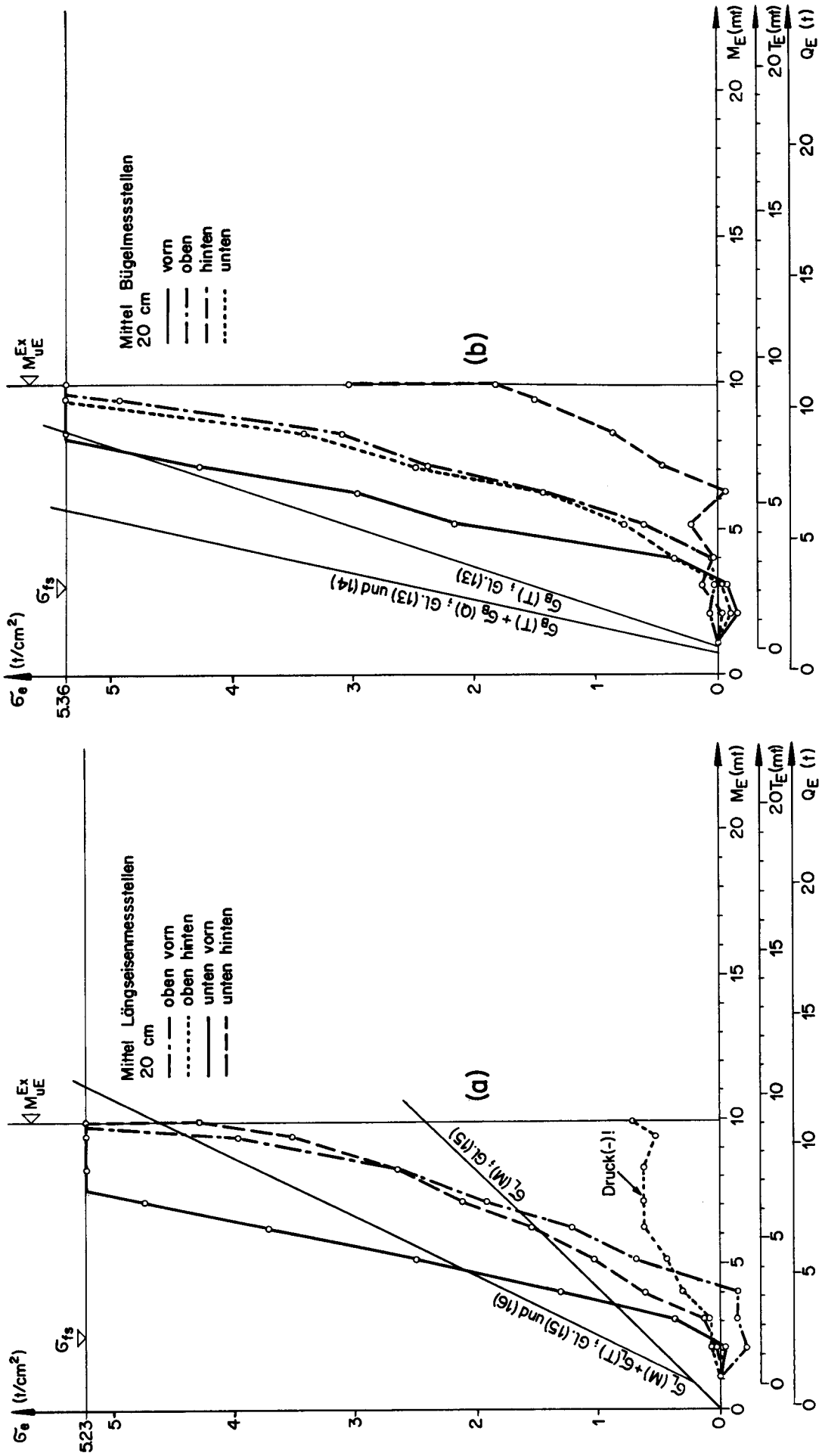


Bild 34: (a) Längs- und (b) Bügelspannungen Balken TB₁₀ in Funktion der Belastung

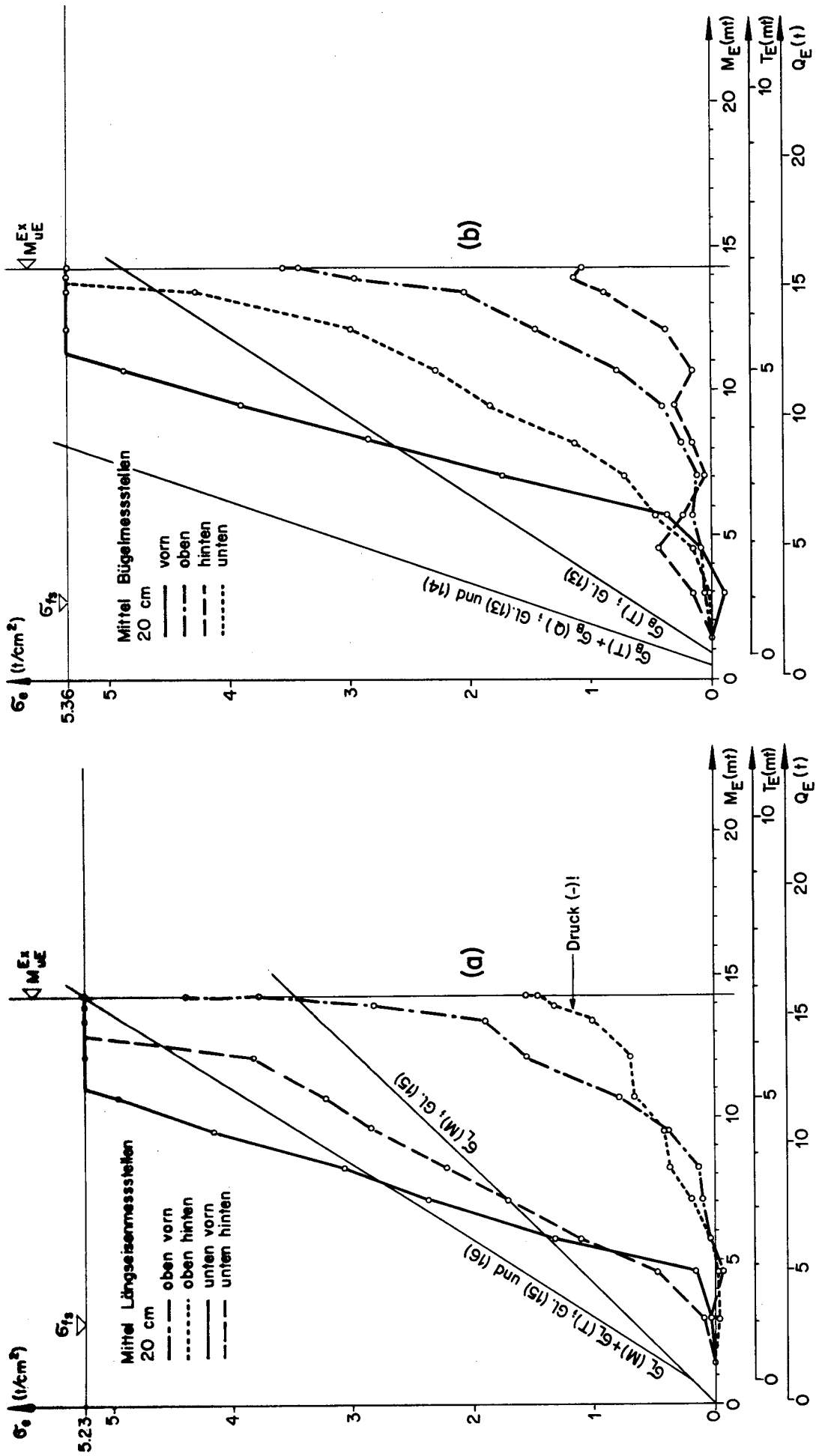


Bild 35: (a) Längseisen- und (b) Bügelspannungen Balken TB₁₄ in Funktion der Belastung

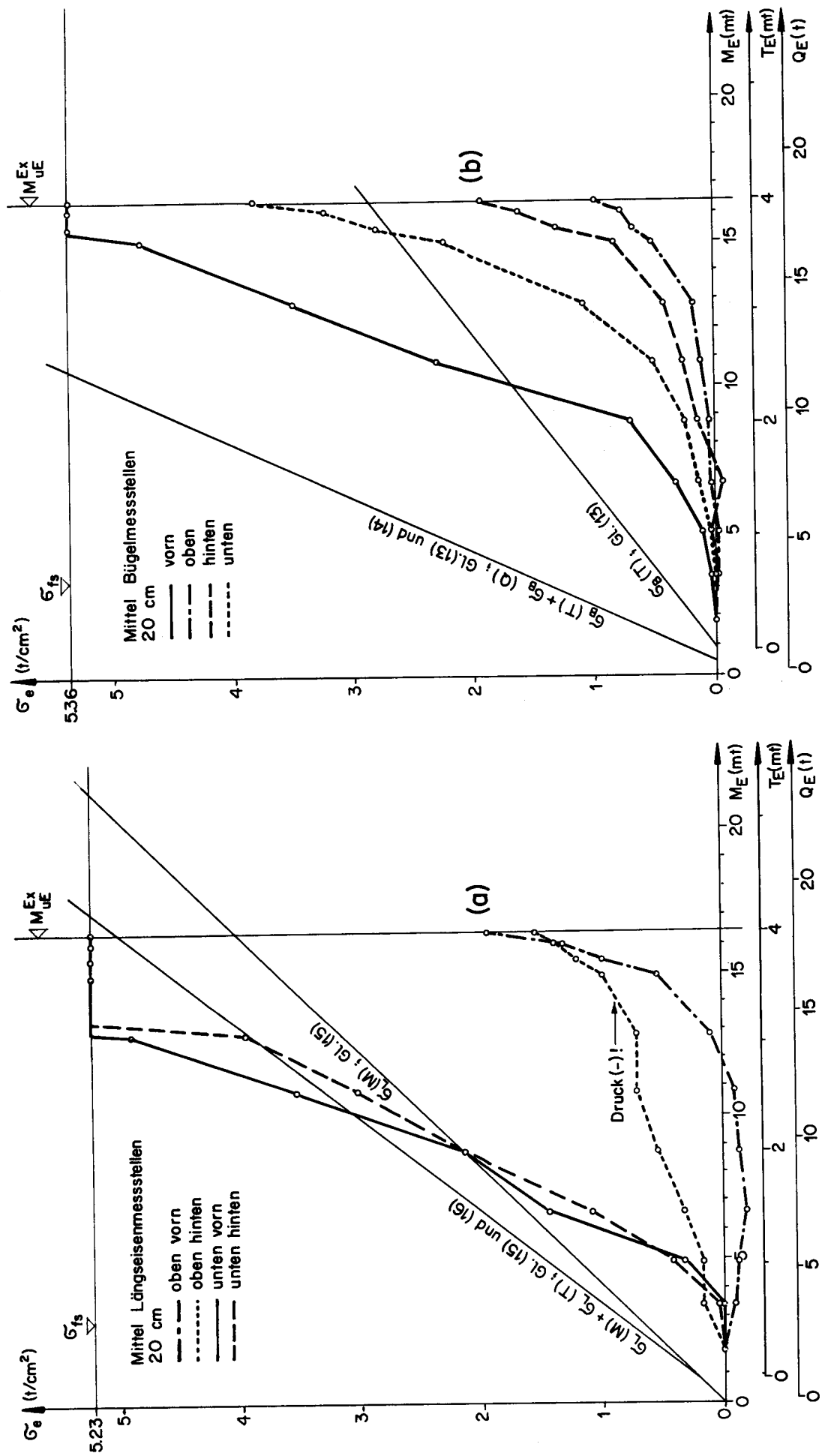


Bild 36: (a) Längseisen- und (b) Búgelspannungen Balken TB₁₂ in Funktion der Belastung

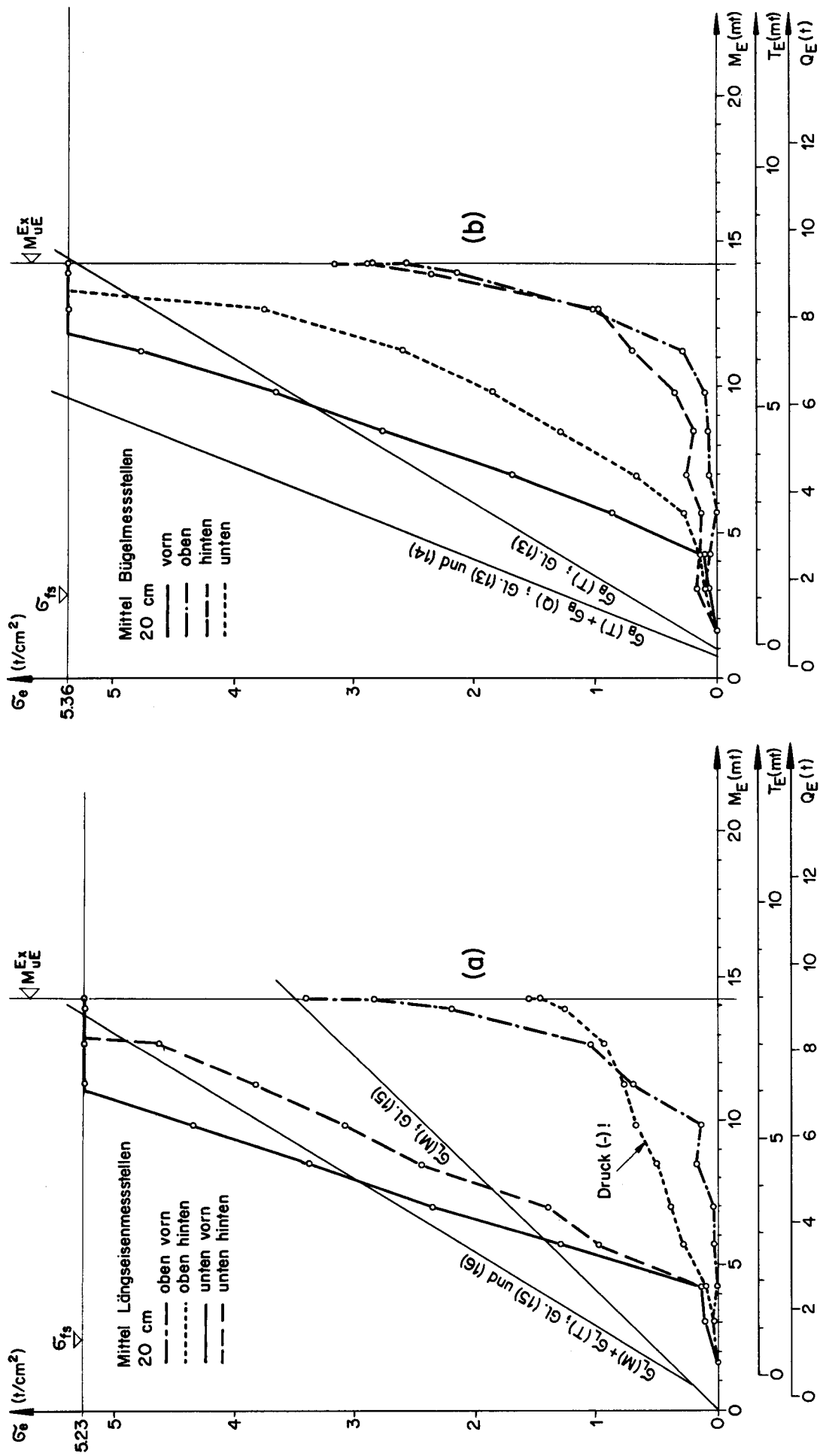


Bild 37: (a) Längseisen- und (b) Biegelspannungen Balken TB₁₃ in Funktion der Belastung

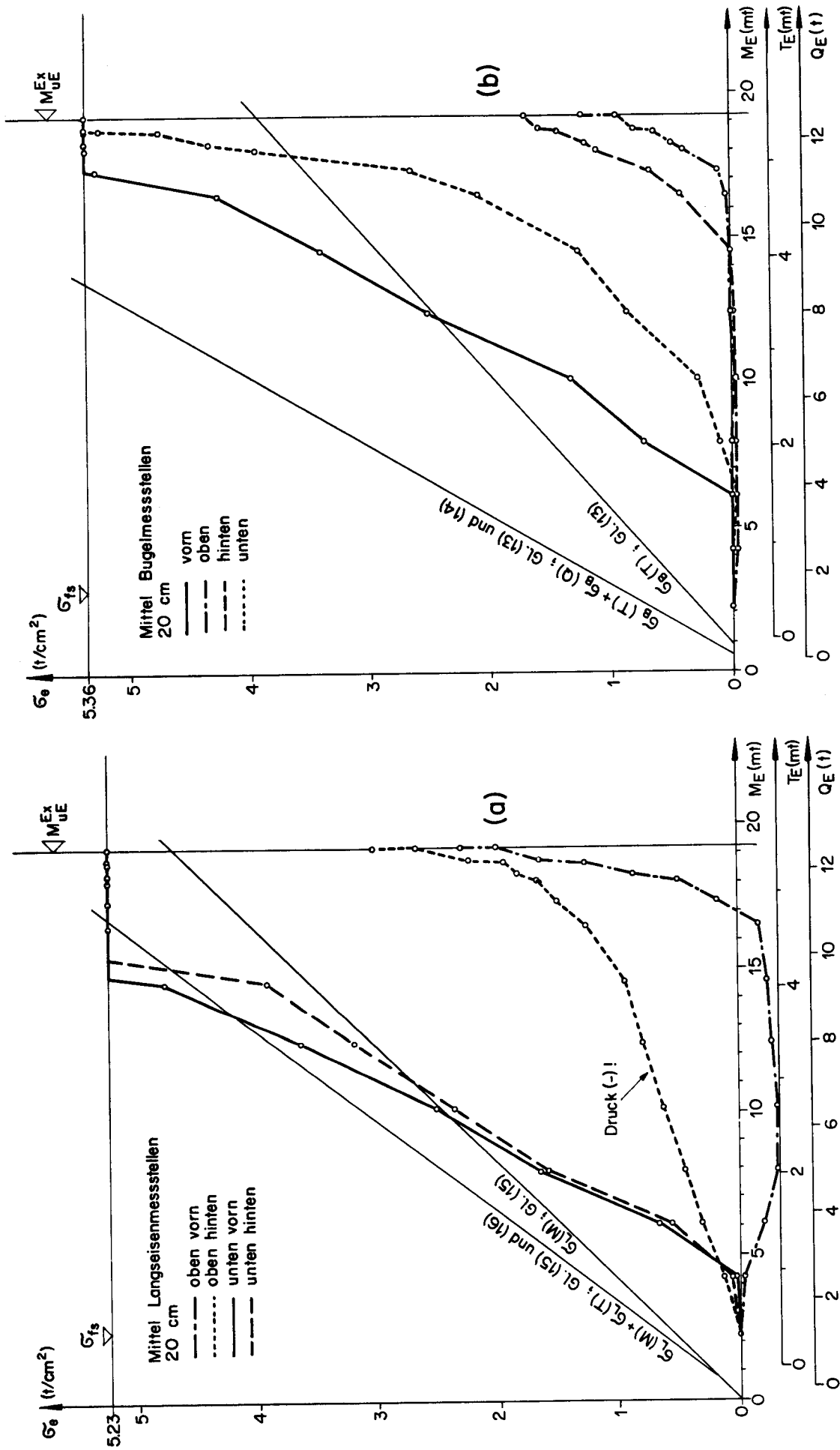


Bild 38: (a) Längseisen- und (b) Biegelspannungen Balken TB₁₄ in Funktion der Belastung

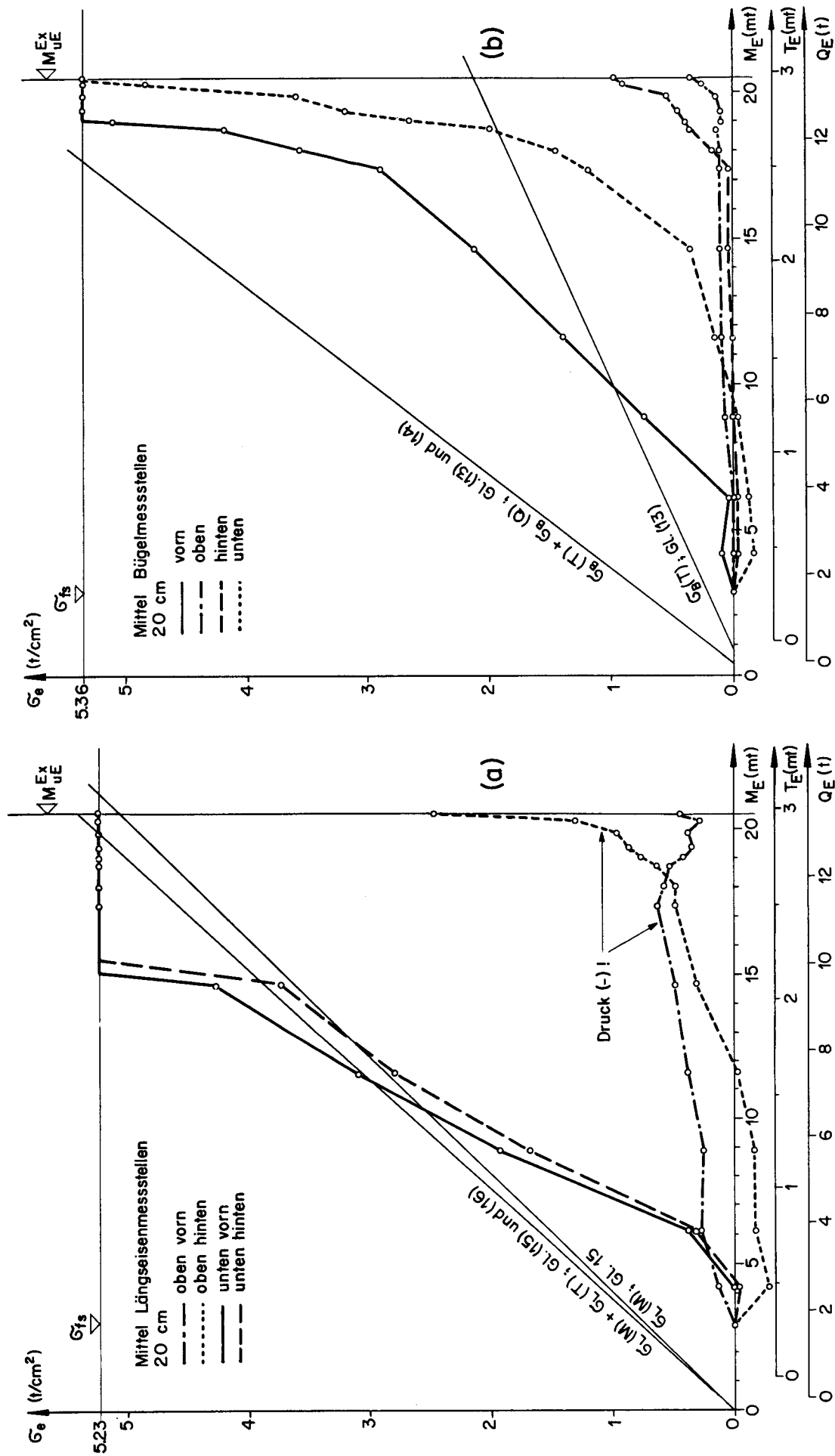


Bild 39: (a) Längseisen- und (b) Bügelspannungen Balken TB₁₅ in Funktion der Belastung

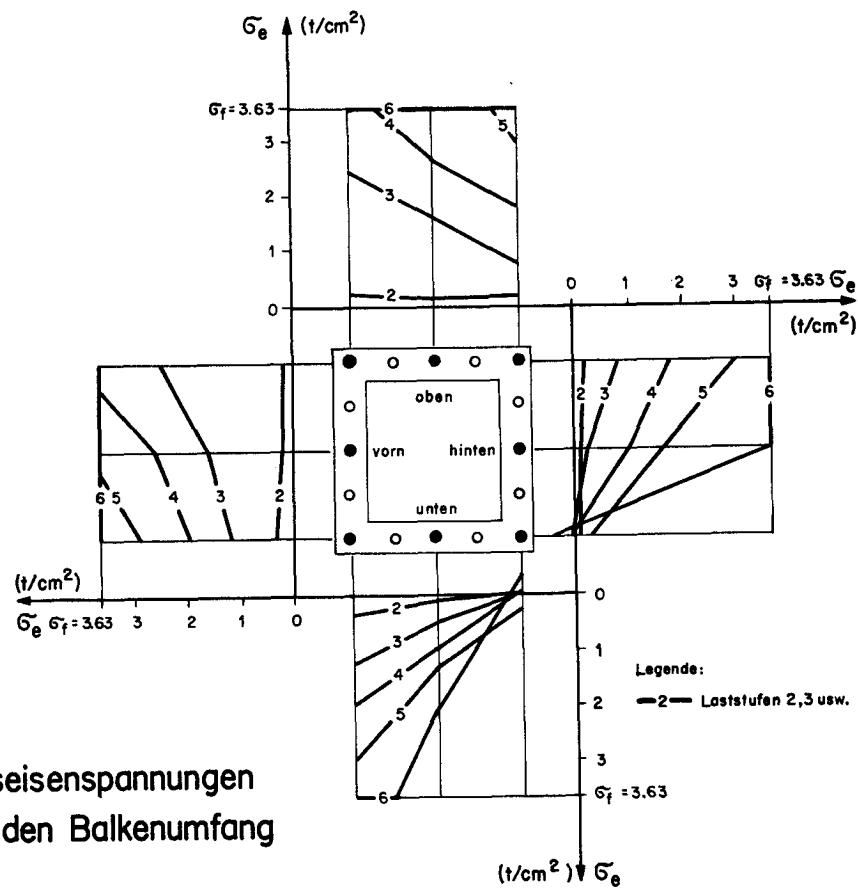


Bild 40 (a): Längseisenspannungen
Balken TB₇ über den Balkenumfang
im Messbereich

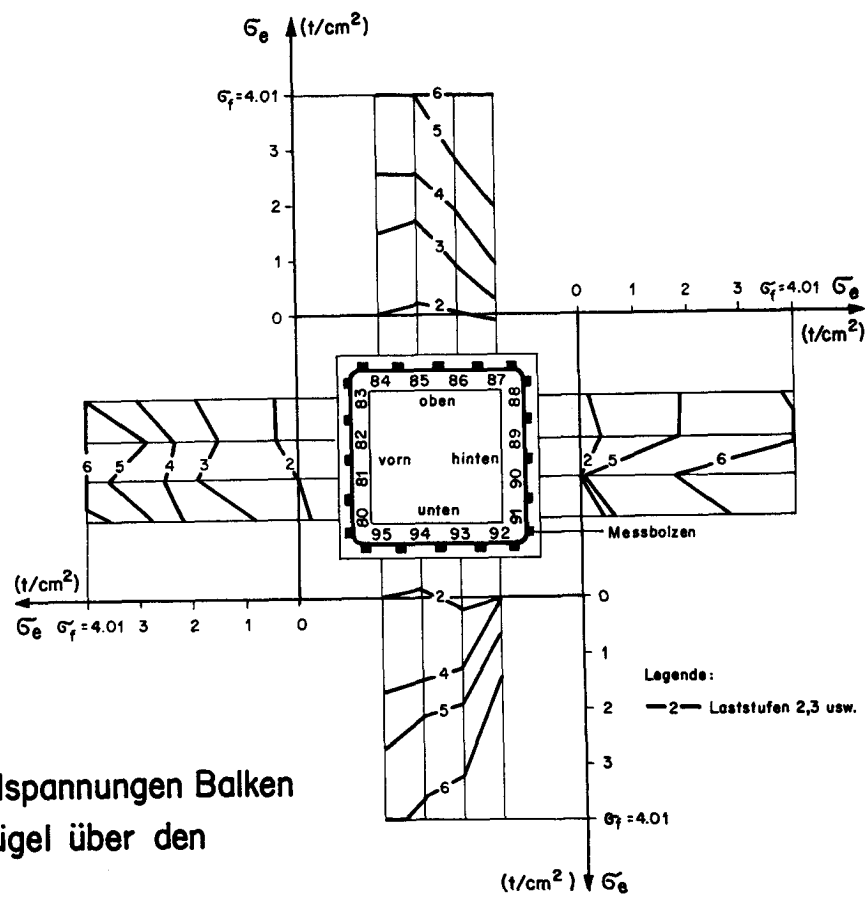


Bild 40 (b): Bügelspannungen Balken
TB₇ an einem Bügel über den
Balkenumfang

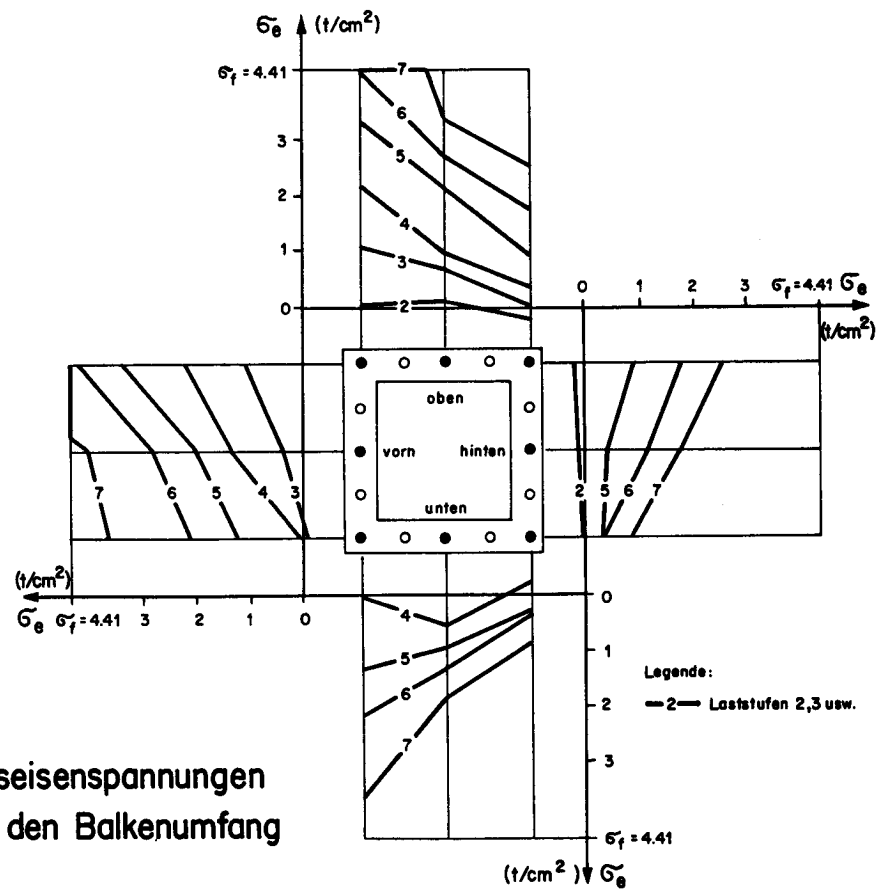


Bild 41 (a): Längseisenspannungen Balken TB_8 über den Balkenumfang im Messbereich

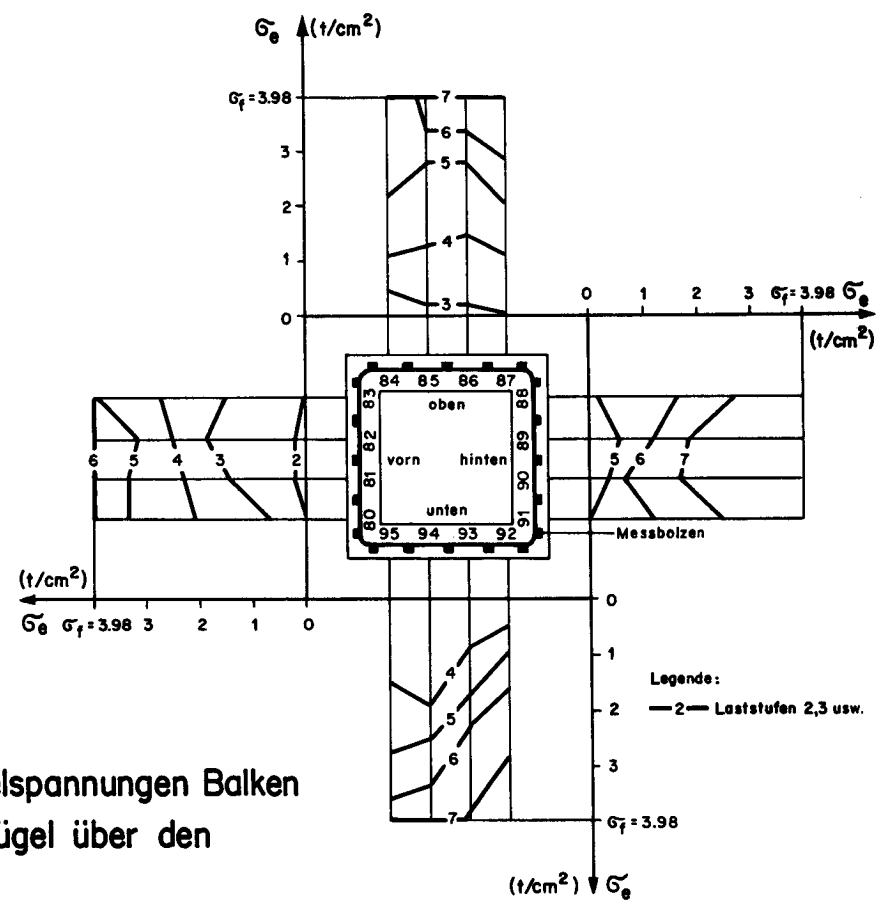


Bild 41 (b): BÜGELSPANNUNGEN Balken TB_8 an einem BÜGEL über den Balkenumfang

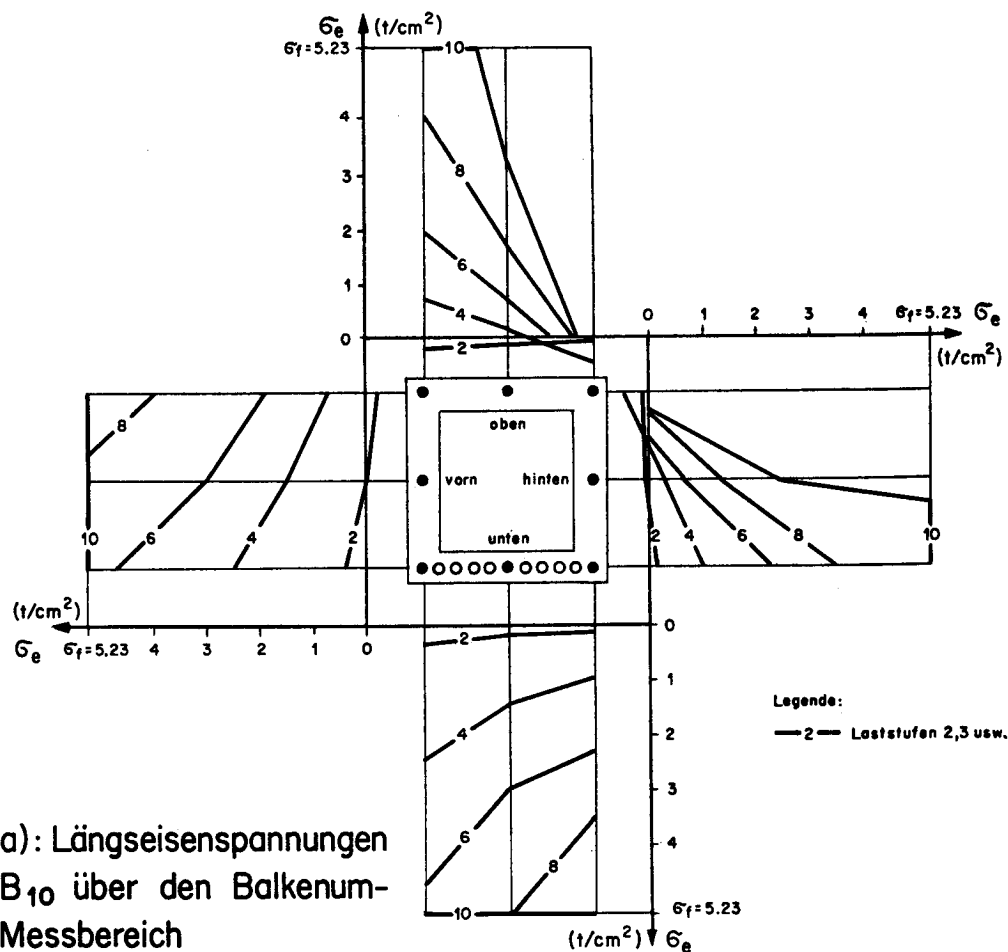


Bild 42 (a): Längseisenspannungen Balken TB₁₀ über den Balkenumfang im Messbereich

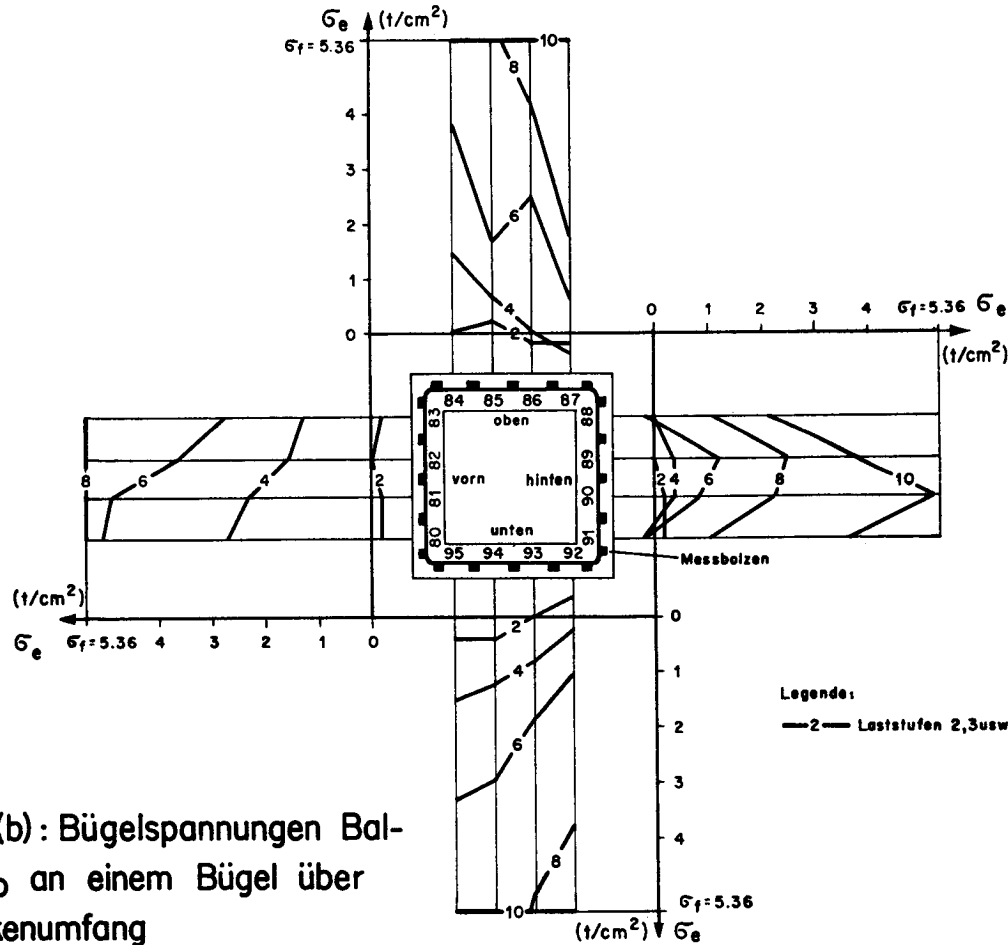


Bild 42 (b): Bügelspannungen Balken TB₁₀ an einem Bügel über den Balkenumfang

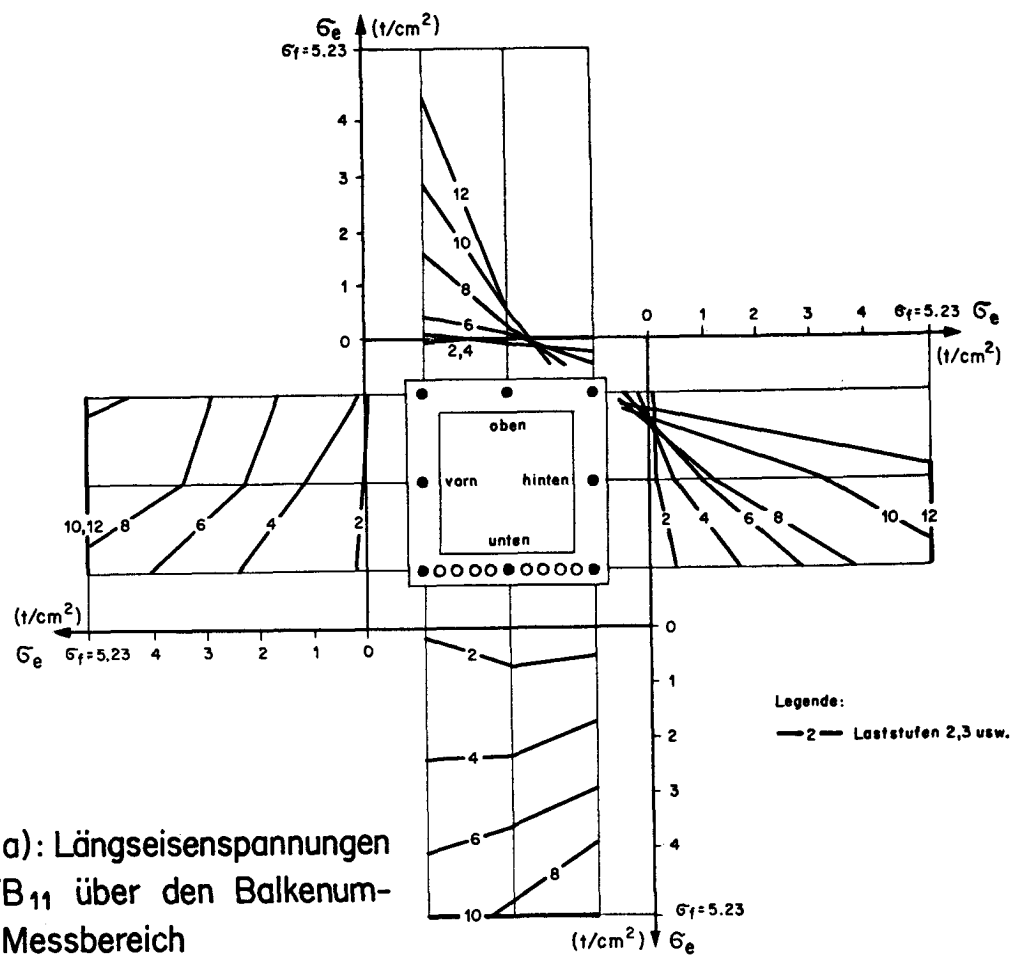


Bild 43(a): Längseisenspannungen Balken TB₁₁ über den Balkenumfang im Messbereich

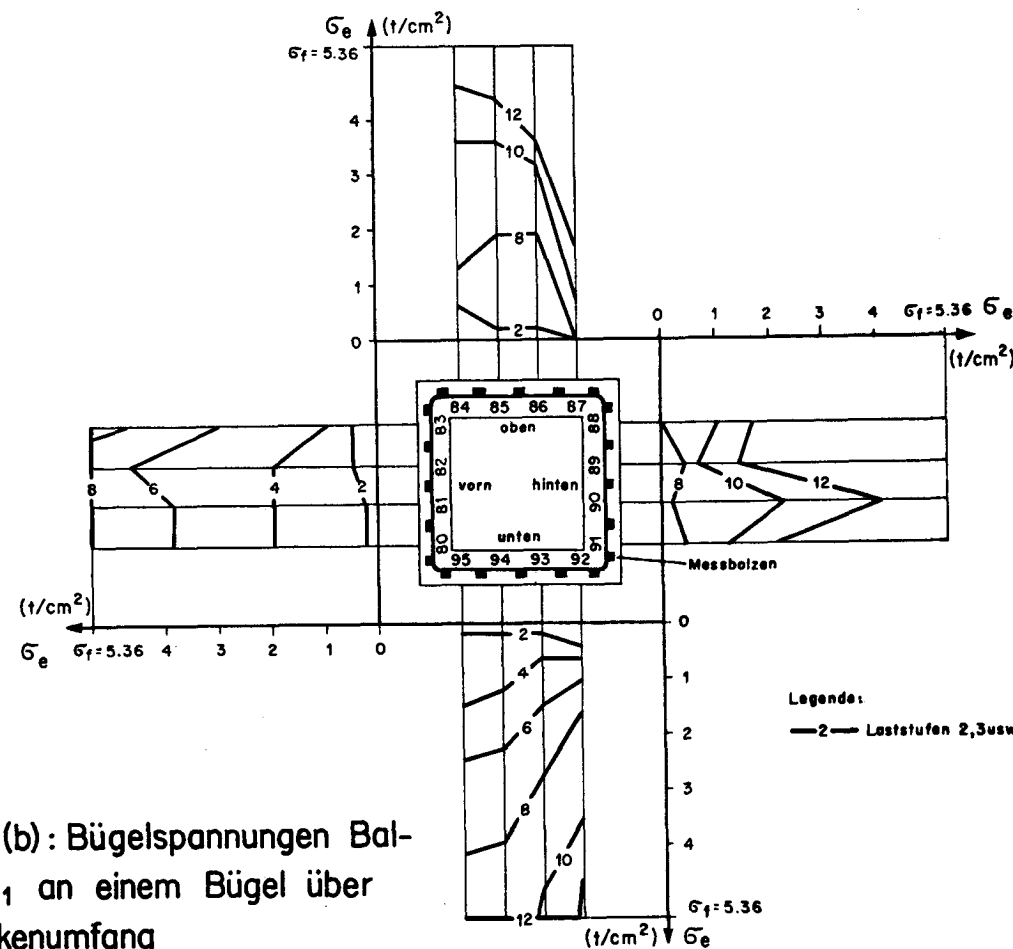


Bild 43(b): BÜGELSPANNUNGEN Balken TB₁₁ an einem BÜGEL über den Balkenumfang

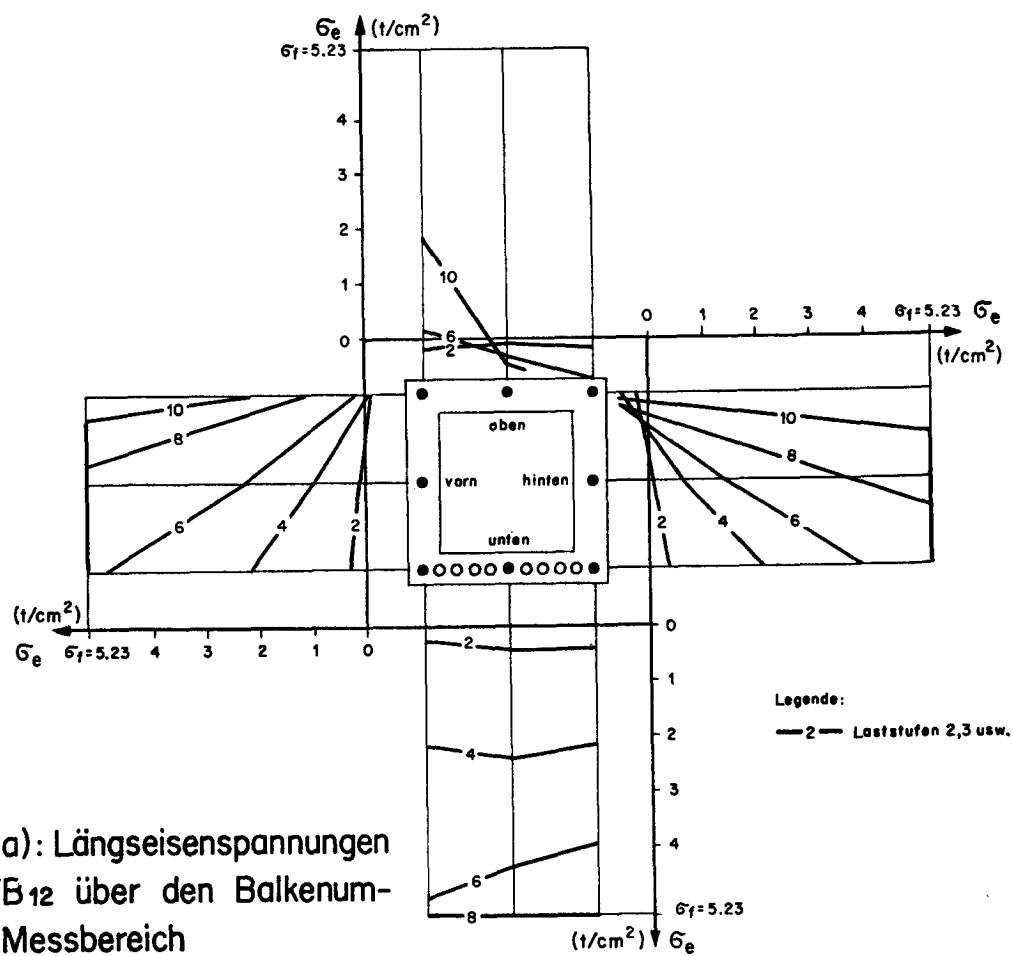


Bild 44 (a): Längseisenspannungen Balken TB₁₂ über den Balkenumfang im Messbereich

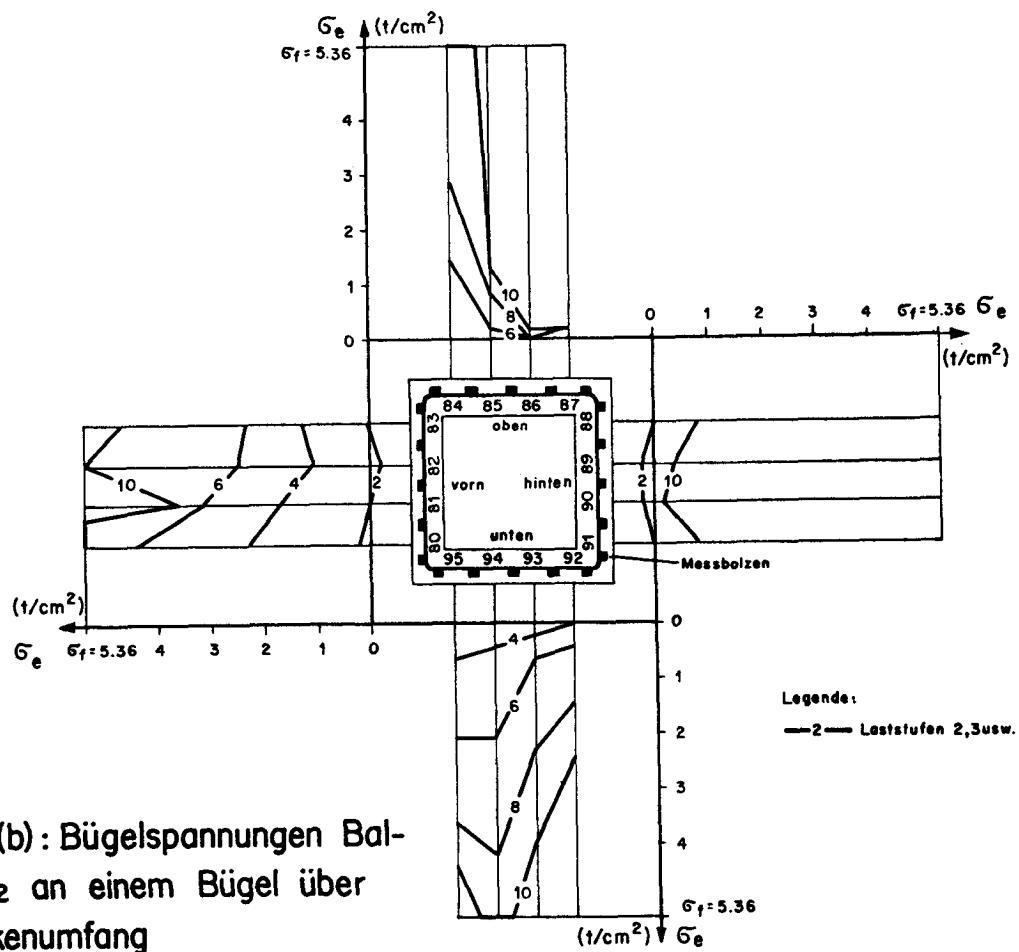


Bild 44 (b): BÜGELSPANNUNGEN Balken TB₁₂ an einem BÜGEL über den Balkenumfang

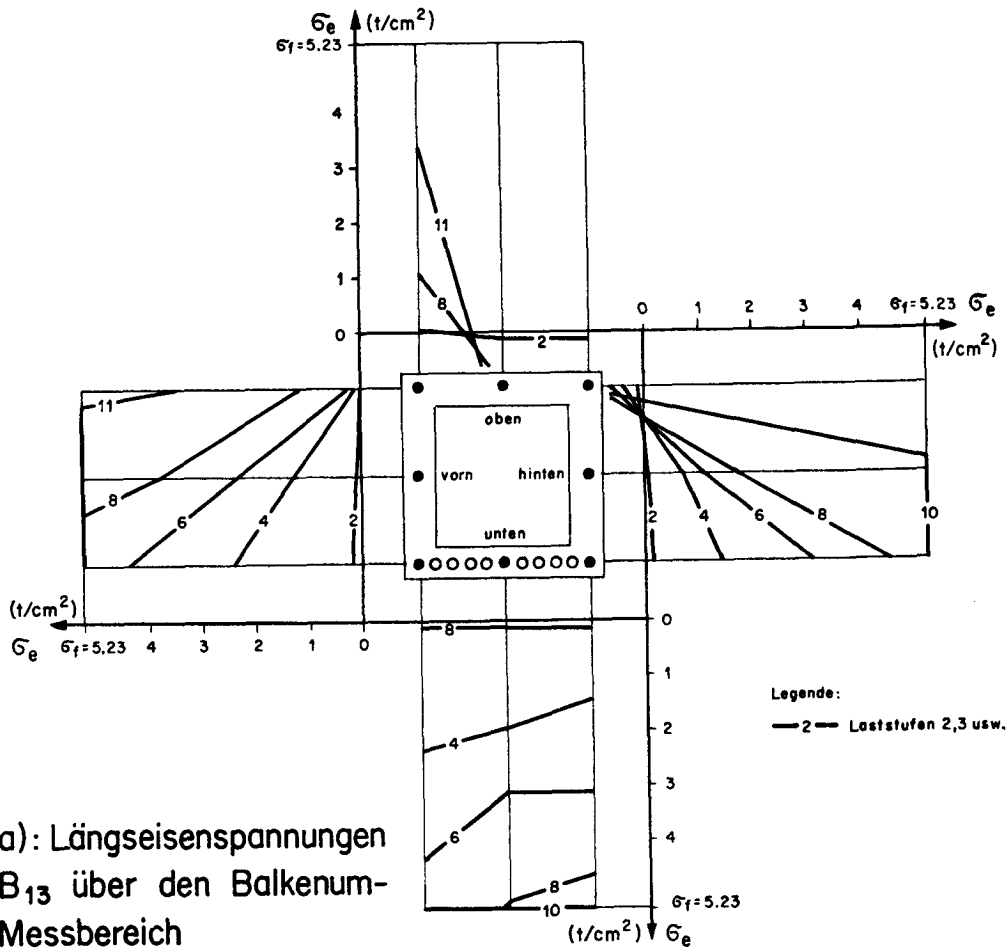


Bild 45(a): Längseisenspannungen Balken TB₁₃ über den Balkenumfang im Messbereich

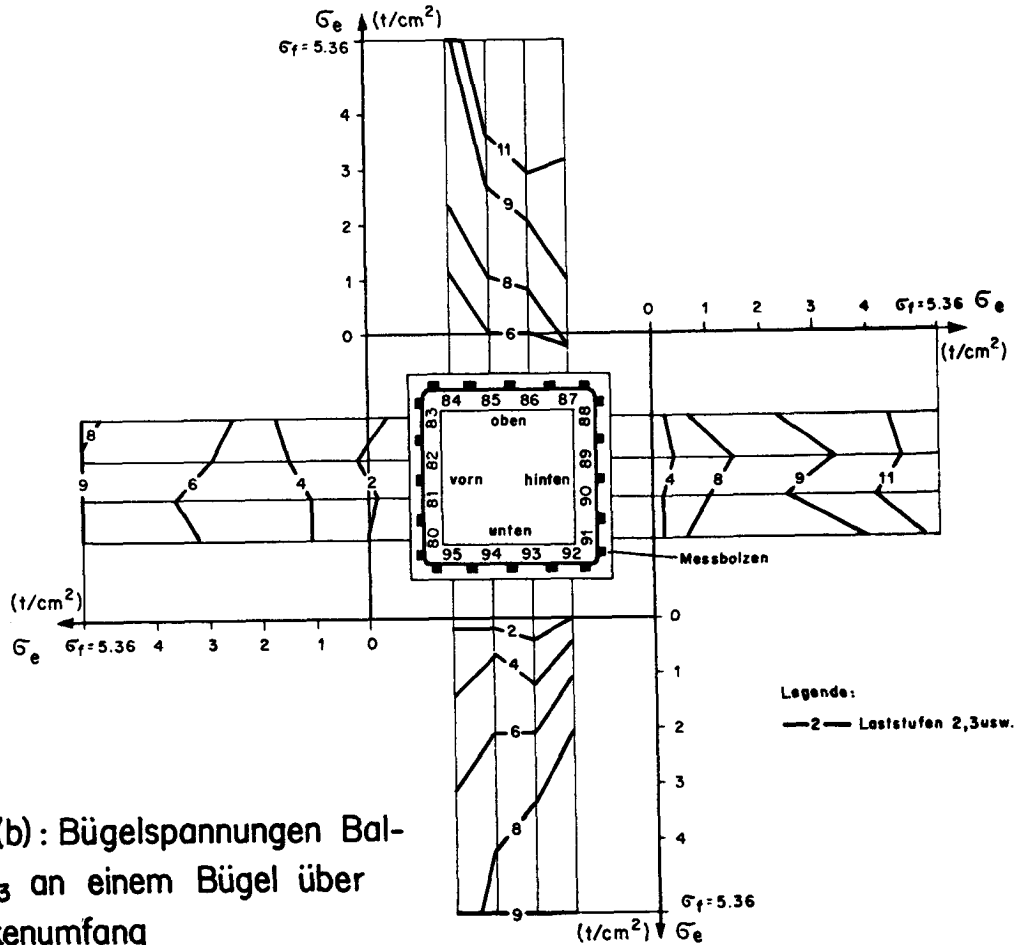


Bild 45(b): BÜGELSPANNUNGEN Balken TB₁₃ an einem BÜGEL über den Balkenumfang

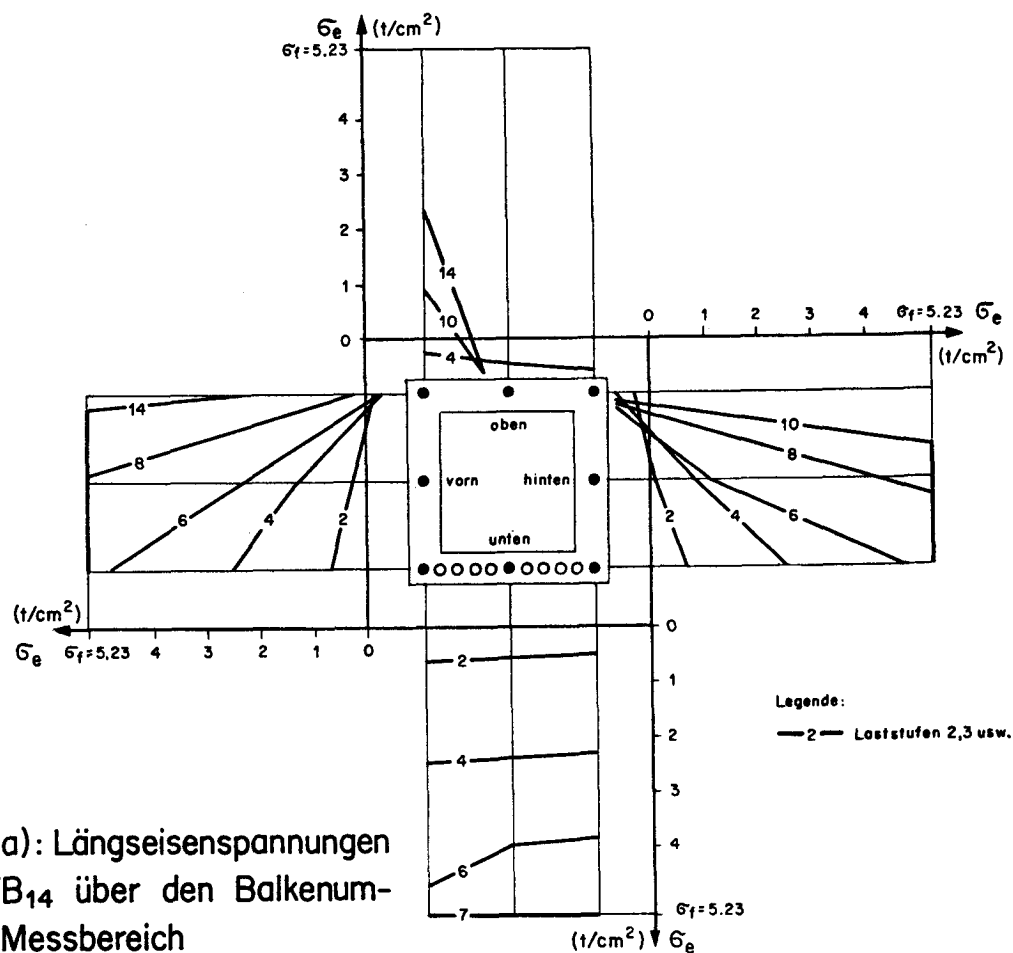


Bild 46 (a): Längseisenspannungen Balken TB₁₄ über den Balkenumfang im Messbereich

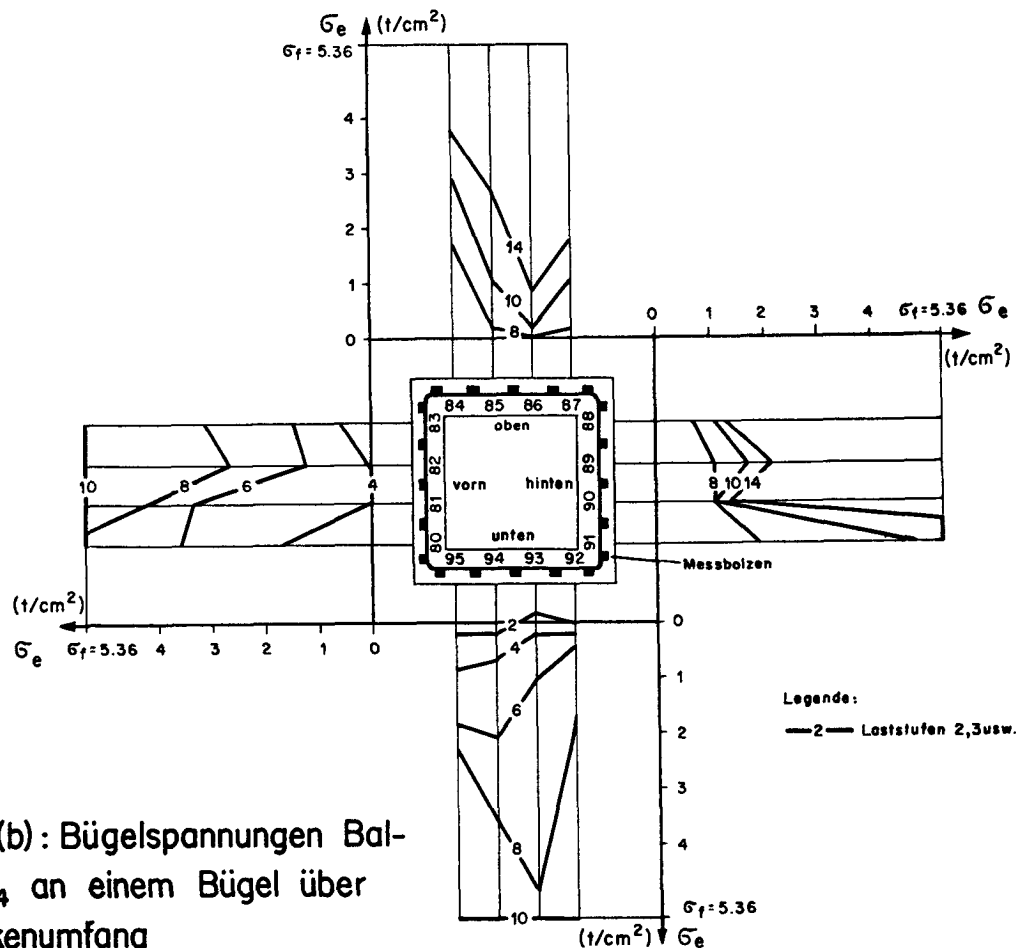


Bild 46 (b): Bügelspannungen Balken TB₁₄ an einem Bügel über den Balkenumfang

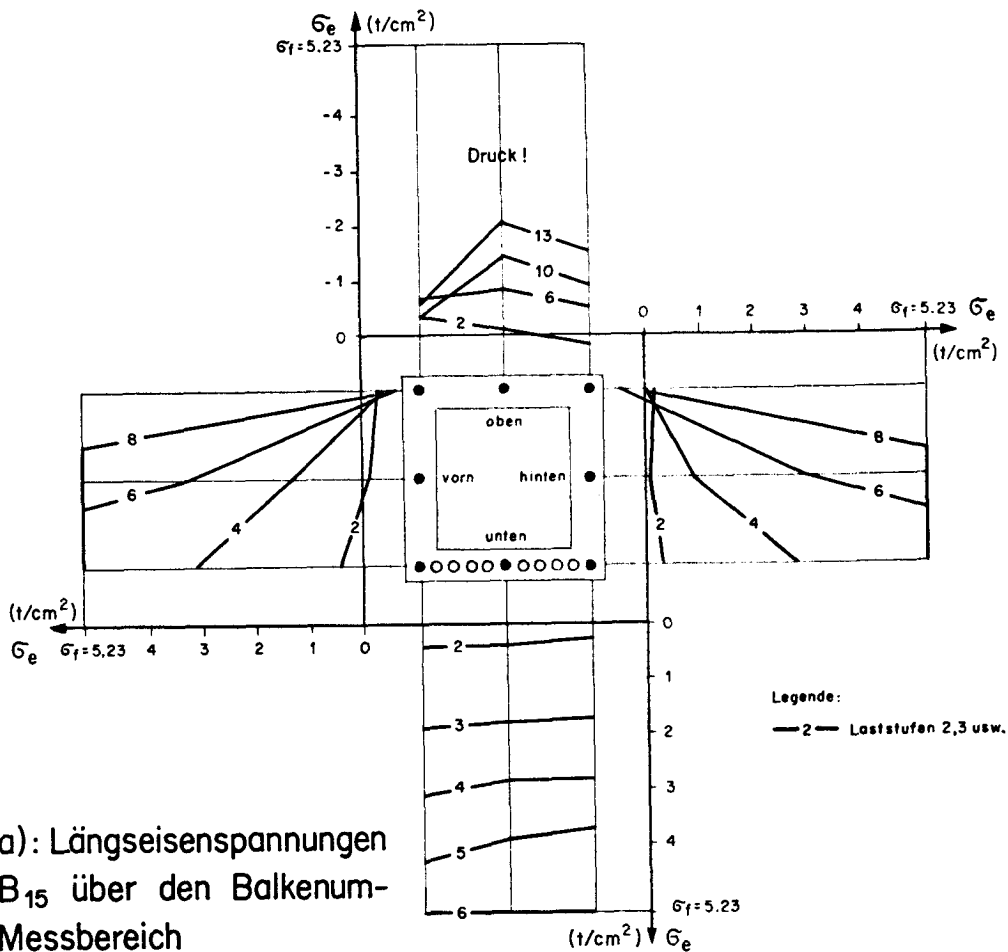


Bild 47 (a): Längseisenspannungen Balken TB₁₅ über den Balkenumfang im Messbereich

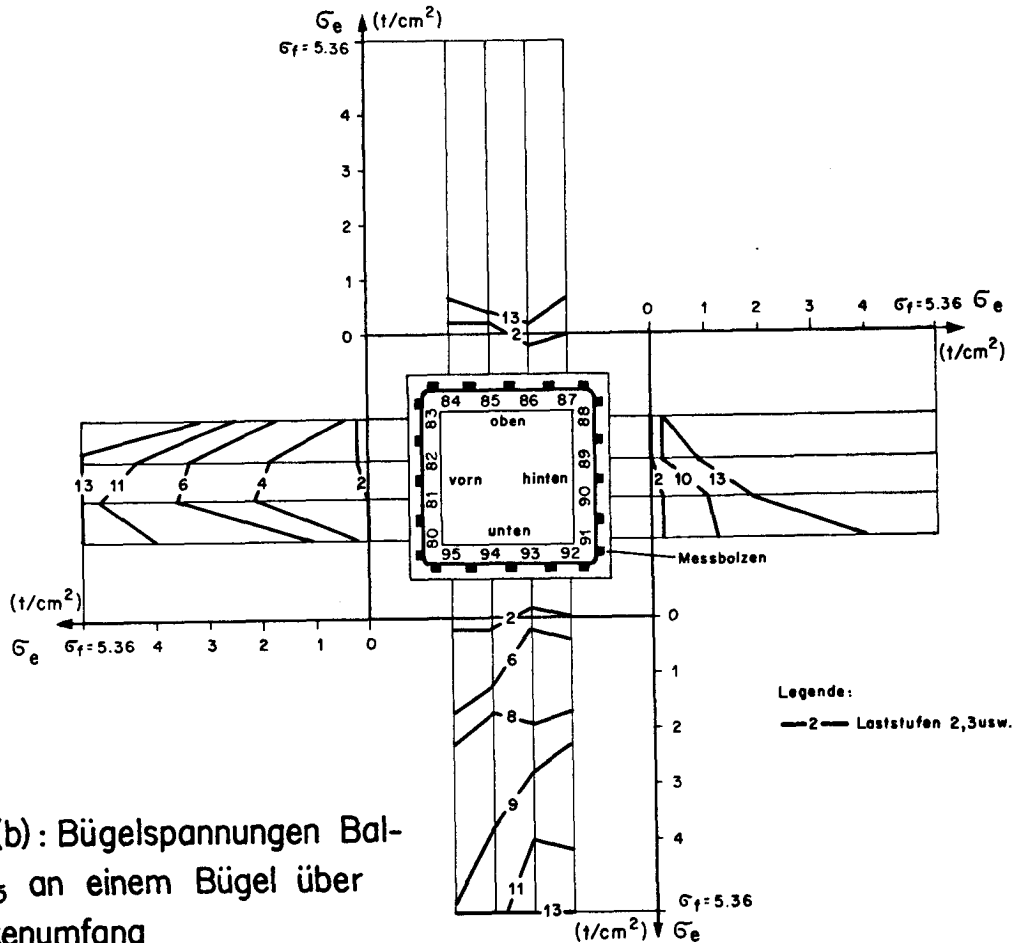


Bild 47 (b): Bügelspannungen Balken TB₁₅ an einem Bügel über den Balkenumfang

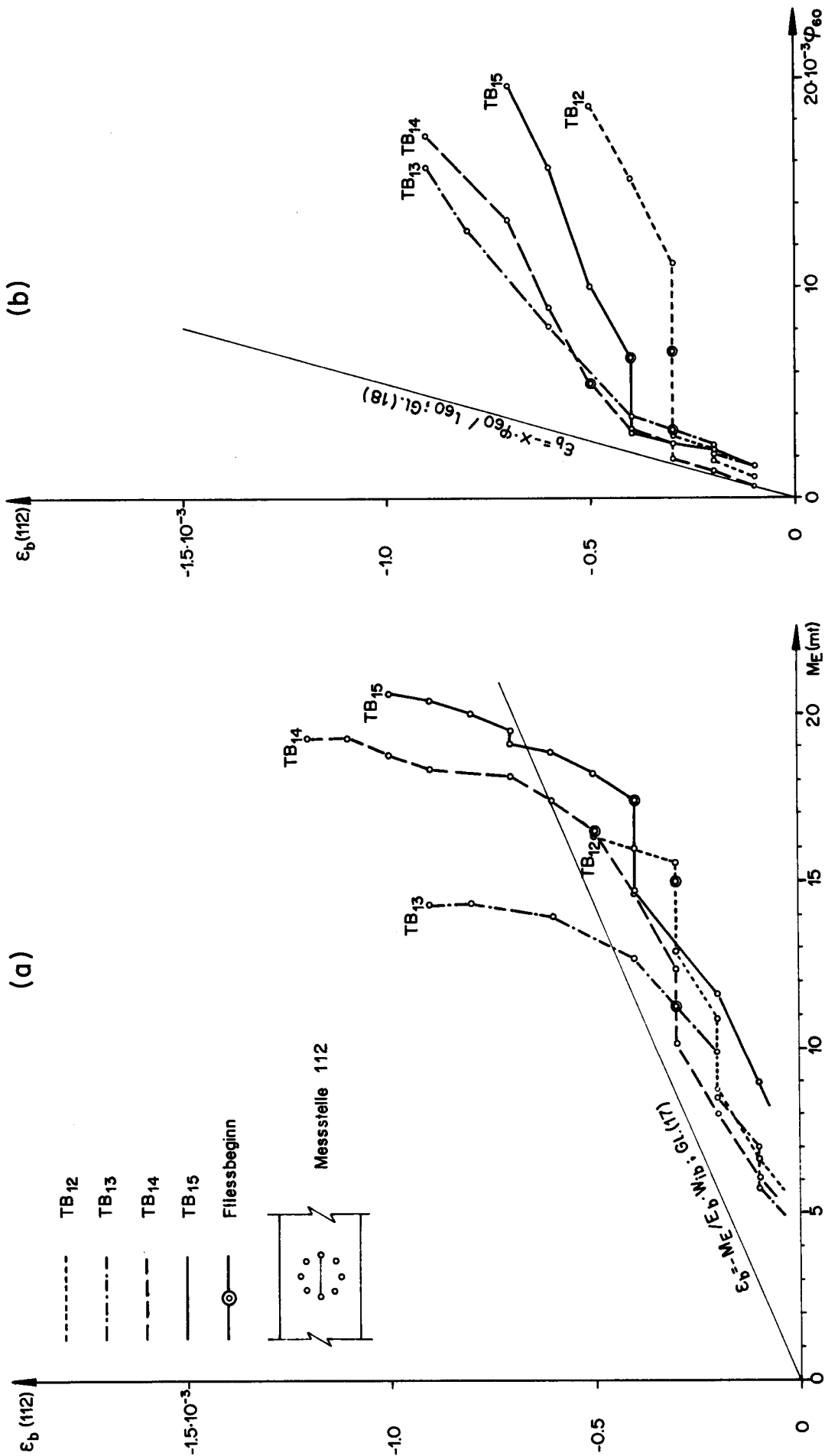


Bild 48: Betonstauchungen oben (a) in Fkt. des Biegemomentes und (b) der Krümmung

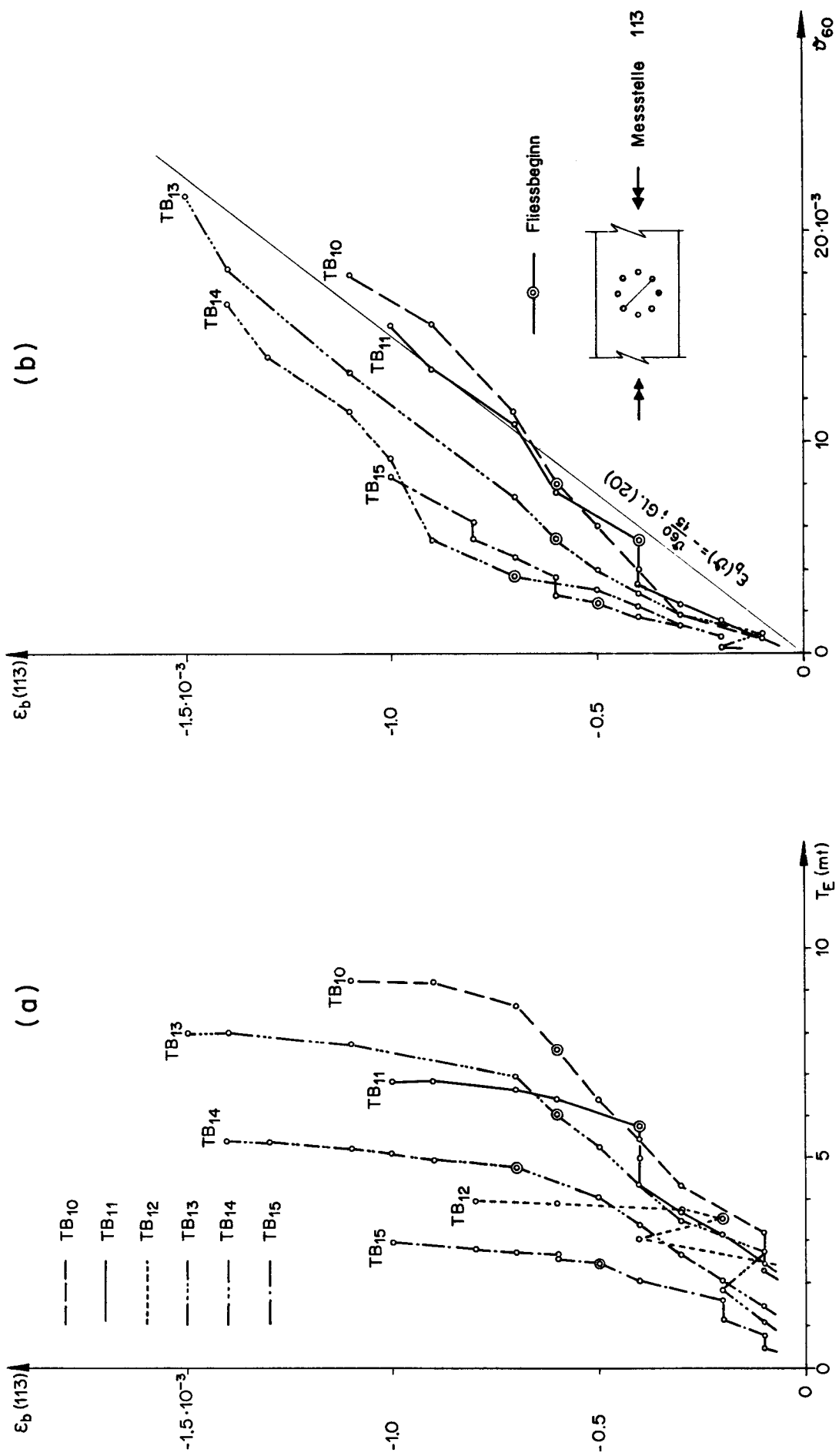


Bild 4.9: Betonstauchungen oben in Fkt. (a) des Torsionsmomentes und (b) der Verdrehung

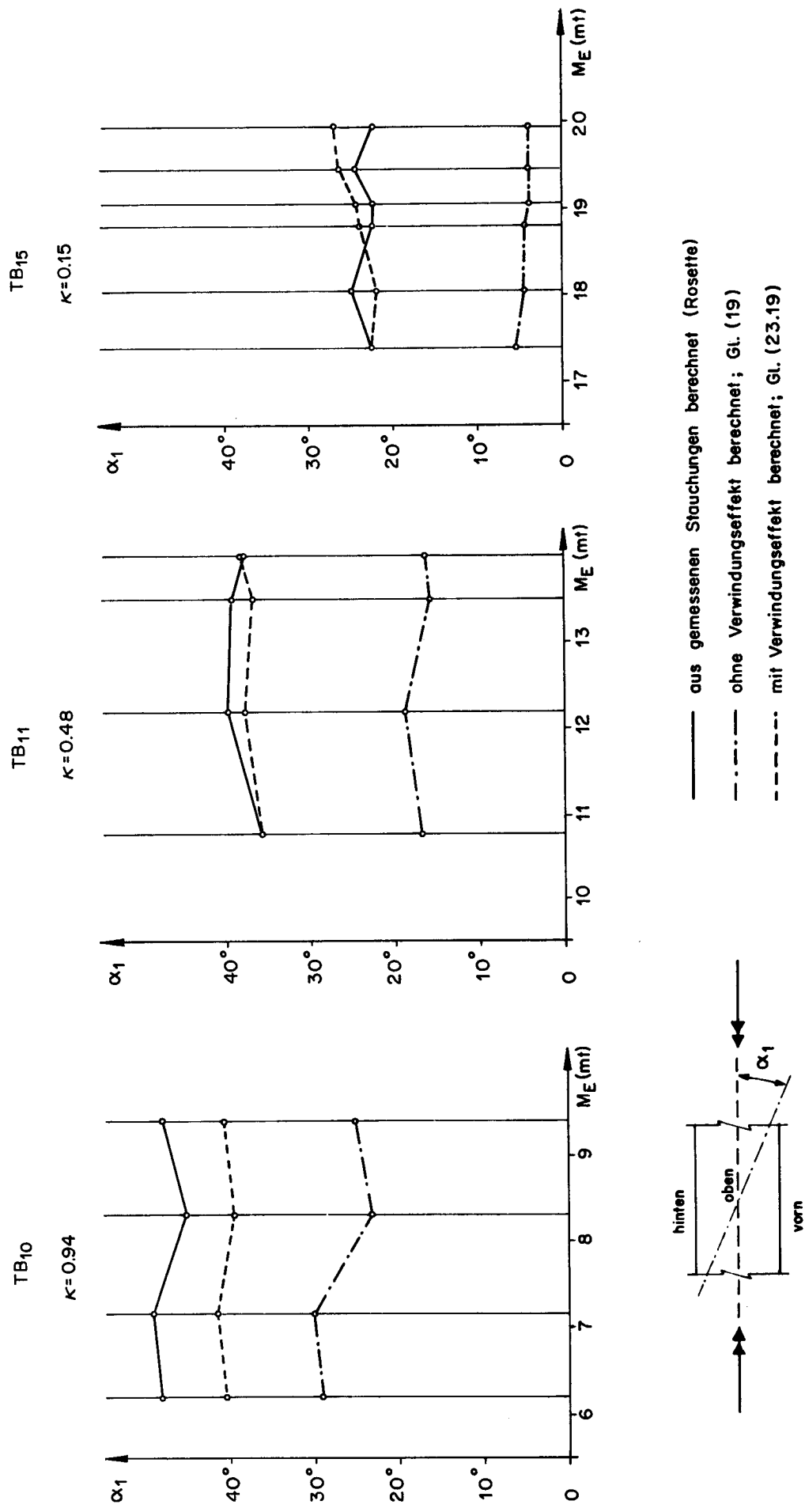
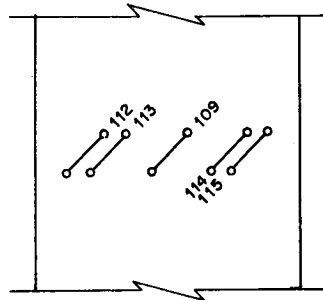
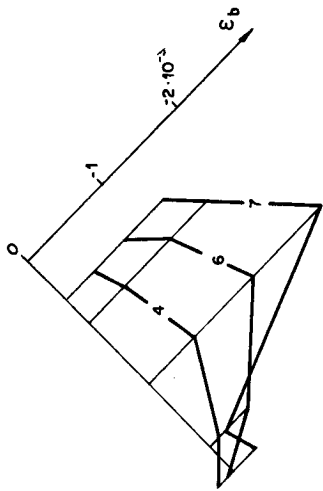
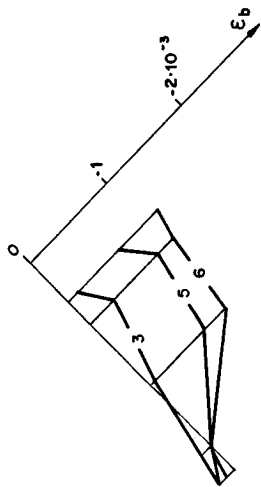
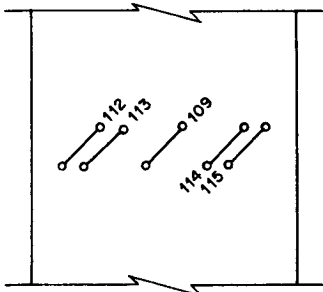


Bild 50: Hauptdruckspannungsrichtung auf der Oberseite

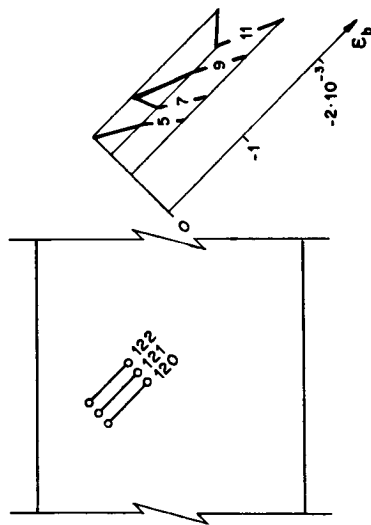
TB₇



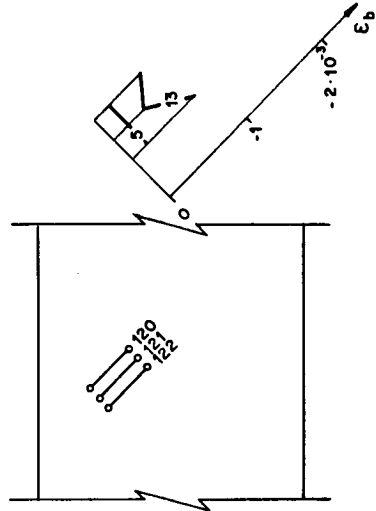
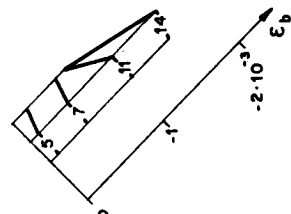
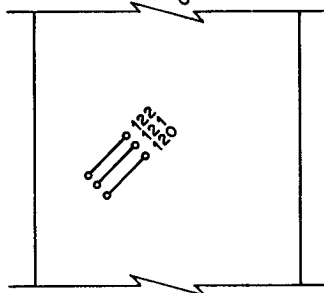
TB₈



TB₁₃



TB₁₄



TB₁₅

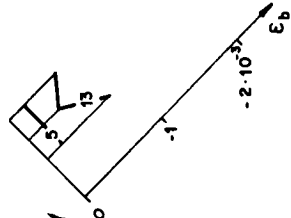
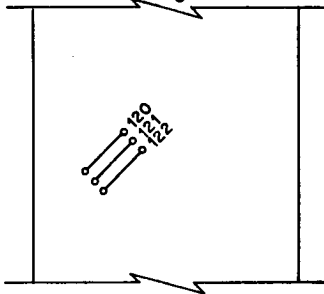


Bild 51: Betonstauchungen auf der Vorderseite der unter 45° geneigten Messstellen

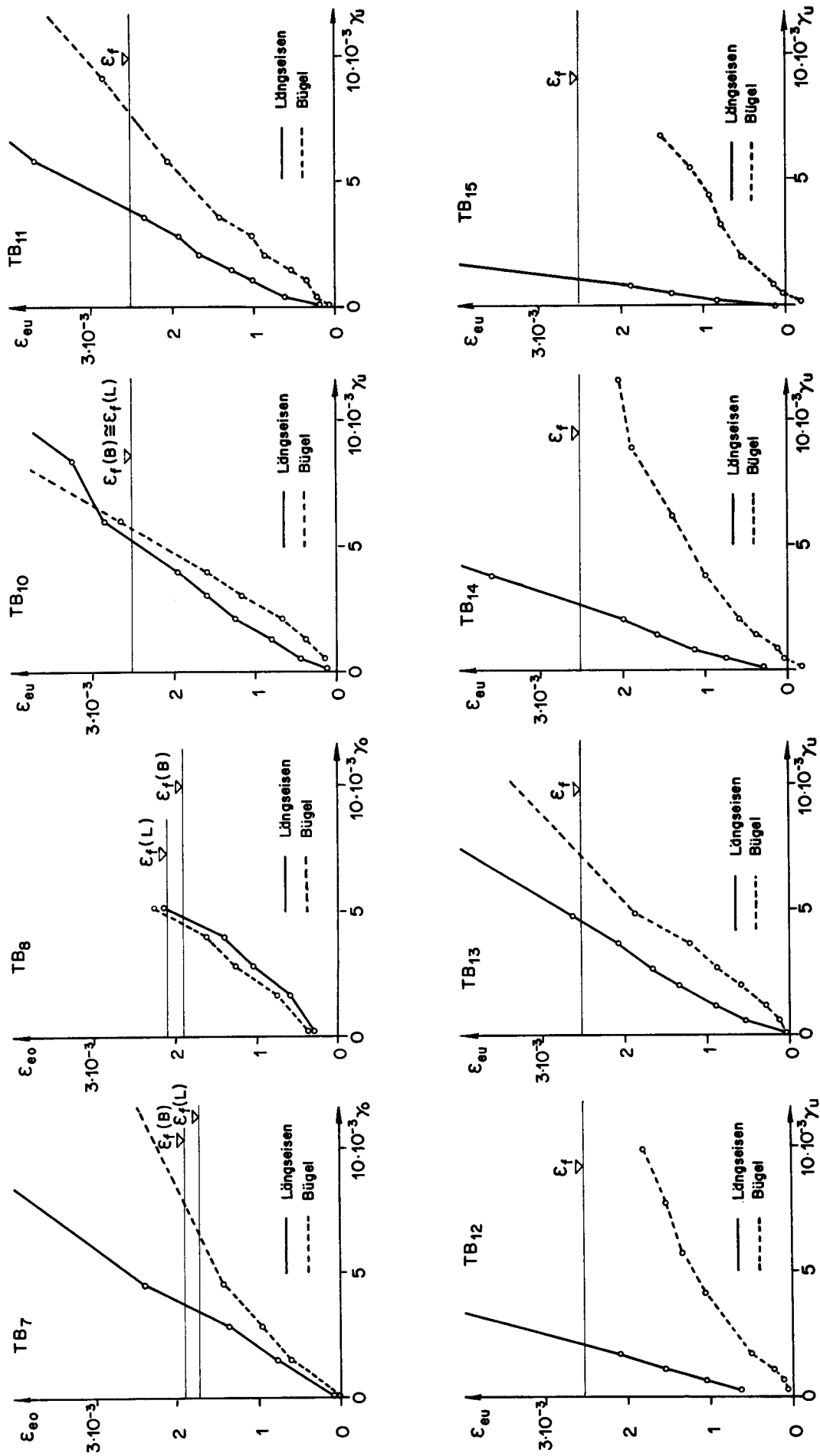


Bild 52: Gemessene Schiebungen in Fkt. der Längsseisen- und Bügeldehnungen

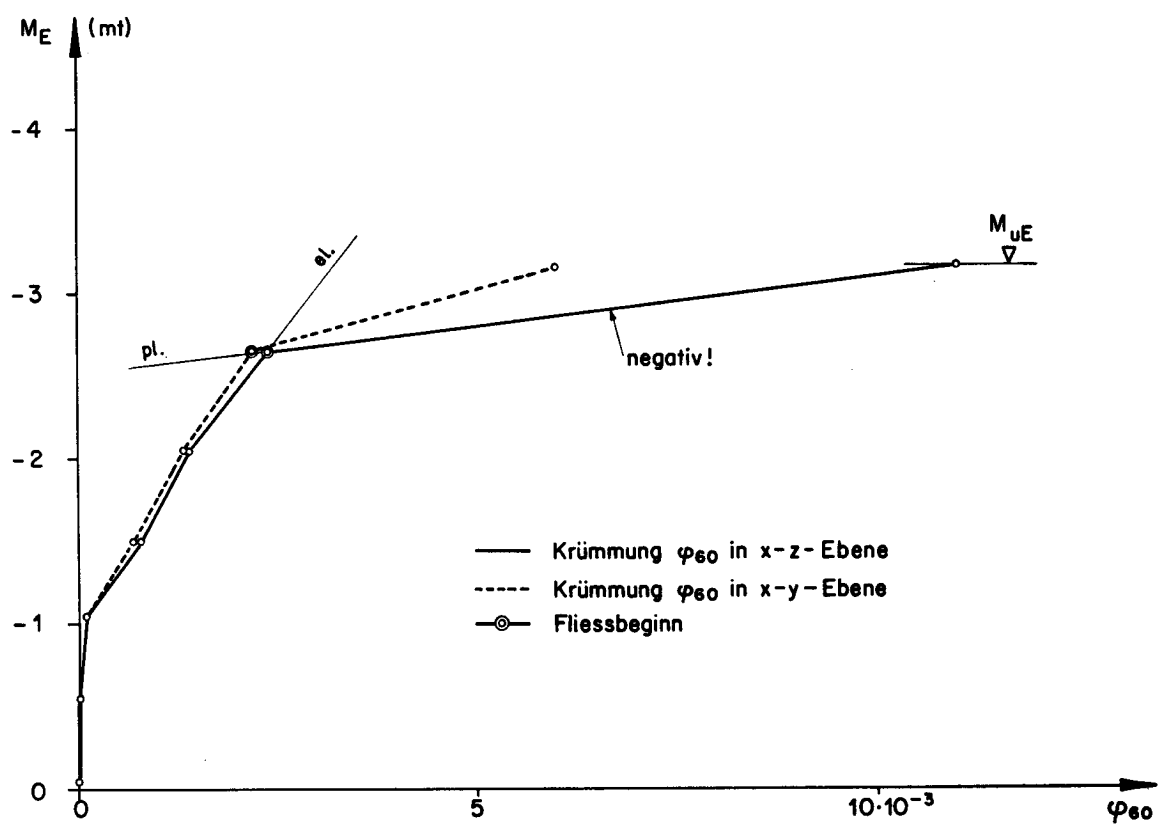


Bild 53: Krümmungen Balken TB₇ in Fkt. des Biegemomentes

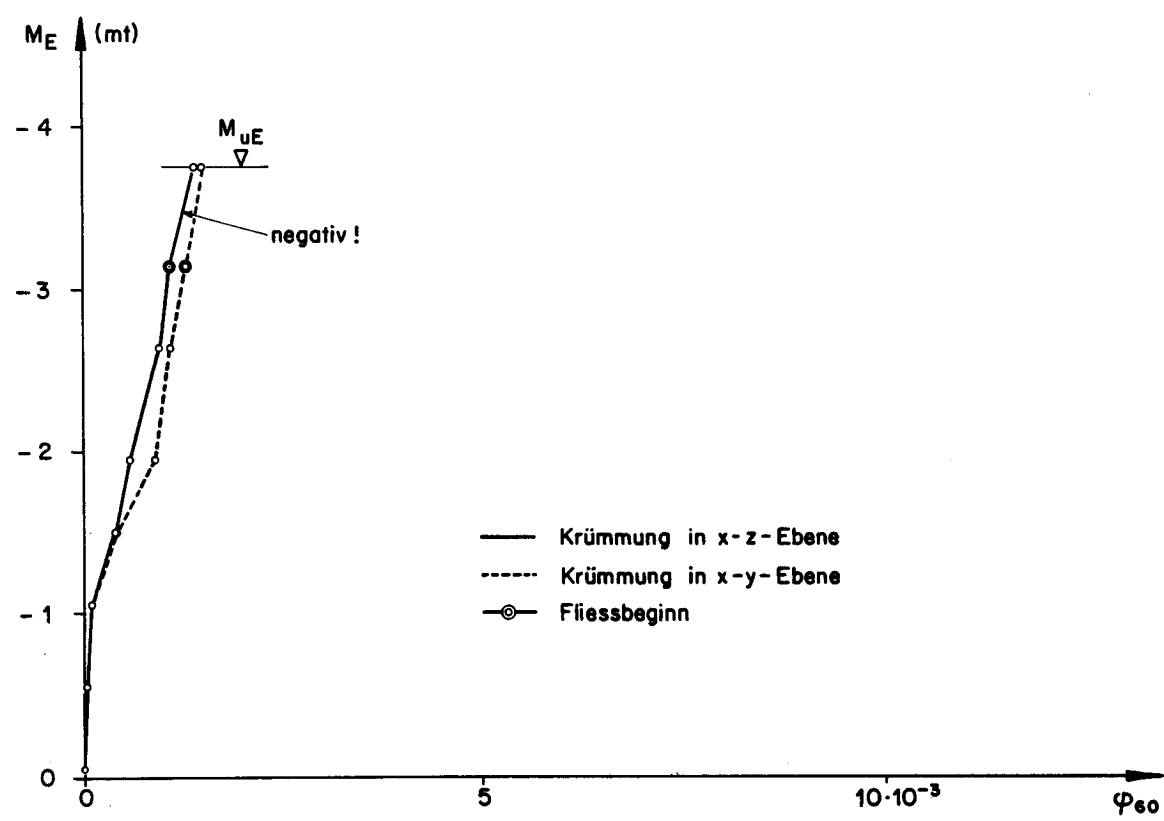


Bild 54: Krümmungen Balken TB₈ in Fkt. des Biegemomentes

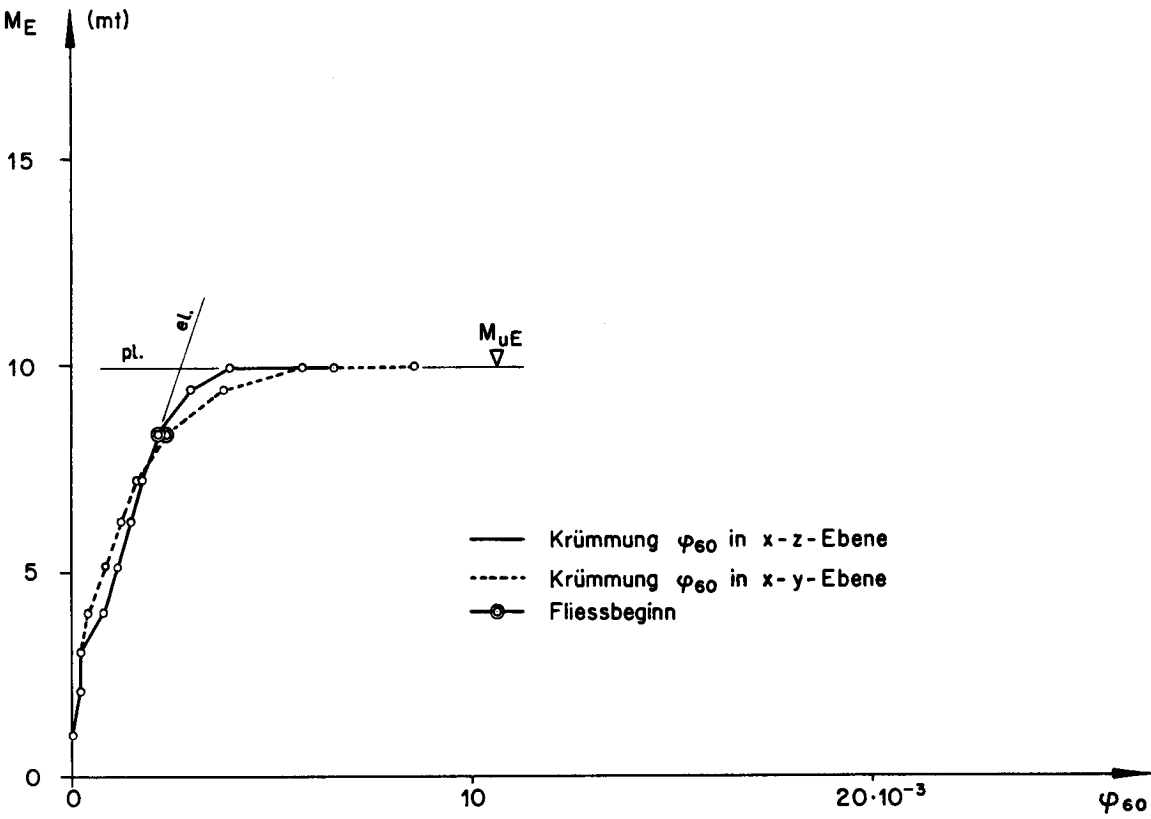


Bild 55: Krümmungen Balken TB_{10} in Fkt. des Biegemomentes

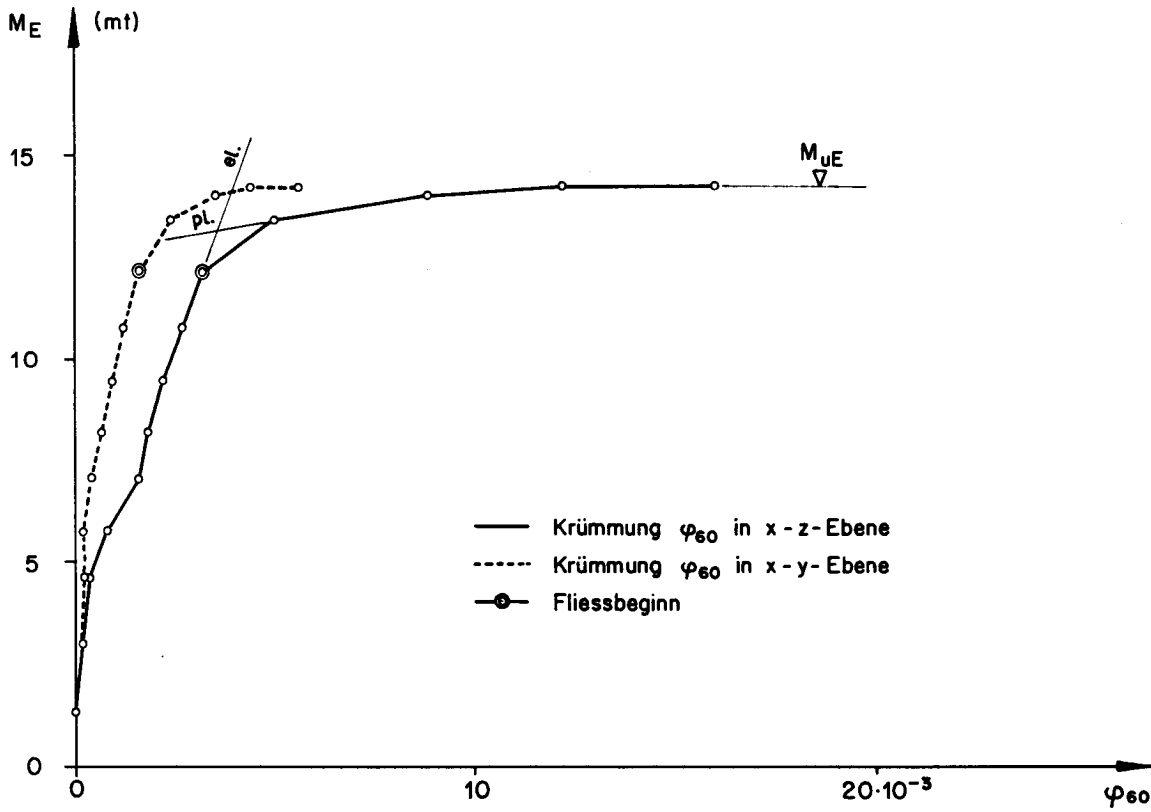


Bild 56: Krümmungen Balken TB_{11} in Fkt. des Biegemomentes

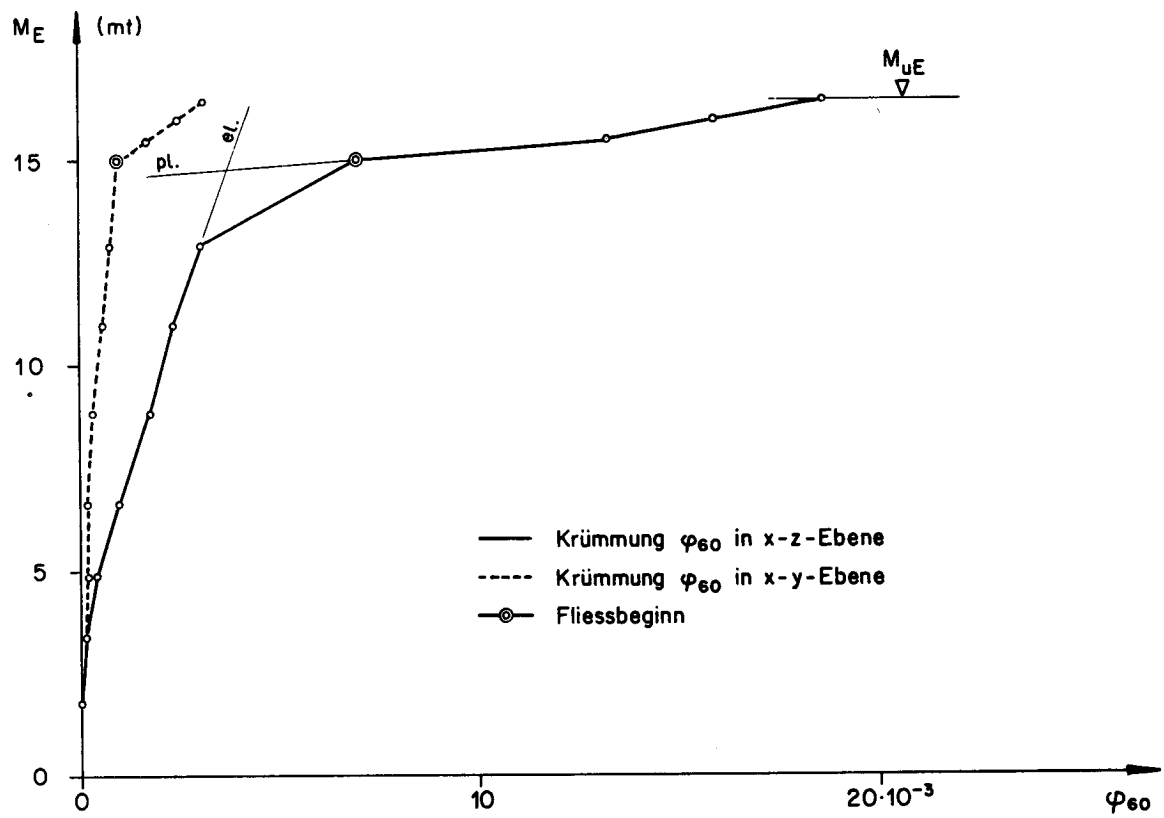


Bild 57: Krümmungen Balken TB_{12} in Fkt. des Biegemomentes

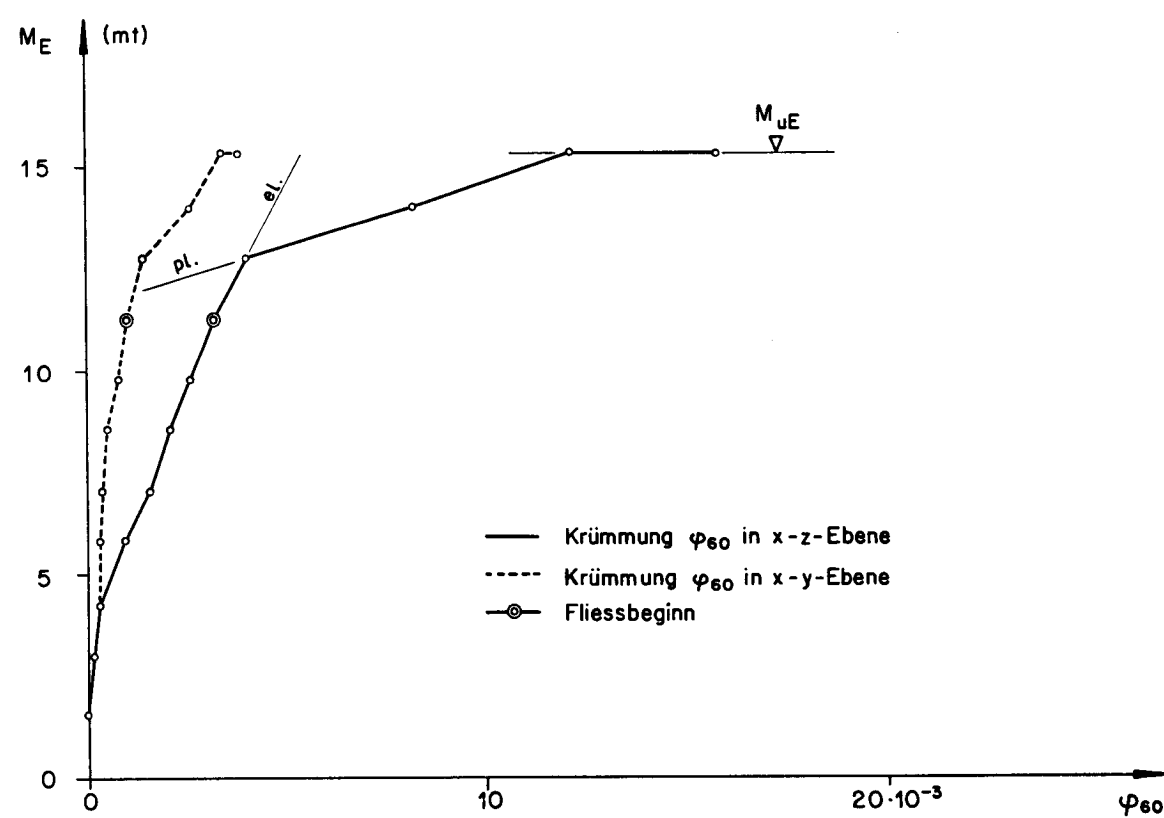


Bild 58: Krümmungen Balken TB_{13} in Fkt. des Biegemomentes

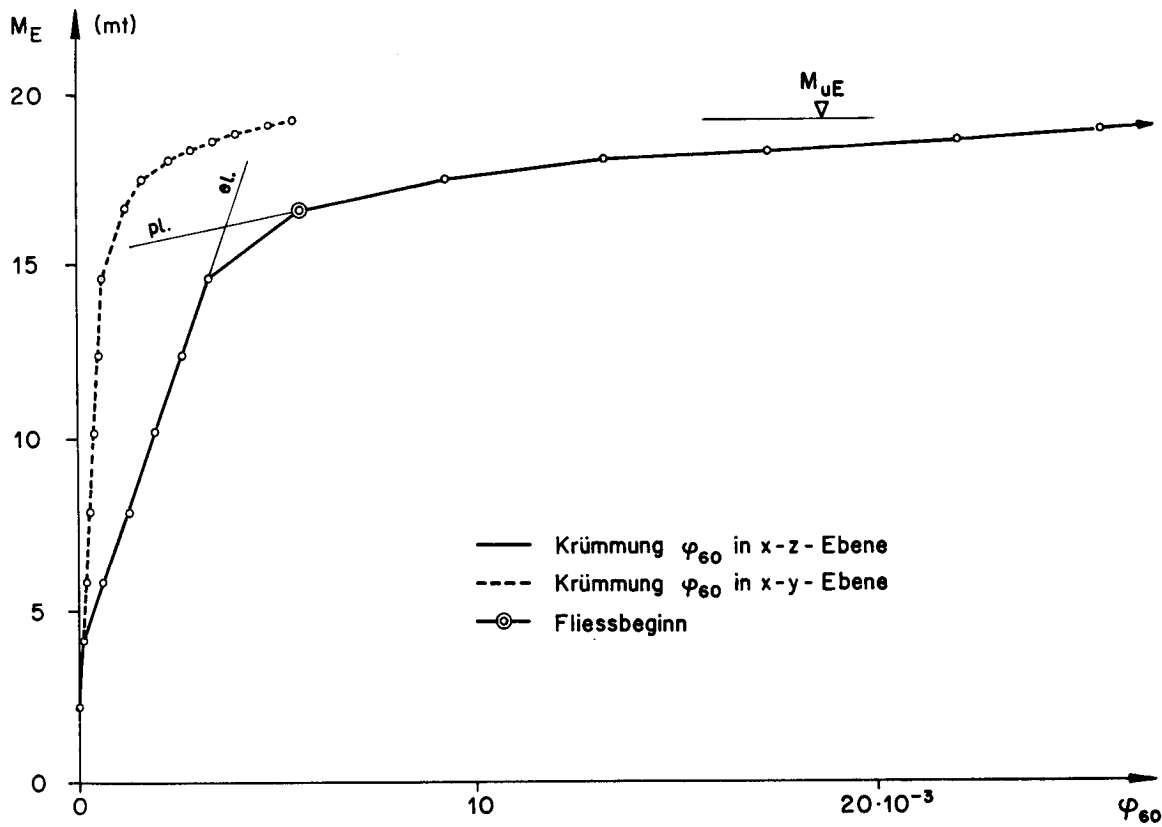


Bild 59: Krümmungen Balken TB₁₄ in Fkt. des Biegemomentes

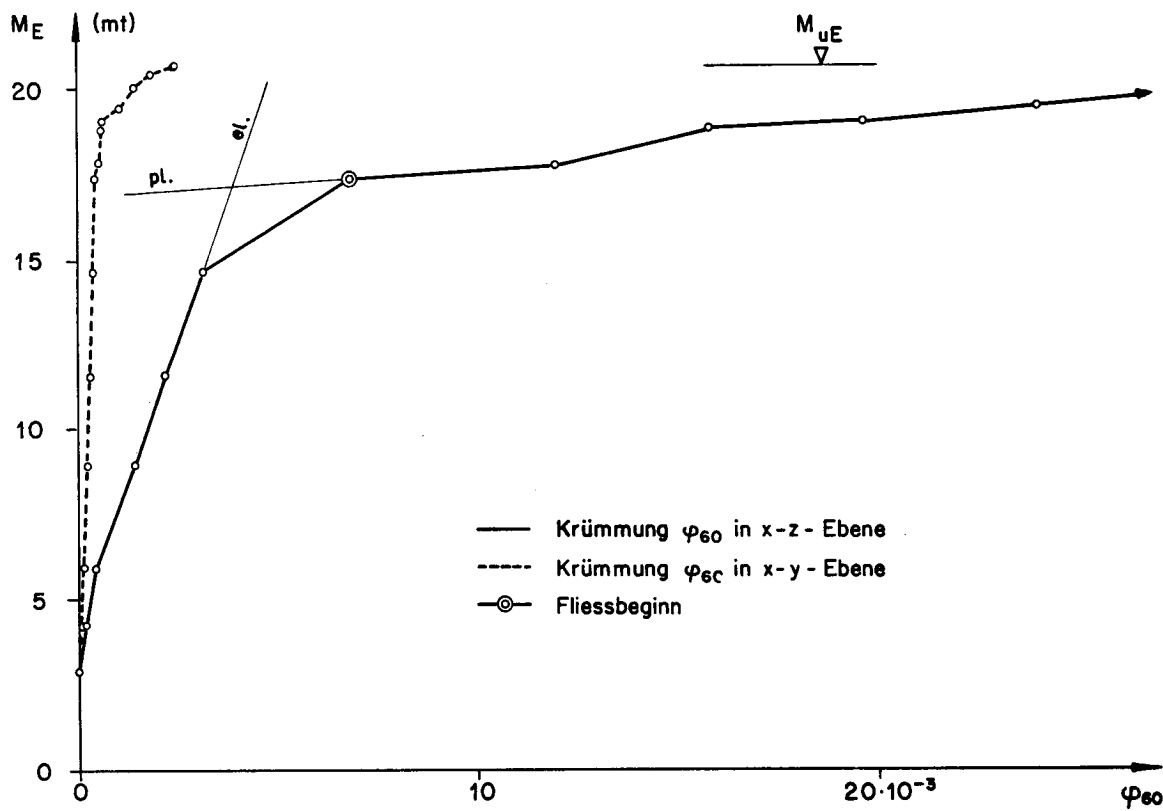


Bild 60: Krümmungen Balken TB₁₅ in Fkt. des Biegemomentes

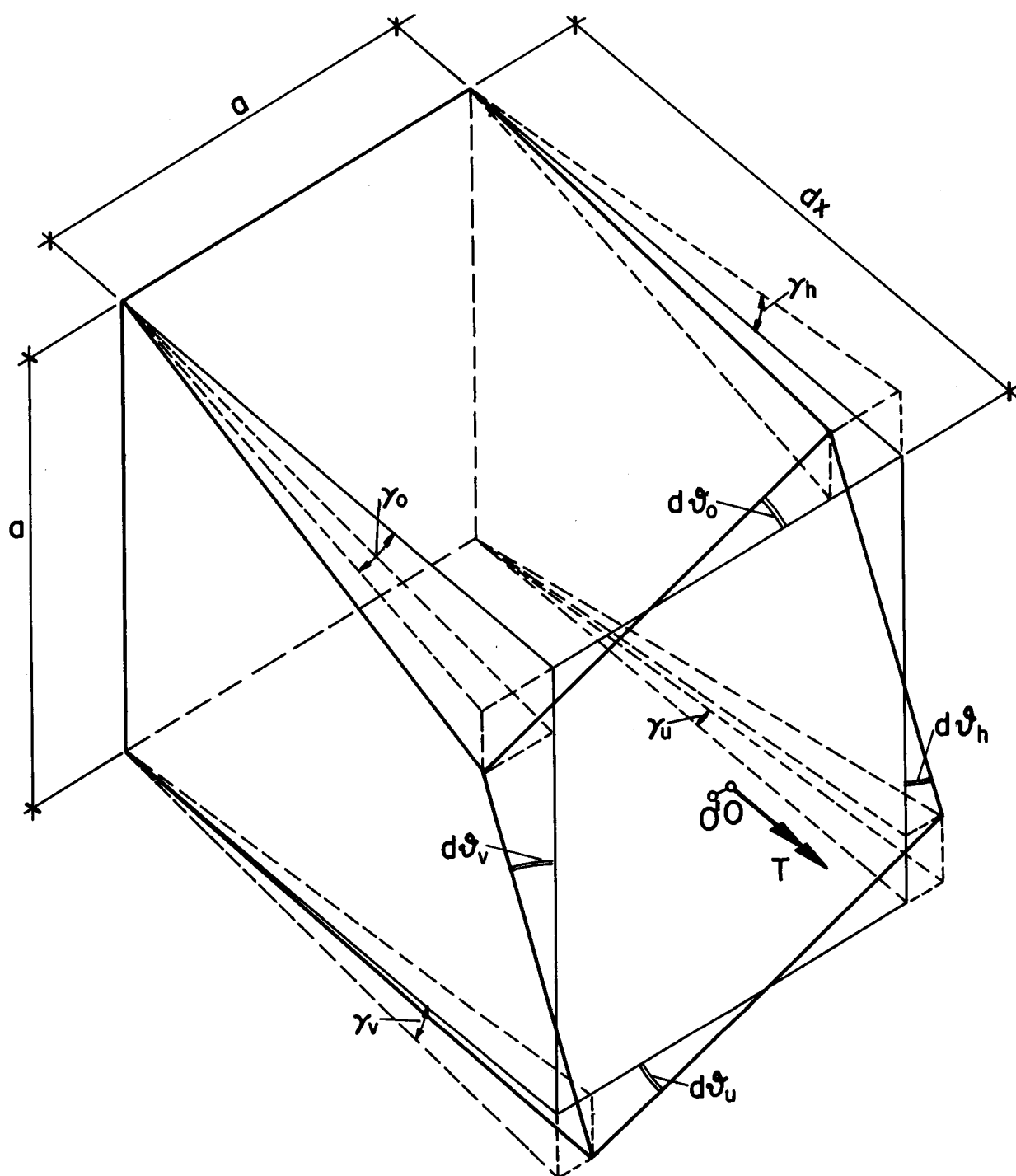


Bild 61: Bestimmung des Verdrehungswinkels aus den Schiebungen am quadratischen Querschnitt

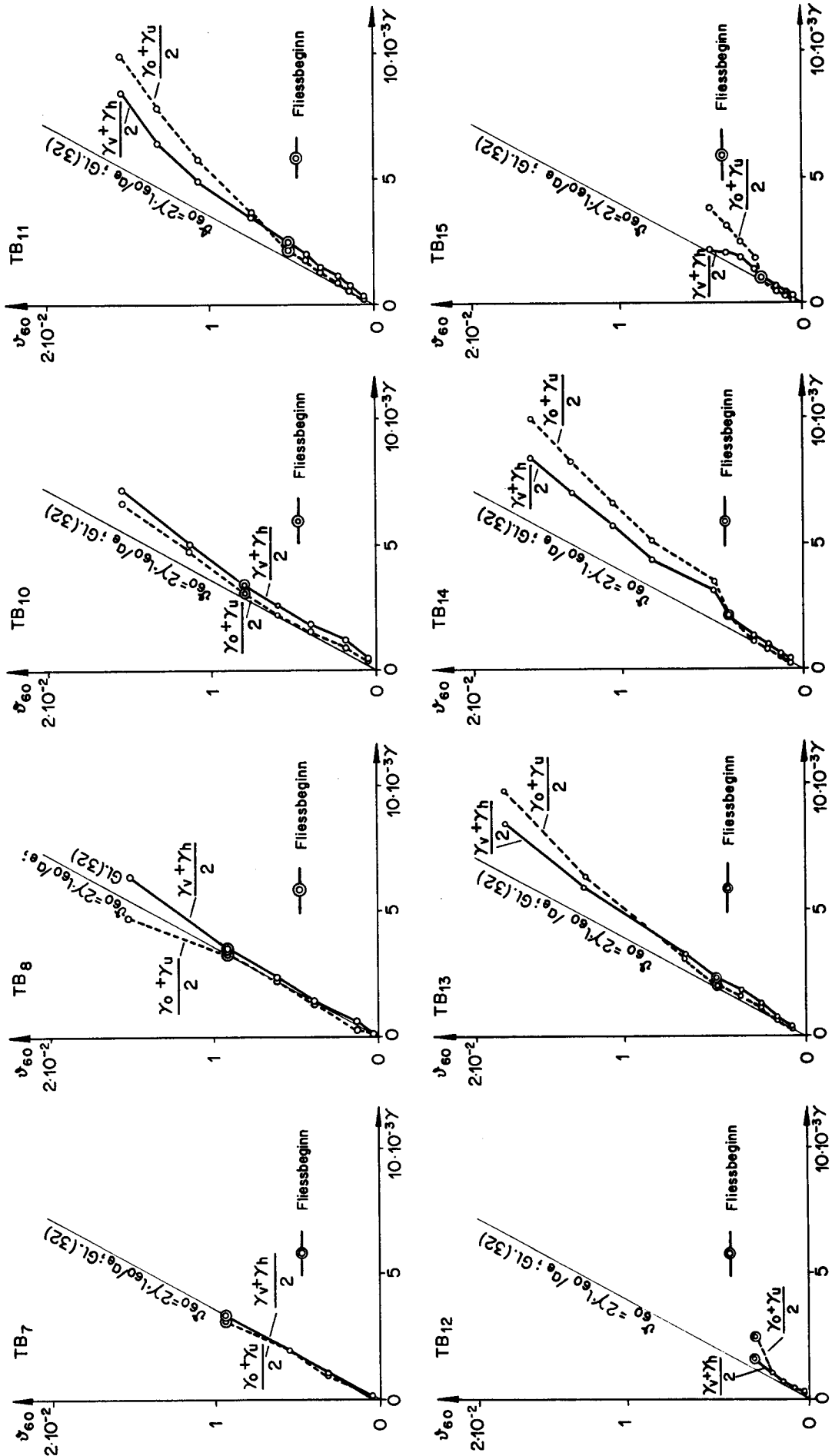


Bild 62: Verdrehungs - Schiebungs - Diagramme

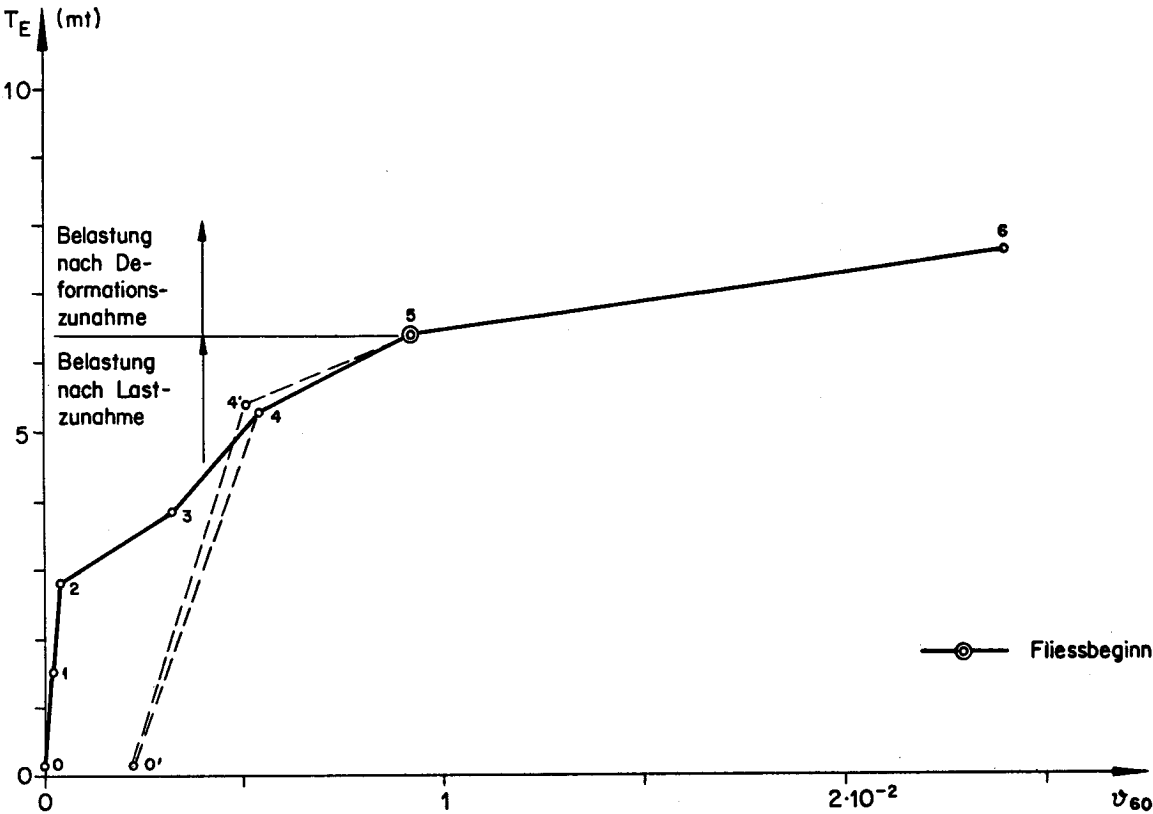


Bild 63: Verdrehungen Balken TB_7

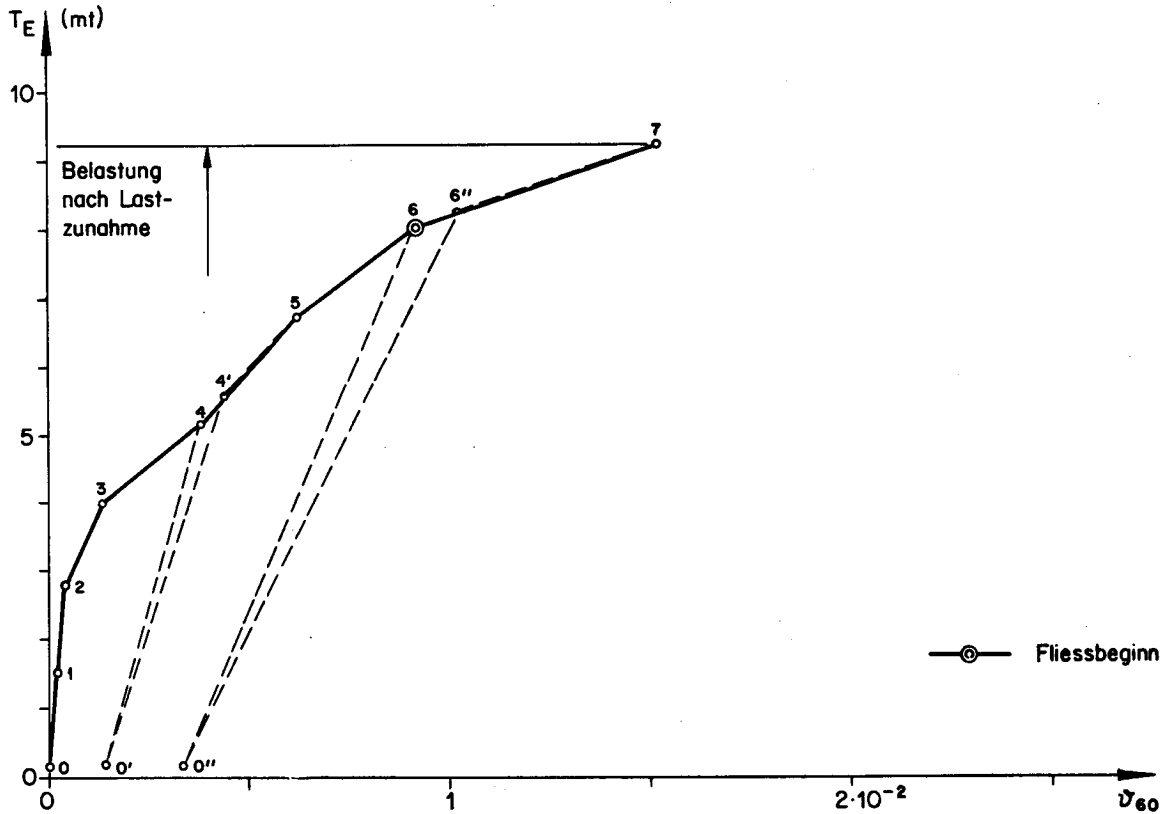


Bild 64: Verdrehungen Balken TB_8

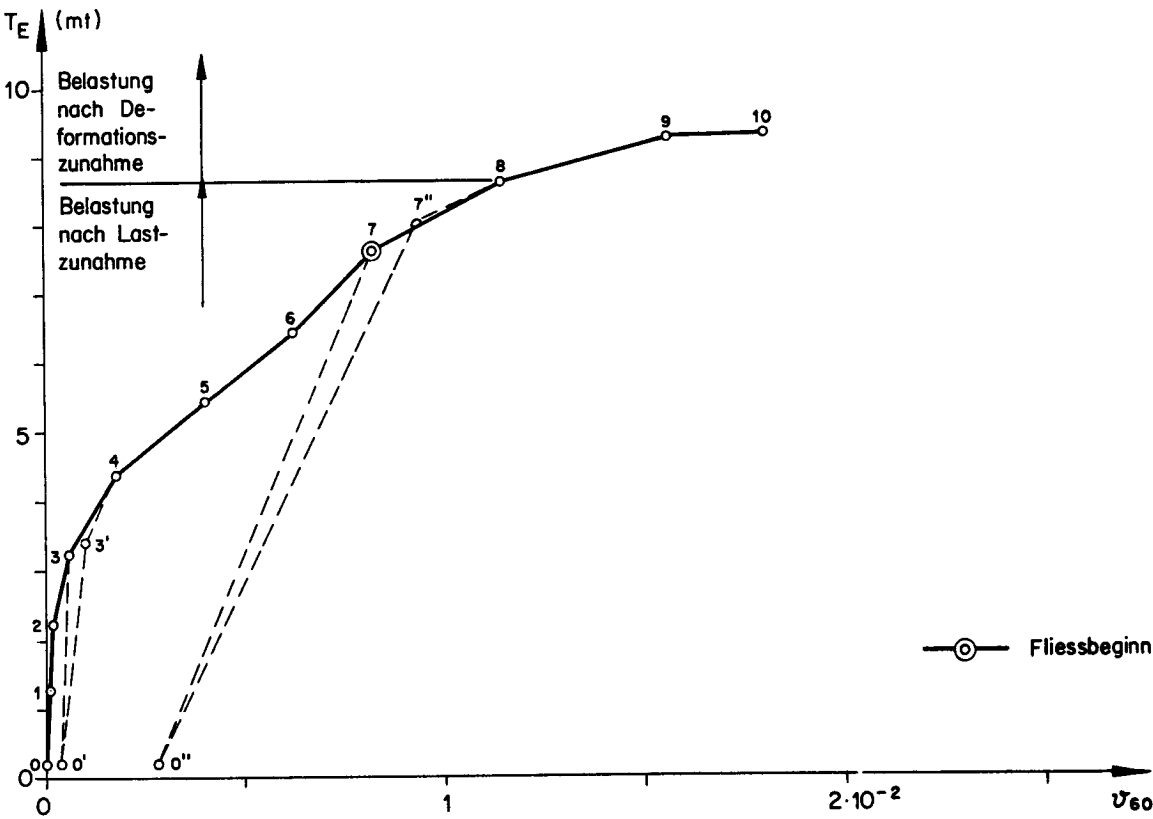


Bild 65: Verdrehungen Balken TB_{10}

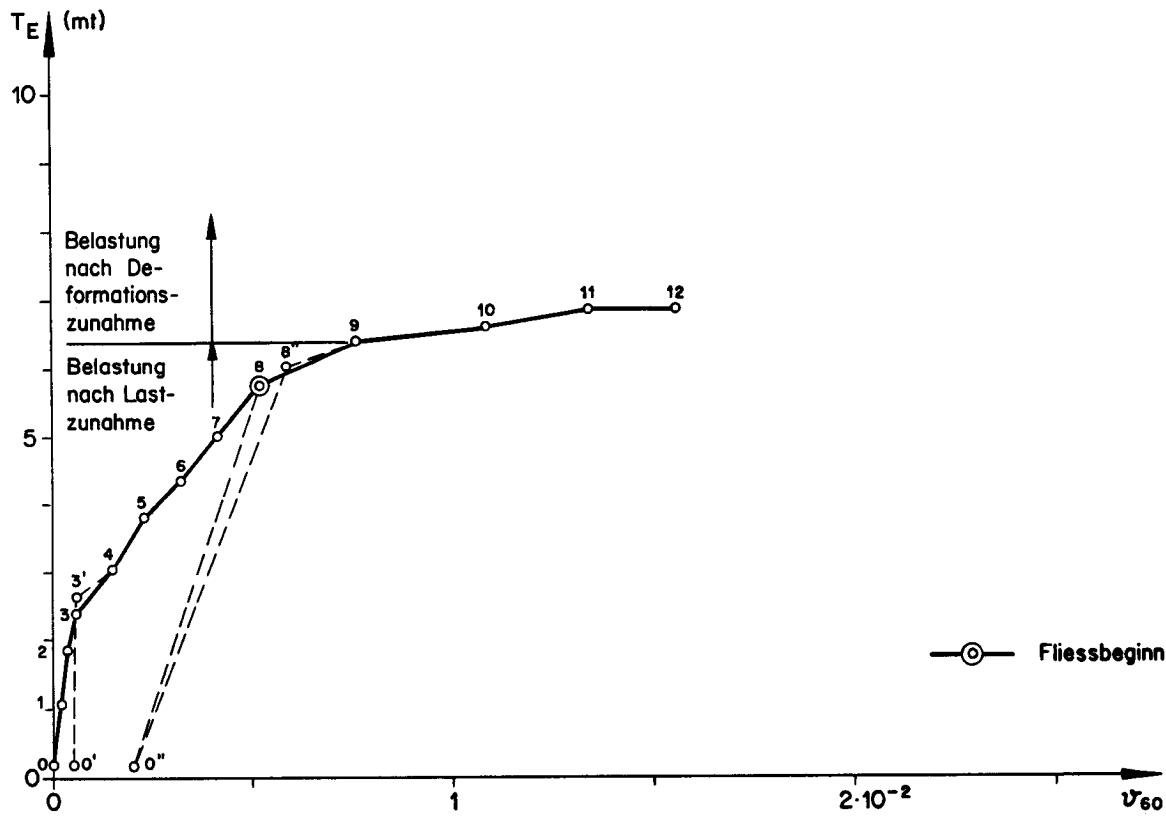


Bild 66: Verdrehungen Balken TB_{11}

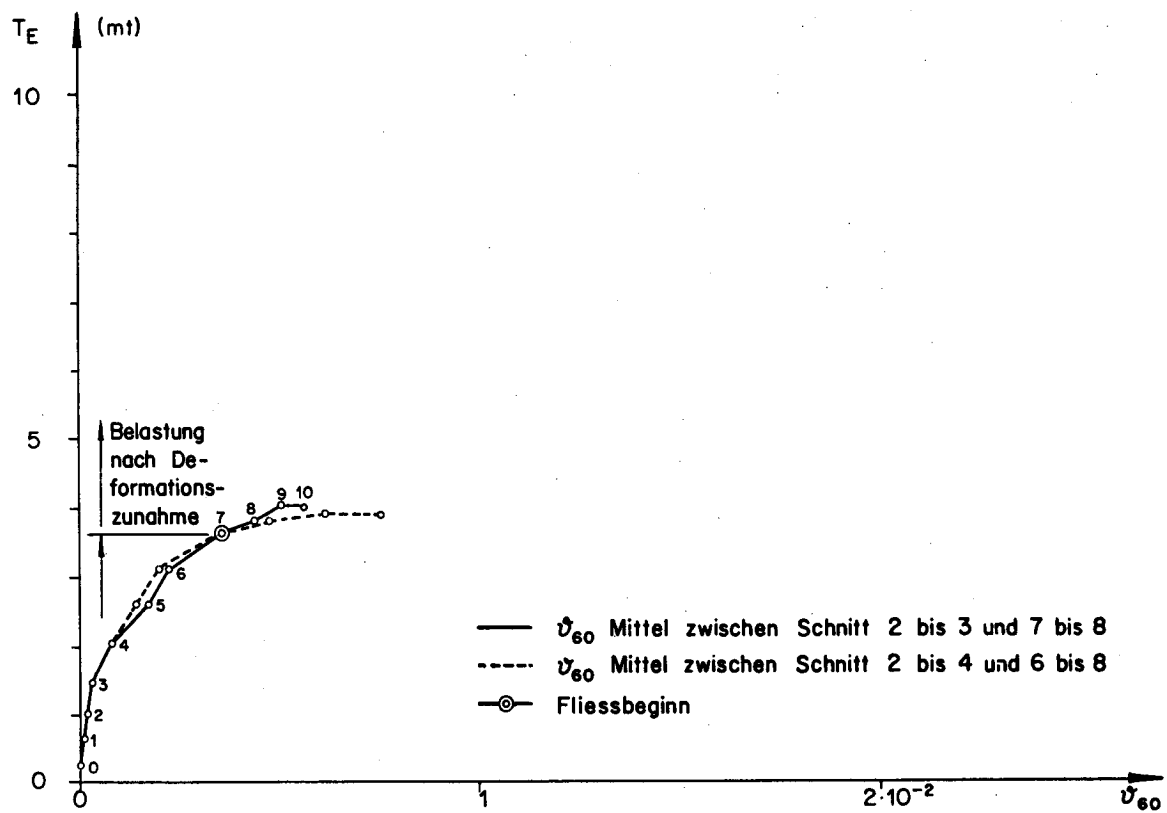


Bild 67: Verdrehungen Balken TB_{12}

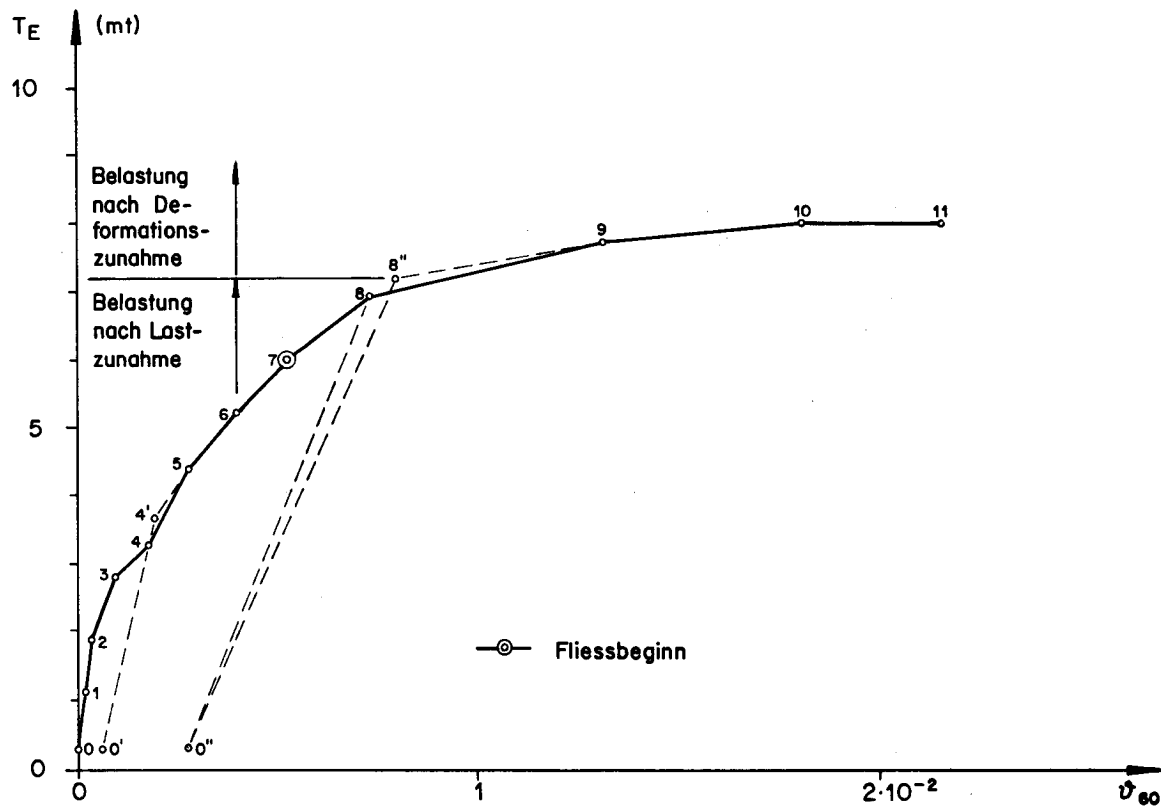


Bild 68: Verdrehungen Balken TB_{13}

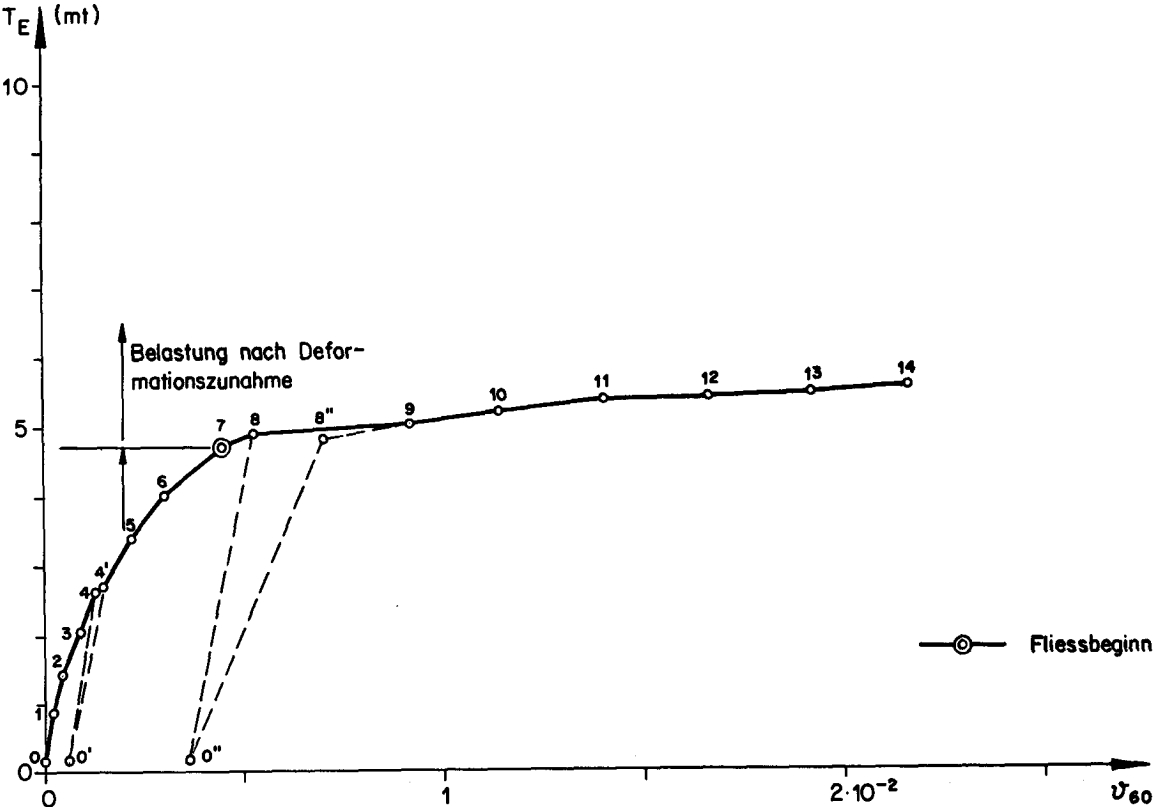


Bild 69: Verdrehungen Balken TB₁₄

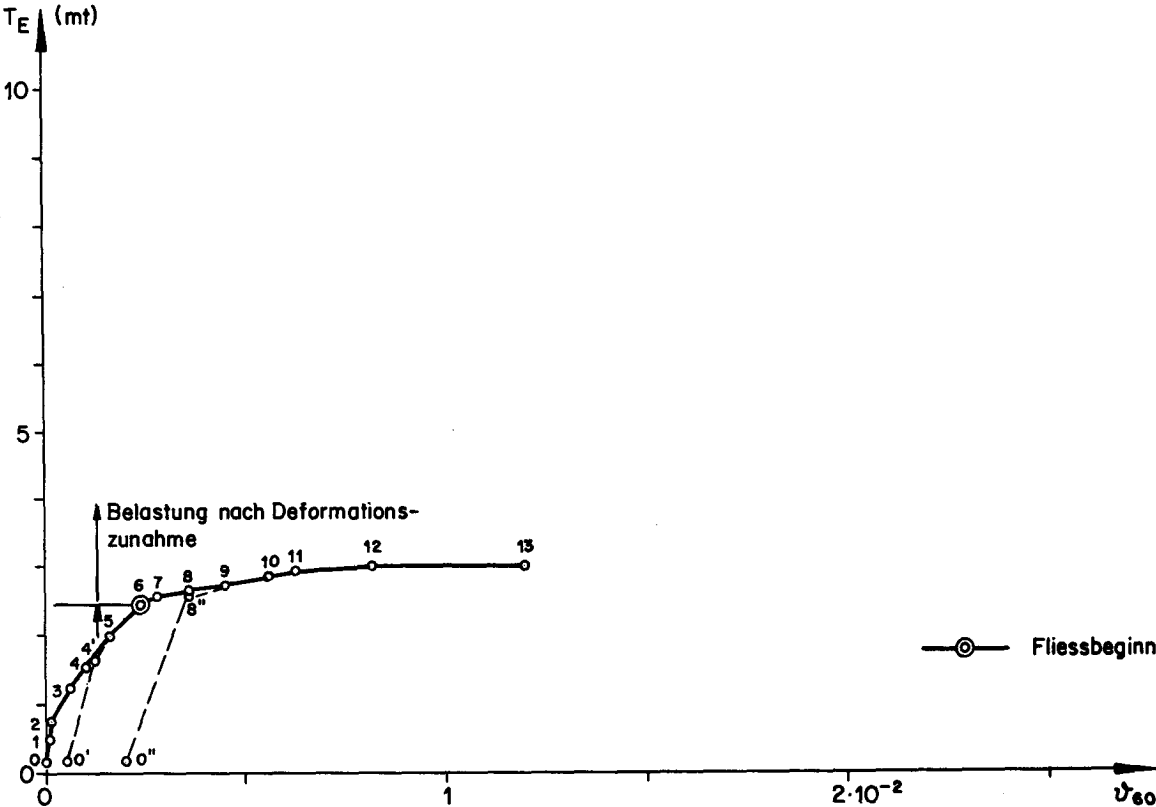


Bild 70: Verdrehungen Balken TB₁₅

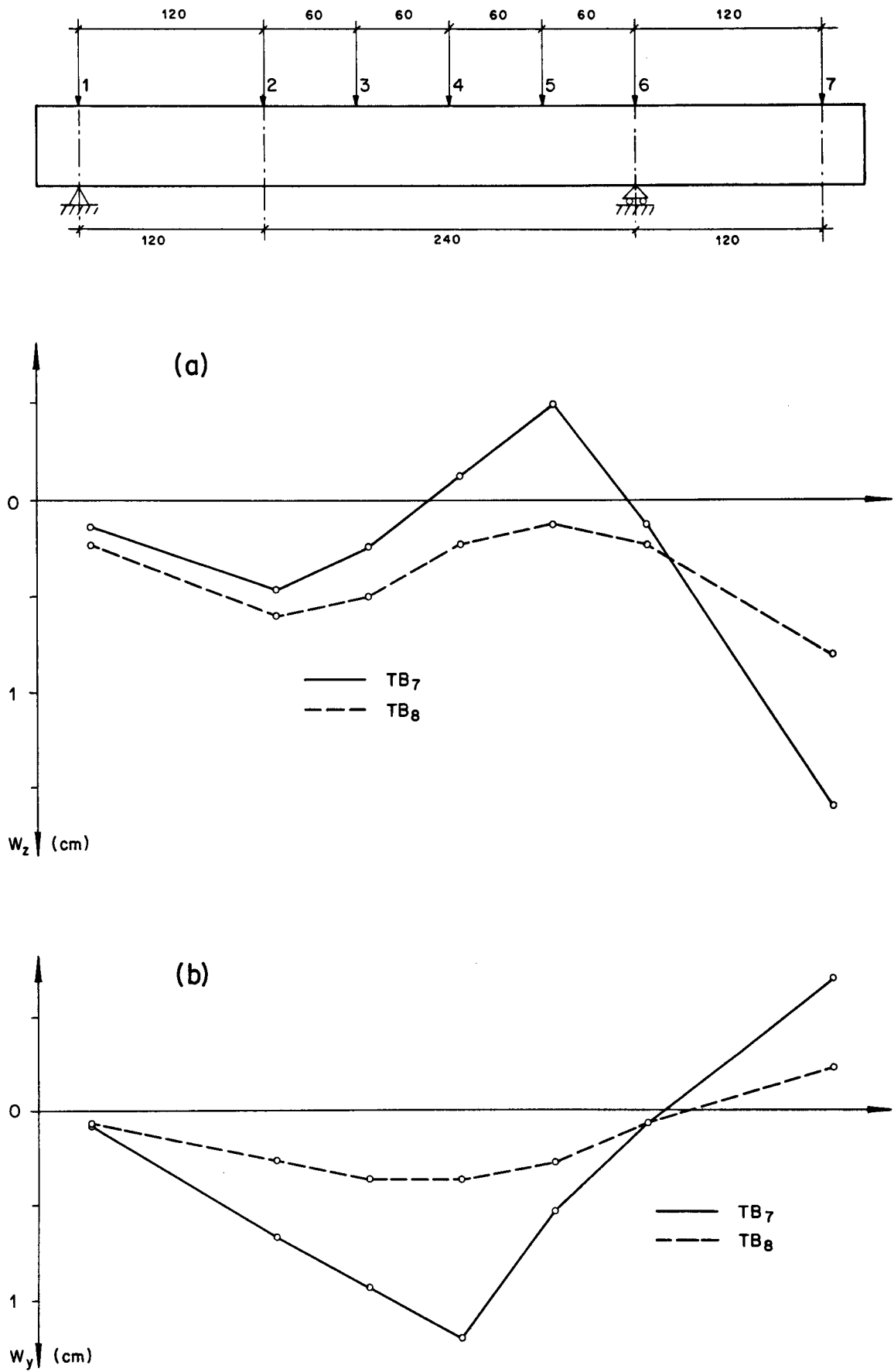


Bild 71: (a) Durchbiegungen und (b) horizontale Ausbiegung der Balken TB_7 und TB_8 unter maximaler Last

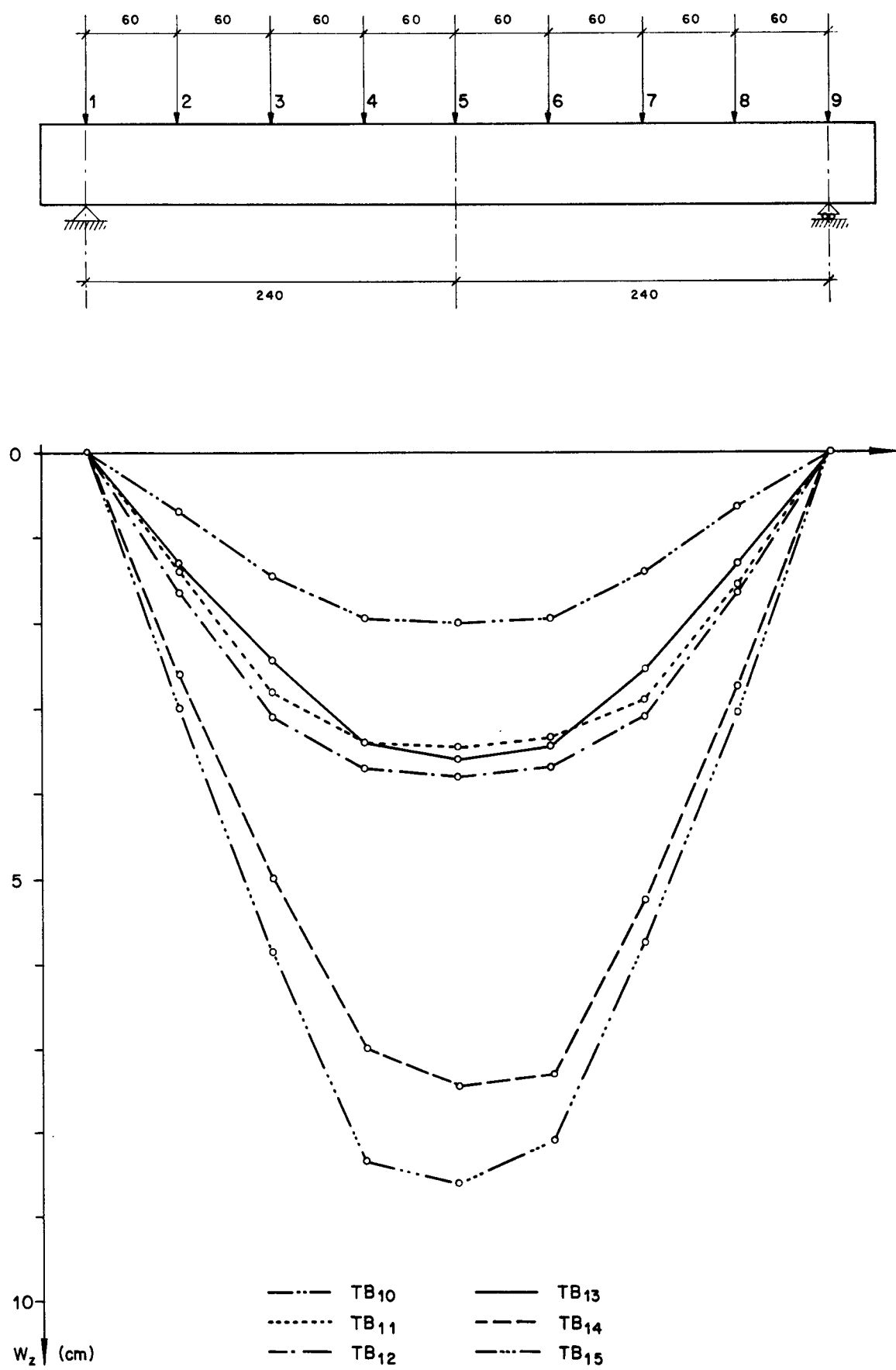


Bild 72: Durchbiegungen Balken TB₁₀ bis TB₁₅ unter maximaler Last

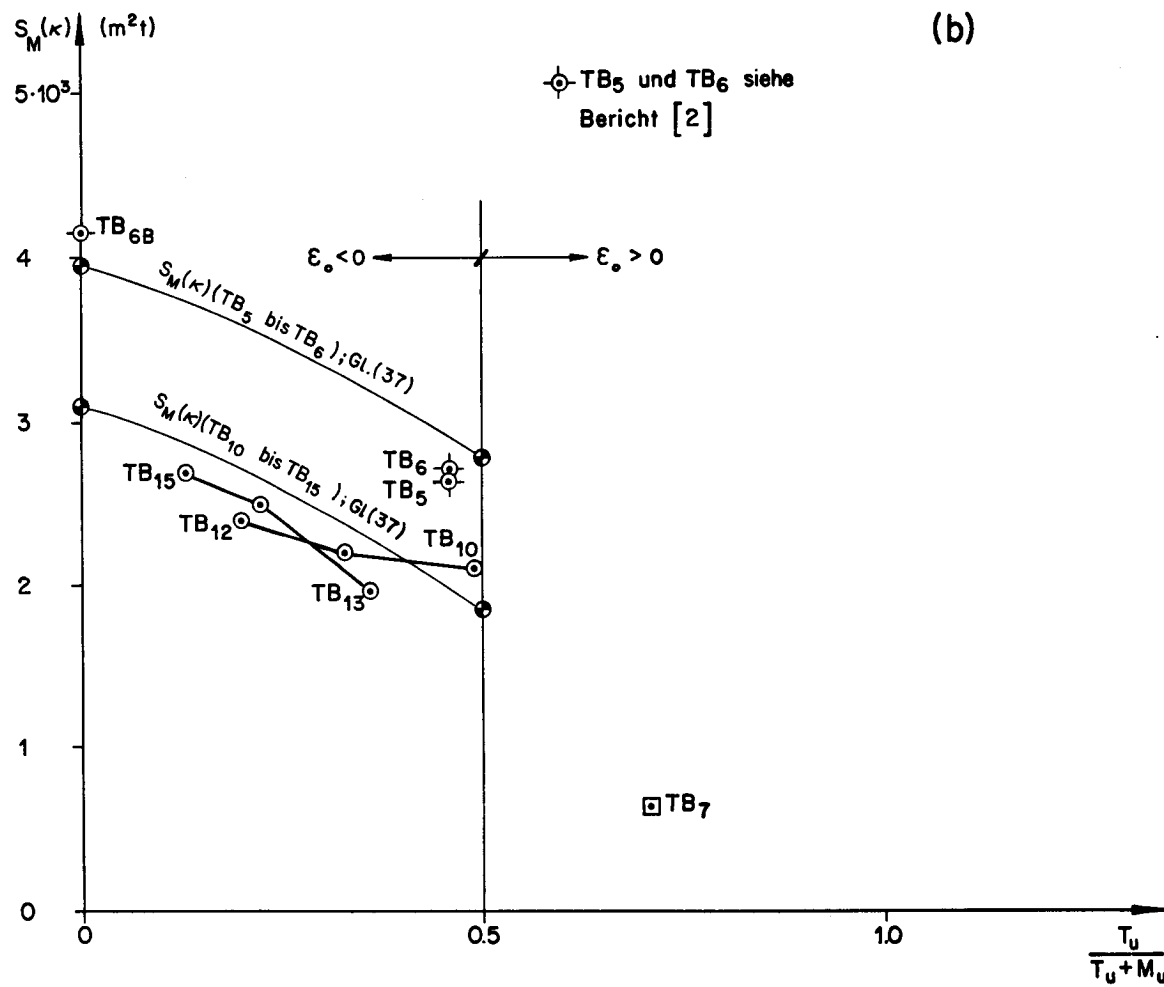
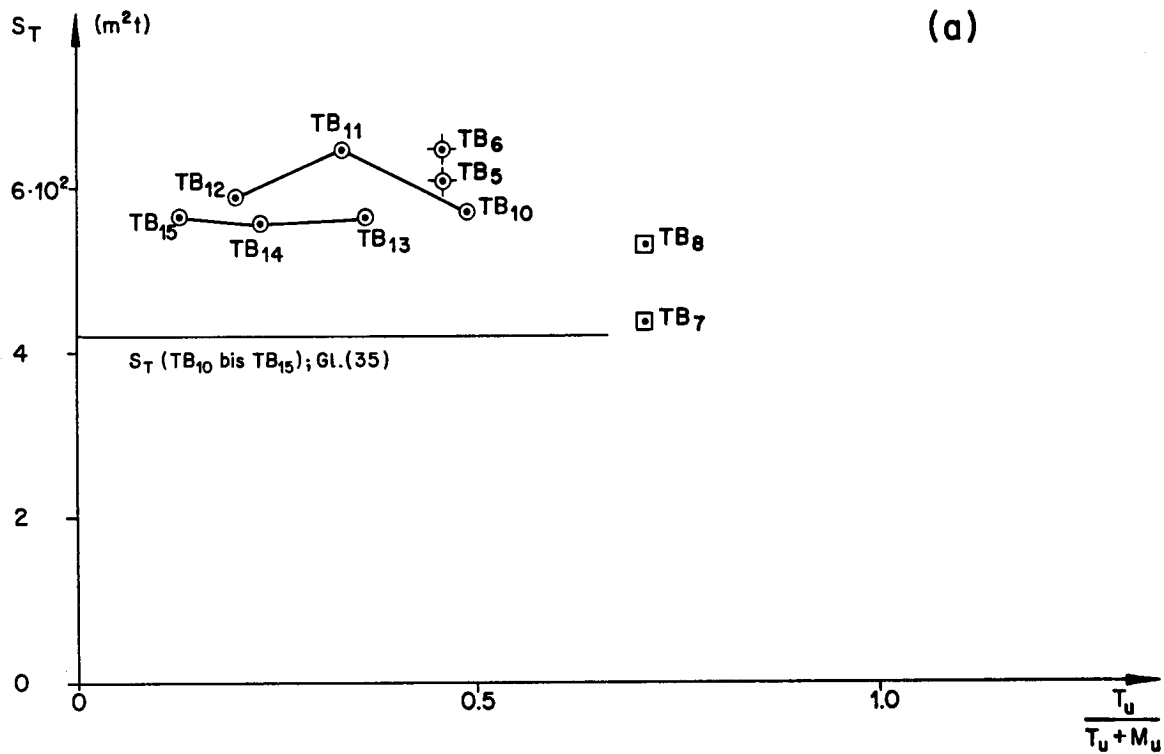
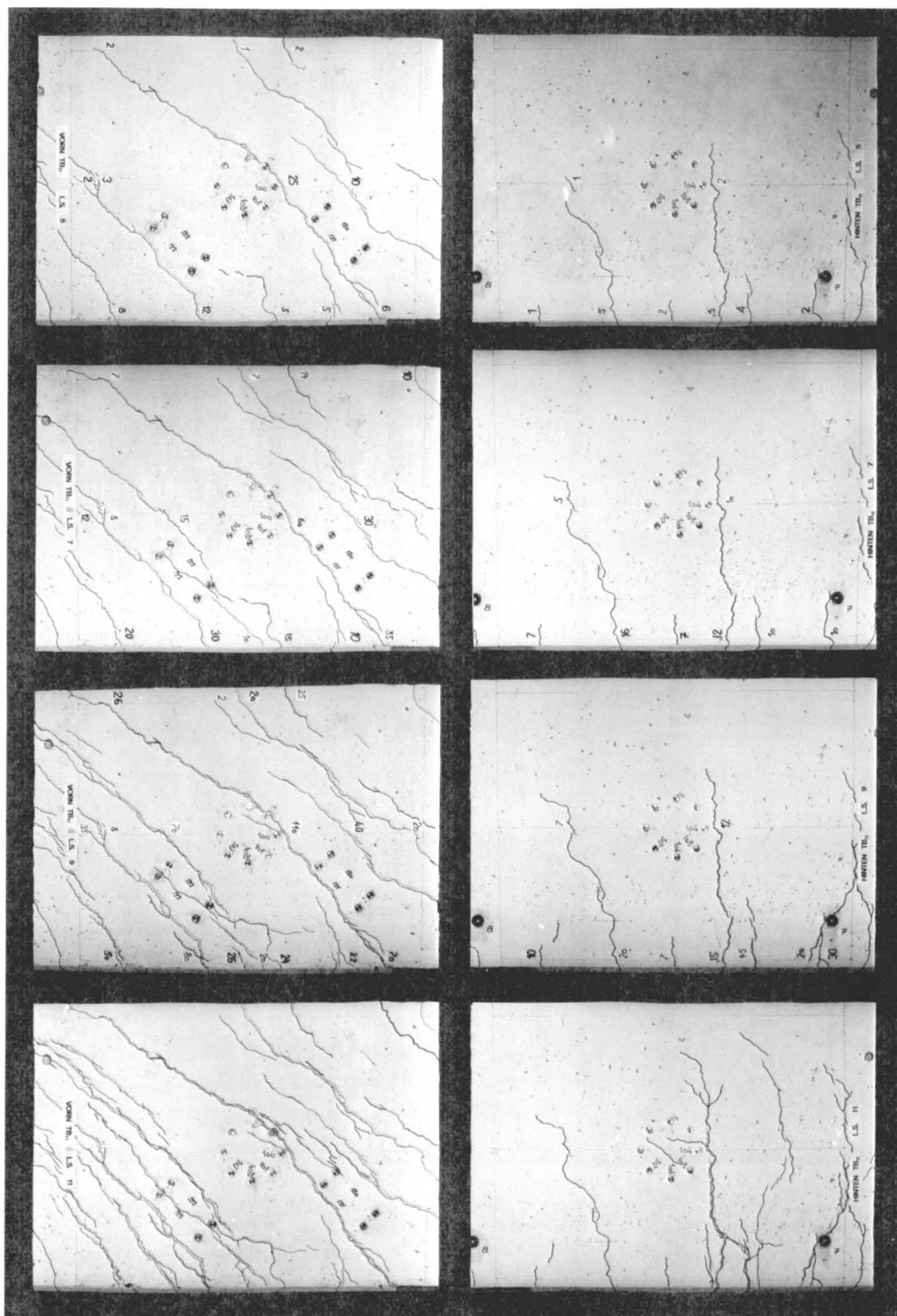


Bild 73: (a) Torsions- und (b) Biegesteifigkeit

vorn

hinten



Zahlen bedeuten Rissweiten

Bild 74: Rissverlauf vorn und hinten Balken TB₁₁

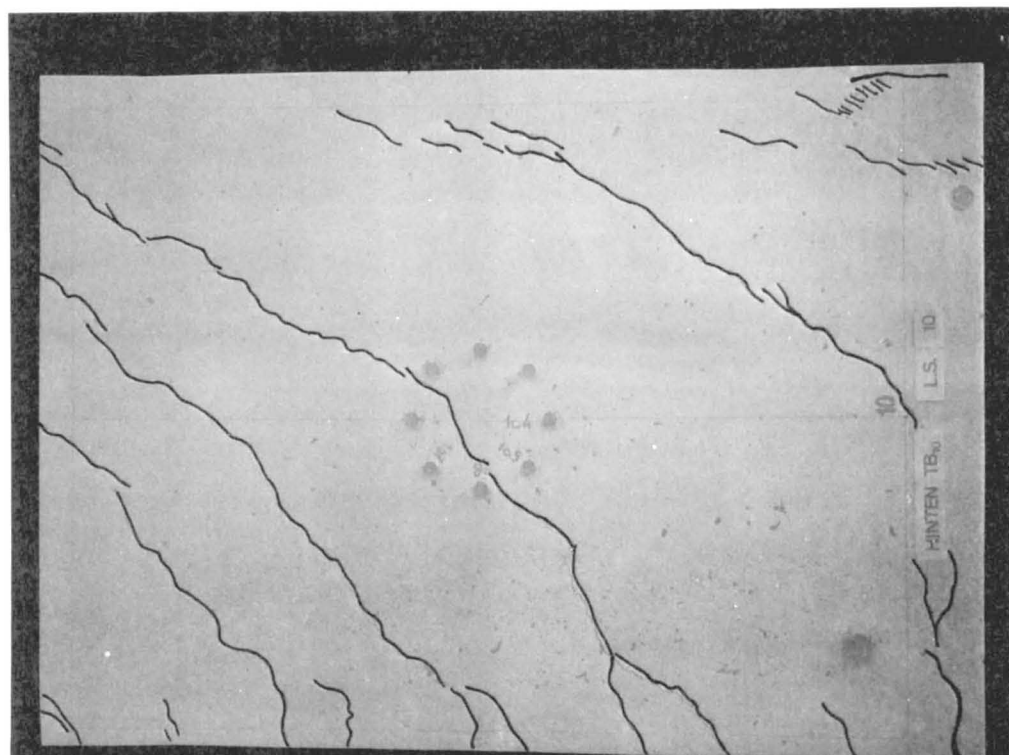
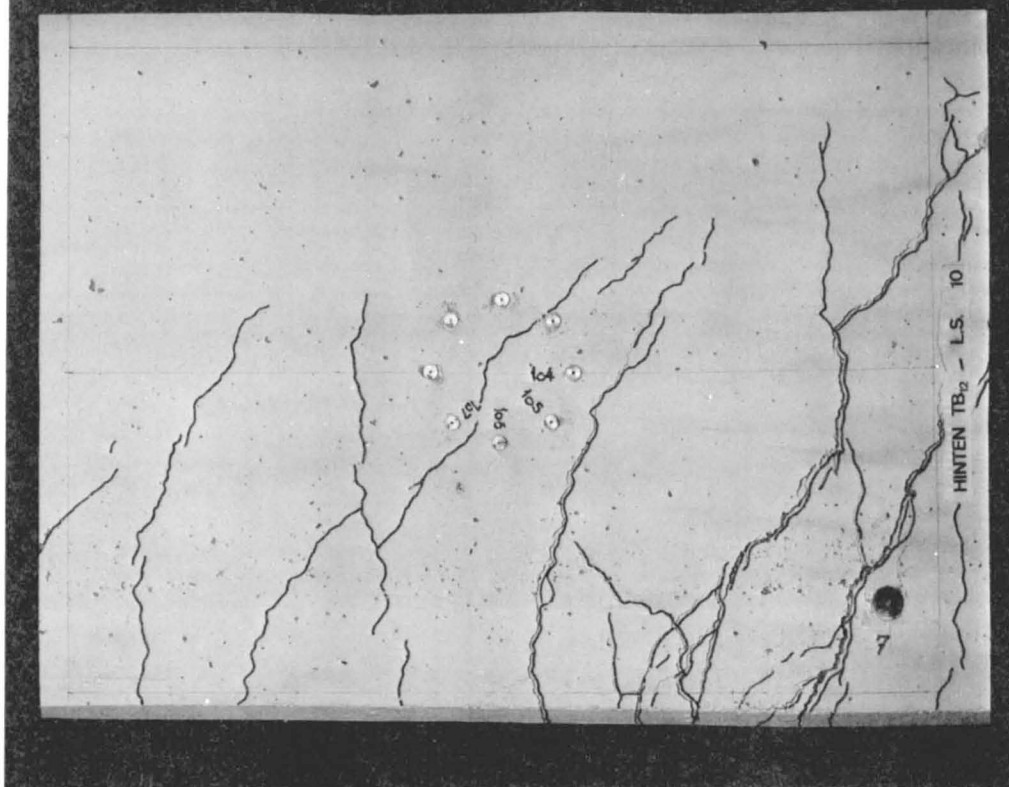
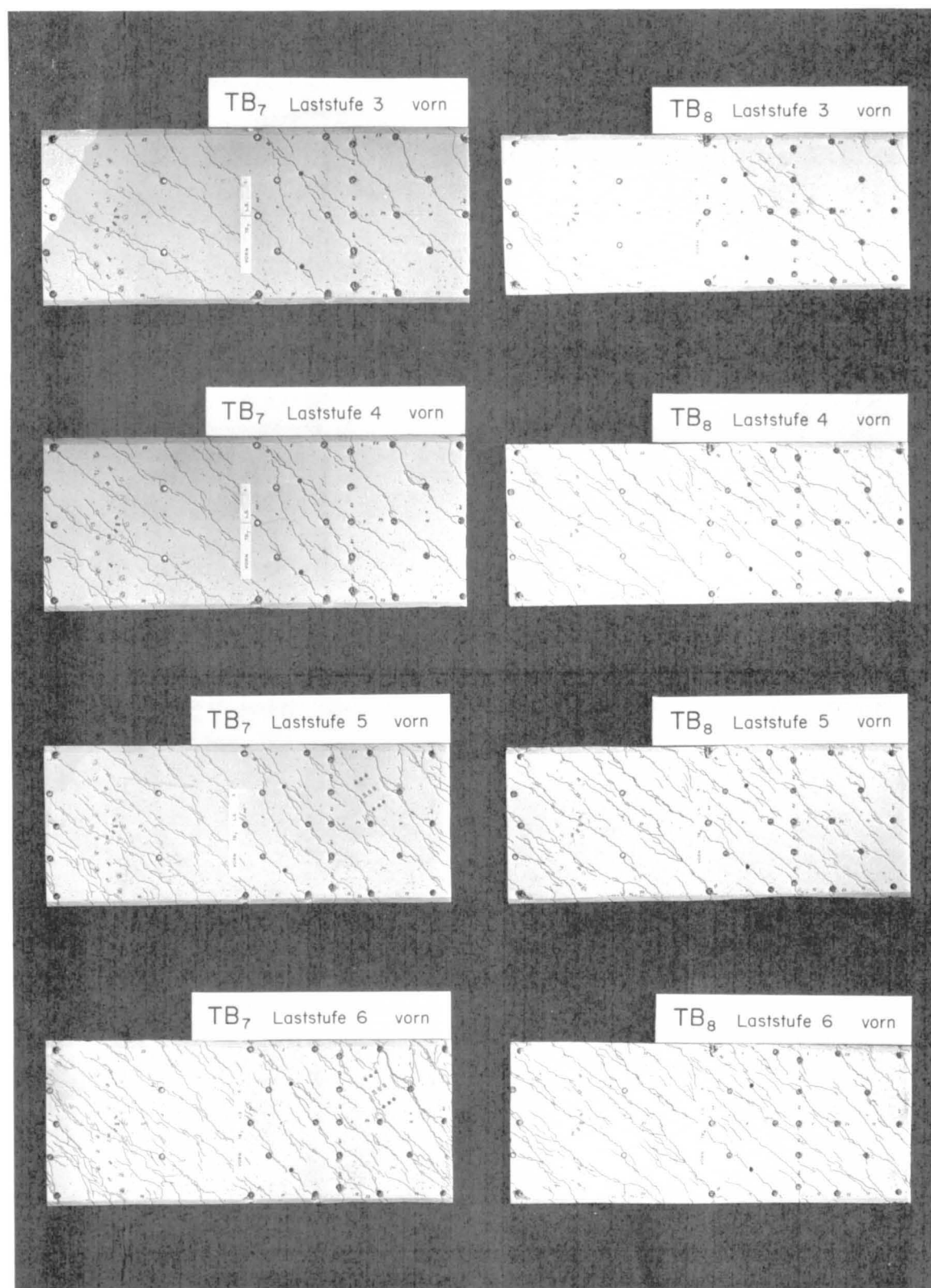
TB₁₀TB₁₂

Bild 75: Rissverlauf hinten Balken TB₁₀ und TB₁₂

TB₇TB₈Bild 76: Rissverlauf von Balken TB₇ und TB₈

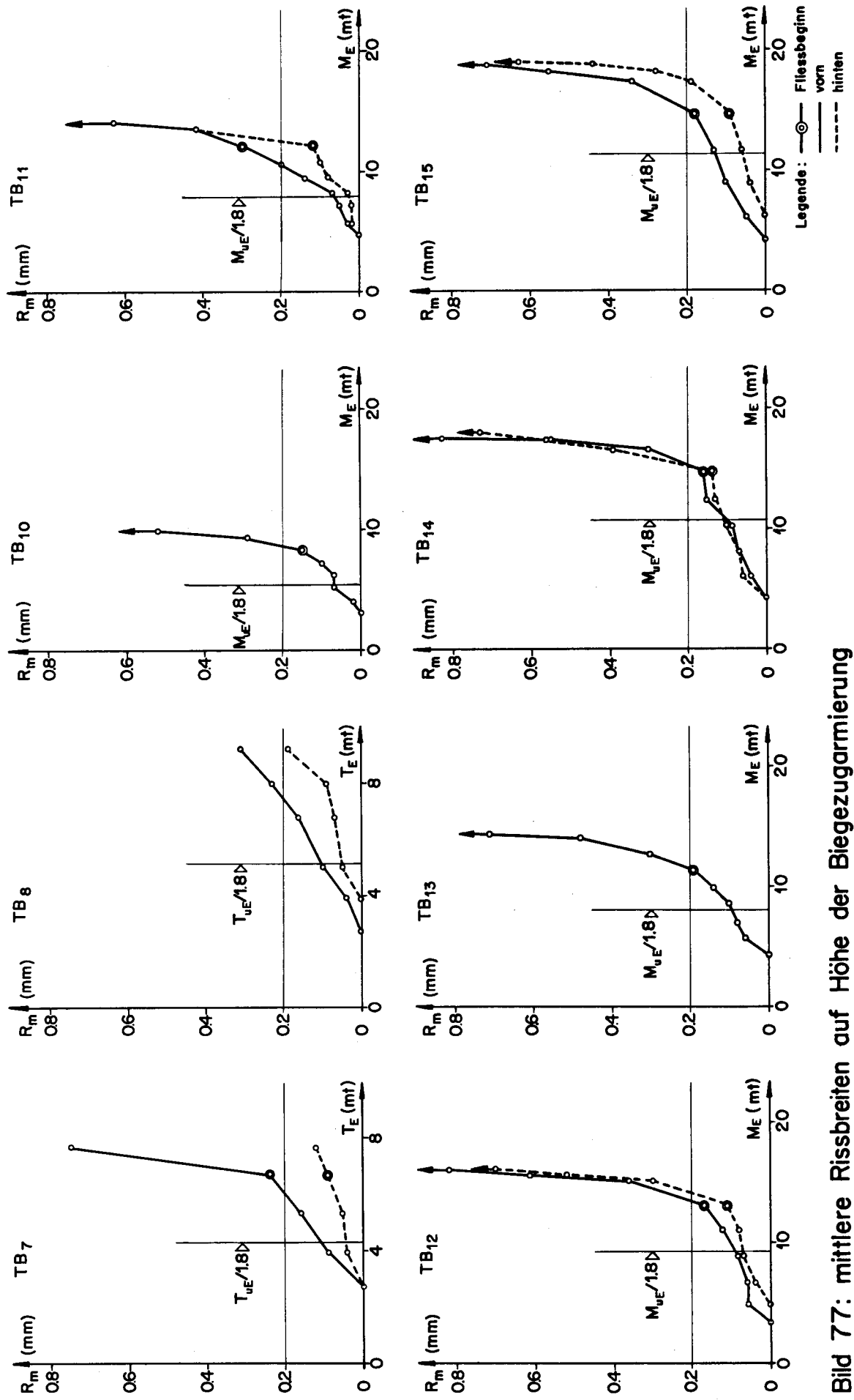


Bild 77: mittlere Rissbreiten auf Höhe der Biegezugarmierung

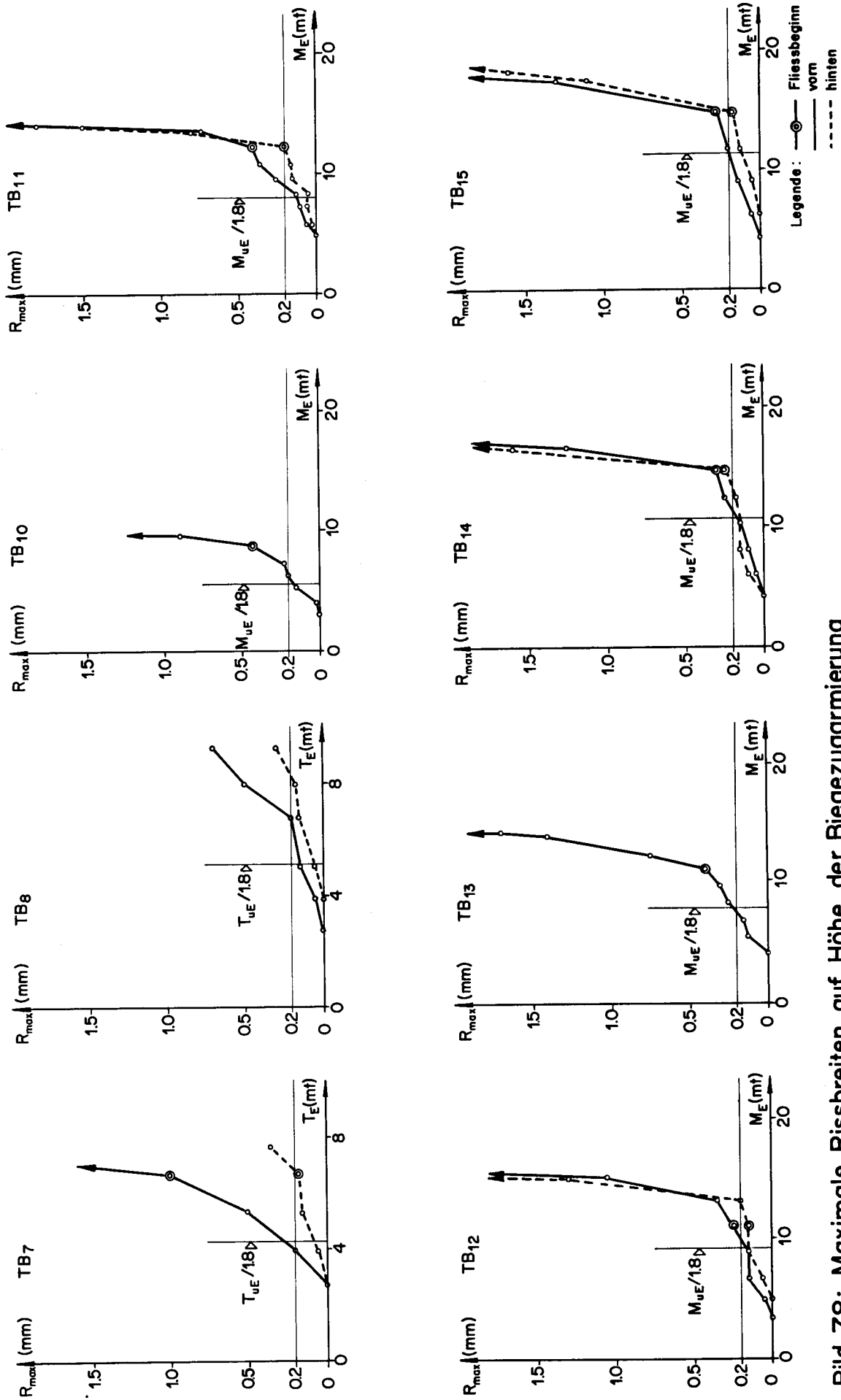
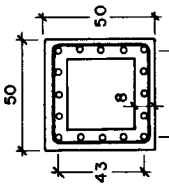
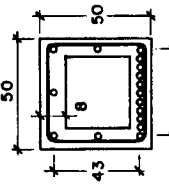


Bild 78: Maximale Rissbreiten auf Höhe der Biegezugarmierung

Balken- bezeich- nung	Hauptvariable	Balkenquerschnitt	Armierung		Materialqualität				Hauptzug- spannung bei Rissbeginn	gemessene Bruchmomente			$\chi = \frac{T_{ue}}{T_{ue}} \cdot \frac{T_{ue}}{Q_{ue} \cdot a_0}$	$\kappa = \frac{T_{ue}}{M_{ue}}$	$\frac{T_{ue}}{T_{ue}} \cdot \frac{N_0}{T_{ue}}$	Bruchart															
					Beton β_w	Stahl σ_{fs}		T_{ue}		M_{ue}	Q_{ue}																				
			längs	quer		längs	quer		mt			mt	t	—	kg/cm ²																
TB ₇	Grundquerschnitt		16 Ø 10	Ø 10 s = 11 cm	296	3.63	4.01	19.2	19.2	7.65	-3.15	8.30	2.14	2.43	38	Schiebungs- bruch															
TB ₈	Verhältnis Bügel -/ Längsarmierung		16 Ø 14	Ø 8 s = 11 cm		4.41	3.98		20.0	9.30	-3.75	10.05	2.15	2.48	46	vorzeitiger Schiebungs- bruch															
TB ₁₀	Grundquerschnitt		16 Ø 10	Ø 6 s = 8 cm	378	5.23	5.36 ¹⁾	14.9	34.6 / 40.4	4.00	16.40	18.05	0.52	0.24	40	Stauchungs- bruch															
TB ₁₁	Verhältnisse $\kappa = T/M$ $\chi = T/Q \cdot a$ $\psi = M/Q \cdot a$																														
TB ₁₂																															
TB ₁₃																															
TB ₁₄																															
TB ₁₅								28.8 / 34.8		3.00	20.55	13.45	0.52	0.15	30	Stauchungs- bruch															

1) siehe Kap. 2.2.1

Bild 79: Zusammenstellung der Versuche in Torsion, Biegung und Querkraft

ANHANG A

Schubspannungen im ungerissenen Zustand

Auf den ungerissenen Träger sind die Beziehungen der Elastizitätstheorie für homogene, isotrope Körper anwendbar. Untersucht wird im folgenden die Schubspannungsverteilung einfach geschlossener dünnwandiger Querschnitte infolge Torsion einerseits und Querkraft andererseits.

Bei einer Torsionsbeanspruchung entsteht ein konstanter Schubfluss ($\tau \cdot t$) über den Umfang u . Das Momentengleichgewicht bezüglich der Drehaxe x lautet:

$$T = (\tau \cdot t) \oint_u r \cdot ds = 2F_0 \cdot (\tau \cdot t) \quad (A1)$$

Daraus folgt die Schubspannung infolge Torsion:

$$\tau(T) = \frac{T}{2F_0 \cdot t} \quad (A2)$$

Die Torsionssteifigkeit lässt sich mit Hilfe einer Verträglichkeitsbedingung bestimmen. Die Wölbung muss bei einem Umlauf um die ganze Zelle verschwinden. Die entsprechende Bedingung wurde im Anhang von [3] hergeleitet:

$$\oint_u dv = - \frac{d\theta}{dx} \oint_u r \cdot ds + \oint_u \gamma \cdot ds = 0 \quad (A3)$$

Das erste Integral auf der rechten Seite der Gl. (A3) steht für den geometrischen Anteil der Wölbung. Der zweite Anteil resultiert aus der Schubverzerrung infolge des St. Venant'schen Schubflusses. Wie üblich wird die Schubverformung infolge der Wölb-torsion vernachlässigt. Gl. (A2) eingesetzt in Gl. (A3) liefert die Torsionssteifigkeit:

$$GK = T / \frac{d\theta}{dx} = \frac{4F_0^2}{\oint_u \frac{ds}{t}} \cdot G \quad (A4)$$

Die Berechnung der Schubspannung infolge der Querkraft führt am geschlossenen Querschnitt im allgemeinen auf ein statisch unbestimmtes Problem. In einem ersten Schritt wird der Querschnitt aufgeschnitten. Der statisch bestimmte Schubfluss am offenen Querschnitt ergibt sich aus:

$$(\tau_0 \cdot t) = - \int_0^s \frac{d\sigma}{dx} \cdot t \cdot ds = - \frac{Q \cdot S}{I} \quad (A5)$$

mit

$$I = \oint_u z^2 \cdot t \cdot ds \text{ und } S = \int_0^s z \cdot t \cdot ds \quad (A6)$$

In den Gl. (A5) und (A6) steht die Bezeichnung S für das statische Moment bezüglich der y -Axe und s für die Umlaufkoordinate. Als überzählige Kraftgrösse am Grundsystem

wird in einem zweiten Schritt der konstante Schubfluss $(\tau_1 \cdot t)$ eingeführt. Dieser lässt sich mit Hilfe der Verträglichkeitsbedingung (A3) bestimmen. Sie vereinfacht sich für Schub infolge der Querkraft zu:

$$\oint_U \gamma \cdot ds = \oint_U \tau_0 \cdot ds + (\tau_1 \cdot t) \oint_U \frac{ds}{t} = 0 \quad (A7)$$

Der totale Schubfluss $(\tau \cdot t)$ folgt aus der Superposition der Anteile $(\tau_0 \cdot t)$ und $(\tau_1 \cdot t)$.

Bild 80 zeigt die Schubspannungsverteilung für die vorliegenden quadratischen Versuchsquerschnitte.

ANHANG B

Interaktion Torsion, Biegung und Querkraft am quadratischen Fachwerkmodell

Der in diesem Kapitel verwendeten Methode zur Bestimmung des Bruchwiderstandes von Stahlbetonträgern liegt das in [4] für Torsion und Biegung entwickelte räumliche Fachwerkmodell mit variabler Diagonalenneigung zugrunde. Der Querschnitt soll neben St. Venant'scher Torsion und einem linear variierenden Biegemoment zusätzlich einer konstanten Querkraft unterworfen werden. Die Herleitung wird auf einen quadratischen, biegearmierten ($Z_{fu} > Z_{fo}$) Querschnitt mit über den Umfang konstanter Bügelarmierung beschränkt. Das entsprechende Fachwerkmodell ist in Bild 81 dargestellt. Es setzt sich zusammen aus den in den Ecken konzentrierten Längseisen als Gurtungen, den Bügeln mit dem Abstand s als Pfosten und den Betondiagonalen als Streben, deren Winkel α gegenüber der Balkenaxe pro Seite als konstant angenommen wird. Den Längseisenkräften wird die Bezeichnung Z , den Bügelkräften die Bezeichnung B und den Diagonalkräften die Bezeichnung D zugeordnet. Als Wirkungsebene aller Kräfte einer Querschnittswand wird die durch die angrenzenden Längseisenstringer bestimmte Ebene angenommen.

Das vorliegende Bruchmodell ist ausschliesslich auf unterarmierte Stahlbetonträger anwendbar, d.h. sowohl die Längs- als auch die Bügelarmierung sollen vor dem Bruch die Fließspannung erreichen. Zu diesem Zweck muss einerseits der gesamte Armierungsgehalt und andererseits das Verhältnis zwischen Längs- und Bügelarmierung begrenzt werden. Zudem wird lokales Versagen, insbesondere das Ausbrechen der Diagonalen in den Eckpunkten zufolge ungenügender Längseisen in Verbindung mit zu grossem Bügelabstand ausgeschlossen.

Die Bruchbedingungen für Torsion und Biegung eines allgemeinen Querschnittes sind in [4] mit Hilfe der Grenzwertsätze der Plastizitätstheorie aufgestellt worden. Aus der mathematischen Lösung lassen sich als wesentlichstes Ergebnis die nachfolgenden Schlussfolgerungen formulieren:

1. Ein Mechanismus öffnet sich um die Verbindungsgerade zweier Längseisenstringer, solange diese Gerade den Querschnitt nicht schneidet.
2. Mit Ausnahme der beiden auf der Drehaxe liegenden Längseisenstringer fliesst die gesamte Armierung des Querschnittes.

Werden diese Erkenntnisse für die erweiterte Lastkombination Torsion, Biegung und Querkraft übernommen, so kann auch in diesem Fall unter Anwendung der Mechanismenmethode ein oberer Grenzwert des Bruchwiderstandes gefunden werden. Werden im weiteren die Plastizitätsbedingungen erfüllt, dann ist dieser Grenzwert identisch mit dem exakten Wert des Bruchwiderstandes des untersuchten Bruchmodells. Bei proportionaler Laststeigerung des Biegemomentes M , des Torsionsmomentes T und der Querkraft Q treten neben der Traglast die Kräfte der beiden nichtfliessenden Längseisenstringer sowie die Diagonaldruckkräfte als Unbekannte auf. Letztere werden zweckmässigerweise durch die Schubflüsse der entsprechenden Querschnittswände ersetzt:

$$S = \frac{D}{a_e} \cdot \sin \alpha \quad (B1)$$

Diese lassen sich einerseits aus den beiden Kräftegleichgewichtsbedingungen in y- und z-Richtung und dem Momentengleichgewicht bezüglich der x-Axe am Schnitt senkrecht zur Balkenaxe (Bild 81(a)):

$$\begin{aligned} D &= a_e \cdot (S_o - S_u) \\ Q &= a_e \cdot (S_v - S_h) \\ T &= \frac{a_e^2}{2} \cdot (S_v + S_u + S_h + S_o) \end{aligned} \quad (B2)$$

andererseits aus dem Kräftegleichgewicht in x-Richtung am ECKelement (Bild 81(b)):

$$dZ_3 = (S_v - S_u) \cdot dx \quad (B3)$$

bestimmen. Mit:

$$\frac{dZ_3}{dx} = \frac{1}{2a_e} \cdot \frac{dM}{dx} = \frac{Q}{2a_e} \quad (B4)$$

geht Gl. (B3) über in:

$$\frac{Q}{2a_e} = (S_v - S_u) \quad (B5)$$

Aus den Gl. (B2) und (B5) folgen die Schubflüsse der Querschnittswände wie erwartet:

$$\begin{aligned} S_v &= \frac{T}{2a_e^2} + \frac{Q}{2a_e} \\ S_o &= S_u = \frac{T}{2a_e^2} \\ S_h &= \frac{T}{2a_e^2} - \frac{Q}{2a_e} \end{aligned} \quad (B6)$$

Die Beziehung zwischen der Bügelkraft einerseits und dem Schubfluss andererseits geht ebenfalls aus dem Kräftegleichgewicht am ECKelement hervor:

$$B = S \cdot s \cdot \tan \alpha \quad (B7)$$

Die Interaktionsbeziehungen im Bruchzustand können mit Hilfe der verbleibenden Gleichgewichtsbedingungen am Schnitt senkrecht zur Balkenaxe aufgestellt werden, wobei jede mögliche Drehaxe einen Teil des räumlichen Interaktionsdiagrammes abgrenzt. Vorteile bringt die Beziehung der Momentengleichgewichtsbedingungen bezüglich der Verbindungsgeraden der beiden nichtfließenden Stringer, da dadurch diese unbekannten Längskräfte eliminiert werden. Wird zuerst der Mechanismus, der sich um die untere Querschnittsseite öffnet ($Z_1 = Z_7 = Z_{f0}$) betrachtet, dann lautet das Momentengleichgewicht bezogen auf die verschobene y-Axe unter Berücksichtigung der Gl. (B6) und (B7):

$$M_u = - 2Z_{fo} \cdot a_e + \frac{s}{2B_f} \cdot \left(\frac{T_u^2}{a_e^2} + \frac{Q_u^2}{2} \right) \quad (B8)$$

Für reine Torsion ($M_u = Q_u = 0$) resp. für reinen Querkraftschub ($M_u = T_u = 0$) folgt aus Gl. (B8) das Torsionsbruchmoment:

$$T_{u0} = 2a_e^2 \sqrt{\frac{Z_{fo} \cdot B_f}{a_e \cdot s}} \quad (B9)$$

resp. die Bruchquerkraft:

$$Q_{u0} = 2 \sqrt{\frac{2Z_{fo} \cdot B_f \cdot a_e}{s}} \quad (B10)$$

Für reine Biegung ist das Bruchmoment:

$$M_{u0} = 2Z_{fu} \cdot a_e \quad (B11)$$

Mit Hilfe der Gl. (B9) bis (B11) kann die Interaktionsbeziehung (B8) für Fließen der oberen Längseisen in normierter Form angeschrieben werden:

$$\left(\frac{T_u}{T_{u0}} \right)^2 + \left(\frac{Q_u}{Q_{u0}} \right)^2 = 1 + \frac{Z_{fu}}{Z_{fo}} \cdot \frac{M_u}{M_{u0}} \quad (B12)$$

Die restlichen Gleichgewichtsbedingungen sowohl der Kräfte in x-Richtung als auch der Momente bezüglich der z-Axe dienen zur Plastizitätskontrolle der beiden auf der Drehaxe liegenden Stringer.

Wird Fließen der unteren Längseisen massgebend ($Z_1 = Z_3 = Z_{fu}$), so ergibt das Momentengleichgewicht bezogen auf die verschobene y-Axe analog zu Gl. (B8):

$$M_u = 2Z_{fu} \cdot a_e - \frac{s}{2B_f} \left(\frac{T_u^2}{a_e^2} + \frac{Q_u^2}{2} \right) \quad (B13)$$

oder auf die reinen Bruchmomente und -kräfte bezogen:

$$\left(\frac{T_u}{T_{u0}} \right)^2 + \left(\frac{Q_u}{Q_{u0}} \right)^2 = \frac{Z_{fu}}{Z_{fo}} \left(1 - \frac{M_u}{M_{u0}} \right) \quad (B14)$$

Als letzter möglicher Mechanismus bleibt das Deffnen um die hintere Querschnittsseite übrig ($Z_1 = Z_{fo}$; $Z_3 = Z_{fu}$). Aus dem Momentengleichgewicht bezüglich der verschobenen z-Axe resultiert:

$$0 = - (Z_{fu} + Z_{fo}) \cdot a_e + \frac{s}{2B_f} \left(\frac{T_u^2}{a_e^2} + \frac{T_u \cdot Q_u}{a_e} + \frac{Q_u^2}{2} \right) \quad (B15)$$

oder in normierter Form:

$$\left(\frac{T_u}{T_{u0}}\right)^2 + \frac{T_u \cdot Q_u}{T_{u0} \cdot Q_{u0}} \sqrt{2} + \left(\frac{Q_u}{Q_{u0}}\right)^2 = \frac{\left(1 + \frac{Z_{fu}}{Z_{fo}}\right)}{2} \quad (B16)$$

Bild 82 zeigt als Beispiel das räumliche Interaktionsdiagramm eines biegearmierten Querschnittes.

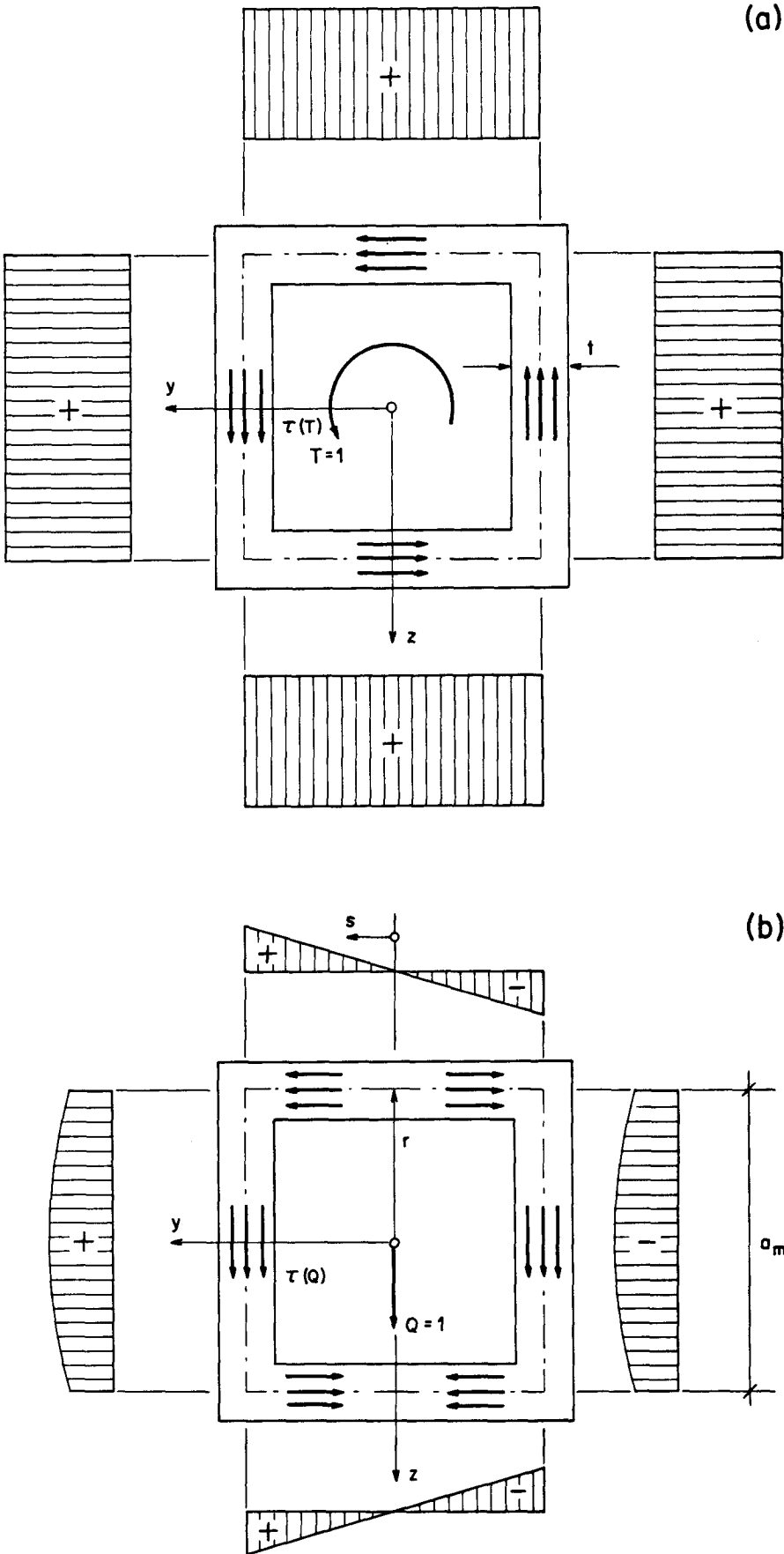


Bild 80: Schubspannungen am quadratischen Hohlquerschnitt infolge
(a) Torsion und (b) Querkraft

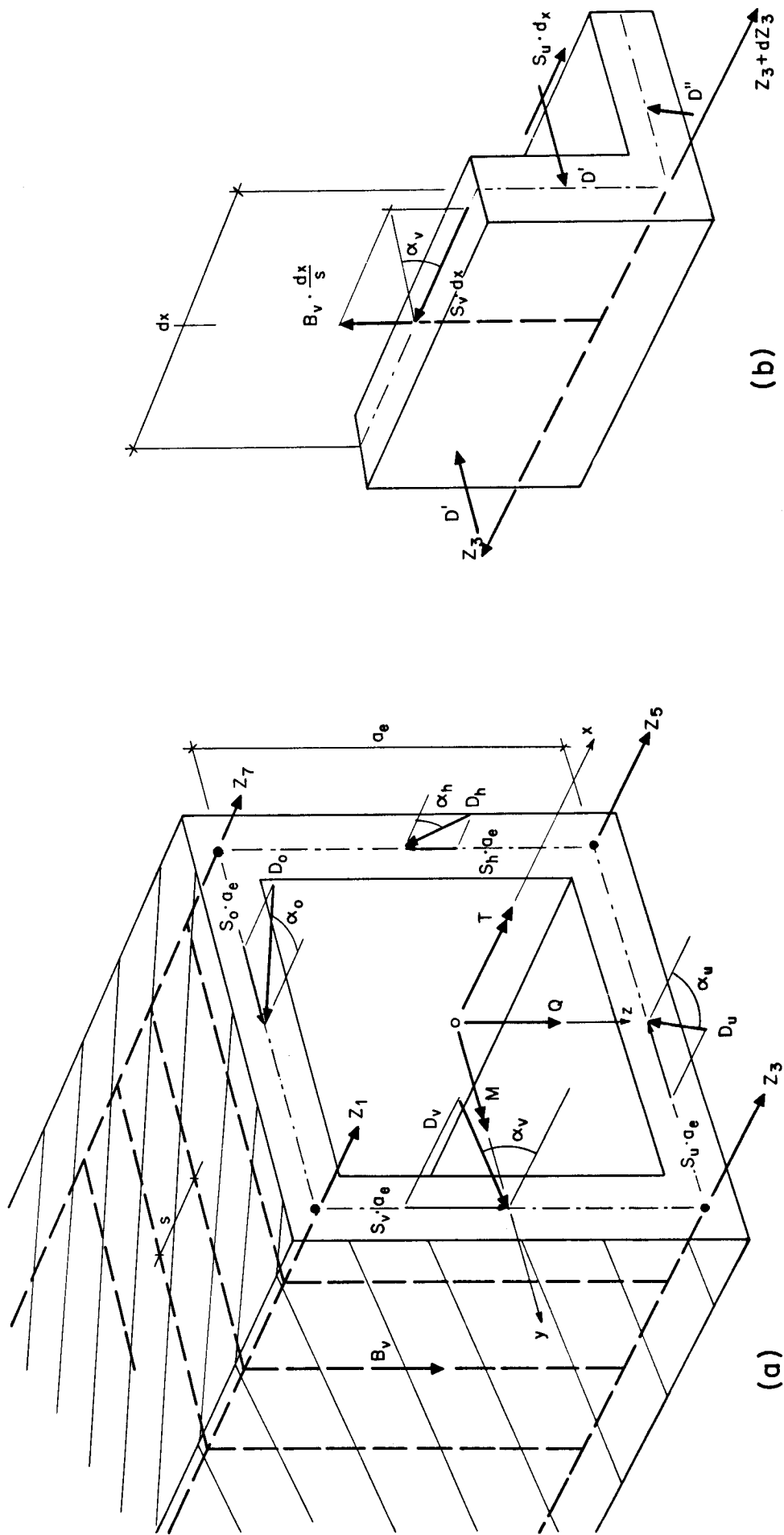


Bild 81: (a) Quadratisches Fachwerkmodell für Torsion, Biegung und Querkraft
(b) Detail Eckelement

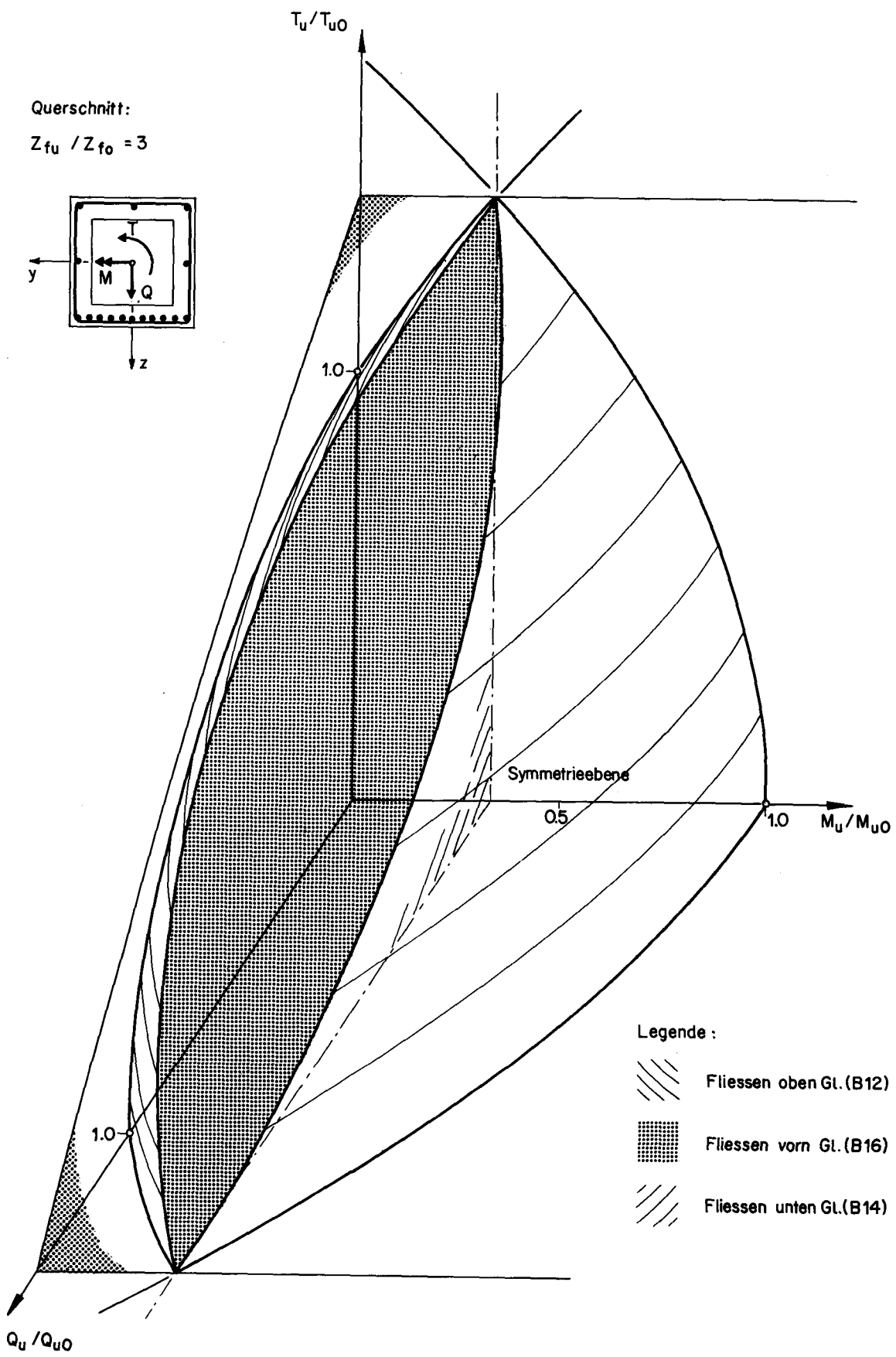


Bild 82: Interaktion Torsion, Biegung und Querkraft für biegearmier - ten Querschnitt