

Torsions- Biege- Versuche an Stahlbetonbalken

Working Paper

Author(s):

Lampert, Paul; Thürlimann, Bruno

Publication date:

1969

Permanent link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-002245128>

Rights / license:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#)

Originally published in:

Bericht / Institut für Baustatik ETH Zürich 6506(3)

**Torsions-Biege-
Versuche an
Stahlbetonbalken**

Paul Lampert
Bruno Thürlimann

Januar 1969
Bericht Nr. 6506-3

Torsions- Biege-Versuche an Stahlbetonbalken

von

Dipl. Ing. Paul Lampert
Prof. Dr. Bruno Thürlimann

Institut für Baustatik
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Zürich
Januar 1969

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
1. Versuchsprogramm	2
2. Versuchsbalken	3
2.1. Beschreibung	3
2.2. Baustoffe	4
2.3. Rechnerische Werte	5
3. Versuchsdurchführung	11
4. Versuchsergebnisse	12
4.1. Trag- und Bruchverhalten	12
4.2. Beanspruchung der Armierung	18
4.3. Beanspruchung des Betons	20
4.4. Verformungen	23
4.5. Risseverhalten	29
5. Zusammenfassung	32
Summary	34
Verdankungen	36
Literaturverzeichnis	37
Bezeichnungen	38
Tabellen 1 + 10	43
Bilder 1 + 69	50
Anhang A: Fließ- und Bruchmomente für reine Biegung	111
Anhang B: Räumliches Fachwerk-Modell für Torsion und Biegung	113
Bilder 70 und 71 zu Anhang A und B	116

1. VERSUCHSPROGRAMM

Das bisher durchgeführte experimentelle Forschungsprogramm ist in Bild 1 zusammengestellt. Allgemeine Betrachtungen zur Problemstellung und Zielsetzung sowie zur Auswahl der Versuchsvariablen sind im Bericht "Torsionsversuche an Stahlbetonbalken" [1] enthalten. Dort sind auch die Versuchsergebnisse der Serie "Reine Torsion" ($T_0 + T_4$) beschrieben.

Im folgenden wird über die Serie "Torsion und Biegung" ($TB_0 + TB_6$) berichtet. Erste Teilergebnisse sind bereits in [2] veröffentlicht worden.

Für alle Versuchs balken wurde der quadratische Hohlkasten als Grundquerschnitt gewählt. Balken, deren Armierung dem unter reiner Torsion geprüften biegearmierten Versuchskörper T_3 entsprach, wurden für verschiedene Verhältnisse von Torsions- zu Biegemoment untersucht (TB_1, TB_2, TB_3). Für diesen speziellen Querschnitt ergaben sich so einige Punkte der Interaktionskurve Torsion-Biegung. Zum Vergleich wurde auch ein Vollquerschnitt (TB_4) geprüft. Zur Ermittlung von Interaktionspunkten anders armierter Querschnitte wurde ein T_1 entsprechender torsionsarmierter Querschnitt (TB_0) auf Torsion und Biegung beansprucht. Der Einfluss einer geringeren Bügelarmierung wurde mit zwei weiteren, identisch armierten Balken untersucht (TB_5, TB_6). Der Balken TB_6 wurde zuerst auf reine Biegung bis nahe an die Fließgrenze der Stahleinlagen beansprucht, um seine Biegesteifigkeit zu ermitteln, und dann wieder entlastet. Dieser Teilversuch wird im folgenden mit TB_{6B} bezeichnet. Anschliessend wurde dieser Träger wie TB_5 belastet, um den eventuellen Einfluss der im vorhergehenden Biegeversuch erzeugten Biegerisse auf die Tragfähigkeit festzustellen.

2. VERSUCHSBALKEN

2.1. Beschreibung

2.1.1. Abmessungen und Armierung

Abmessungen und Armierung der Versuchsbalken TB₀ bis TB₆ sind aus Bild 2 ersichtlich.

Bügel- und Längsarmierung bestanden aus naturhartem profiliertem Stahl (normaler Box-Stahl). Die gesamte Bewehrung \varnothing 12 mm der Balken TB₀ + TB₄ wurde der gleichen Walzserie entnommen. Die geschlossenen Bügel wurden mit einem Radius von $1,5 \cdot d$ gebogen und oben stumpf verschweisst. Die verlangte Abbiegetoleranz der Bügelbreite von ± 2 mm wurde eingehalten.

Bei den Krafteinleitungsstellen wurden zusätzliche Stahleinlagen angeordnet, um einen Bruch in diesem Bereich zu vermeiden. Der eigentliche Prüfbereich der Balken war somit rund 140 cm lang und entsprach somit etwa der dreifachen Höhe. Die Versuche unter "Reiner Torsion" hatten gezeigt, dass diese Länge zur vollen Ausbildung eines Bruches genügt. Ebenso erwiesen sich die in diesen Versuchskörpern vorhandenen Querträger als unnötig. Sie wurden daher bei den Versuchsbalken TB₀ bis TB₆ weggelassen. Dadurch wurde die Beobachtung des Balkeninnern erleichtert.

Die Betonüberdeckung der Bügel betrug ungefähr 11 mm, diejenige der Längseisen dementsprechend etwa 23 mm bei TB₀ + TB₄ resp. 19 mm bei TB₅ und TB₆.

2.1.2. Herstellung

Wie in der Serie "Reine Torsion" wurde eine Holzschalung verwendet; ein Ueberzug aus Kunststoff (Kelco) verhinderte ein Verziehen derselben. Der Betoniervorgang entsprach demjenigen der Versuchskörper in "Reiner Torsion" [1]. Der Beton wurde in einem 500 lt-Zwangsmischer hergestellt und mit Nadelvibratoren \varnothing 20 mm resp. \varnothing 40 mm verdichtet. Für einen Hohlquerschnitt wurden 2 Mischchargen à 500 lt benötigt, für den Vollquerschnitt 4 Mischchargen à 475 lt. Nach erfolgtem Glattstrich wurden die Balken mit feuchten Säcken zugedeckt. Sie wurden zusammen mit der Schalung nach 2 Tagen entfernt. Bis zum Versuch lagerten die Balken bei ungefähr 20⁰ C Raumtemperatur.

2.2. Baustoffe

2.2.1. Stahl

Die Festigkeitswerte der verwendeten Armierungsstähle (normaler Box-Stahl) gehen aus Tabelle 1 hervor. Sie wurden in 3 Gruppen zusammengefasst:

- a) Bügel und Längseisen der Balken $TB_0 + TB_4$, alle Durchmesser $d = 12$ mm. Sie stammten aus der gleichen Walzserie. Entsprechend weisen die Resultate der 10 Probestäbe nur kleine Streuungen auf.
- b) Längseisen der Balken TB_5, TB_6 mit Durchmesser $d = 12$ mm aus einer anderen Walzserie. Es wurden 6 Probestäbe geprüft.
- c) Bügel der Balken TB_5, TB_6 mit Durchmesser $d = 8$ mm. Es wurden ebenfalls 6 Probestäbe geprüft.

Ein typisches, auf einer mechanischen Prüfmaschine aufgenommenes Spannungs-Dehnungs-Diagramm ist in Bild 3 dargestellt. Für die Auswertung wurden die gemittelten idealisierten Diagramme der 3 obigen Gruppen verwendet (Bild 4).

Da die dynamischen Festigkeitswerte von der Dehngeschwindigkeit $\dot{\epsilon} = d\epsilon/dt$ abhängig sind, wurden die sog. statischen Werte ($\dot{\epsilon} = 0$) der Auswertung zugrunde gelegt. Sie wurden durch kurze Dehnungshalte beim Fließplateau und bei der Bruchgrenze ermittelt. Einzelheiten dieses Verfahrens sind in [3] enthalten. Das Spannungs-Dehnungs-Diagramm wurde so dem Ablauf der Balkenversuche angepasst.

2.2.2. Beton

Die Zusammensetzung des Frischbetons ist in Tabelle 2 angegeben. Als Zuschlagstoff wurde gut gewaschenes und getrocknetes, rolliges Material $0 + 18$ mm resp. $0 + 15$ mm, getrennt nach 3 Komponenten, verwendet. Die Sieblinie lag für $TB_0 + TB_4$ zwischen der Fuller- und der EMPA-Kurve (Bild 5(a)), für TB_5 und TB_6 verlief sie infolge Verwendung einer anderen Grobkomponente ($8 + 15$ mm) etwas ausserhalb dieser Kurven (Bild 5(b)). Als Zement wurde normalerweise schweizerischer Portlandzement verwendet. Seine Mörtelfestigkeit nach 28 Tagen gemäss SIA-Norm 115 betrug 578 kg/cm^2 für die Balken $TB_0 + TB_4$. Die Mörtelfestigkeit des Zementes für die Balken TB_5 und TB_6 wurden nicht bestimmt.

Zur Ermittlung der Betonfestigkeit wurden gleichzeitig mit den Balken je 6 Prismen ($12 \times 12 \times 36$ cm) aus der ersten, sowie je 2 Prismen aus jeder weiteren Mischcharge hergestellt. Nach 7 Tagen erfolgte eine Kontrollprüfung an einem Prisma pro Mischcharge. Im Versuchsalter von 5 Wochen wurden an 2 Prismen die Prismendruckfestigkeit und an den restlichen Prismen die Biegezug- und Würfeldruckfestigkeit ermittelt. Die Ergebnisse sind in Tabelle 3 festgehalten. Entsprechend den Unterschieden hinsichtlich Sieblinie

und Zement wurden für die Auswertung 2 Gruppen gebildet:

d) Betonfestigkeiten der Balken TB₀ bis TB₄

e) Betonfestigkeiten der Balken TB₅ und TB₆

Zur Mittelbildung für e) wurden die Prismen der Balken TB₇ und TB₈ (Versuche unter Torsion und Querkraft, welche in diesem Bericht nicht behandelt sind) ebenfalls berücksichtigt, da ihr Frischbeton in seiner Zusammensetzung demjenigen von TB₅ und TB₆ entsprach.

Die Festigkeitswerte des Betons sind ebenfalls von der Dehngeschwindigkeit $\dot{\epsilon}$ abhängig. Infolge Kriechen ist der statische Festigkeitswert ($\dot{\epsilon} = 0$) stark von der Wartezeit beim Dehnungshalt abhängig. Zur Aufnahme dehnungsgesteuerter Spannungs-Dehnungs-Diagramme wurde eine mechanisch-elektrische Messeinrichtung speziell konstruiert. Sie ist in [1] beschrieben. Die Ergebnisse der Prismenversuche sind in Tabelle 4 zusammengestellt. Nach Erreichen der Prismendruckfestigkeit wurde wie bei der Versuchsserie "Reine Torsion" ein zusätzlicher Dehnungshalt von 30 min Dauer eingeschaltet. Der Verlauf des aufsteigenden Astes des Diagrammes wurde durch die kubische Parabel

$$\frac{\sigma_b}{\beta_p} = \rho \left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_u}\right) \left[1 - \left(2 - \frac{3}{\rho}\right) \left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_u}\right) + \left(1 - \frac{2}{\rho}\right) \left(\frac{\epsilon_b}{\epsilon_u}\right)^2\right] \quad (1)$$

$$\text{mit } \rho = \epsilon_u \frac{E_{b0}}{\beta_p} \quad (2)$$

angenähert (Bild 6). Damit wurde auch das Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Betons dem Ablauf der Balkenversuche angepasst, so dass der Einfluss des Kriechens während der Dehnungshalte annähernd berücksichtigt ist.

Zur Auswertung der in den Torsions-Biege-Versuchen beobachteten Betondehnungen wurden die mit den Mittelwerten für β_{ps} , E_b und ϵ_u nach Gl. (1) berechneten Parabeln verwendet. In Bild 7 sind diese Kurven für die beiden Betonsorten d) (TB₀ + TB₄) und e) (TB₅ + TB₆) dargestellt.

2.3. Rechnerische Werte

2.3.1. Querschnittsgrößen

Die am Querschnitt eingeführten Bezeichnungen sind in Bild 8 erläutert. Die numerischen Werte für die Versuchsträger sind in Tabelle 5 zusammengestellt. Für die Lage und Querschnittsfläche der Armierung wurden die tatsächlich vorhandenen Werte verwendet.

Zur rechnerischen Erfassung wurden die Querschnitte in der in Bild 8 angegebenen Weise idealisiert. Die Längseisen wurden zu Fachwerkgrutungen, die Bügel zu Fachwerkpfosten konzentriert gedacht.

2.3.2. Ungerissener Zustand

Solange der Träger keine Risse aufweist, gelten nach der Elastizitätstheorie (siehe z.B. [4]) für reine Torsion und reine Biegung sowie für ihre Kombination folgende Beziehungen:

$$\text{Schiebung:} \quad \gamma = \frac{\tau}{G} \quad (3a)$$

$$\text{Dehnung:} \quad \epsilon = \frac{\sigma}{E} \quad (3b)$$

$$\text{Änderung der Verdrehung:} \quad \frac{d\vartheta}{dx} = \frac{T}{GK} \quad (4a)$$

$$\text{Krümmung:} \quad \frac{d\varphi}{dx} = \frac{M}{EI} \quad (4b)$$

$$\text{Schubspannung:} \quad \tau = \frac{T}{W_T} \quad (5a)$$

$$\text{Normalspannung:} \quad \sigma = \frac{M}{W} \quad (5b)$$

Für den dünnwandigen quadratischen Kastenquerschnitt mit konstanter Wandstärke sind:

$$\text{Torsionskonstante:} \quad K = \frac{4F_0^2}{\oint \frac{ds}{t}} = a_m^3 \cdot t \quad (6a)$$

$$\text{Trägheitsmoment:} \quad I = \frac{1}{12} [a_a^4 - (a_a - 2t)^4] \quad (6b)$$

$$\text{Torsionswiderstandsmoment:} \quad W_T = 2F_0 t = 2a_m^2 \cdot t \quad (7a)$$

$$\text{Widerstandsmoment:} \quad W = \frac{2I}{a_a} \quad (\text{für } \sigma_{\max}) \quad (7b)$$

Für den quadratischen Vollquerschnitt gilt:

$$K = 0,1406 \cdot a_a^4 \quad (8a)$$

$$I = \frac{1}{12} \cdot a_a^4 \quad (8b)$$

$$W_T = 0,208 \cdot a_a^3 \quad (\text{für } \tau_{\max}) \quad (9a)$$

$$W = \frac{1}{6} \cdot a_a^3 \quad (\text{für } \sigma_{\max}) \quad (9b)$$

Die numerischen Werte dieser Querschnittskonstanten sind in Tabelle 5 enthalten.

2.3.3. FlieBsmoment für reine Torsion und reine Biegung

Für den Lastfall "Reine Torsion" wird als Modell ein räumliches Fachwerk betrachtet, dessen Zugglieder durch den Bewehrungskorb und dessen Druckglieder durch die unter 45° geneigten Betondiagonalen gebildet werden (siehe z.B. [5]). Eine einfache Herleitung wurde in [1] (Anhang A) gegeben. Für den quadratischen Querschnitt ergab sich dort das durch die Bügel- resp. Längsarmierung bei gleichmässiger Verteilung der Stahleinlagen aufnehmbare Torsionsmoment zu:

$$T(B) = \frac{2F_{0e}}{s} \cdot F_B \cdot \sigma_e(B) = \frac{2a^2}{s} \cdot F_B \cdot \sigma_e(B) \quad (10)$$

$$T(L) = \frac{2F_{0e}}{u_e} \cdot \Sigma F_L \cdot \sigma_e(L) = \frac{a}{2} \cdot \Sigma F_L \cdot \sigma_e(L) \quad (11)$$

Die theoretischen, statischen Torsionsfliessmomente T_{fs} ergeben sich, wenn in diese Gleichungen als Stahlspannung die gemessene statische FlieBsspannung eingesetzt wird. Sind die Stahleinlagen ungleichmässig über den Umfang verteilt, so wird ein gleichmässig armierter Ersatzquerschnitt betrachtet, dessen Armierung derjenigen der schwächsten Seite entspricht.

Für den Lastfall "Reine Biegung" wird das gebräuchliche Modell mit Betondruckzone und gerissener Zugzone unter Annahme des Ebenbleibens der Querschnitte verwendet. Die entsprechenden Beziehungen werden im Anhang A dieses Berichtes hergeleitet. Die Druckarmierung wird der Einfachheit halber vernachlässigt. Bis zum FlieBsen kann die Zugarmierung folgendes Biegemoment aufnehmen:

$$M(L) = \sigma_e \cdot \frac{I_i}{nh(1 - \xi)} = \sigma_e \cdot W_{ie} \quad (12)$$

Dabei ist h die Distanz zwischen unterster Eisenlage und Betondruckrand und n die Wertigkeit E_e/E_b . Die Ausdrücke für den dimensionslosen Neutralachsenabstand ξ und das ideale Trägheitsmoment I_i sind dem Anhang A zu entnehmen. Das theoretische, statische BiegeflieBsmoment M_{fs} ergibt sich, wenn in Gl. (12) für σ_e die gemessene statische FlieBsspannung eingesetzt wird.

Alle rechnerischen FlieBsmomente und die jeweils vorhandenen nominellen Spannungen sind in Tabelle 6 enthalten. Für ihre Berechnung wurden stets die tatsächlich festgestellten Materialfestigkeiten und Stahlquerschnitte eingesetzt.

2.3.4. Bruchmomente für reine Torsion und reine Biegung

Für den Lastfall "Reine Torsion" fallen bei volumengleicher Bewehrung die FlieBsmomente mit den Bruchmomenten zusammen (siehe [1]). Bei nicht volumengleich armierten Balken liegen die Bruchmomente höher als die nach Kap. 2.3.3. berechneten FlieBsmomente. Ihr Betrag hängt vom Verhältnis zwischen Bügeln und Längseisen und somit von der sich einstellenden Neigung α der Druckdiagonalen gegenüber der Balkenaxe auf der schwächsten Seite ab. Innerhalb be-

stimmter Grenzen kommen dank der sich einstellenden Umlagerung beide Bewehrungsanteile zum Fließen. Für diesen Fall wurde in [1] (Anhang A) folgende Beziehung für das Torsionsflussmoment gefunden:

$$T_f(B, \alpha) = T_f(L, \alpha) = \frac{T_f(B)}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (13)$$

Dabei sind $T_f(B)$ nach Gl. (10) mit $\sigma_e(B) = \sigma_{fs}$ und $\operatorname{tg} \alpha$ nach der Beziehung

$$\operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{F_B}{\Sigma F_L} \cdot \frac{\sigma_f(B)}{\sigma_f(L)} \cdot \frac{u_e}{s} \quad (14)$$

zu berechnen. Das experimentelle Torsionsbruchmoment liegt infolge des zusätzlichen Widerstandes der stärker bewehrten Seiten und der dabei zu erwartenden Verfestigung der Bewehrung auf den schwächeren Seiten noch etwas über dem nach Gl. (13) bestimmten Wert.

Für den Lastfall "Reine Biegung" ergibt sich das Bruchmoment unter Annahme einer rechteckigen Betonspannungsverteilung nach Anhang A dieses Berichtes zu:

$$M_u = \sum_i F_{ei} \cdot \sigma_{fs} \cdot h \cdot \left(\xi_i - \frac{1}{2} \xi_u \right) \quad (15)$$

$$\text{mit } \xi_u = \frac{\sum_i F_{ei} \cdot \sigma_{fs}}{\beta_{ps} \cdot b \cdot h}$$

Dabei wird der Einfachheit halber die Druckarmierung vernachlässigt. Da die Neutralaxe für die untersuchten Querschnitte in der Druckplatte liegt, besteht kein Unterschied zwischen Hohl- und Vollquerschnitt.

Die nach den Gl. (13) und (15) berechneten Bruchmomente sind in Tabelle 6 ebenfalls aufgeführt.

2.3.5. Interaktion Torsion-Biegung

Nach heutiger Praxis wird die Bemessung der Torsionsarmierung unabhängig von vorhandenen Biegemomenten durchgeführt. Die zur Aufnahme des maximalen Torsionsmomentes notwendige Bügel- und Längsarmierung wird zu der für diesen Lastfall erforderlichen Biegearmierung addiert. Dieser Bemessungsmethode kann ein räumliches Fachwerkmodell mit 45°-Diagonalen (vgl. Bild 9) zugrunde gelegt werden: Die Torsionsmomente werden von den Gurtungen (Längseisen), Streben (Betondiagonalen) und Pfosten (Bügel) aufgenommen. Die Biegemomente werden als Zug- resp. Druckkräfte den Gurtungen zugewiesen.

Unter der Voraussetzung, dass Fließen der Armierung für den Bruch verantwortlich sei (unterarmierte Balken), und unter der vorläufigen Annahme, dass die Bügel später als die Längseisen zu fließen beginnen, lässt sich die Interaktion von Torsion und Biegung anhand der Längseisenbeanspruchung mit dem oben beschriebenen Fachwerkmodell qualitativ abschätzen. Weisen die Gurtungen die Flächen F_o (oben) und F_u (unten) mit den entsprechenden Fließ-

grenzen $\sigma_{f0}(L)$ und $\sigma_{fu}(L)$ auf, so wird das Torsionsflussmoment für reine Torsion $T_{f0}(L)$ mit $F_u \sigma_{fu}(L) = Z_u \geq F_o \sigma_{fo}(L) = Z_o$ nach Gl. (11):

$$T_{f0}(L) = \frac{a}{2} \cdot 4F_o \sigma_{fo}(L) = 2a_e Z_o \quad (16)$$

Unter der Annahme, dass die unteren Gurtungen für vertikale Belastung massgebend werden, ergibt sich für das Fachwerk das Biegeflussmoment für reine Biegung M_{f0} zu:

$$M_{f0} = 2a_e \cdot F_u \sigma_{fu}(L) = 2a_e Z_u \quad (17)$$

Bei gleichzeitiger Beanspruchung der Längseisen durch Torsion und Biegung setzt sich deren Spannung aus zwei Anteilen zusammen, einem Torsionsanteil $\sigma_L(T)$ und einem Biegeanteil $\sigma_L(M)$. Für die unteren Gurtungen wird:

$$\sigma_{Lu} = \sigma_{Lu}(T) + \sigma_{Lu}(M) = \frac{T}{2a_e F_u} + \frac{M}{2a_e F_u} \leq \sigma_{fu}(L) \quad (18)$$

Auf die Flussmomente für reine Torsion und reine Biegung der Gl. (16) und (17) bezogen, ergibt sich die Interaktionsgerade für die unteren Längseisen zu:

$$\frac{T(Lu)}{T_{f0}(L)} \cdot \frac{Z_o}{Z_u} + \frac{M}{M_{f0}} \leq 1 \quad (19)$$

Analog gilt für die oberen Gurtungen:

$$\sigma_{Lo} = \sigma_{Lo}(T) + \sigma_{Lo}(M) = \frac{T}{2a_e F_o} - \frac{M}{2a_e F_o} \leq \sigma_{fo}(L) \quad (20)$$

Die entsprechende Interaktionsgerade wird zu:

$$\frac{T(Lo)}{T_{f0}(L)} - \frac{M}{M_{f0}} \cdot \frac{Z_u}{Z_o} \leq 1 \quad (21)$$

Für die in diesem Bericht beschriebenen Versuchsbalken $TB_0 + TB_6$ sind die beiden Geraden der Gl. (19) und (21) in Bild 9 dargestellt. Ihr Schnittpunkt entspricht dem Zustand gleichzeitigen Fließens der oberen und unteren Gurtungen. Für diesen Fall ergibt sich aus der Gleichsetzung von M/M_{f0} der Gl. (19) und (21) das maximale Torsionsmoment:

$$T_{max}(L) = (Z_u + Z_o) a_e \quad (22)$$

Das zugehörige Biegemoment wird

$$M(T_{max}) = (Z_u - Z_o) a_e$$

und das entsprechende Verhältnis T/M:

$$\kappa(T_{max}) = \frac{Z_u + Z_o}{Z_u - Z_o} \quad (23)$$

Der Maximalwert des durch die Längseisen aufnehmbaren Torsionsmomentes hängt nach Gl. (22) von der Summe der eingelegten Bewehrung ab. Je nach der Armie-

rungsverteilung wird dieser Wert bei verschiedenen Verhältnissen κ erreicht. Für T_{B_0} ($Z_u = Z_o$) ist dies bei $\kappa = \infty$ und für $T_{B_1} + T_{B_6}$ ($Z_u = 3Z_o$) bei $\kappa = 2$ der Fall. Für grössere κ -Werte als $\kappa(T_{\max})$ ist die obere, für kleinere κ -Werte die untere Gurtung massgebend.

Interessehalber sei noch derjenige κ -Wert bestimmt, bei welchem in der oberen Gurtung die Zugkraft infolge Torsion durch die Druckkraft infolge Biegung gerade aufgehoben wird. Aus der Bedingung $\sigma_{Lo} = 0$ der Gl. (20) folgt:

$$\kappa(\sigma_{Lo} = 0) = 1$$

Für die Versuchsbalken dieses Berichtes ($\kappa \leq 1$) ist demnach vorerst zu erwarten, dass die obenliegenden Längseisen auf Druck beansprucht werden.

Bis jetzt wurde vorausgesetzt, dass die Bügel nach den Längseisen ihre Fließspannung erreichen. Nehmen wir nun den umgekehrten Fall an, so wird das maximale Torsionsmoment unabhängig vom Biegemoment durch die Bügel begrenzt. Mit den Gl. (10) und (16) und $a_e \cdot F_B \cdot \sigma_f(B)/s = Z_B$ ergibt sich:

$$\frac{T(B)}{T_{f0}(L)} = \frac{Z_B}{Z_o} \quad (24)$$

Für die Balken $T_{B_0} + T_{B_6}$ sind die dieser Gleichung entsprechenden Geraden in Bild 9 ebenfalls eingetragen worden; sie verlaufen parallel zur Abszisse.

Trotz der starken Vereinfachung lässt dieses räumliche Fachwerkmodell mit unter 45° geneigten Diagonalen für unterarmierte Balken verschiedene qualitative Schlüsse zu:

- Die Interaktionskurve gilt jeweils nur für einen Querschnitt mit einer bestimmten Armierung. Massgebend sind vor allem die Verteilung der Längseisen (Z_u/Z_o) und die Bügelarmierung (Z_B/Z_o).
- Die Torsionstragfähigkeit kann in gewissen Bereichen durch ein gleichzeitig wirkendes Biegemoment erhöht werden. Die maximale Erhöhung tritt ein, wenn sämtliche Längseisen und die Bügel fließen.
- Die Biegetragfähigkeit wird durch die gleichzeitige Wirkung eines Torsionsmomentes immer vermindert.
- Die tatsächlichen Interaktionskurven liegen zwischen den durch die Gl. (19), (21) und (24) bestimmten Geraden. Dies entspricht einer Kräfteumlagerung zwischen Bügeln und Längseisen und damit einer von 45° abweichenden Diagonalenneigung.

3. VERSUCHSDURCHFUEHRUNG

Die Balkenversuche wurden auf dem Aufspannboden in der Prüfhalle der Eidgenössischen Materialprüfungs- und Versuchsanstalt (EMPA) in Dübendorf (ZH) durchgeführt. Die Versuchsanlage, die für das vorliegende Forschungsprogramm konstruiert wurde, ist in [6] ausführlich beschrieben. Bild 10 zeigt eine Uebersichtphoto und Bild 11 ein Schema für den Lastfall "Torsion und Biegung".

Der Versuchsablauf entsprach demjenigen der Versuche mit "Reiner Torsion" und ist in [1] beschrieben. Bild 12 zeigt das generelle Belastungsschema. Wesentlich ist, dass während der Verformungsmessungen die Deformation des Balkens konstant gehalten wurde. Dies führte zu zwei Lastmessungen, nämlich am Anfang und am Ende jeder Laststufe (Phasen I und III in Bild 13). Falls nichts anderes angegeben ist, wurde bei der Auswertung der Versuche den gemessenen Verformungen stets die Endlast zugeordnet. Die Spannungs-Dehnungs-Diagramme der Stahl-Probestäbe und der Beton-Prismen wurden in ähnlicher Weise aufgenommen, so dass für die Zuordnung Dehnung-Spannung diese Diagramme verwendet werden können. Jeder Balkenversuch dauerte eineinhalb bis zwei Tage.

Das auf den Prüfbereich des Balkens wirkende Torsions- und Biegemoment konnte durch Messung der Last am Pendelmanometer der Zugpresse und an dem als Dynamometer ausgebildeten Verankerungsstab ermittelt werden. Die Verformungsmessungen im Prüfbereich wurden in 2 Balkenabschnitten von je 60 cm Länge vorgenommen. In einem Abschnitt wurden die Stahldehnungen gemessen (Detail-Messbereich), im anderen, weniger durch Messfenster gestörten Abschnitt wurden das Rissbild und die Rissbreiten aufgenommen (Detail-Rissbereich). Bild 14 zeigt die Anordnung der Messstellen. In der Phase II (Bild 13) wurden folgende Verformungsmessungen durchgeführt:

- Verdrehungen an 7 Stellen mit einem speziell konstruierten Klinometer,
- Durchbiegungen an 7 Stellen mit auf den Balken gestellten Massstäben (Flexometern) durch Nivellieren,
- Längseisendehnungen mit Setzdehnungsmessern, Basis 60 cm und 20 cm,
- Bügeldehnungen mit Setzdehnungsmessern, Basis 20 cm und 10 cm,
- Schiebungen des Detail-Messbereiches durch Ausmessen der Abschnittsseiten und -diagonalen mit Setzdehnungsmessern, Basis 74 cm, 60 cm und 43 cm,
- Betondehnungen auf der Hinter- und Oberseite, sowie nach dem Auftreten der Risse an geeigneten Stellen der Druckstreben, mit Setzdehnungsmessern Basis 10 cm,
- Rissbreiten im Detail-Rissbereich auf 3 (verschiedenen) Axen pro Seite (Eckeisen, Seitenmitte) mit einem Rissemikroskop, Ablesegenauigkeit 1/100 mm.

Die Setzdehnungsmesser wurden auf Messbolzen aufgesetzt, die mit einem Schnellklebstoff auf der freiliegenden Stahl- resp. Betonoberfläche befestigt worden waren. Dadurch wurde ein einwandfreies Ansetzen der Messinstrumente bis zum Bruch des Balkens gewährleistet.

4. VERSUCHSRESULTATE

4.1. Trag- und Bruchverhalten

4.1.1. Bruchmomente

Die zum Vergleich verwendeten Bruchmomente der Versuchsserie "Reine Torsion" nach [1] sind in Tabelle 7 zusammengestellt. Da bei unterarmierten Balken das maximale Torsionsmoment von der Fließkraft ($\sigma_f \cdot F_e$) der Bewehrung abhängt, wurden diese Momente unter Berücksichtigung der veränderten Stahlqualität den Balken $TB_0 + TB_4$ angepasst.

Die für die Serie "Torsion und Biegung" experimentell erreichten Bruchmomente T_{uE}^{Ex} und M_{uE}^{Ex} am Ende der entsprechenden Laststufen (vgl. Kap. 3) sind in Tabelle 8 zusammengestellt. Die Bruchmomente unter reiner Biegung wurden rechnerisch nach Gl. (15) bestimmt. Die Resultate sind ebenfalls in Bild 15 in der Form eines Interaktionsdiagrammes festgehalten. Die zusammengehörenden Versuchspunkte sind durch Geraden miteinander verbunden.

Für den biegearmierten Hohlquerschnitt wurden folgende Punkte der Interaktionskurve experimentell bestimmt: $T_3 - TB_1 - TE_2 - TB_3$. Die zufälligerweise horizontale Verbindungsgerade $T_3 - TB_1$ täuscht. Ein Versuch mit $\kappa = T/M = 2$ würde zeigen, dass bei gleichbleibender Querschnittsarmierung das Torsionsbruchmoment über dasjenige bei reiner Torsion hinauswächst, da in der oberen Längsarmierung der Zugkraft infolge Torsion eine Druckkraft infolge Biegung entgegenwirkt. Das maximale Torsionsmoment wird offensichtlich bei jenem κ -Wert auftreten, bei dem die obere und die untere Armierung gleichzeitig zum Fließen kommen.

Beim torsionsarmierten Hohlquerschnitt liegen die Verhältnisse anders (Strecken Zug $T_1 - TB_0$). Schon ein relativ geringes Biegemoment genügt, um die untere Armierung vor der oberen zum Fließen zu bringen. Eine Erhöhung der Torsions-Tragfähigkeit durch ein gleichzeitig wirkendes Biegemoment über jene bei reiner Torsion hinaus ist deshalb nicht zu erwarten.

Die Balken TB_5 und TB_6 mit gleicher Längsarmierung wie $TB_1 + TB_3$, jedoch schwächerer Bügelarmierung, wiesen erwartungsgemäss geringere Bruchmomente auf als TB_1 . Das Bruchmoment unter reiner Torsion wurde für diesen Querschnitt nicht bestimmt. Es kann jedoch aufgrund des Versuchsergebnisses von T_3 abgeschätzt werden, dessen Bruchmoment um 11,2 % über dem theoretischen Maximalwert nach Gl. (13) lag. Bei Verwendung desselben Vergrößerungsfaktors beträgt das reine Torsionsbruchmoment für TB_5 $1,112 \cdot 7,4 \text{ mt} = 8,2 \text{ mt}$. Das gemessene maximale Torsionsmoment unter kombinierter Beanspruchung liegt über diesem Wert, womit die oben erwähnte Möglichkeit des Ansteigens der Torsions-Tragfähigkeit infolge eines gleichzeitig wirkenden Biegemomentes anhand dieses Versuches gezeigt werden konnte.

Der Balken TB_6 wurde in einem Vorversuch auf reine Biegung bis fast zum Fliessmoment beansprucht. Die dabei entstandenen senkrechten Biegerisse hatten auf die Tragfähigkeit unter Biege- und Torsionsbeanspruchung keinen Einfluss, wie aus dem Vergleich mit TB_5 hervorgeht.

Wie schon bei reiner Torsion (T_4) wurde auch bei dieser Versuchsserie ein Querversuch mit einem Vollquerschnitt (TB_4) durchgeführt. Auch hier beim Lastfall "Torsion und Biegung" unterschied sich der Vollquerschnitt hinsichtlich Tragfähigkeit nicht vom gleich armierten Hohlquerschnitt (siehe Bild 15).

Eine bessere Uebersicht über die Interaktion erhält man bei der auf die Bruchmomente unter reiner Torsion und reiner Biegung bezogenen Darstellung (Bild 16), dem eigentlichen Interaktionsdiagramm. Die numerischen Werte sind den Tabellen 7 und 8 zu entnehmen. Es ist ersichtlich, dass jede Armierungsanordnung eine eigene Interaktionskurve besitzt. Somit existiert keine generelle Interaktionskurve Torsion-Biegung.

Die gemessenen Bruchmomente wurden auch in die Interaktionsdiagramme des Fachwerkmodells mit 45° -Diagonalen (Bild 9) eingetragen. Wie die grossen Abweichungen zeigen, trifft die Annahme einer unveränderlichen Diagonalen- neigung von 45° nicht zu. Durch Kräfteumlagerungen zwischen Bügeln und Längseisen, bedingt durch den unterschiedlichen Fliessbeginn beider Armierungsanteile, können die Betondruckdiagonalen eine für das Gleichgewicht günstigere Richtung einnehmen. Ein darauf aufbauendes, räumliches Fachwerkmodell mit der Diagonalen- neigung α wird in Anhang B erläutert. Damit kann das Tragverhalten genauer erfasst werden, wie aus den in Tabelle 8 eingetragenen theoretischen Bruchmomenten $M_u^F(\kappa)$ hervorgeht. Die auf diese rechnerischen Fachwerk-Werte bezogenen gemessenen maximalen Torsionsmomente wurden für alle Versuche in Bild 17 aufgetragen. Die zum Vergleich angegebenen Fliessmomente des 45° -Fachwerkmodells (keine Umlagerung) bestätigen die Tatsache der eingetretenen Umlagerungen und die gute Erfassung des Tragverhaltens durch das Modell des Anhangs B. Auch die für die notwendige Winkeländerung der Diagonalen wesentlichen Kennwerte sind in Tabelle 8 enthalten und im Anhang B erklärt.

4.1.2. Tragverhalten

Nachfolgend wird das Tragverhalten bis zum Bruch der einzelnen Versuchsbalken beschrieben. In Tabelle 9 sind für sämtliche Laststufen die Anfangs- und Endmomente sowie die zeitliche Dauer der Laststufen aufgeführt. Einen Ueberblick über das Tragverhalten vermitteln auch die Verdrehungs- und Krümmungskurven, Bilder 49, 53 bis 60, in denen ebenfalls die Laststufen eingetragen sind.

Balken TB_0

Der Hohlkasten TB_0 war volumengleich torsionsarmiert, die Längseisen waren gleichmässig über den Umfang verteilt. Das angestrebte T/M-Verhältnis war

$\kappa = 1,0$. Da das Biegemoment die Längseisen auf der Unterseite zusätzlich beansprucht, wies dieser Balken eine zu starke Bügelarmierung auf. Wie nach dem Fachwerkmodell erwartet, kamen somit zuerst die Längseisen unten zum Fließen. Nachdem dann die Längseisen vorne und hinten, die Bügel unten sowie die Bügel vorne und hinten, in dieser Reihenfolge, die Fließgrenze erreicht hatten, nahm die aufgebrachte Last praktisch nicht mehr zu.

Die Oberseite blieb bis zur Laststufe 7 rissefrei. Nachher bildeten sich kurze, feine Risse auf der Aussen- und Innenseite der oberen Platte, deren Richtungen aussen und innen praktisch spiegelbildlich zur Balkenaxe verliefen. Die Oberseite als ganzes blieb jedoch kompakt. Ein Ueberschreiten der Hauptzugspannungen war die Ursache der Risse. Ihr Auftreten und ihre Richtung sind ohne den in Kap. 4.3. beschriebenen Verwindungseffekt nicht zu erklären.

Nach Erreichen der maximalen Last bröckelte infolge grosser Verdrehung auf der Unterseite der ausserhalb des Armierungskorbes liegende Beton ab, bis eine plötzliche Schiebung mit entsprechenden Auswirkungen auf die Seitenflächen eintrat (Bild 18). Eine Drehaxe in der oberen Platte war nicht zu erkennen. Schon bei reiner Torsion wurde eine solche Bruchart beobachtet [1] und dort als Schiebungsbruch bezeichnet.

Balken TB₁

Der biegearmierte Hohlkasten TB₁ hatte mehr Längseisen auf der Zugseite als TB₀. Gleichwohl waren für das angestrebte Verhältnis $\kappa = 1,0$ die Bügel unten noch etwas zu stark. In der Reihenfolge Längseisen unten - Bügel unten - Längseisen seitlich - Bügel seitlich kamen wiederum alle Eisen auf drei Seiten zum Fließen.

Eine zweimalige Entlastung und Wiederbelastung zwischen den Laststufen 6' und 0 ergab eine rasch abklingende Vergrösserung der zugehörigen Verdrehung. Die Risse auf der Oberseite traten ab Laststufe 5 in gleicher Art wie bei TB₀ auf.

Lange nach Erreichen der maximalen Last trat der Bruch durch Zermalmung der Druckdiagonalen auf der Hinterseite ein. Entsprechende Auswirkungen zeigten sich oben und unten, auch auf der Vorderseite waren Absplitterungen sichtbar (Bild 20). Eine Drehaxe war nicht festzustellen. In der Abwicklung (Bild 26) wird deutlich, dass der Bruch praktisch in einem Querschnitt erfolgte. Diese Bruchart entspricht wiederum einem Schiebungsbruch.

Balken TB₂

Der Balken TB₂ unterschied sich von TB₁ nur durch das kleinere angestrebte T/M- Verhältnis von $\kappa = 0,5$. Mit den unteren und seitlichen Längseisen, den unteren und seitlichen Bügeln, in dieser Reihenfolge, kamen alle Eisen auf drei der vier Seiten vor dem Bruch zum Fließen. Risse auf der Oberseite traten ab Laststufe 9 aussen und innen wie bei TB₁ auf.

Nach dem Ueberschreiten der maximalen Last wurde dieser Versuch infolge Erreichens der maximal möglichen Verdrehung abgebrochen, obwohl ein eigentlicher Bruch noch nicht erfolgt war. Grosse Diagonalrisse auf drei Seiten kündigten einen Schiebungsbruch an (Bild 21(b)). Andererseits bildeten sich auf der Oberseite Absplitterungen entlang einer schiefen Axe, die auf grosse Randstauchungen im Beton hindeuteten (Bild 21(a)).

Balken TB₃

Der Balken TB₃ unterschied sich von TB₁ und TB₂ nur durch das kleinere angestrebte Verhältnis $\kappa = 0,27$. Nach dem Fliessen der unteren und seitlichen Längseisen und der seitlichen Bügel, in dieser Reihenfolge, erreichten die unteren Bügel an ihren Messstellen die Fliessspannung nicht ganz. Der mit einer kleineren Messbasis ringsherum ausgemessene Bügel erreichte diese Spannung knapp, jedoch ausserhalb des Messbereiches der übrigen Bügel in der Nähe der Querschnittsecken. Offensichtlich wurde bei diesem κ -Wert für diese Armierungsanordnung die Grenze der möglichen Umlagerung und damit der Ueberarmierung an Bügeln gerade erreicht. Schon aus der Rissbildung unten (Bild 27) ist ersichtlich, dass viele grosse Risse den Bügeln folgen, sie also nicht schneiden und somit ihre Beanspruchung in Frage stellen. Risse auf der Aussenseite der oberen Platte traten ab Laststufe 12, auf der Innenseite schon ab Laststufe 9 auf.

Nach Ueberschreiten der maximalen Last und zweimaligem Nachstellen der Verankerung traten, infolge grosser Verdrehung unten grosse Schiebungen und zugleich oben erste Ueberschiebungen auf. Plötzlich versagte infolge grosser Betonstauchungen die Druckzone auf der Oberseite (Bild 22). Die oberen Längseisen knickten aus, und es stellte sich eine Drehung um die Unterseite ein. Wie aus der Abwicklung (Bild 27) ersichtlich ist, trat der Bruch nahezu in einem Querschnitt auf, obwohl die Druckzone oben schief gegenüber der Balkenaxe verlief. Diese Bruchart wird als Stauchungsbruch der Betondruckzone bezeichnet.

Balken TB₄

Der Balken TB₄ mit Vollquerschnitt sollte im Vergleich mit TB₁ einen evtl. Unterschied zum Hohlkasten aufzeigen. Als T/M-Verhältnis wurde $\kappa = 1,0$ angestrebt. Entsprechend TB₁ kam auch hier mit den unteren und seitlichen Längseisen, den unteren und seitlichen Bügeln, in dieser Reihenfolge, die Bewehrung auf drei der vier Seiten zum Fliessen. Auf der Oberseite bildeten sich die ersten Risse bei Laststufe 7.

Nach dem Erreichen der maximalen Last nahmen die Verformungen bei leicht abfallender Last stark zu. Langsam löste sich die ausserhalb des Armierungskorbes liegende Betonschale ab. Auf der Oberseite schien sich parallel zur Balkenaxe eine Drehaxe von ca. 1 m Länge zu bilden (Bild 23 (a)). Die grossen aufgetretenen Schiebungen lassen wieder auf einen Schiebungsbruch schliessen (Bild 23(b)).

Um den Zustand des Kernes zu überprüfen, wurden die Armierungseisen im Bruchbereich durchgebrannt und der Balken auseinandergezogen (Bild 19). Es zeigte sich, dass der Kern relativ kompakt geblieben war. Risse waren vor allem parallel zum Querschnittsrand innerhalb des Armierungskorbes zu sehen. Dies ist ein Anzeichen dafür, dass sich, begünstigt durch die Bügelverlängerung, eine äussere Schale bildete, die das Tragverhalten bestimmte. Ein Blick auf die Bilder 16 und 59(b) zeigt ebenfalls, dass sich das Tragverhalten dieses Balkens mit Vollquerschnitt von demjenigen mit entsprechendem Hohlquerschnitt nicht wesentlich unterscheidet.

Balken TB₅

Der Hohlkasten TB₅ erhielt schwächere Bügel, \emptyset 8 mm, und war damit für das angestrebte Verhältnis von $\kappa = 1,0$ unten ausgeglichener armiert als TB₁. Daher kamen die seitlichen und unteren Bügel sowie die unteren Längseisen fast gleichzeitig zum Fließen. Sobald auch die seitlichen Längseisen zu fließen begannen, war die maximale Last erreicht. Erste Risse auf der Oberseite bildeten sich bei Laststufe 5. Verglichen mit TB₁ öffneten sich diese Risse stark, so dass sich auch oben ein fachwerkähnliches Verhalten einstellte.

Nach Erreichen des Höchstwertes fiel die Last bei stark zunehmender Verformung langsam ab. Unten begann die Betonschale abzubröckeln. Auch hier trat ein Schiebungsbruch ein. Dieser drehte sich, praktisch im gleichen Querschnitt, diesmal um die Hinterseite (Bild 24).

Balken TB₆ + TB_{6B}

Der Hohlkasten-Träger TB₆ entsprach genau TB₅, jedoch wurde mit ihm zunächst ein Biegeversuch bis fast zum Biegeflussmoment durchgeführt. Mit diesem als TB_{6B} bezeichneten Vorversuch wurden die Biegesteifigkeit ermittelt und zudem Biegerisse erzeugt: Im folgenden Torsions-Biegeversuch TB₆ sollte abgeklärt werden, ob diese initialen Biegerisse einen Einfluss auf das Tragverhalten ausüben. In diesem Hauptversuch flossen die seitlichen und unteren Bügel, die unteren und seitlichen Längseisen fast gleichzeitig, sogar eher etwas später als bei TB₅. Die Risse auf der Oberseite traten ab Laststufe 5 auf und verhielten sich wie bei TB₅.

Die erreichte Maximallast stimmte mit derjenigen von TB₅ praktisch überein. Die initialen Biegerisse schlossen sich unter der kombinierten Beanspruchung und wirkten sich nicht nachteilig aus (Bild 25, neue Risse gestrichelt). Nach starken Verformungen traten schliesslich Ablösungen in den Ecken und Schiebungen im gesamten Prüfbereich auf (Bild 28). Es handelte sich hier ebenfalls um einen Schiebungsbruch.

4.1.3. Brucharten

Eine Uebersicht über die 7 Balken TB₀ + TB₆ nach dem Ausbau aus der Versuchsanlage zeigt Bild 29. Generell ist zu erkennen, dass sich im gesamten Prüf-

bereich mehrere schraubenförmige Rissbilder entwickelten. Der Bruch entstand schliesslich meistens in einem Querschnitt an einer zufälligen Stelle des Prüfbereichs.

Alle Balken waren unterarmiert, d.h. sämtliche Eisen auf mindestens drei Seiten kamen bis zum Bruch zum Fliessen. Die Bügel auf der Unterseite von TB_3 befanden sich gerade an der Grenze zur Ueberarmierung. Ein sog. schiefer Druckbruch konnte in Anbetracht der relativ geringen Schubspannungen beim Bruch (vgl. Tabelle 8) nicht erwartet werden und trat tatsächlich auch nicht ein. Gleichwohl liessen sich zwei verschiedene Brucharten unterscheiden, die im folgenden als Schiebungsbruch und Stauchungsbruch auseinandergehalten werden.

Der Schiebungsbruch weist folgende Merkmale auf:

- Fliessen der Längs- und Bügelarmierung auf mindestens drei Seiten
- Grosse Verformungen durch schraubenförmig um den Balken auftretende Schiebungen
- Loslösung der ausserhalb des Bewehrungskorbes liegenden Betonschale und Zermalmung der Druckdiagonalen

Diese Bruchart wurde bereits bei den Versuchen mit reiner Torsion beobachtet [1]. Mit abnehmendem T/M-Verhältnis nimmt der Bruch immer mehr den Charakter eines Biegebruches an. Fortschreitende Biegerisse und Torsions-Biegerisse sind für die Verkleinerung und das schliessliche Versagen der Betondruckzone verantwortlich. Diese Bruchart wird deshalb als Stauchungsbruch bezeichnet und lässt sich wie folgt charakterisieren:

- Fliessen der Längs- und Bügelarmierung auf drei Seiten
- Grosse Verformungen durch schraubenförmig um den Balken auftretende Schiebungen und weit geöffnete Risse
- Nach dem Sichtbarwerden von Absplitterungen auf der Druckseite plötzlicher Bruch der Druckzone infolge Ueberschreitens der Betondruckfestigkeit

Ein Vergleich mit dem Schiebungsbruch zeigt, dass beide Brucharten in ihrer Entstehung ähnlich sind; lediglich der Schlusseffekt ist verschieden. Praktisch werden sich daher die beiden Bruchbereiche weitgehend überschneiden. Bei TB_3 ($\kappa_u = 0,25$) wurde eindeutig ein Stauchungsbruch der Betondruckzone, bei TB_1 ($\kappa_u = 0,86$) eindeutig ein Schiebungsbruch beobachtet. Beim Balken TB_2 ($\kappa_u = 0,46$) waren beide Brucharten möglich. Der Versuch wurde nach Ueberschreiten der Maximallast nicht bis zum Eintreten des Bruches fortgeführt.

Für die theoretische Erfassung der Traglast unterarmerter Querschnitte spielt vor allem die Tatsache eine wesentliche Rolle, dass vor dem Bruch die Armierung auf drei Seiten des Balkens ihre Fliessgrenze erreichte. Die dabei zu erwartenden Neigungsänderungen der Druckdiagonalen dieser Seiten traten tatsächlich ein.

4.2. Beanspruchung der Armierung

Die Dehnungen der Stahleinlagen wurden mit Setzdehnungsmessern der Basis 60, 20 und 10 cm gemessen (vgl. Kap. 3.). Die Genauigkeit betrug etwa $0,05 \cdot 10^{-3}$. Die Anordnung der Messstellen ist aus Bild 14 ersichtlich.

In Bild 30 wurden die gemessenen Längseisen- und Bügelspannungen auf der Unterseite der Balken TB_1 , TB_2 und TB_3 in Funktion der Biege- und Torsionsmomente dargestellt und mit den rechnerischen Werten nach den Gl. (10) und (11) für reine Torsion und Gl. (12) für reine Biegung verglichen. Die Spannung der unteren Längseisen weicht umso mehr von derjenigen bei reiner Biegung ab, je grösser das Verhältnis $\kappa = T/M$ ist (Bild 30(a)). Entsprechend wird die Abweichung von der für reine Torsion gültigen Geraden (Fachwerk mit 45° -Streben) mit zunehmendem Verhältnis κ kleiner (Bild 30(c)). Für die Bügelspannungen der Unterseite gelten die gleichen qualitativen Aussagen (Bilder 30(b), 30(d)). Die Abweichungen der gemessenen Bügelspannungen von der rechnerischen Geraden sind abrupt und durch eine Kräfteumlagerung von den Längseisen auf die Bügel zu erklären, die schon bei den Versuchen mit reiner Torsion beobachtet wurde [1]. Diese Umlagerung soll im folgenden näher betrachtet werden.

Die Balken $TB_0 + TB_4$ wiesen alle auf der massgebenden Unterseite eine im Vergleich zur Längsarmierung stärkere Bügelarmierung auf. Kommen nun, wie beobachtet, vor dem Bruch beide Armierungsanteile zum Fliessen, so bedingt dies eine Umlagerung der Kräfte von den Längseisen auf die Bügel und damit eine Aenderung der Diagonalenneigung, ungeachtet vorhandener Risse. Der aus Gleichgewichtsgründen notwendige Winkel zwischen Druckstrebe und Balkenaxe auf der Unterseite wird im Anhang B berechnet (Gl. (B 15)). Eine vereinfachte Beziehung für das Quadrat dieses Winkels wird dort als Gl. (B 20) angegeben. Sie lautet:

$$\operatorname{tg}^2 \bar{\alpha}_u = \lambda_u \left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) = \frac{a_e}{s_u} \cdot \frac{F_{Bu}}{F_u} \cdot \frac{\sigma_{fu(B)}}{\sigma_{fu(L)}} \left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \quad (25)$$

Dieser Ausdruck kann als Mass für die für das Fliessen beider Armierungsanteile notwendige Umlagerung betrachtet werden. Die Werte $\operatorname{tg}^2 \bar{\alpha}_u$ für die einzelnen Balken sind in Tabelle 8 aufgeführt.

In Bild 31 werden für einige Balken die Spannungen in Bügeln und Längseisen auf der Unterseite miteinander verglichen. Deutlich ist zu erkennen, wie nach dem Fliessbeginn des einen Armierungsanteils die Spannung im anderen stark zunahm. Aus den in Bild 31 eingetragenen Werten für $\operatorname{tg}^2 \bar{\alpha}_u$ nach Gl. (25) ist ersichtlich, dass diese Grösse ein repräsentatives Mass für die sich einstellende Umlagerung darstellt (vgl. z.B. TB_0 mit TB_2). Das Armierungsverhältnis des Balkens TB_3 liegt offensichtlich an der Grenze einer möglichen Umlagerung. Für $\operatorname{tg}^2 \bar{\alpha}_u = 1$ sollte sich die Reihenfolge des Fliessbeginns umkehren (s. Anhang B). Der Balken TB_5 zeigt eine solche Tendenz.

Die auf allen 4 Seiten gemessenen Stahlspannungen wurden für sämtliche Balken als Funktion der Biege- und Torsionsmomente für Längseisen und Bügel ge-

trennt in den Bildern 32 bis 38 dargestellt. Als rechnerische Werte sind die Geraden nach Gl. (10) für die Bügelbeanspruchung aus reiner Torsion und nach Gl. (11) und (12) für die Längseisenbeanspruchung aus reiner Torsion und reiner Biegung, getrennt und superponiert, eingetragen.

Die unteren Längseisen erreichten bei den mit starker Bügelarmierung versehenen Balken TB_0 + TB_4 die bei einer Ueberlagerung von reiner Biegung und reiner Torsion gültige Gerade meistens nicht ganz, da sie durch die Kräfteumlagerung auf die Bügel entlastet wurden. Dementsprechend wiesen die unteren Bügel dieser Balken Spannungszunahmen auf, die über dem rechnerischen Wert aus reiner Torsion lagen. Gerade umgekehrt waren die Verhältnisse bei den Balken TB_5 und TB_6 mit schwächerer Bügelarmierung. Die unteren Längseisen übernahmen hier noch zusätzliche Umlagerungskräfte, während die Bügelspannungen unten unter den rechnerischen Werten lagen.

Die seitlichen Längseisen zeigten bei allen Balken gleich nach dem Fliessbeginn der unteren Längsarmierung einen grossen Spannungszuwachs und flossen bald darauf ebenfalls. Interessanterweise wich die Beanspruchung der seitlichen Bügel kaum von jener der unteren ab. Bei konstantem Schubfluss und ringsherum gleicher Bügelarmierung bedeutet dies eine konstante Diagonalenneigung auf den drei massgebenden Seiten. Diese Neigung stellt sich demnach ungeachtet vorhandener Risse entsprechend der Armierung der schwächsten Seite ein.

Erwartungsgemäss erhielten die Längseisen der Oberseite grundsätzlich Druckspannungen, da ja für $\kappa < 1$ die vom Biegemoment herrührende Druckkraft grösser ist als die Torsions-Zugkraft. Gleichwohl traten in einigen Balken mit $\kappa \approx 1$ in den oberen Längseisen Zugspannungen auf, die durch grosse Verformungen verursacht wurden. Darunter sind vor allem die Schiefstellung der Neutralaxe und die durch den Verwindungseffekt (siehe Kap. 4.3.) verursachte verfrühte Rissbildung auf der Oberseite zu verstehen. Oben erhielten die Bügel durchwegs höhere Spannungen als die Längseisen. Neben dem Verwindungseffekt war dafür vor allem die Verankerung der seitlichen Bügelabschnitte in der oberen Platte verantwortlich.

Zur Verdeutlichung dieser Feststellung sind die Längseisen- und Bügelspannungen über den Umfang für die Balken TB_1 ($\kappa_u = 0,86$), TB_3 ($\kappa_u = 0,25$) und TB_4 ($\kappa_u = 0,78$; Vollquerschnitt) in den Bildern 39 bis 41 für einige Laststufen dargestellt worden. Die Zugspannungen der oberen Längseisen traten vor allem auf der Vorderseite auf. Sie entstanden durch eine Schiefstellung der Neutralaxe, da bei grossen Verdrehungen die Belastungs- von der Hauptebene abwich und somit schiefe Biegung eintrat. In den unteren Längseisen der Vorderseite war eine analoge Tendenz nicht zu beobachten. Den durch schiefe Biegung bedingten Zusatzspannungen wirkten kleine Zwängungsspannungen entgegen. Diese entstanden durch ein Zwängungsmoment um die vertikale Axe, das infolge ungleicher Schiebungen in der oberen und unteren Platte (vgl. Bild 51: 0 + 0') und den Lagerbedingungen bei grosser Verformung auftrat.

Die hohen Bügelspannungen auf der Oberseite sind durch die notwendige Verankerung der seitlichen Bügelabschnitte zu erklären. Die aus den Seitenabschnitten der Bügel an die Oberkante gelangende Zugkraft ist bei TB_3 kleiner (Bild 40(b)) als bei TB_1 (Bild 39(b)); entsprechend verhält sich die Spannung in den oberen Bügeln. Zudem nimmt selbst beim Vollquerschnitt TB_4 (Bild 41(b)) die Zugkraft mit zunehmender Verankerungslänge gegen die Seitenmitte hin ab. Diese Verankerung, zusammen mit der aufgrund des Verwindungseffektes unerwartet frühen Rissbildung, vermögen die Bügelspannungen auf der Oberseite zu erklären.

Die Längseisen- und Bügelspannungen des bis fast zur Fließlast auf reine Biegung beanspruchten Balkens TB_{6B} sind in Bild 42 dargestellt und mit den rechnerischen Geraden verglichen worden. Die Gültigkeit der rechnerischen Werte für reine Biegung wird für die unteren Längseisen bestätigt, während in den unteren Bügeln infolge Unregelmäßigkeiten in der Rissbildung kleine Zugspannungen gemessen wurden.

4.3. Beanspruchung des Betons

Die Dehnungen der Betonoberfläche wurden mit Setzdehnungsmessern der Basis 10 cm an den in Bild 14 angegebenen Messstellen ermittelt. Da die Oberseite am längsten rissfrei blieb, sollen die Messresultate der Rosette auf dieser Seite genauer untersucht werden.

In Bild 43(a) sind die Betonstauchungen der zur Balkenaxe parallelen Messstelle 100 in Funktion des Biegemomentes für einige Balken dargestellt. Die Messwerte des auf reine Biegung beanspruchten Balkens TB_{6B} stimmen gut mit der mit dem mittleren Elastizitätsmodul $E_{b(5+100)}$ berechneten theoretischen Geraden überein.

Bis zum Fließen der unteren Armierungseisen blieb die obere Platte bei den Balken $TB_0 + TB_4$ nahezu rissfrei, so dass die Betondehnungen proportional zum Biegemoment zunahm. Nach dem Fließbeginn stiegen sie jeweils viel stärker an und erreichten bei TB_3 vor dem Stauchungsbruch der Druckzone den Wert $- 3,6 \cdot 10^{-3}$. Die übrigen Balken erreichten diesen Wert an dieser Messstelle nicht. Es trat allerdings bei ihnen eine andere Bruchart auf (Schiebungsbruch). Die Zwischenstellung des Balkens TB_2 wird auch hier deutlich.

Der Zusammenhang zwischen Betonstauchung und Krümmung wird in Bild 43(b) gezeigt. Bis zum Fließbeginn erwies er sich als annähernd linear und mit der Rechnung übereinstimmend (TB_{6B}). Die Abweichungen von der rechnerischen Geraden sind durch die Lage der Neutralaxe zu erklären (Bild 50).

Die unter 45° zur Balkenaxe geneigten Betonstauchungen der Messstelle 101 wurden in Bild 44(a) in Funktion des Torsionsmomentes dargestellt. Ein Vergleich mit Bild 43(a) zeigt sowohl im ungerissenen Zustand wie auch später durchwegs höhere Stauchungen als parallel zur Balkenaxe. Diese Tatsache soll anhand der Hauptdruckrichtungen näher untersucht werden. Diese wurden

mit den gemessenen Dehnungen der Rosette auf der Balkenoberseite berechnet und in Bild 45 für alle Balken für den Bereich des Rissbeginns oben dargestellt. Der Winkel der Hauptdruckrichtung gegenüber der Balkenaxe lag zwischen 30° und 45° .

Mit Hilfe der bekannten Torsionsmomente und der an der Messstelle 100 gemessenen Betonstauchungen wurden die theoretischen Werte des Winkels unter Verwendung von $\tau = T/W_T$ und $\sigma = \epsilon_b \cdot E_b$ (aus dem σ - ϵ -Diagramm) mit der Beziehung

$$\operatorname{tg} 2\alpha_1 = \frac{2\tau}{\sigma} \quad (26)$$

berechnet und in Bild 45 ebenfalls eingetragen. Diese Winkelwerte sind viel kleiner als diejenigen, die mit den gemessenen Dehnungen der Rosette berechnet wurden. Zudem hätten die mit der gleichen Methode ermittelten Zugspannungen nie zu einer Rissbildung auf der Oberseite führen sollen. Die jedoch aufgetretenen Risse verliefen parallel zu der gemessenen Hauptdruckrichtung, so dass ein zusätzlicher Effekt für das Verhalten der oberen Platte verantwortlich sein musste. Es handelt sich hierbei um den in [1] im Anhang B ausführlich beschriebenen Verwindungseffekt. Die ursprünglich ebenen Seitenwände der Hohlkästen verformen sich bei einer Verdrehung zu hyperbolischen Paraboloidflächen.

Für die unter 45° gegenüber der Balkenaxe geneigte Richtung der Messstelle 101 ergibt sich infolge dieser Verwindung nach [1] die Stauchung an der Oberseite der noch ungerissenen Druckplatte:

$$\epsilon_b(\vartheta, \alpha = 45^\circ) = - \frac{d\vartheta}{dx} \cdot \frac{t}{2} \quad (27)$$

Senkrecht zu dieser Richtung ergibt sich eine Dehnung mit dem gleichen Betrag. Die der Stauchung entsprechende Spannung beträgt unter Vernachlässigung der Querdehnung und unter Verwendung der gemessenen Verdrehung:

$$\sigma_b(\vartheta, \alpha = 45^\circ) = - E_b \cdot \frac{\vartheta_{60}}{l_{60}} \cdot \frac{t}{2} = - E_b \cdot \frac{\vartheta_{60}}{15} \quad (28)$$

In Richtung der Balkenaxe und senkrecht dazu ergeben sich infolge dieser Verwindung Schubspannungen des gleichen Betrages:

$$\tau(\vartheta, \alpha = 90^\circ) = - E_b \cdot \frac{\vartheta_{60}}{15} \quad (29)$$

Sie sind denjenigen infolge Torsion nach Gl. (5a) zu superponieren. Die totale Schubspannung in der zur Balkenaxe senkrechten Ebene beträgt demnach an der Oberkante der Druckplatte:

$$\tau(\alpha = 90^\circ) = \tau(T) + \tau(\vartheta) = - \frac{T E}{W_T} - E_b \cdot \frac{\vartheta_{60}}{15} \quad (30)$$

Die noch homogene obere Platte erleidet infolge der Rissbildung auf den 3 anderen Seiten des Balkens und aufgrund des damit verbundenen Steifigkeitsabfalles eine so grosse Verdrehung, dass der zweite Term in Gl. (30) den

ersten überwiegt. Die nach Gl. (26) unter Verwendung von τ nach Gl. (30), mit einem iterativ ermittelten E_b -Modul, berechneten Winkel der Hauptdruckrichtungen wurden in Bild 45 eingetragen. Sie zeigen eine gute Uebereinstimmung mit den aus den Messungen berechneten Werten.

Auf der Innenseite der oberen Platte wurden Risse beobachtet, die im Vergleich mit denjenigen der Aussenseite spiegelbildlich zur Balkenaxe verliefen. Die Schubspannungen infolge Verwindung hatten innen eine andere Richtung und damit ein anderes Vorzeichen als aussen, so dass die Gesamtschubspannungen hier einen positiven Betrag annahmen. Die nach Gl. (26) unter Verwendung einer rechnerischen Druckspannung σ ermittelten Hauptdruckrichtungen ergeben Werte zwischen -20° und -40° und bestätigen die innen beobachteten Rissneigungen.

Der dominierende Einfluss der Verwindung wird in Bild 44(b) verdeutlicht, wo die Stauchung der Messstelle 101 mit der Verdrehung des Balkens verglichen wird. Die Abweichungen von der theoretischen Geraden des Verwindungseinflusses nach Gl. (28) sind durch die Normalspannungen infolge Torsions- und Biegemoment bedingt. Beim Balken TB_5 waren in der oberen Platte aussen in Seitenmitte eine Vielzahl kleiner Risse und innen ein ausgedehnter Längsrisse zu beobachten, dessen Auftreten ein von TB_6 abweichendes Verhalten erklärlich macht. Beim Vollquerschnitt TB_4 bildete sich, im Gegensatz zum Versuch T_4 mit reiner Torsion, auf der Oberseite wegen der Ueberdrückung infolge Biegung keine dünne mitwirkende Schale aus. Der Verwindungseinfluss wird deshalb hier noch grösser, da er nach Gl. (27) proportional zur Wandstärke t anwächst.

In Bild 46 wurden die auf der Hinterseite über die Balkenhöhe unter 45° zur Axe gemessenen Betondehnungen für einige Balken aufgetragen. Des weiteren sind hier die Ergebnisse von Dehnungsmessstellen dargestellt, die nach der Rissbildung an geeigneten Stellen der hinteren und unteren Balkenseiten aufgeklebt wurden. Wegen der fehlenden Biegedruckkraft traten auf der Unterseite im allgemeinen geringere Stauchungen auf als oben. Allerdings muss auch für die Unterseite der Verwindungseffekt zur Erklärung des Betrages der Messwerte herangezogen werden, da der Dehnungsanteil infolge der Strebenkraft allein (etwa $-2\tau/E_b$) nicht über $-0,3 \cdot 10^{-3}$ anwachsen konnte. Auch nach erfolgter Rissbildung trat noch ein Verwindungseinfluss auf. Da die Druckstreben bei einer Verdrehung aus der Ebene der sie schneidenden Bügel und Längseisen austreten möchten, wurden sie zu einer Durchbiegung nach innen, die Armierungseisen zu einer Durchbiegung nach aussen gezwungen. Die vor allem nach dem Fliessbeginn der Armierung, bei nur schwacher Lastzunahme, stark anwachsenden Dehnungen bestätigten diese Tendenz. Damit wird verständlich, warum der Betrag der Stauchungen bei gleichen Verdrehungen hier kleiner war als in der Druckplatte, die während langer Zeit ungerissen blieb.

4.4. Verformungen

4.4.1. Schiebungen und Krümmungen

Die Schiebungen γ und Krümmungen φ wurden im Detail-Messbereich (vgl. Bild 14) durch Ausmessen der Abschnittsseiten und -diagonalen mit Setzdehnmessern bestimmt. Die Berechnung der Winkeländerungen $\Delta\psi$ in den vier Ecken des Rechtecks aus den gemessenen Grössen und die damit mögliche Bestimmung von γ und φ ist in [1] ausführlich beschrieben.

Die auf diese Weise ermittelten Schiebungen sind in Bild 47(a bis g) für die Unterseiten der einzelnen Balken in Funktion der entsprechenden Längs- und Bügeldehnungen dargestellt. In Bild 47(h) werden die Schiebungen hinten mit den auf der gleichen Seite gemessenen Betonstauchungen (nur Messstellen 110 und 111) für einige Balken verglichen. Als Resultat kann - wie schon bei reiner Torsion - der lineare Zusammenhang zwischen Schiebungen und Stahldehnungen bis zum Fließbeginn eines Armierungsanteiles hervorgehoben werden. Dasselbe gilt für die Stauchungen des Betons, doch ist ihr Betrag so klein, dass er durch die Messgenauigkeit beeinflusst wird.

Die Krümmungen wurden aus den Längsdehnungen berechnet. Der lineare Zusammenhang zwischen Stahldehnungen und Krümmungen ist evident und deshalb hier nicht dargestellt. Dasselbe gilt bis zum Fließbeginn der Bewehrung näherungsweise auch für die Beziehung zwischen der Betonstauchung der Druckzone und der Krümmung (vgl. Bild 43(b)).

Aus der erwähnten Linearität zwischen Schiebungen und Dehnungen einerseits, Krümmungen und Dehnungen andererseits folgt, dass sich die Schiebungen und Krümmungen im inhomogenen Bereich (nach erfolgter Rissbildung) aus den Stahl- und Betondehnungen linear zusammensetzen lassen. Zur Untersuchung dieser Zusammenhänge dient ein Verschiebungsplan, wie er in [1] ausführlich beschrieben ist. Mit den dort verwendeten Bezeichnungen lautet die Beziehung für die totale Krümmung über die Länge c :

$$\varphi \approx \frac{c}{a}(\epsilon_{cu} - \epsilon_{co}) \quad (31)$$

Sie ist somit die durch die Balkenhöhe dividierte Differenz der Längsdehnungen unten und oben. Für die Schiebung wurde in [1] für den Fall eines allgemeinen Neigungswinkels α der Druckdiagonalen gegenüber der Balkenaxe folgende Beziehung hergeleitet:

$$\gamma \approx \frac{c}{a} \left[\epsilon_a \left(\frac{a}{c} \right)^2 + \frac{1}{2}(\epsilon_{cu} + \epsilon_{co}) - \epsilon_b \left(\frac{b}{c} \right)^2 \right] \quad (32)$$

Vernachlässigt man die Stauchung der Betondruckdiagonalen und setzt man $a/c = \operatorname{tg}\alpha$ und $\epsilon_a = \epsilon_B$ resp. $\epsilon_c = \epsilon_L$, so wird Gl. (32) zu:

$$\gamma \approx \epsilon_B \operatorname{tg}\alpha + \frac{\epsilon_L}{\operatorname{tg}\alpha} \quad (33)$$

Dabei bedeutet ϵ_L das Mittel der Längseisendehnungen der betreffenden Balkenseite. Ein Einsetzen der gemessenen Dehnungswerte in die Gl. (31) und (32) ergibt genau die gemessenen Krümmungen und Schiebungen, da die Auswertungsformeln mit den obigen aus dem Verschiebungsplan hergeleiteten Beziehungen bis auf Glieder höherer Ordnung übereinstimmen [1].

Die Verhältnisse zwischen gemessener Längseisendehnung ϵ_L und gemessener Bügeldehnung ϵ_B auf der Unterseite wurden in Bild 48 in Funktion von ϵ_L aufgetragen. Von Interesse für die Schiebungsgleichung (33) ist der beim Fließbeginn vorhandene Wert. Wird zunächst bis zum Fließen eine Spannungsentwicklung entsprechend einem Fachwerk mit 45° -Streben angenommen, so wird bei gleichem E_e -Modul und $\text{tg}\alpha_u = 1$ mit den Gl. (B 4), (B 6) und (B 13) des Anhangs B:

$$\frac{\epsilon_{Lu}}{\epsilon_{Bu}} = \frac{\sigma_{Lu}}{\sigma_{Bu}} = \frac{a_e \cdot F_{Bu}}{s_u \cdot F_u} \left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \quad (34)$$

Ein Vergleich mit Gl. (25) ergibt schliesslich:

$$\frac{\epsilon_{Lu}}{\epsilon_{Bu}} = \frac{\sigma_{fu}^{(L)}}{\sigma_{fu}^{(B)}} \cdot \text{tg}^2 \bar{\alpha}_u \quad (35)$$

Es zeigt sich in Bild 48, dass bis zum Fließbeginn die theoretischen Werte des Fachwerks mit 45° -Streben nach Gl. (35) praktisch erreicht werden. Nachher setzt die Umlagerung ein, wobei Dehnungen und Spannungen zueinander nicht mehr proportional bleiben.

Die Schiebungsgleichung (33) vereinfacht sich mit $\text{tg}\alpha = 1$ zunächst zu:

$$\gamma \approx \epsilon_B + \epsilon_L \quad (36)$$

Mit Hilfe der Beziehung (35) kann die Schiebung der Unterseite wie folgt geschrieben werden:

$$\gamma_u(\epsilon_{Lu}) \approx \epsilon_{Lu} \left(1 + \frac{\sigma_{fu}^{(B)}}{\sigma_{fu}^{(L)}} \cdot \frac{1}{\text{tg}^2 \bar{\alpha}_u}\right) \quad (37)$$

oder

$$\gamma_u(\epsilon_{Bu}) \approx \epsilon_{Bu} \left(1 + \frac{\sigma_{fu}^{(L)}}{\sigma_{fu}^{(B)}} \cdot \text{tg}^2 \bar{\alpha}_u\right) \quad (38)$$

Die diesen Gleichungen (37) und (38) entsprechenden Geraden sind in Bild 47 (a bis g) eingetragen worden. Es zeigt sich, dass bis zum Fließbeginn die eingetretenen Schiebungen mit dem Verschiebungsplan zutreffend erfasst werden. Eine systematische Abweichung rührt von der Vernachlässigung der Stauchung der Betondruckdiagonalen her. Beim Balken TB_4 blieb infolge der späteren Rissbildung die Bügelbeanspruchung bis zum Fließen der Längseisen unter dem theoretischen Wert. Bei den Balken TB_5 und TB_6 begann die Umlagerung schon vor dem Fließbeginn. Ein Einsetzen der gemessenen Dehnungsverhältnisse gemäss Bild 48 anstelle der theoretischen Werte nach Gl. (35) führt auch hier zur Übereinstimmung mit den gemessenen Schiebungen.

Die Krümmungen sind in Bild 49 für alle Balken in Funktion des Biegemomentes dargestellt. Mit steigendem Verhältnis Torsion zu Biegung nahmen die beim maximalen Moment vorhandenen Krümmungen ab. Dies ist eine Folge der Verlagerung der Neutralaxe nach oben und wird besonders in Bild 50 deutlich: Mit zunehmendem T/M-Verhältnis liegt die Neutralaxe höher, d.h. x wird kleiner.

Bei den Balken TB_3 und TB_2 änderte sich die Lage der Neutralaxe bis zum Fließbeginn nicht, wie dies beim Fall reiner Biegung etwa zutrifft (TB_{6B}). Nachher verschob sich die Neutralaxe so weit nach oben, bis sie etwa derjenigen des plastischen Momentes bei reiner Biegung entsprach. Tatsächlich wurde ja auch bei TB_3 ($\kappa = 0,25$) ein Stauchungsbruch festgestellt. Aufgrund dieses Diagrammes scheint die Annahme berechtigt zu sein, dass der Balken TB_2 ($\kappa = 0,46$) auf ähnliche Weise zu Bruch gegangen wäre, falls man den Versuch entsprechend weit fortgeführt hätte.

Bei den übrigen Balken ($\kappa = 0,78 + 0,86$) verschob sich die Neutralaxe von Laststufe zu Laststufe nach oben. Hier waren auf der Oberseite Diagonalrisse zu beobachten; schliesslich trat wie beim Lastfall "Reine Torsion" ein Schiebungsbruch ein. Offensichtlich liegen diese Balken in dem Grenzbereich ($\kappa \approx 1$, nach 2.3.5.), in dem die Druckkraft infolge Biegung durch die Zugkraft infolge Torsion gerade kompensiert wird.

4.4.2. Verdrehungen und Durchbiegungen

Gemäss Bild 51 lässt sich der Verdrehungswinkel ϑ aus den Schiebungen der vier Seiten bestimmen. Für den quadratischen Hohlkasten gelten die Beziehungen:

$$d\vartheta_o = d\vartheta_u = \frac{\gamma_v + \gamma_h}{a} dx \qquad d\vartheta_v = d\vartheta_h = \frac{\gamma_o + \gamma_u}{a} dx$$

Infolge ungleicher Schiebungen auf den vier Seiten könnte sich der verdrehte Querschnitt zu einem Rhombus verformen. Aus obigen Beziehungen ist ersichtlich, dass in diesem Fall die Summen der Schiebungen gegenüberliegender Seiten voneinander abweichen müssten. Diese Kontrolle wurde in Bild 52(a bis g) für alle Balken gemacht. Es zeigt sich, dass die Schiebungen hinten und vorne etwa gleich gross, diejenigen oben und unten stark verschieden sind. Dennoch ist die Bedingung $\gamma_o + \gamma_u = \gamma_v + \gamma_h$ gut erfüllt. Die rechten Winkel des Querschnitts blieben somit bei der Verformung erhalten.

Mit dem Mittelwert γ_m der vier Seitenschiebungen wird:

$$\frac{d\vartheta}{dx} = \frac{1}{2} \left(\frac{d\vartheta_o}{dx} + \frac{d\vartheta_v}{dx} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma_v + \gamma_h + \gamma_o + \gamma_u}{a} \right) = \frac{2\gamma_m}{a} \quad (39)$$

Dabei sind für den homogenen resp. inhomogenen Zustand die jeweiligen Werte für a und γ_m gemäss Gl. (3 a) resp. (32) einzusetzen. Die der Gl. (39) entsprechenden Geraden sind für $a_e = 43$ cm resp. 44 cm (TB_5 , TB_6) in Bild 52

eingetragen worden. Die Uebereinstimmung mit den gemessenen Werten ist gut. Somit kann - wie bei reiner Torsion - die Verdrehung aus den Seitenschiebungen zusammengesetzt werden.

An den beiden mittleren, je 60 cm langen Balkenabschnitten wurden die Verdrehungen ϑ_{60} mittels Klinometern gemessen. Die Mittelwerte dieser Messresultate sind in den Bildern 53 bis 58 für alle Balken in Funktion des Torsionsmomentes dargestellt. Der Beginn des Fliessens sowie die durchgeführten Entlastungen sind eingetragen.

Die durch Nivellement bestimmte relative Durchbiegung der Balkenmitte (Punkt 4) gegenüber zwei auf beiden Seiten in je 60 cm Entfernung angeordneten Vergleichspunkten (Punkte 3 und 5, vgl. Bild 14) wurde für einige Balken in Bild 52(h) aufgetragen. Sie lässt sich mit Hilfe der Mohr'schen Analogie in folgende Beziehung zur Krümmung φ_{60} , die über diesen Abschnitt als konstant angenommen werden kann, bringen:

$$w = \frac{1}{2} l_{60} \varphi_{60} = 30 \cdot \varphi_{60} \quad (\text{in cm}) \quad (40)$$

Die Uebereinstimmung der Messwerte mit der der Gl. (40) entsprechenden Geraden ist gut; die Ablesegenauigkeit von 0,01 cm für w ist dabei zu berücksichtigen.

4.4.3. Torsions- und Biege-Steifigkeit

Die Verdrehungs- und Krümmungskurven werden für die Balken mit gleichem Querschnitt resp. mit gleichem Verhältnis $\kappa = T/M$ in den Bildern 59 und 60 miteinander verglichen. Folgende qualitativen Schlüsse können gezogen werden:

- Beim Uebergang vom homogenen zum inhomogenen Bereich fällt die Torsions-Steifigkeit stärker ab als die Biege-Steifigkeit.
- Eine Variation des T/M-Verhältnisses beeinflusst die Torsions-Steifigkeit gleich armierter Querschnitte nicht wesentlich (Bild 59(a)).
- Die Torsions-Steifigkeit eines Vollquerschnittes (TB_4) ist grösser als diejenige des entsprechenden Kastenquerschnittes (TB_1). Als Ursache dafür kann die anfänglich geringere Beanspruchung der Bügel angesehen werden (Bild 59(b)).
- Die Biege-Steifigkeit gleich armierter Querschnitte nimmt im untersuchten Bereich ($\kappa = 0 \div 1$) mit wachsendem κ ab (Bild 60(a)).
- Die Biege-Steifigkeit hängt wesentlich von der Armierung im Zugbereich ab (vgl. TB_0 und TB_1 in Bild 60(b)).

Die Torsionssteifigkeit $S_T(\kappa)$ resp. Biegesteifigkeit $S_M(\kappa)$ wird als das für eine Einheits-Verdrehung resp. -Krümmung notwendige Moment definiert:

$$S_T(\kappa) = T/\frac{d\vartheta}{dx} \quad S_M(\kappa) = M/\frac{d\varphi}{dx} \quad (41)$$

Es ist zu beachten, dass definitionsgemäss diese Steifigkeiten vom Verhältnis κ abhängen. Nur für den homogenen Querschnitt sind Verdrehung und Krümmung voneinander d.h. von κ unabhängig. Für Torsions- und Biegesteifigkeit gelten dann die Ausdrücke gemäss Gl. (4 a) und (4 b).

Die Steifigkeiten $T \cdot \varrho_{60}/\vartheta_{60}$ und $M \cdot \varrho_{60}/\varphi_{60}$ wurden aus den Verdrehungen resp. Krümmungen bestimmt, die jeweils während der letzten Laststufe vor dem Fließbeginn der Armierung gemessen wurden. Sie sind in Bild 61 in Funktion des jeweiligen T/M-Verhältnisses aufgetragen. Diese Diagramme stellen eine Illustration der obigen Schlussfolgerungen dar.

Zur qualitativen theoretischen Erfassung der Steifigkeitszusammenhänge wird das Fachwerkmodell (Anhang B) herangezogen. Der besseren Uebersichtlichkeit wegen wird die Stauchung der Beton-Druckdiagonalen hier weggelassen. Für den inhomogenen Zustand (nach der Rissbildung) wurde in 4.4.1. die Anwendbarkeit des Verschiebungsplanes nachgewiesen. Es wurde dort auch gezeigt, dass der Winkel α der Druckdiagonalen gegenüber der Balkenaxe bis zum Fließbeginn zu 45° angenommen werden kann.

Unter Verwendung der aus Gl. (33) mit $\operatorname{tg}\alpha = 1$ vereinfachten Schiebungsgleichung (36) ergibt Gl. (39):

$$\frac{d\vartheta}{dx} = \frac{\gamma_v + \gamma_h + \gamma_o + \gamma_u}{2a_e} = \frac{\gamma_o + \gamma_u}{a_e} = \frac{1}{a_e} (\epsilon_{Bo} + \epsilon_{Bu} + \epsilon_{Lo} + \epsilon_{Lu}) \quad (42)$$

Für genügend grosse κ -Werte (hier $\kappa > 1$) können die Dehnungswerte bis zum Fließen der Armierung nach den Beziehungen (B 4), (B 5), (B 6), (B 7), (B 8), (B 9) des Anhangs B mit $\epsilon = \sigma/E$ und $\operatorname{tg}\alpha = 1$ bestimmt werden:

$$\epsilon_{Lu} = \epsilon_{Lu}(T) + \epsilon_{Lu}(M) = \frac{T}{2a_e F_u E_e} + \frac{M}{2a_e F_u E_e} \quad (43)$$

$$\epsilon_{Lo} = \epsilon_{Lo}(T) + \epsilon_{Lo}(M) = \frac{T}{2a_e F_o E_e} - \frac{M}{2a_e F_o E_e} \quad (44)$$

$$\epsilon_{Bu} = \epsilon_{Bu}(T) = \frac{T \cdot s_u}{2a_e^2 F_{Bu} E_e} \quad (45)$$

$$\epsilon_{Bo} = \epsilon_{Bo}(T) = \frac{T \cdot s_o}{2a_e^2 F_{Bo} E_e} \quad (46)$$

Setzt man diese Beziehungen in Gl. (42) ein, unter Verwendung von Gl. (41) und $\kappa = T/M$, so wird die ideelle Torsions-Steifigkeit $S_T^I(\kappa)$ des inhomogenen Bereichs unter Vernachlässigung der Betonverformung für den quadratischen Querschnitt und genügend grosse Werte von κ :

$$S_T^I(\kappa) = \frac{2a_e^2 F_u E_e}{1 + \frac{1}{\kappa} + \frac{F_u}{F_o} \left(1 - \frac{1}{\kappa}\right) + \frac{s_u}{a_e} \cdot \frac{F_u}{F_{Bu}} + \frac{s_o}{a_e} \cdot \frac{F_u}{F_{Bo}}} \quad (47)$$

Die entsprechende ideale Biege-Steifigkeit $S_M^I(\kappa)$ ergibt sich mit den Gl. (31) und (41) nach Einsetzen von (43) und (44) zu:

$$S_M^I(\kappa) = \frac{2a_e^2 F_u E_e}{1 + \kappa + \frac{F_u}{F_o} (1 - \kappa)} \quad (48)$$

Für den Grundquerschnitt ($TB_1 + TB_3$) wurden die mit den Gl. (47) und (48) bestimmten theoretischen Steifigkeitswerte in Bild 61 eingetragen. Es ist klar ersichtlich, dass diese Gleichungen nur für κ -Werte, die grösser als ungefähr 1 sind, zutreffen können. Bei kleineren κ -Werten bildet sich das Fachwerk auf der Oberseite nicht mehr voll aus; die Beziehungen (47) und (48) gelten deshalb nicht mehr. Vernachlässigt man in diesem Fall neben der Stauchung der Betondruckdiagonalen zusätzlich noch die Stauchung und Schiebung in der Druckzone ($\epsilon_{Bo} = \epsilon_{Lo} = 0$), so wird mit Gl. (42) bei Einsetzen von (43) und (45) die ideale Torsions-Steifigkeit $S_T^{II}(\kappa)$ für genügend kleine Werte von κ :

$$S_T^{II}(\kappa) = \frac{2a_e^2 F_u E_e}{1 + \frac{1}{\kappa} + \frac{s_u}{a_e} \cdot \frac{F_u}{F_{Bu}}} \quad (49)$$

Die entsprechende ideale Biege-Steifigkeit $S_M^{II}(\kappa)$ vereinfacht sich mit $\epsilon_{Lo} = 0$ zu:

$$S_M^{II}(\kappa) = \frac{2a_e^2 F_u E_e}{1 + \kappa} \quad (50)$$

Die Steifigkeitswerte gemäss den Gl. (49) und (50) wurden für den Grundquerschnitt ($TB_1 + TB_3$) ebenfalls in Bild 61 eingetragen. Die Abweichungen von den gemessenen Biege-Steifigkeiten rühren im wesentlichen von der vernachlässigten Stauchung der Druckzone her. Sie nehmen mit wachsendem Torsionseinfluss infolge der kleiner werdenden Druckzone ab (vgl. Bild 50). Die Abweichungen von den gemessenen Torsions-Steifigkeiten lassen sich vor allem durch die Vernachlässigung der oberen Schiebungen erklären, die einen erheblichen Betrag annehmen können, der mit zunehmendem Torsionseinfluss steigt (vgl. Bild 52).

Es zeigt sich, dass die Betonverformungen auch für den Lastfall Torsion-Biegung bei der Berechnung der Steifigkeit nicht vernachlässigt werden dürfen. Die einfachen Ansätze der Gl. (47), (48), (49) und (50) mit einer Vernachlässigung dieser Verformungen liefern zu hohe Steifigkeitswerte, aber gleichwohl gute qualitative Aussagen über deren Verlauf unter kombinierter Beanspruchung. Es sind zwei Bereiche zu unterscheiden, deren Grenze im Falle des verwendeten quadratischen Querschnittes etwa bei $\kappa = 1$ liegt. Für $\kappa > 1$ bildet sich auf allen Seiten ein Fachwerk aus, für $\kappa < 1$ bleibt die Druckseite relativ kompakt, da die Druckkraft infolge Biegung grösser als die Zugkraft infolge Torsion ist. Die zu Beginn dieses Abschnittes aus den Messresultaten

gezogenen qualitativen Schlüsse werden durch die theoretischen Steifigkeitsansätze bestätigt. Insbesondere können die im untersuchten Bereich mit zunehmender Torsion abfallende Biege-Steifigkeit und die etwa gleichbleibende Torsions-Steifigkeit damit erklärt werden.

4.5. Risseverhalten

4.5.1. Risslast

Die beim Auftreten der ersten Risse vorhandenen Momente und Spannungen sind in Tabelle 10 zusammengestellt. Die Spannungen wurden nach Gl. (5 a) und (5 b) berechnet, unter Vernachlässigung des Verwindungseffektes. Da die Armierung die Bildung von Diagonalsrissen nicht wesentlich beeinflusst, ist die Risslast für unarmierte Träger von Interesse. Bei einigen Balken mit grossem Biegeanteil traten allerdings zuerst Biegerisse auf der Unterseite entlang der Bügel auf (Bilder 62 und 63). Infolge des Bügeleinflusses kann deshalb die Rissspannung nicht ohne weiteres auf entsprechende Träger ohne Bügel übertragen werden.

Die Hauptzugspannungen σ_1 resp. Normalspannungen σ_R beim Rissbeginn (vgl. Tabelle 10) lagen bei der kombinierten Beanspruchung regelmässig bei etwa $1,80 \cdot \sqrt{f_{ct,w}}$ für die Hohlquerschnitte und etwas höher für den Vollquerschnitt TB₄, also zwischen den bei reiner Torsion (T_3 : $1,14 \cdot \sqrt{f_{ct,w}}$) und reiner Biegung (TB_{6B}: $2,22 \cdot \sqrt{f_{ct,w}}$) gemessenen Werten. Offensichtlich ist der Spannungsgradient für die Rissbildung verantwortlich, da ja bei Torsion die Zug- und bei Biegung die Biegezugfestigkeit eine entscheidende Rolle spielt. Nach der SIA-Norm 162 (1968) beträgt die an Betonprismen ermittelte Biegezugfestigkeit $(2,5 \div 3,0) \cdot \sqrt{f_{ct,w}}$ und die Zugfestigkeit etwa die Hälfte dieser Werte. Die bei den vorliegenden Balkenversuchen bestimmten Rissspannungen lagen infolge der Armierung und des Verwindungseffekts tiefer.

4.5.2. Risseverlauf

Der Risseverlauf auf der Unterseite ist für einige Balken aus den Bildern 62 und 63 ersichtlich. Während sich bei TB₁ ($\kappa = 0,86$) sofort Diagonalsrisse bildeten, traten bei TB₂ ($\kappa = 0,46$) zuerst Biegerisse entlang der Bügel auf, die später durch relativ steile Diagonalsrisse verbunden wurden. Die endgültige, gleichgewichtsbedingte Neigung der Diagonalen stellte sich anschliessend mit der Bildung zusätzlicher Risse ein, wobei sich die ursprünglichen Biegerisse wieder weitgehend schlossen. Ein ähnliches Verhalten zeigte TB₄ (Vollquerschnitt, $\kappa = 0,78$), jedoch nicht so ausgeprägt wie TB₂. Der Balken TB₆ ($\kappa = 0,83$) wurde vor dem Biege-Torsionsversuch auf reine Biegung beansprucht. Unabhängig von den initialen Biegerissen bildeten sich neue Diagonalsrisse (gestrichelt eingetragen), wobei sich die Biegerisse wieder schlossen. Die Neigung der Diagonalkraft hängt somit nicht vom initialen Risseverlauf ab.

Risse auf der hinteren und vorderen Balkenseite traten jeweils praktisch gleichzeitig mit denjenigen auf der Unterseite auf. Ihr Verlauf wird durch die Bilder 64 und 65 illustriert. Bei TB_1 ($\kappa = 0,86$) bildeten sich sofort Diagonalrisse, die deutlich die Druckdiagonalen des sich bildenden Fachwerks erkennen liessen, während bei TB_3 ($\kappa = 0,25$) zuerst Biegerisse auftraten, die sich später zum Teil als Diagonalrisse verlängerten. Der Vollquerschnitt TB_4 ($\kappa = 0,78$) verhielt sich ähnlich wie TB_1 , doch waren hier viele kleine lokale Risse zu beobachten. Diese traten vor allem im Bereich der Bügel und an den Querschnittsecken auf, so dass wohl Verbundkräfte der Armierung und Spaltkräfte ihre Ursache waren. Der bereits mit Biegerissen versehene Balken TB_6 ($\kappa = 0,83$) bildete ohne Rücksicht auf diese die Druckstreben seines Fachwerks aus, wobei sich die alten Risse wieder schlossen.

Die auf der Oberseite beim maximalen Moment vorhandenen Risse werden in Bild 66 für einige Balken gezeigt. Sie traten ziemlich früh und in einem unerwartet grossen Winkel gegenüber der Balkenaxe auf. Diese Tatsache wurde im Kap. 4.3., ebenso wie das Auftreten von Rissen auf der Innenseite der oberen Platte, mit dem Verwindungseffekt begründet. Lediglich beim Balken TB_3 ($\kappa = 0,25$) liessen sich bis zum Bruch oben praktisch keine Diagonalrisse feststellen.

4.5.3. Rissbreiten

In einem 60 cm langen Detail-Rissbereich (vgl. Bild 14) wurden die Rissbreiten auf je drei Axen pro Balkenseite mit einem Risse-Mikroskop mit einer Ablesegenauigkeit von 1/100 mm gemessen. Die ermittelten Werte wurden auf Folien aufgetragen, welche neben den Messpunkten direkt am Balken fixiert und photographiert wurden. Das Verfahren ist aus Bild 66 ersichtlich.

Die Summen ΣR , Mittelwerte R_m und Maximalwerte R_{max} der auf den Ober- und Unterseiten längs der drei Messaxen beobachteten Risse sind den Bildern 67 und 68 zu entnehmen. Es ist zu beachten, dass die Rissbreiten nur bis zum Fließbeginn der Armierung miteinander verglichen werden dürfen, da sie nachher in der Umgebung der späteren Bruchstelle, die ja auch ausserhalb des Detail-Rissbereiches liegen kann, stark anwachsen.

In Bild 67 werden die Balken mit verschiedenen κ -Werten miteinander verglichen; beim Balken TB_{6B} sind das geringere Alter im Versuchszeitpunkt und die kleinere Betonfestigkeit zu berücksichtigen. Die Summen der Rissbreiten sind ein Mass für die Verformung. Zusammen mit den mittleren Rissbreiten geben sie Aufschluss über Rissabstand und Verbundverhalten. Beim Diagramm der mittleren Rissbreiten R_m der Unterseite ist zu beachten, dass infolge der andersartigen Rissbildung bei TB_2 und TB_3 (zuerst Biegerisse, vgl. Bild 62) die Anzahl der Risse grösser ist als bei TB_1 .

In Bild 68 sind die Balken mit ähnlichen κ -Werten, aber verschiedener Armierung, einander gegenübergestellt. Zunächst fallen die gute Uebereinstimmung der Rissbreitensummen ΣR zwischen den beiden gleich armierten Balken TB_5

und TB_6 sowie die geringere Rissbildung beim Vollquerschnitt TB_4 infolge des späteren Rissbeginns auf. Die mittleren Rissbreiten R_m von TB_4 und TB_6 sind kleiner als diejenigen der anderen Balken, da in beiden Fällen anfänglich vorhandene Biegerisse (vgl. Bild 63) die Anzahl der Risse erhöhten. Die Werte des torsionsarmierten Balkens TB_0 mit der schwächsten unteren Längsbewehrung liegen deutlich über den anderen; hier betrug die mittlere Rissbreite beim Fließbeginn rund 0,2 mm, ein Wert, der auch beim entsprechenden Versuch mit reiner Torsion [1] beobachtet wurde.

Unter der maximalen Rissbreite R_{max} wird die grösste Breite der beobachteten Risse verstanden. Aus den Bildern 67 und 68 ist zu entnehmen, dass für die durch den Faktor 1,8 dividierten gemessenen maximalen Momente M_u^{Ex} eine Rissbreite von 0,2 mm nicht überschritten wurde.

Der Vollständigkeit halber sind in den erwähnten Bildern noch die Rissbreiten der Oberseiten aufgetragen. Erwartungsgemäss zeigten die auf dieser Seite am schwächsten armierten Balken TB_5 und TB_6 beim Fließbeginn der unteren Armierung übereinstimmend die grössten Rissöffnungen.

5. ZUSAMMENFASSUNG

Im Rahmen eines Forschungsprogrammes über das Verhalten von Stahlbetonbalken unter Torsion, Biegung und Querkraft wurden vom Institut für Baustatik, Abt. Massivbau, der Eidgenössischen Technischen Hochschule (ETH) in Zürich sieben Balkenversuche unter kombinierter Beanspruchung Torsion-Biegung durchgeführt.

Die Hauptvariablen (Armierung und Verhältnisse Torsion/Biegung, $\kappa = T/M$), die Materialqualitäten sowie die maximal erreichten Momente sind in Bild 69 zusammengestellt. Ausser der aufgebrachten Last wurden Stahl- und Betondehnungen, Verdrehungen und Durchbiegungen, Rissbreiten sowie Schiebungen und Krümmungen gemessen.

Die Ergebnisse der Versuche mit kombinierter Beanspruchung Torsion-Biegung lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Die beim Rissbeginn vorhandenen Hauptzugspannungen lagen zwischen denjenigen, die bei reiner Torsion und bei reiner Biegung festgestellt wurden.
- Nach der Rissbildung entsprach die Beanspruchung der Armierung auf der massgebenden Unterseite bis zum Flie遝sbeginn ungefähr derjenigen eines räumlichen Fachwerkmodells mit 45° -Streben. Entsprechend setzte sich die Spannung der Längsarmierung aus einem Biege- und einem Torsionsanteil zusammen.
- Spätestens mit dem Flie遝sbeginn eines Armierungsanteils setzte eine Kräfte-Umlagerung von den Längseisen auf die Bügel (bei TB_0 bis TB_4) oder umgekehrt (bei TB_5 und TB_6) ein. Die dadurch bedingte Neigungsänderung der Druckdiagonalen stellte sich ohne Rücksicht auf die bereits vorhandenen Risse ein.
- Unter Maximallast flossen die Armierungseisen auf drei der vier Seiten. Eine Ausnahme bildete Balken TB_3 , dessen untere Bügel die Grenze zur Ueberarmierung leicht überschritten. Ein Kennwert, der eine Beziehung zwischen der Bügel- und der Längsarmierung in Funktion des T/M-Verhältnisses herstellt, wurde zur Charakterisierung dieser Grenze entwickelt.
- Ein theoretisches Fachwerkmodell, dessen Diagonalenneigung unter der Bedingung bestimmt wurde, dass beide Armierungsanteile der massgebenden Seite fliessen, zeigt für die Maximallasten eine gute Uebereinstimmung mit den Versuchsergebnissen.
- An den unterarmierten Balken konnten zwei Brucharten beobachtet werden, die an einer zufälligen Stelle und meistens in einem Querschnitt auftraten. Die Balken mit relativ grossen T/M-Verhältnissen (TB_0 , TB_1 , TB_4 , TB_5 , TB_6 mit $\kappa = 0,78 \div 0,86$) gingen wie bei reiner Torsion zu Bruch, weil infolge grosser Verdrehungen und Schiebungen die Betondruckdiagonalen zermalmt wurden (Schiebungsbruch). Balken TB_3 mit kleinerem T/M-Verhältnis ($\kappa = 0,25$) ging durch Stauchung der Betondruckzone zugrunde (Stauchungsbruch). Balken TB_2 ($\kappa = 0,46$) lag im Uebergangsbereich dieser zwei Brucharten.

- Zu jeder Armierungsanordnung in einem Querschnitt gehört ein spezielles Interaktionsdiagramm. Bei unsymmetrischer Verteilung der Stahleinlagen (Biegearmierung) verursachen kleine Biegemomente eine Erhöhung der Torsions-Tragfähigkeit, da auf der schwächer armierten Seite eine Druckkraft infolge Biegung der Zugkraft infolge Torsion in den Längseisen entgegenwirkt.
- Aus dem Vergleich zwischen Hohl- und Vollquerschnitt kann geschlossen werden, dass der Beton ausser den zum Gleichgewicht notwendigen Kräften in den Druckdiagonalen keinen zusätzlichen Beitrag an die Tragfähigkeit lieferte. Lediglich die Verformungen des Vollquerschnitts (TB_4) waren bis zum Fließbeginn kleiner als diejenigen des entsprechenden Kastenquerschnitts (TB_1).
- Die gemessenen hohen Betonstauchungen sowie die Richtung und die unerwartet frühe Bildung von Rissen auf der Oberseite der Balken (Biege-Druckzone) können mit Hilfe des Verwindungseffektes erklärt werden. Dieser entstand durch eine Verformung der ursprünglich ebenen Kastenwände zu hyperbolischen Paraboloidflächen und erzeugte zusätzliche Krümmungen und Spannungen.
- Die nach dem Rissbeginn gemessenen Schiebungen und Krümmungen können aus den Dehnungen der Längseisen, der Bügel und der Betondiagonalen linear zusammengesetzt werden. Zwischen den Verdrehungen und Schiebungen einerseits und den Durchbiegungen und Krümmungen andererseits bestehen ebenfalls lineare Beziehungen.
- Der Abfall der Torsionssteifigkeit beim Uebergang vom ungerissenen zum gerissenen Zustand war grösser als derjenige der Biegesteifigkeit. Die Torsionssteifigkeit wurde durch die Variation von $\kappa = T/M$ nicht wesentlich beeinflusst, hingegen nahm die Biegesteifigkeit im untersuchten Bereich ($\kappa < 1$) mit zunehmendem Torsionseinfluss ab.
- Basierend auf dem Fachwerkmodell mit 45° -Streben und der Linearität zwischen den Verformungen und den Stahldehnungen wurden, unter Vernachlässigung der Stauchung der Betondruckdiagonalen, theoretische Ansätze für die ideellen Torsions- und Biegesteifigkeiten hergeleitet.

Abschliessend sei hervorgehoben, dass diese Versuche an Balken mit quadratischen Querschnitten von 50 x 50 cm durchgeführt wurden. Die geschlossenen Bügel waren in einem Abstand von einem Viertel der Balkenhöhe angeordnet. Die erhaltenen Resultate sollten auch auf grössere, gut verbügelte Rechteckquerschnitte übertragbar sein. Den Verhältnissen zwischen Breite und Höhe, zwischen Längs- und Bügelarmierung sowie dem Bügelabstand und dem Armierungsgehalt sind gewisse Schranken gesetzt, wenn die eingelegte Bewehrung voll ausgenützt werden soll. Diese Grenzen wurden im vorliegenden Versuchsprogramm nicht untersucht.

SUMMARY

The Institute of Structural Engineering, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich, carries out a research program on the behavior of reinforced concrete beams under torsion, bending and shear. Of this investigation the results of seven beams tested under combined bending and torsion are reported in this paper.

The main variables (reinforcement; ratio torsion/bending, $\kappa = T/M$), material properties and ultimate moments are shown in Fig. 69. Beside the applied load strains of the reinforcement and the concrete, angles of twist, deflections, crack openings, shearing strains and curvatures were measured.

The test results in combined bending and torsion may be summarized as follows:

- The principle tensile stresses at cracking were between those measured in pure torsion and those in pure bending.
- Between cracking and yielding the stress in the reinforcement on the governing bottom side coincided approximately with the theoretical value derived from a space truss model with 45° compression diagonals. Correspondingly the stress in the longitudinal reinforcement was composed of a bending and a torsion part.
- At least at yielding of one part of the reinforcement all beams exhibited a redistribution of the forces from the longitudinal to the transverse reinforcement (TB_0 to TB_4) or vice versa (TB_5 and TB_6). As a consequence a change in the inclination of the compression diagonals occurred in spite of existing cracks.
- At ultimate load the reinforcement yielded on three of the four sides with the exception of beam TB_3 . Its stirrup reinforcement on the bottom side exceeded slightly the limit to over-reinforcement. To characterize this limit a parameter relating stirrup- and longitudinal reinforcement in function of the T/M ratio was developed.
- A theoretical truss model using such an inclination of the compression diagonals that yielding of the stirrup- and longitudinal reinforcement on the governing side occurs gives ultimate loads in fair agreement with test results.
- On the under-reinforced beams two types of failure could be observed occurring mostly in one cross-section at an arbitrary location. Beams with relatively large ratios T/M (TB_0 , TB_1 , TB_4 , TB_5 , TB_6 with $\kappa = 0,78$ to $0,86$) failed like beams in pure torsion by a general distress of the concrete compression diagonals due to large shear deformations (shearing failure). Beam TB_3 with a smaller ratio T/M ($\kappa = 0,25$) failed by crushing of the concrete compression zone (crushing failure). Beam TB_2 ($\kappa = 0,46$) showed a mixed mode between shearing and crushing failure.

- To each arrangement of reinforcement in a cross-section belongs a special interaction-diagram. In beams with an unsymmetrical steel-distribution (bending reinforcement) small bending moments cause an increase in torsional resistance, because on the less reinforced top side a compressive force due to bending counteracts the tensile force due to torsion in the longitudinal reinforcement.
- Comparing the corresponding beams with plain- and box-section, it can be concluded that the concrete did not furnish any additional contribution to the ultimate load beside the forces in the compression diagonals necessary for equilibrium. However, up to yielding the deformations of the beam with plain section (TB_4) were smaller than those of the beam with box-section (TB_1).
- The measured concrete strains, the direction and the unexpected early formation of cracks on the top side of the beams (bending compression zone) can be explained by a twist-effect. Twisting of the originally plane walls of the beam into hyperbolic paraboloids produced curvatures and corresponding stresses in the walls.
- The shearing strains and curvatures after cracking can be computed from a combination of the strains of the longitudinal and transverse reinforcement and the concrete diagonals. Linear relationships exist between angle of twist and shearing strain and between deflection and curvature.
- The decrease in torsional rigidity in the transition from uncracked to cracked section was greater than the decrease in flexural stiffness. The torsional rigidity was not greatly influenced by a variation of $\kappa = T/M$, but within the investigated range ($\kappa < 1$) the flexural stiffness decreased with increasing torsional influence.
- From the truss model with 45° compression diagonals and from the linear relationship between the deformations and the strains in the reinforcement, expressions for the inhomogeneous torsional and flexural rigidity were derived, neglecting the strains in the concrete diagonals.

In concluding it should be mentioned that these tests were carried out on beams with square cross-section of 20 x 20 in. The spacing of the closed stirrups was equal to a quarter of the beam depth. The results should be applicable to larger, properly reinforced rectangular cross-sections. Limits exist for the ratio of width to depth, of longitudinal to stirrup reinforcement, the stirrup spacing and the amount of steel if the reinforcement should be stressed up to yielding. These limits were not investigated in the described program.

VERDANKUNGEN

Der vorliegende Bericht wurde im Rahmen eines Forschungsprogrammes "Torsion und Biegung von Stahlbetonbalken" des Instituts für Baustatik, Abt. Massivbau, Eidgenössische Technische Hochschule, ausgearbeitet. Für die grosszügige finanzielle Unterstützung dieses Programmes möchten die Verfasser der

Stiftung für wissenschaftliche, systematische Forschungen
auf dem Gebiete des Beton- und Eisenbetonbaues

aufrichtig danken. Der experimentelle Teil der Untersuchungen wurde an der Eidgenössischen Materialprüfungs- und Versuchsanstalt (EMPA) in Dübendorf durchgeführt. Für dieses Entgegenkommen möchten die Verfasser Herrn Professor E. Amstutz, Direktionspräsident der EMPA, ihren besten Dank aussprechen. Die Armierungsstähe für die Versuchsbalken wurden in verdankenswerter Weise von der Firma Monteforno Stahl- und Walzwerke AG, Bodio, zur Verfügung gestellt.

Bei der Versuchsdurchführung war Herr A. Wegmüller, dipl. Ing. ETH, wesentlich mitbeteiligt. Herr A. Meyer, dipl. Ing. ETH, hat bei der Auswertung der Versuchsergebnisse mitgearbeitet. Für die Gestaltung dieses Berichtes war Herr G. Göseli verantwortlich, die Zeichenarbeiten besorgte Herr P. Marti, die Druckbogen wurden von Fr1. U. Matthys geschrieben. Für ihre Mitwirkung sei den Genannten, wie auch den übrigen Mitarbeitern des Institutes, bestens gedankt.

LITERATURVERZEICHNIS

- [1] Lampert P./Thürlimann B.: "Torsionsversuche an Stahlbetonbalken", Bericht Nr. 6506-2, Juni 1968, Institut für Baustatik, ETH, Zürich.
- [2] Thürlimann B.: "Torsion und Biegung von Stahlbetonbalken", Jahresbericht 1966 des Vereins Schweizerischer Zement-, Kalk- und Gips-Fabrikanten.
- [3] Lampert P./Wegmüller A./Thürlimann B.: "Einfluss der Dehngeschwindigkeit auf Festigkeitswerte von Armierungsstählen", Bericht Nr. 10, April 1967, Institut für Baustatik, ETH, Zürich, (Sonderdruck Schweizerische Bauzeitung, 85. Jahrgang, Heft 14, 6. April 1967).
- [4] Timoshenko S./Goodier J.N.: "Theory of Elasticity", 2. Aufl. 1951, McGraw-Hill.
- [5] Rausch E.: "Drillung (Torsion), Schub und Scheren im Stahlbetonbau", 3. Aufl. 1953, Deutscher Ing. Verlag GmbH Düsseldorf.
- [6] Lampert P./Thürlimann B.: "Versuchsanlage für Balken unter Torsion-Biegung-Querkraft", Bericht Nr. 12, Juni 1967, Institut für Baustatik, ETH, Zürich (Sonderdruck Schweizer Archiv, Heft 9, 33. Jahrgang 1967).
- [7] Collins M.P./Walsh P.F./Archer F.E./Hall A.S.: "Reinforced Concrete in Torsion", University of New South Wales, UNICIV Report No. R-31, March 1968.
- [8] Lyalin I.M.: "The Ultimate Equilibrium Method", Chapter 6 in the book: "Reinforced and Prestressed Concrete in Torsion" by H.J. Cowan, Edward Arnold Ltd., 1965.

Eine umfassende Zusammenstellung der Literatur über Torsion und Biegung bis 1964 findet sich im Buch von H.J. Cowan [8].

BEZEICHNUNGEN

Längen, Flächen und Querschnittswerte

a	Seitenlänge eines quadratischen Querschnittes mit $b = h$
b	Querschnittsbreite
d	Durchmesser der Stahleinlagen
h	Querschnittshöhe
ℓ	Länge
ℓ ₆₀	Länge eines Balkenabschnittes von 60 cm
s	Bügelabstand
t	Stärke einer Kastenwand
u _e	Umfang des Armierungskorbes
w	vertikale Durchbiegung
x	Koordinatenaxe in Richtung der Balkenaxe; Neutralaxenabstand vom Druckrand
F _O	Fläche, die von der Mittellinie des Hohlkastens eingeschlossen wird
F _{Oe}	Fläche, die von den Längseisen des Armierungskorbes eingeschlossen wird
F _B	Querschnittsfläche eines Bügels
F _L , F _{ei}	Querschnittsfläche eines Längseisens
ΣF _{Li}	Querschnittsfläche der Längseisen in der Hohlkastenwand i
ΣF _{ei}	Querschnittsfläche der Längseisen im Zugbereich
ΣF _L	Totale Fläche der Längseisen im Trägerquerschnitt bei symmetrischer oder im Ersatzquerschnitt bei unsymmetrischer Armierungsverteilung
F _{eff}	effektive Stahlquerschnittsfläche
F _o , F _u	Fläche der oberen resp. unteren Fachwerkurgung
I	Trägheitsmoment
K	Torsionskonstante
R	Rissbreite
W	Widerstandsmoment Biegung
W _T	Widerstandsmoment Torsion

Kräfte und Momente

D	Druckkraft in den Betondruckstreben
M	Biegemoment
M_A	Biegemoment am Anfang einer Laststufe
M_E	Biegemoment am Ende einer Laststufe
M_R	Biegerissmoment
M_g	Moment infolge Eigengewicht
M_f	Biegeflussmoment
M_{fs}^{Th}	Theoretisches statisches Biegeflussmoment
$M_u^{Ex}(\kappa)$	Experimentelles Biegebruchmoment für das Verhältnis κ
M_{u0}	Bruchmoment für reine Biegung
Q	Querkraft
Q_B	Querkraft, die durch Bügel aufgenommen werden kann
$S_T(\kappa)$	Torsionssteifigkeit
$S_M(\kappa)$	Biegesteifigkeit
T	Torsionsmoment
T_A	Torsionsmoment am Anfang einer Laststufe
T_E	Torsionsmoment am Ende einer Laststufe
T_R	Torsionsrissmoment
T_f	Torsionsflussmoment
T_{fs}^{Th}	Theoretisches statisches Torsionsflussmoment
$T_u^{Ex}(\kappa)$	Experimentelles Torsionsbruchmoment für das Verhältnis κ
T_{u0}	Bruchmoment für reine Torsion
Z_B	Zugflusskraft der Fachwerkpfosten (Bügel)
Z_o, Z_u	Zugflusskraft der oberen resp. unteren Fachwerkurgung

Festigkeitswerte und Spannungen

β_p	Prismendruckfestigkeit des Betons
β_{ps}	statische Prismendruckfestigkeit des Betons
β_{pd}	dynamische Prismendruckfestigkeit des Betons
$\beta_{w, 28}$	Würfeldruckfestigkeit des Betons nach 28 Tagen
$\beta_{bz, 28}$	Biegezugfestigkeit des Betons nach 28 Tagen
β_{zs}	statische Zugfestigkeit des Stahles

β_{zd}	dynamische Zugfestigkeit des Stahles
σ	Normalspannung
σ_b	Betonspannung
$\sigma_b(\vartheta)$	Betonspannung infolge Verwindung
σ_e	Stahlspannung
$\sigma_e(B)$	Bügelspannung
$\sigma_e(L)$	Längseisenspannung
σ_f	Fliessspannung des Stahles
σ_{fs}	statische Fliessspannung des Stahles
σ_{fd}	dynamische Fliessspannung des Stahles
$\sigma_L(M)$	Längseisenspannung infolge eines Biegemomentes
$\sigma_L(T)$	Längseisenspannung infolge eines Torsionsmomentes
σ_R	Normalspannung beim Rissbeginn
$\sigma_{1,2}$	Hauptspannung
τ	Schubspannung
$\tau(\vartheta)$	Schubspannung infolge Verwindung
τ_R	Schubspannung beim Rissbeginn
E	Elastizitätsmodul
E_b	Elastizitätsmodul des Betons
E_{b0}	Elastizitätsmodul des Betons im Anfangsbereich des Spannungs-Dehnungs-Diagramms
$E_{b(5+25)}$	Gemessener Elastizitätsmodul des Betons für ein Druckspannung zwischen 5 und 25 kg/cm ² (Sekantenmodul)
E_e	Elastizitätsmodul des Stahls
G	Schubmodul
G_{b0}	Schubmodul des Betons im Anfangsbereich des Spannungs-Dehnungs-Diagramms

Verformungen, Winkel und Zeitgrössen

α	Neigungswinkel der Betondruckkraft gegenüber der Balkenaxe; Neigungswinkel der Fachwerkdiagonalen
α_u	Neigungswinkel der Druckdiagonalen auf der Unterseite nach erfolgter Umlagerung
α_R	Neigungswinkel der Druckkraft beim Rissbeginn
γ	Schiebung
ϵ	Dehnung

ϵ_b	Betondehnung
$\epsilon_b(\vartheta)$	Betondehnung infolge Verwindung
ϵ_e	Stahldehnung
$\epsilon_{eo}, \epsilon_{eu}$	Dehnung in der oberen resp. unteren Längsarmierung
ϵ_f	Fliessdehnung
ϵ_u	Betondehnung beim Erreichen der Prismendruckfestigkeit
ϵ_B	Bügeldehnung
ϵ_L	Längseisendehnung
$\dot{\epsilon}$	Dehnungsgeschwindigkeit (Stahl, Beton) : $\dot{\epsilon} = d\epsilon/dt$
ϑ	Verdrehung
ϑ_{60}^{4-5}	Verdrehung über einen Balkenabschnitt von 60 cm Länge zwischen den Messquerschnitten 4 und 5 (Bild 14)
λ_5	Bruchdehnung eines Armierungsstabes, gemessen auf einer Länge von 5 d über die Einschnürungszone
λ_{10}	wie λ_5 , jedoch Messlänge 10 d
λ_{G1}	Gleichmassdehnung eines Armierungsstabes, gemessen ausserhalb der Einschnürungszone
φ	Krümmung
φ_{60}	Krümmung über einen Balkenabschnitt von 60 cm Länge
t_w	Wartezeit pro Dehnungshalt im Spannungs-Dehnungs-Diagramm
$t_{L.S.}$	Zeitdauer einer Laststufe im Balkenversuch

Dimensionslose Parameter

β, δ	siehe Anhang A
κ	Verhältnis von Torsions- zu Biegemoment : $\kappa = T/M$
λ_u	Kennwert für die Umlagerung auf der Unterseite (siehe Anhang B)
μ	Armierungsgehalt für reine Biegung
ξ	auf die Querschnittshöhe bezogener Neutralaxenabstand nach elastischer Theorie : $\xi = x/h$
ξ_u	auf die Querschnittshöhe bezogener Neutralaxenabstand nach plastischer Theorie : $\xi_u = x_u/h$
ρ	Beiwert (siehe Kap. 2.2.2.)
ψ	Kontraktion eines Armierungsstabes an der Bruchstelle
n	Wertigkeit : $n = E_e/E_{b0}$

Indices

a	auf Querschnittsrand bezogen
b	Beton
d	dynamisch
e	auf Armierungskorb bezogen; Eisen
f	Fliess-
h	hinten; homogen
i	ideell; auf i-te Seite bezogen
m	auf Mittellinie bezogen; Mittelwert
o	oben
s	statisch; auf Schwerpunkt bezogen
u	unten; ultimate
v	vorne
A	Anfang der Laststufe
B	Bügel
E	Ende der Laststufe
L	Längseisen
0	Null; reine Biegung, reine Torsion
R	Riss-

Balken	Anzahl Probestäbe	Nenn- ϕ	F_{eff}	σ_{fs} $\dot{\epsilon} = 0$	σ_{fd} $\dot{\epsilon} = 3\%/min$	β_{zs} $\dot{\epsilon} = 0$	β_{zd} $\dot{\epsilon} = 3\%/min$	λ_5	λ_{10}	λ_{G1} gemessen	λ_{G1} gerechnet	ψ
		mm	cm ²	t/cm ²	t/cm ²	t/cm ²	t/cm ²	%	%	%	%	%
TB ₀ ÷ TB ₄ Längseisen und Bügel	10	12	1,12 (1,41%)	3,90 (2,10%)	4,20 (1,75%)	5,75 (1,64%)	6,12 (1,64%)	30,0	24,7	17,4	19,6	58
TB ₅ , TB ₆ Längseisen	6	12	1,14 (1,15%)	3,84 (1,87%)	4,15 (1,76%)	5,49 (1,84%)	5,84 (1,85%)	30,9	25,2	18,5	19,6	54
TB ₅ , TB ₆ Bügel	6	8	0,51 (1,31%)	3,96 (2,92%)	4,36 (2,74%)	5,41 (1,74%)	5,76 (2,46%)	32,2	25,9	18,4	19,4	53

Klammerwerte = Variationskoeffizienten

$E_e = 2,1 \cdot 10^6 \text{ kg/cm}^2$

Tabelle 1: Festigkeitswerte der Boxstahl-Probestäbe (naturhart)

Sand 0 ÷ 4 mm	644 kg/m ³	TB ₀	TB ₁	TB ₂	TB ₃	TB ₄	Mittelwert	Var. Koeff.	TB ₅	TB ₆	TB ₇	TB ₈	Mittelwert	Var. Koeff.
Sand 4 ÷ 8 mm	522 kg/m ³	22	35	35	35	35			34	35	32	35		
Kies 8 ÷ 18 mm	844 kg/m ³	59	54	66	63	52			49	60	43	56		
Zement PC	250 kg/m ³	68	59	48	54	59	59	—	49	61	46	53	51	—
Wasser	160 kg/m ³	308	336	336	338	352			312	350	276	278		
W/Z-Faktor	0,64	352	322	333	331	343			312	326	285	276		
Raumgewicht	2420 kg/m ³	338	336	333	348	329	345	6,6%	315	299	285	296	296	8,9%
Konsistenz	stark plastisch	347	308	322	340	398			317	294	255	248		
		333	356	357	356	405			310	281	276	269		
		301	273	278	266	255	270	—	257	257	217	243	244	—
		245	283	283	276	255			252	241	255	229		

Tabelle 2: Zusammensetzung des Frischbetons

Tabelle 3: Festigkeitswerte der Betonprismen 12x12x36cm im Versuchsalter der Balken

Mit σ - ϵ -Diagramm ermittelte Werte an Prismen 12x12x36 cm													Prismendruck-Versuch		
Prisma	Alter	Deh- nungs- schritt $\Delta\epsilon$	Belastungs- zeit pro $\Delta\epsilon$ Δt	Deh- nungsge- schwind. $\dot{\epsilon}=\Delta\epsilon/\Delta t$	Wartezeit pro Deh- nungshalt t_w	$\beta_{pd}(\dot{\epsilon}>0)$	$\beta_{ps}(2')$ $t_w=2\text{min}$	$\beta_{ps}(30')$ $t_w=30\text{min}$	$\frac{\beta_{pd}}{\beta_{ps}(2')}$	$\frac{\beta_{pd}}{\beta_{ps}(30')}$	$E_b(5+25)$	$E_b(5+100)$	ϵ_u	Alter	β_p
Nr.	Tage	10^{-3}	min	$10^{-3}/\text{min}$	min	kg/cm ²	kg/cm ²	kg/cm ²	—	—	kg/cm ²	kg/cm ²	10^{-3}	Tage	kg/cm ²
0	25	0,1	1	0,1	2	242	224	210 ²⁾	1,08	—	342000	298000	1,9	22	273
1	39	0,1	1	0,1	2	267	252	232 ²⁾	1,06	—	318000	309000	2,0	35	273
2	85	0,1	1	0,1	2 ¹⁾	292	273	252	1,07	1,16	322000	298000	1,9	35	280
3	70	0,1	1	0,1	2 ¹⁾	270	252	239	1,07	1,13	345000	312000	1,5	35	271
4	50	0,1	1	0,1	2	246	232	214 ²⁾	1,06	—	328000	289000	1,5	35	255
Mittelwerte Prismen 0+4 (TB ₀₊₄)															
5	31	0,1	1	0,1	2 ¹⁾	230	217	185	1,06	1,24	270000	256000	2,0	34	254
6	32	0,1	1	0,1	2 ¹⁾	220	205	179	1,07	1,23	250000	251000	2,4	35	249
7	36	0,1	1	0,1	2 ¹⁾	226	214	188	1,06	1,20	238000	253000	2,4	32	236
8	32	0,1	1	0,1	2 ¹⁾	215	197	170	1,09	1,26	244000	243000	1,9	35	236
Mittelwerte Prismen 5+8 (TB ₅₊₆)															
						223	208	180	1,07	1,23	250000	245000	2,2		

1) Zusätzliche Ablesung nach 30 min Wartezeit bei Erreichen der Druckfestigkeit

2) Geschätzte Werte: $\beta_{pd}/1,15$

Tabelle 4: Festigkeitswerte der Beton – Probekörper

Balken		TB ₀	TB ₁ , TB ₂ , TB ₃	TB ₄	TB ₅ , TB ₆
a _a	(cm)	50	50	50	50
a _m	(cm)	42	42	—	42
a _e	(cm)	43	43	43	44
t	(cm)	8	8	—	8
h	(cm)	47	47	47	47
K	(m ⁴)	0,593 · 10 ⁻²	0,593 · 10 ⁻²	0,879 · 10 ⁻²	0,593 · 10 ⁻²
W _T	(m ³)	2,82 · 10 ⁻²	2,82 · 10 ⁻²	2,60 · 10 ⁻²	2,82 · 10 ⁻²
I	(m ⁴)	0,409 · 10 ⁻²	0,409 · 10 ⁻²	0,521 · 10 ⁻²	0,409 · 10 ⁻²
W	(m ³)	1,64 · 10 ⁻²	1,64 · 10 ⁻²	2,08 · 10 ⁻²	1,64 · 10 ⁻²
s	(cm)	11	11	11	11
F _B	(cm ²)	1,12	1,12	1,12	0,51
F _L	(cm ²)	1,12	1,12	1,12	1,14
ΣF _{Li}	(cm ²)	4,48	{ o: 2,24 v,h: 4,48 u: 6,72 }	{ o: 2,24 v,h: 4,48 u: 6,72 }	{ o: 2,28 v,h: 4,56 u: 6,84 }
n = E _e /E _b (5:100)	—	7,0	7,0	7,0	8,5
F _e	(cm ²)	12,32	14,56	14,56	14,82
μ	(%)	0,52	0,62	0,62	0,63
ξ	—	0,202	0,251	0,244	0,276
I _i	(m ⁴)	0,0845 · 10 ⁻²	0,136 · 10 ⁻²	0,137 · 10 ⁻²	0,161 · 10 ⁻²
W _{ib}	(m ³)	0,890 · 10 ⁻²	1,152 · 10 ⁻²	1,195 · 10 ⁻²	1,241 · 10 ⁻²
W _{ie}	(m ³)	0,0322 · 10 ⁻²	0,0552 · 10 ⁻²	0,0550 · 10 ⁻²	0,0557 · 10 ⁻²
ξ _u	—	0,089	0,105	0,105	0,135

Tabelle 5 : Querschnittsgrößen

		Gleichung	TB ₀	TB ₁ , TB ₂ , TB ₃	TB ₄	TB ₅ , TB ₆
T _{fs} Th (B)	(mt)	(10)	14,7	14,7	14,7	7,1
T _{fs} Th (L)	(mt)	(11)	15,0	7,5	7,5	7,7
τ (T _{fs} Th)	(kg/cm ²)	(5)	52	27	29	25
M _{fs} Th (L)	(mt)	(12)	12,6	21,6	21,5	21,4
σ _b (M _{fs} Th)	(kg/cm ²)	(A3)	-141	-187	-180	-172
T _f (B, α)	(mt)	(13)	14,9	10,5	10,5	7,4
M _u	(mt)	(15)	15,8	23,4	23,4	23,0

Tabelle 6: Rechnerische Fließ- und Bruchmomente für reine Torsion und reine Biegung

Balken	$\sigma_f \cdot F_e$	$T_{u0}^{Ex}(a)$	$\sigma_f \cdot F_e$	$T_{u0}^{Ex} = T_{u0}^{Ex}(a)$	M_g	$\kappa(T_{u0}^{Ex})$	$M_{u0}^{Th}(\kappa=0)$	$\frac{M_g}{M_{u0}^{Th}(\kappa=0)}$	$\frac{F_{u0} \cdot \sigma_{fu}(L)}{F_o \cdot \sigma_{fo}(L)}$	$\frac{a \cdot F_B \cdot \sigma_f(B)}{s_o \cdot F_o \cdot \sigma_{fo}(L)}$	$tg \alpha_o$	$T_f(B, \alpha)$	$\frac{T_{u0}^{Ex}}{T_f(B, \alpha)}$
	t	mt	t	mt	mt	—	mt	—	—	—	—	mt	—
T ₁	4,0	13,2	4,37	14,4	0,54	26,6	15,8	0,034	1,1	0,98	0,99	14,9	0,97
T ₂	4,0	13,4	4,37	14,65	0,54	27,1	15,8	0,034	1,1	0,98	0,99	14,9	0,98
T ₃	4,0	10,75	4,37	11,75	0,54	21,8	23,4	0,023	2,0	1,96	1,40	10,5	1,12
T ₄	4,0	13,2	4,37	14,4	1,00	14,4	15,8	0,063	1,1	0,98	0,99	14,9	0,97
Bericht Nr. 6506-2													
Umrechnung auf neue Materialfestigkeit													

Tabelle 7: Gemessene Bruchmomente für reine Torsion (aus Bericht 6506-2 umgerechnet)

Balken	T_{uE}^{Ex}	M_{uE}^{Ex}	$\kappa_u = \frac{T_{uE}^{Ex}}{M_{uE}^{Ex}}$	$\tau(T_{uE}^{Ex})$	T_{u0}^{Ex}	M_{u0}^{Th}	$\frac{T_{uE}^{Ex}}{M_{u0}^{Th}}$	$\frac{F_{u0} \cdot \sigma_{fu}(L)}{F_o \cdot \sigma_{fo}(L)}$	$\frac{a \cdot F_B \cdot \sigma_f(B)}{s_u \cdot F_u \cdot \sigma_{fu}(L)}$	$tg \alpha_u$	$M_u^F(\kappa)$	$\frac{M_{uE}^{Ex}}{M_u^F(\kappa)}$	$tg^2 \bar{\alpha}_u = \frac{\lambda_u(1+\frac{1}{\kappa})}{Gl.B20}$
	mt	mt	—	kg/cm	mt	mt	—	—	—	—	mt	—	—
TB ₀	9,05	11,0	0,82	32	14,4	15,8	0,63	1,1	0,98	1,75	10,2	1,08	2,18
TB ₁	11,75	13,7	0,86	42	11,75	23,4	1,00	2,0	0,65	1,27	13,4	1,02	1,40
TB ₂	8,85	19,35	0,46	31	11,75	23,4	0,75	2,0	0,65	1,78	17,9	1,08	2,06
TB ₃	5,9	23,2	0,25	21	11,75	23,4	0,50	2,0	0,65	2,83	20,7	1,12	3,25
TB ₄	11,6	14,85	0,78	45	11,75 ¹⁾	23,4	0,99 ¹⁾	2,0	0,65	1,32	13,5	1,10	1,48
TB ₅	9,6	11,55	0,83	34	8,2 ²⁾	23,0	1,17 ²⁾	2,8	0,31	0,77	11,1	1,04	0,68
TB ₆	9,8	11,7	0,84	35	8,2 ²⁾	23,0	1,20 ²⁾	2,8	0,31	0,77	11,1	1,05	0,68

1) Geschätzter Wert, Folgerung aus reinem Torsionsversuch ($T_1 \equiv T_4$), siehe 4.1.12) Geschätzter Wert, Folgerung aus reinem Torsionsversuch (T_3), siehe 4.1.1

Tabelle 8: Gemessene Bruchmomente für Torsion und Biegung

TB ₀						
LS	T _A	T _E	M _A	M _E	t _{LS}	
	mt	mt	mt	mt	min	
0	0.65	0.65	2.65	2.65	2.65	63
0	0.65	0.65	2.65	2.65	2.65	43
1	1.70	1.60	3.70	3.60	3.60	39
2	2.95	2.55	4.95	4.55	4.55	58
0'	0.65	0.75	2.65	2.75	2.75	39
2'	2.95	2.75	4.95	4.75	4.75	26
3	4.20	3.80	6.20	5.80	5.80	50
4	5.25	4.85	7.25	6.85	6.85	43
5	6.55	6.05	8.55	8.05	8.05	45
6	7.80	7.10	9.75	9.10	9.10	46
0 ^{II}	0.65	0.75	2.70	2.75	2.75	37
6'	7.80	7.30	9.80	9.30	9.30	30
7	8.85	7.95	10.85	9.95	9.95	64
8	9.50	8.45	11.45	10.45	10.45	60
9	9.65	8.60	11.65	10.55	10.55	58
10	9.70	8.85	11.70	10.85	10.85	45
11	9.80	8.90	11.80	10.90	10.90	42
12	9.90	9.05	11.85	11.00	11.00	40
13	9.10	8.55	11.10	10.50	10.50	32

TB ₁						
LS	T _A	T _E	M _A	M _E	t _{LS}	
	mt	mt	mt	mt	min	
0	0.65	0.65	2.65	2.65	2.65	43
0	0.65	0.65	2.65	2.65	2.65	53
1	1.75	1.60	3.75	3.60	3.60	40
2	2.95	2.55	4.95	4.50	4.50	50
0'	0.70	0.70	2.70	2.70	2.70	30
2'	3.00	2.75	5.00	4.75	4.75	25
3	4.20	3.80	6.25	5.80	5.80	49
4	6.05	5.40	7.95	7.45	7.45	44
5	7.70	7.15	9.75	9.15	9.15	46
6	9.55	8.85	11.55	10.85	10.85	51
0 ^{II}	0.80	0.80	2.80	2.80	2.80	51
6'	9.65	9.25	11.65	11.25	11.25	25
7	11.45	10.70	13.40	12.65	12.65	58
8	12.20	11.30	14.15	13.30	13.30	62
9	12.40	11.60	14.35	13.55	13.55	30
10	12.55	11.75	14.50	13.70	13.70	30
11	12.40	11.65	14.35	13.60	13.60	36
12	11.05	10.25	13.00	12.20	12.20	40

TB ₂						
LS	T _A	T _E	M _A	M _E	t _{LS}	
	mt	mt	mt	mt	min	
0	0.35	0.35	2.55	2.55	2.55	55
0	0.35	0.35	2.55	2.55	2.55	47
1	1.05	1.00	4.00	3.80	3.80	40
2	1.75	1.55	5.40	4.95	4.95	33
0'	0.35	0.40	2.60	2.60	2.60	20
2'	1.75	1.65	5.40	5.10	5.10	27
3	2.55	2.30	7.00	6.45	6.45	42
4	3.55	3.20	8.95	8.30	8.30	48
5	4.60	4.25	10.90	10.35	10.35	35
6	5.55	5.20	12.90	12.20	12.20	33
0 ^{II}	0.40	0.55	2.65	2.65	2.65	37
6'	5.60	5.35	13.00	12.45	12.45	22
7	6.60	6.25	14.95	14.30	14.30	43
8	7.55	7.20	16.95	16.15	16.15	32
9	8.55	7.85	18.85	17.40	17.40	49
10	8.60	8.20	18.95	18.05	18.05	45
11	8.70	8.20	19.10	18.15	18.15	50
12	8.75	8.30	19.25	18.30	18.30	45
13	8.70	8.40	19.25	18.55	18.55	31
14	8.85	8.50	19.40	18.70	18.70	34
15	9.00	8.60	19.65	18.90	18.90	25
16	9.05	8.70	19.80	19.05	19.05	31
17	9.35	8.85	20.40	19.35	19.35	23
18	--	--	19.65	--	--	--

TB ₃						
LS	T _A	T _E	M _A	M _E	t _{LS}	
	mt	mt	mt	mt	min	
0	0.15	0.15	2.40	2.40	2.40	35
0	0.15	0.15	2.40	2.40	2.40	35
1	0.60	0.55	4.00	3.90	3.90	25
2	1.50	0.90	5.45	5.15	5.15	30
3	1.45	1.30	7.10	6.70	6.70	32
0'	0.15	0.15	2.45	2.50	2.50	18
3'	1.45	1.35	7.10	6.85	6.85	16
4	2.15	2.00	9.70	9.15	9.15	37
5	2.85	2.70	12.30	11.70	11.70	36
6	3.55	3.40	14.90	14.30	14.30	35
7	4.30	4.10	17.55	16.85	16.85	42
8	5.00	4.80	20.20	19.45	19.45	42
0 ^{II}	0.20	0.20	2.55	2.50	2.50	40
8'	5.05	4.85	20.35	19.65	19.65	19
9	5.55	5.20	22.00	20.85	20.85	63
10	5.60	5.30	22.25	21.10	21.10	65
11	5.60	5.35	22.50	21.60	21.60	45
0 ^{III}	0.15	0.20	2.45	2.55	2.55	13
0 ^{IV}	0.15	0.20	2.45	2.55	2.55	10
12	5.90	5.60	23.20	22.00	22.00	60
13	6.15	5.85	24.00	23.00	23.00	33
14	6.10	5.90	24.40	23.20	23.20	20
0 ^V	0.15	0.25	2.45	2.70	2.70	12
0 ^{VI}	0.15	0.15	2.45	2.45	2.45	9

Tabelle 9 (a): Torsions- und Biegemomente aller Laststufen Balken TB₀₋₃ (Belastungsablauf)

TB4						TB5						TB6						TB6B						
LS	T _A	T _E	M _A	M _E	t _{LS}	LS	T _A	T _E	M _A	M _E	t _{LS}	LS	T _A	T _E	M _A	M _E	t _{LS}	LS	T _A	T _E	M _A	M _E	t _{LS}	
																								mt
0	0.65	0.65	3.95	3.95	4.0	0	0.65	0.65	2.65	2.65	38	0	0.65	0.65	2.65	2.65	40	0	0	0	2.40	2.40	35	
0	0.65	0.65	3.95	3.95	33	0	0.65	0.65	2.65	2.65	35	1	1.75	1.60	3.75	3.60	37	1			6.00	5.70	35	
1	2.05	2.05	5.35	5.35	26	1	1.65	1.55	3.65	3.55	30	2	3.00	2.75	4.95	4.75	40	2			9.60	8.90	30	
2	3.65	3.55	6.95	6.80	30	2	2.90	2.50	4.90	4.50	33	3	4.20	3.90	6.20	5.90	42	3			13.20	12.60	25	
3	5.10	4.60	8.40	7.90	32	3	4.10	3.65	6.10	5.65	50	0'	0.65	0.70	2.65	2.70	33	0'			2.40	2.40	20	
0'	0.65	0.65	3.95	3.95	20	0'	0.65	0.80	2.65	2.80	30	3'	4.20	4.00	6.20	6.00	20	4			16.80	16.30	25	
3'	5.10	4.70	8.40	8.10	22	3'	4.20	3.95	6.20	5.95	26	4	6.05	5.45	8.05	7.45	65	5			20.40	19.50	25	
4	6.70	6.00	10.00	9.30	35	4	6.05	5.40	7.95	7.35	60	5	7.85	7.15	9.85	9.15	68	0''	0	0	2.40	2.40	30	
5	8.10	7.40	11.40	10.70	47	5	7.75	7.00	9.75	9.00	60	6	9.65	8.85	11.60	10.80	75	4						
6	9.55	8.80	12.85	12.10	37	6	9.50	8.65	11.50	10.60	58	0''	0.65	0.85	2.65	2.85	49	5						
7	11.15	10.05	14.45	13.35	57	0''	0.65	0.95	2.65	2.95	41	6'	9.75	9.20	11.70	11.20	25	6'						
0''	0.80	0.80	4.10	4.10	36	6'	9.75	9.10	11.70	11.10	30	7	10.60	9.65	12.55	11.65	77	7						
7	11.30	10.60	14.60	13.90	20	7	10.45	9.60	12.40	11.55	75	8	10.65	9.75	12.60	11.70	70	8						
8	12.65	11.20	15.95	14.45	64	8	10.40	9.55	12.35	11.55	70	9	10.65	9.80	12.60	11.70	75	9						
9	12.45	11.45	15.70	14.70	67	9	9.15	8.50	11.10	10.45	37	10	10.45	9.60	12.35	11.50	40	10						
10	12.50	11.60	15.75	14.85	65																			
11	12.55	11.45	15.80	14.80	56																			
12	12.50	11.50	15.75	14.75	31																			
13	12.20	11.45	15.45	14.70	30																			
14	11.70	10.85	14.90	14.10	27																			

Tabelle 9(b) : Torsions- und Biegemomente aller Laststufen Balken TB_{4÷6,6B} (Belastungsablauf)

Balken	Rissmomente		Spannungen		σ_1	α_R	β_w	$\frac{\sigma_I}{\sqrt{\beta_w}}$ $\frac{\sigma_R}{\sqrt{\beta_w}}$
	M_R	T_R	$\sigma_R = \frac{M_R}{W}$	$\tau_R = \frac{T_R}{W_T}$				
	mt	mt	kg/cm ²	kg/cm ²	kg/cm ²	—	kg/cm ²	—
TB ₀	4,80	2,80	29,3	9,9	<u>32,4</u>	73°	336	1,77
TB ₁	4,85	2,85	29,6	10,1	<u>32,8</u>	73°	329	1,81
TB ₂	5,35	1,75	<u>32,6</u>	6,2	33,7 ²⁾	80°	329	1,80
TB ₃	5,40	1,00	<u>32,9</u>	3,5	33,3 ²⁾	84°	336	1,79
TB ₄	8,35	5,05	<u>40,2</u>	19,4	48,0 ²⁾	68°	364	2,11
TB ₅	4,80	2,80	29,3	9,9	<u>32,4</u>	73°	315	1,82
TB ₆	4,80	2,80 ¹⁾	29,3	9,9	<u>32,4</u>	73°	317	1,82
TB _{6B}	6,00	—	36,6	—	<u>36,6</u>	90°	273	2,22
T ₃ ³⁾	—	6,25	—	22,2	<u>22,2</u>	45°	381	1,14

1) erste Torsionsrisse nach den bereits vorhandenen Biegerissen (TB_{6B})

2) erste auftretende Risse entlang der Bügelbewehrung, deshalb σ_R als massgebend betrachtet.

3) Reiner Torsionsversuch aus [1]

Tabelle 10: Rissmomente Balken TB₀ ÷ TB_{6B}

Beanspruchungsart	Reine Torsion						Torsion und Biegung						Torsion u. Querkraft		
	T ₀	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₀	TB ₀	TB ₁	TB ₂	TB ₃	TB ₄	TB ₅	TB ₆	TB ₇	TB ₈
Balken - Bezeichnung															
Prüf - Querschnitt mit Anordnung der Längsarmierung															
Längsarmierung	16 Stk.														
Bügelarmierung	s = 11 cm														
<u>Wesentliche Parameter:</u>															
1. Beanspruchung	v														
T/M - Verhältnis	v														
T/Q·h - Verhältnis	v														
Reihenfolge T, M, Q	o														
2. Querschnittsform	v														
Vollquerschnitt	v														
Hohlquerschnitt	v														
Offener Querschnitt	o														
Abmessungen	k														
3. Armierungsanordnung	o														
Vorspanngrad	v														
Armierungsgehalt	v														
Bügelabstand	k														
Längsarmierungsverteilung	v														
T ₀ /M ₀ - Verhältnis	v														
T ₀ /Q _B ·h - Verhältnis	v														
4. Materialqualität	k														
Betonfestigkeit	k														
Stahlsorte	k														
5. Modell - Masstab	o														
Legende	v : variierter Parameter k : konstant gehaltener Parameter o : nicht untersucht														

Bild 1: Experimentelles Forschungsprogramm

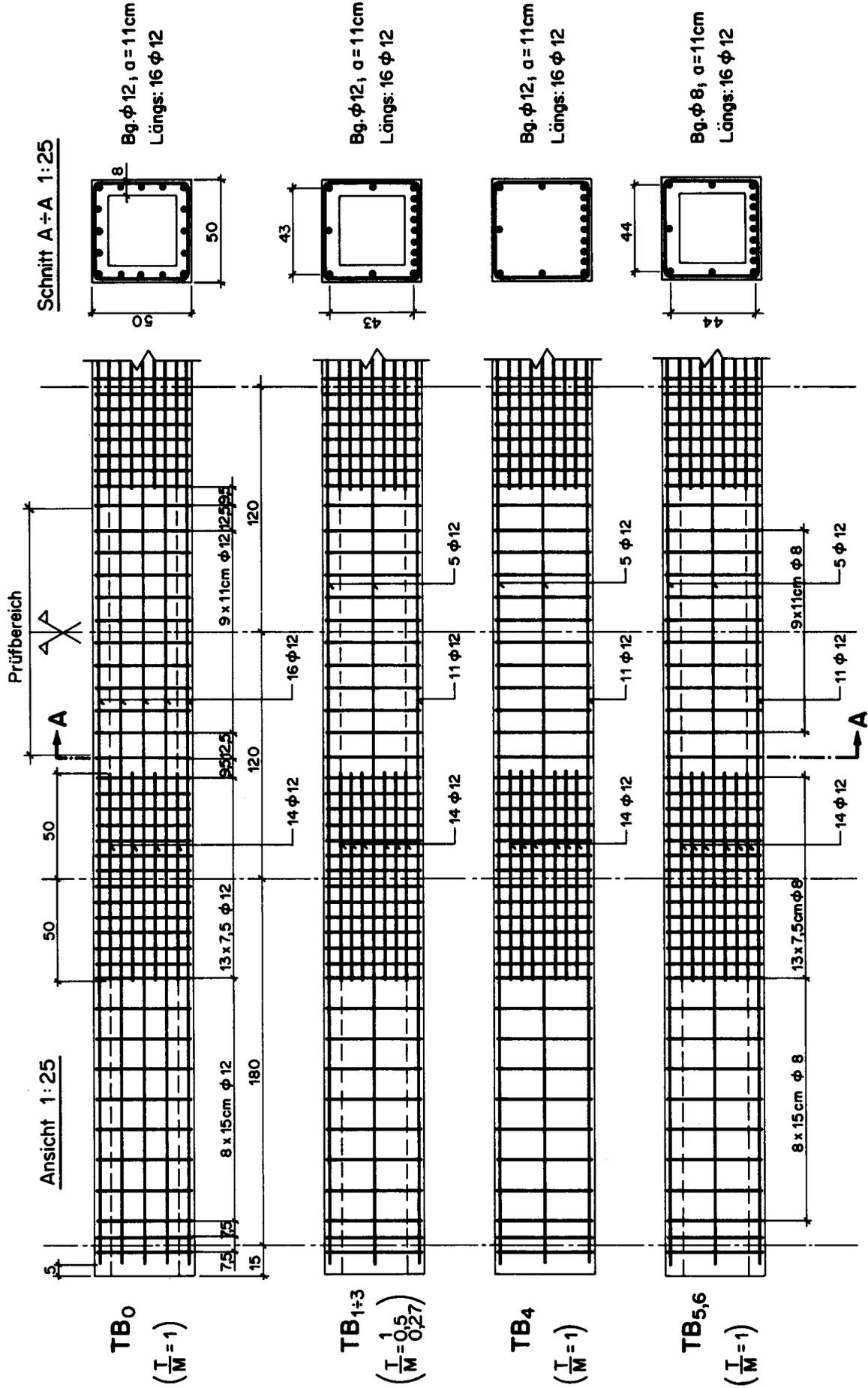


Bild 2: Armierung der Versuchsbalen TB₀+TB₆

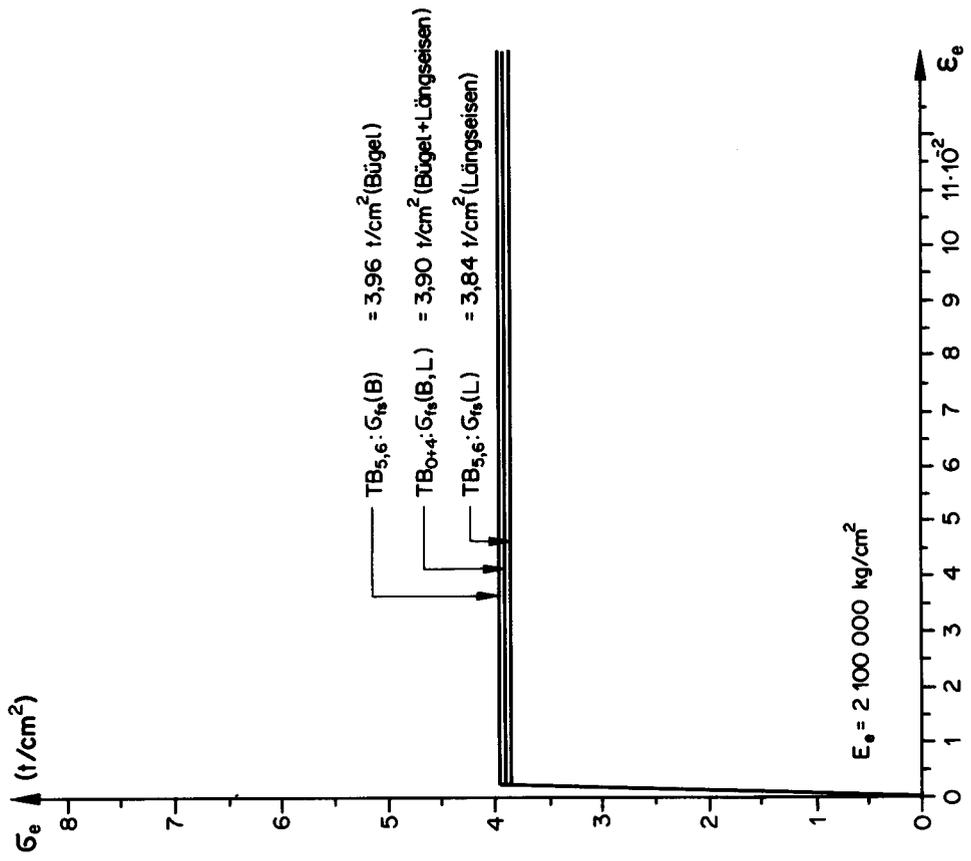
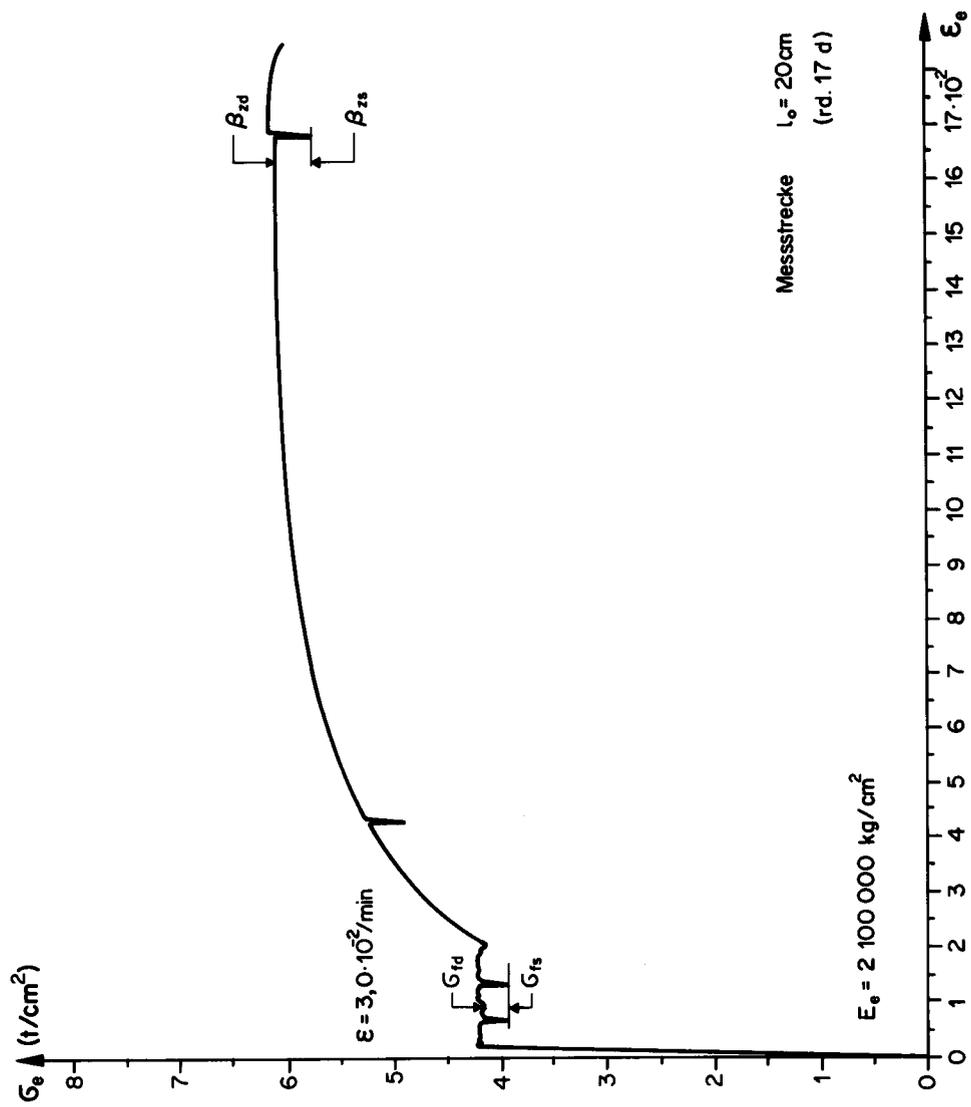
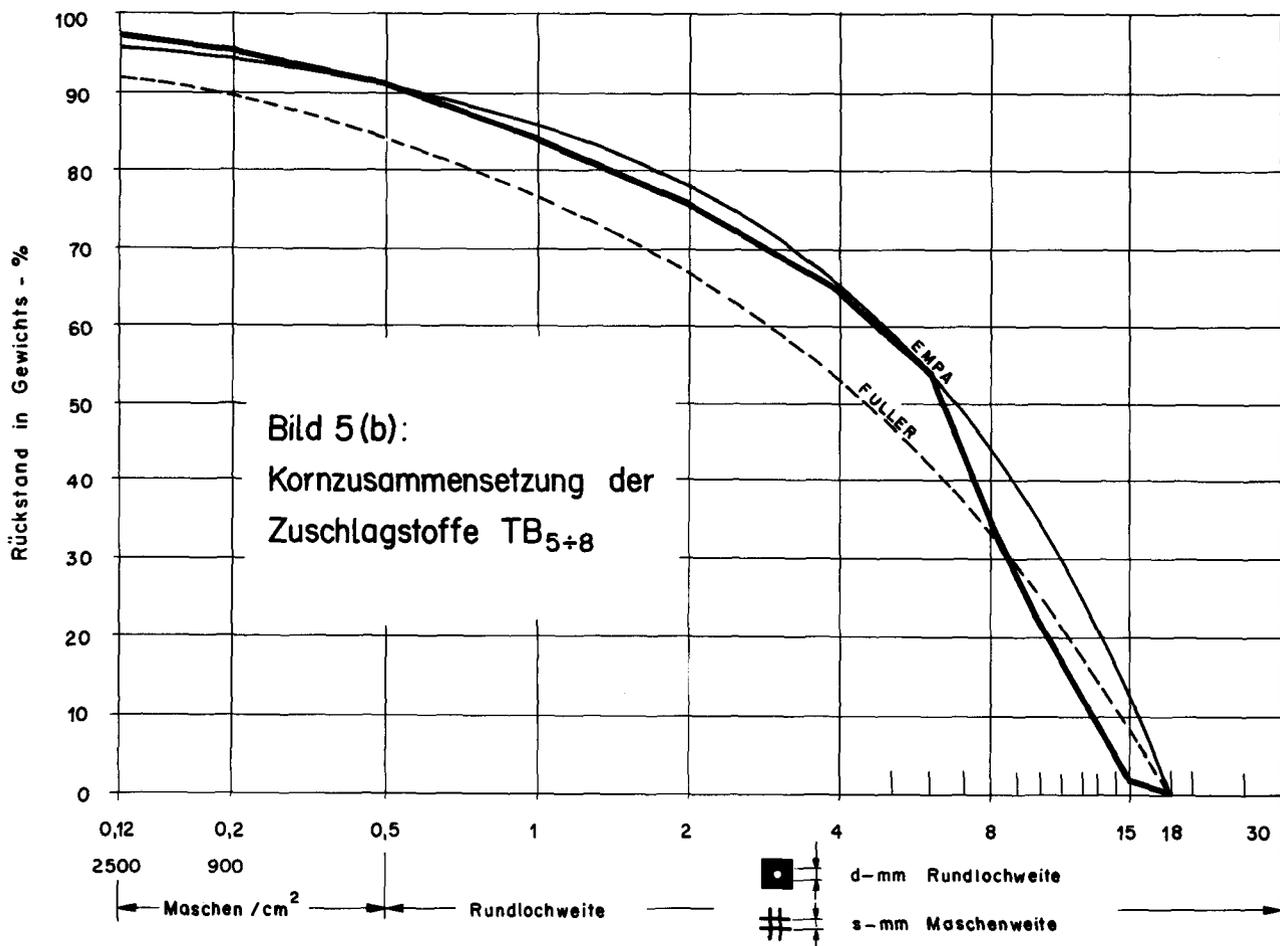
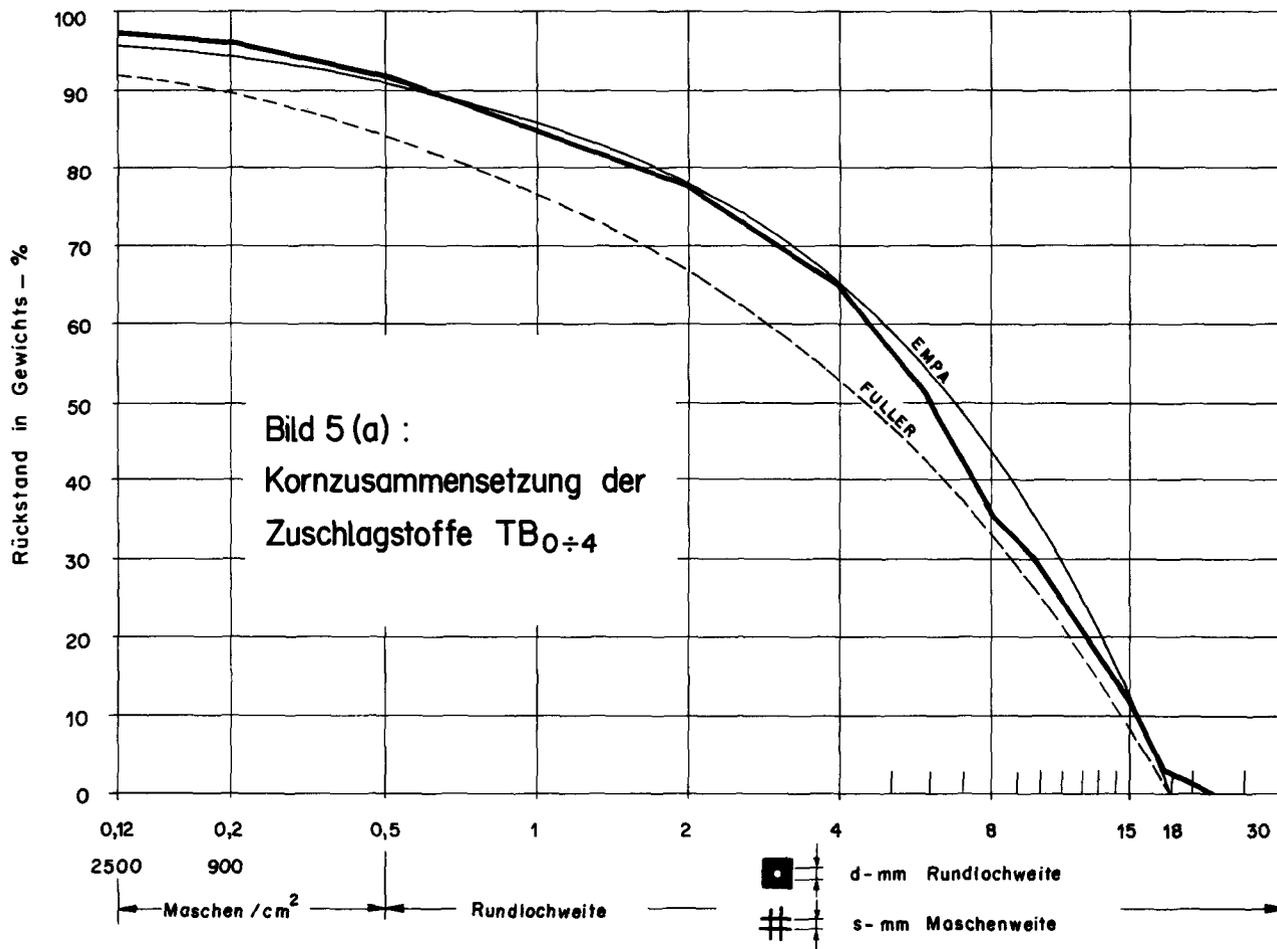


Bild 3: Spannungs-Dehnungs-Diagramm eines Boxstahles $\phi 12 \text{ mm}$

Bild 4: Gemittelte Spannungs-Dehnungs-Diagramme für Auswertung



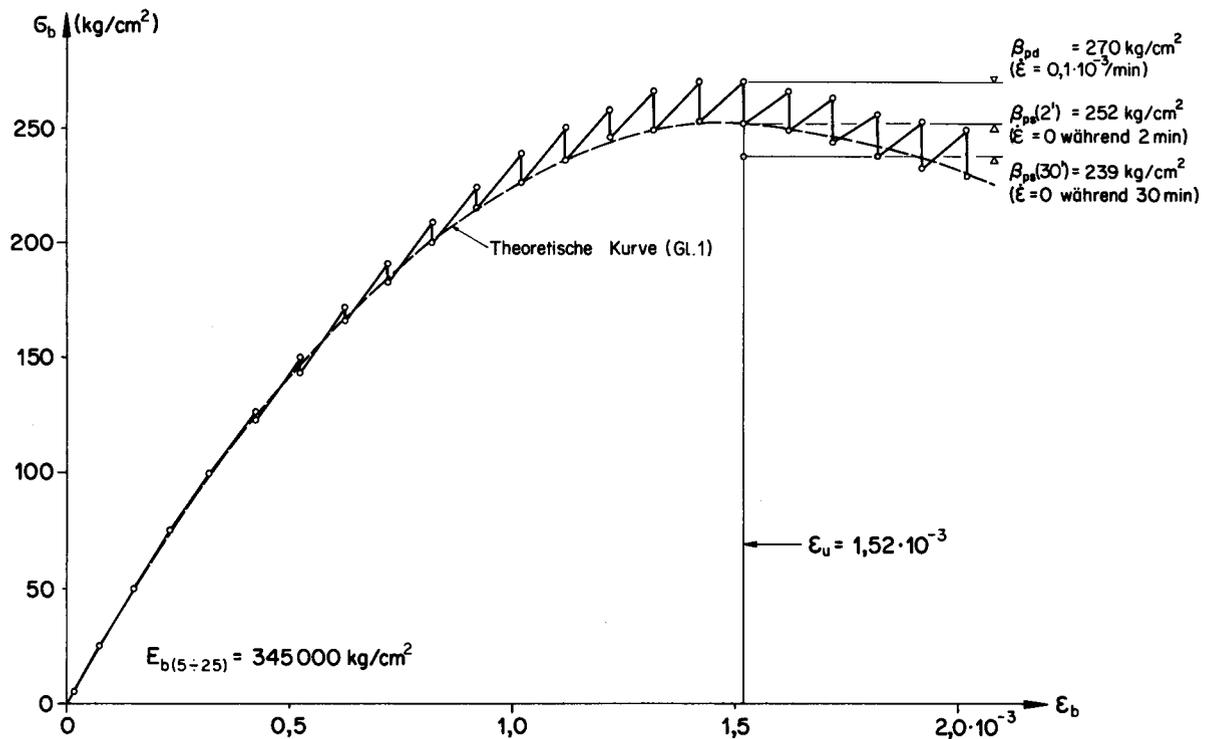


Bild 6: Spannungs-Dehnungs-Diagramm eines Betonprismas (TB₃)

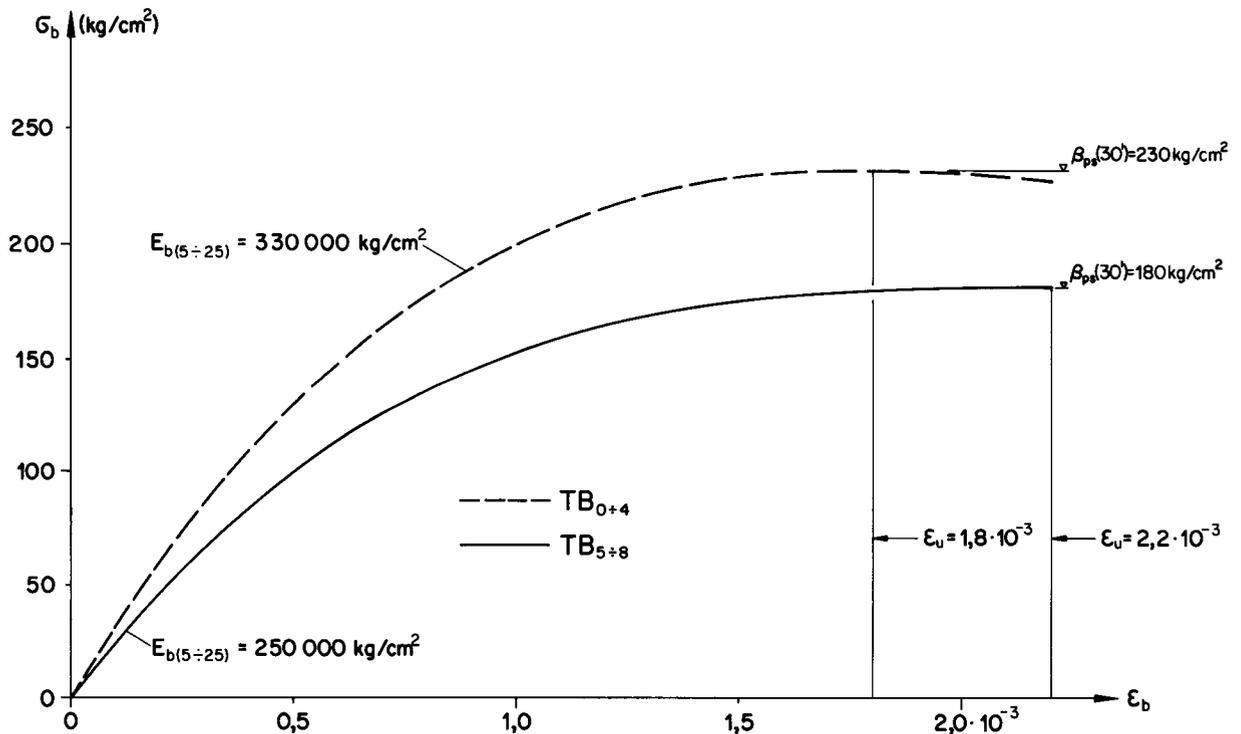
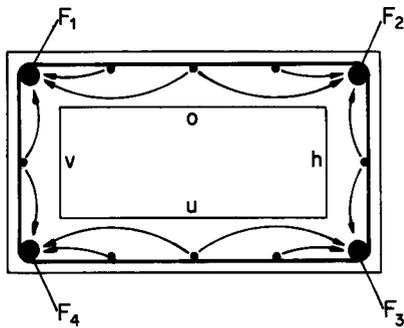
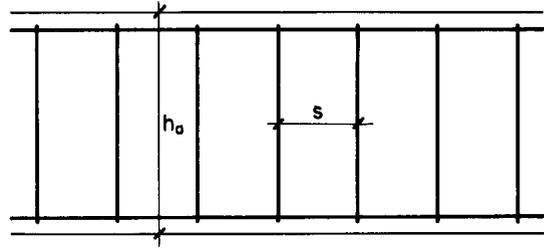
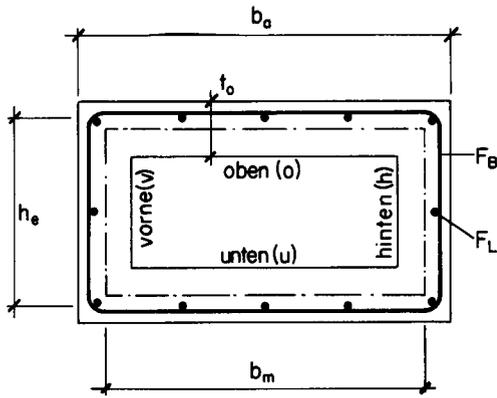


Bild 7: Gemittelte Spannungs-Dehnungs-Diagramme der Betonprismen für Auswertung



$$F_o = b_m \cdot h_m \quad F_{oe} = b_e \cdot h_e$$

$$u = 2(b_m + h_m) \quad u_e = 2(b_e + h_e)$$

$$\Sigma F_{Lo} = \frac{1}{2} (F_1 + F_2) \quad \Sigma F_{Lv} = \frac{1}{2} (F_1 + F_4) \dots\dots$$

$$\Sigma F_L = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 \text{ bei symm. Armierung}$$

$$\text{resp. } 2(F_1 + F_2) \text{ bei unsymm. Armierung}$$

(siehe Text 2.3.3.)

Für Quadrat : $b = h = a$

Für vorliegende Querschnitte :

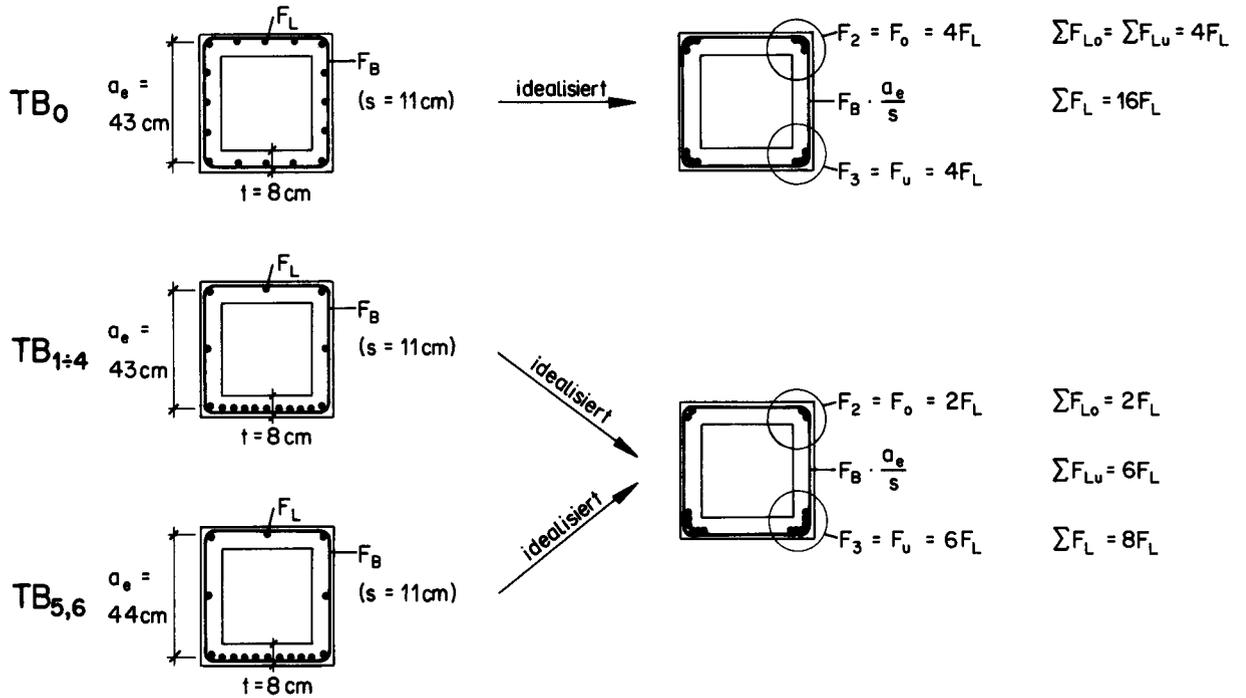
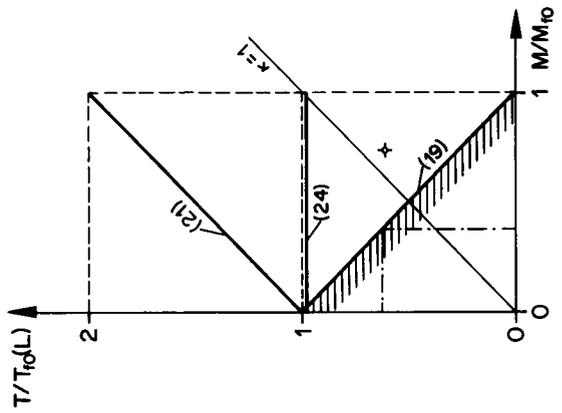
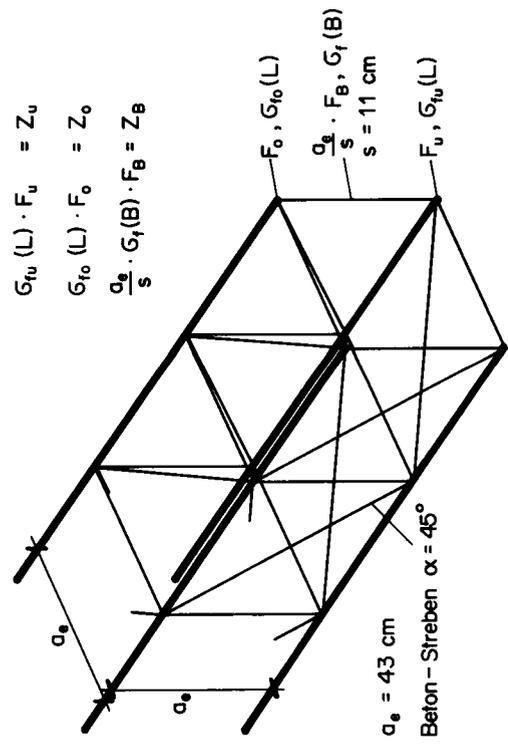


Bild 8 : Bezeichnungen am Querschnitt

(a)



(b) TB₀

$T_{10}(L) = 15,0 \text{ mt}$ (16) $M_{10} = 15,0 \text{ mt}$ (17)

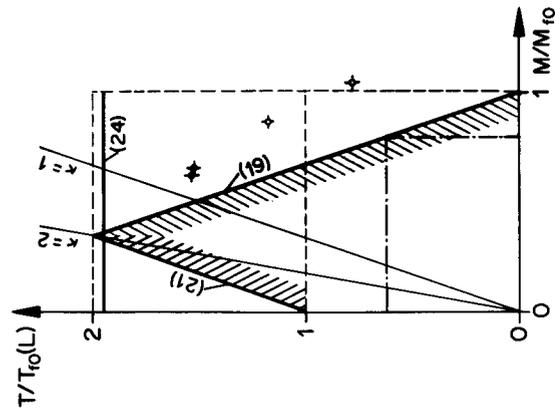
$\frac{Z_u}{Z_o} = 1$ $\frac{Z_B}{Z_o} = \frac{1}{4} \cdot \frac{a_e}{s}$

(19) $\frac{T(L)}{T_{10}(L)} + \frac{M}{M_{10}} = 1$

(21) $\frac{T(L)}{T_{10}(L)} - \frac{M}{M_{10}} = 1$

(24) $\frac{T(B)}{T_{10}(L)} = 0,98$

☆ Versuchsreihe Torsion + Biegung



(c) TB₁ ÷ TB₄

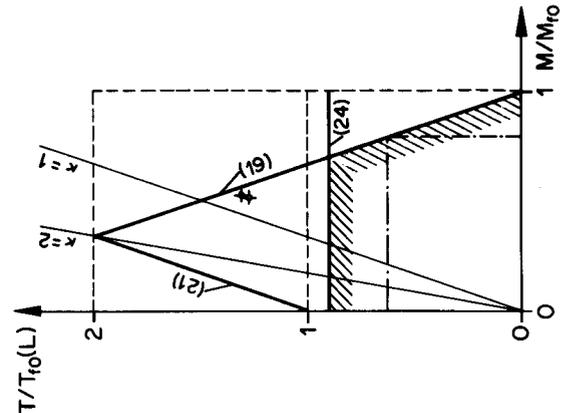
$T_{10}(L) = 7,5 \text{ mt}$ (16) $M_{10} = 22,5 \text{ mt}$ (17)

$\frac{Z_u}{Z_o} = 3$ $\frac{Z_B}{Z_o} = \frac{1}{2} \cdot \frac{a_e}{s}$

(19) $\frac{T(L)}{T_{10}(L)} \cdot \frac{1}{3} + \frac{M}{M_{10}} = 1$

(21) $\frac{T(L)}{T_{10}(L)} - \frac{M}{M_{10}} \cdot 3 = 1$

(24) $\frac{T(B)}{T_{10}(L)} = 1,95$



(d) TB₅, TB₆

$T_{10}(L) = 7,5 \text{ mt}$ (16) $M_{10} = 22,5 \text{ mt}$ (17)

$\frac{Z_u}{Z_o} = 3$ $\frac{Z_B}{Z_o} = 0,23 \cdot \frac{a_e}{s}$

(19) $\frac{T(L)}{T_{10}(L)} \cdot \frac{1}{3} + \frac{M}{M_{10}} = 1$

(21) $\frac{T(L)}{T_{10}(L)} - \frac{M}{M_{10}} \cdot 3 = 1$

(24) $\frac{T(B)}{T_{10}(L)} = 0,90$

Bild 9: Interaktion an einem Fachwerkmodell mit 45°-Diagonalen

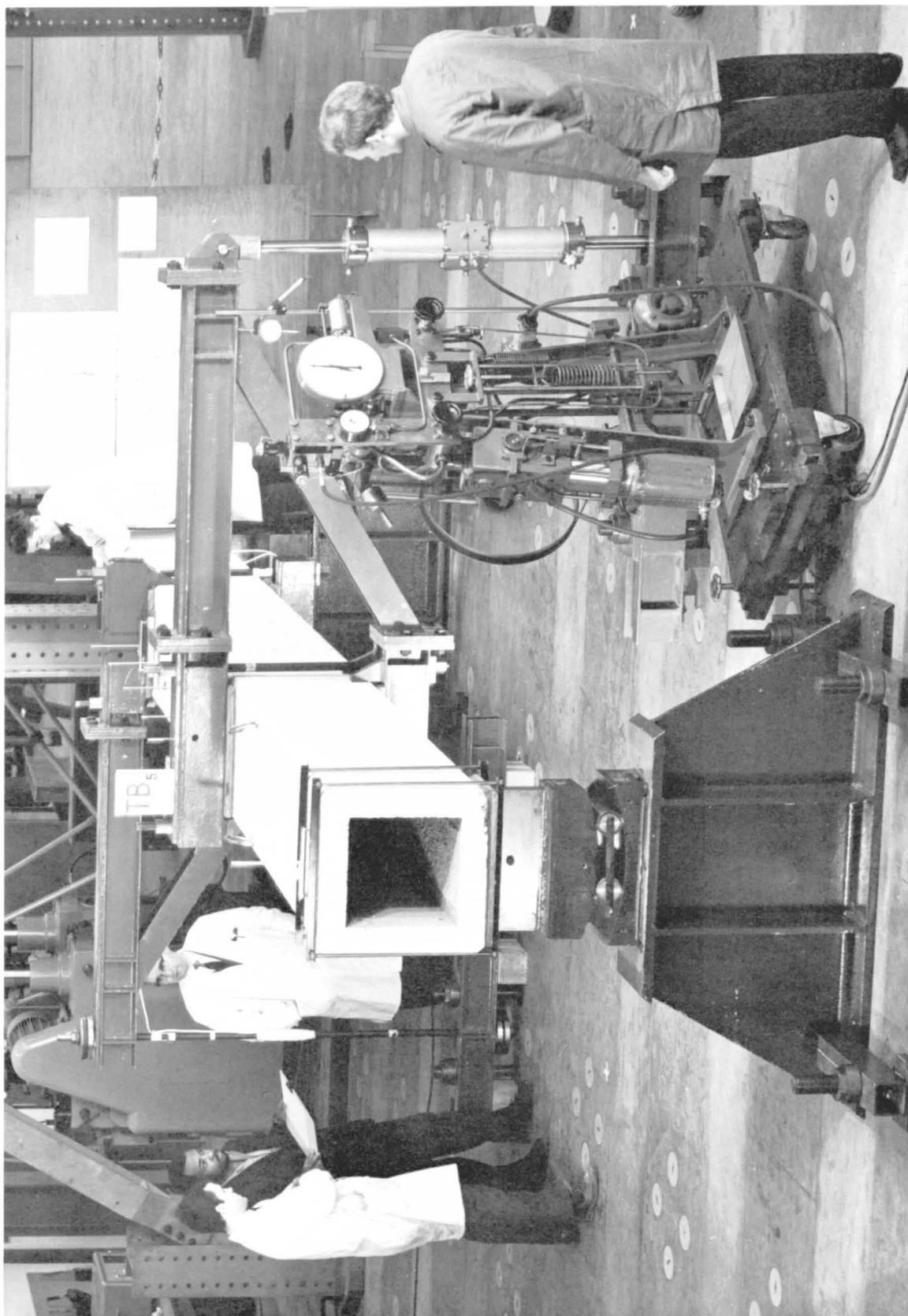


Bild 10 : Versuchsanlage „Torsion und Biegung“

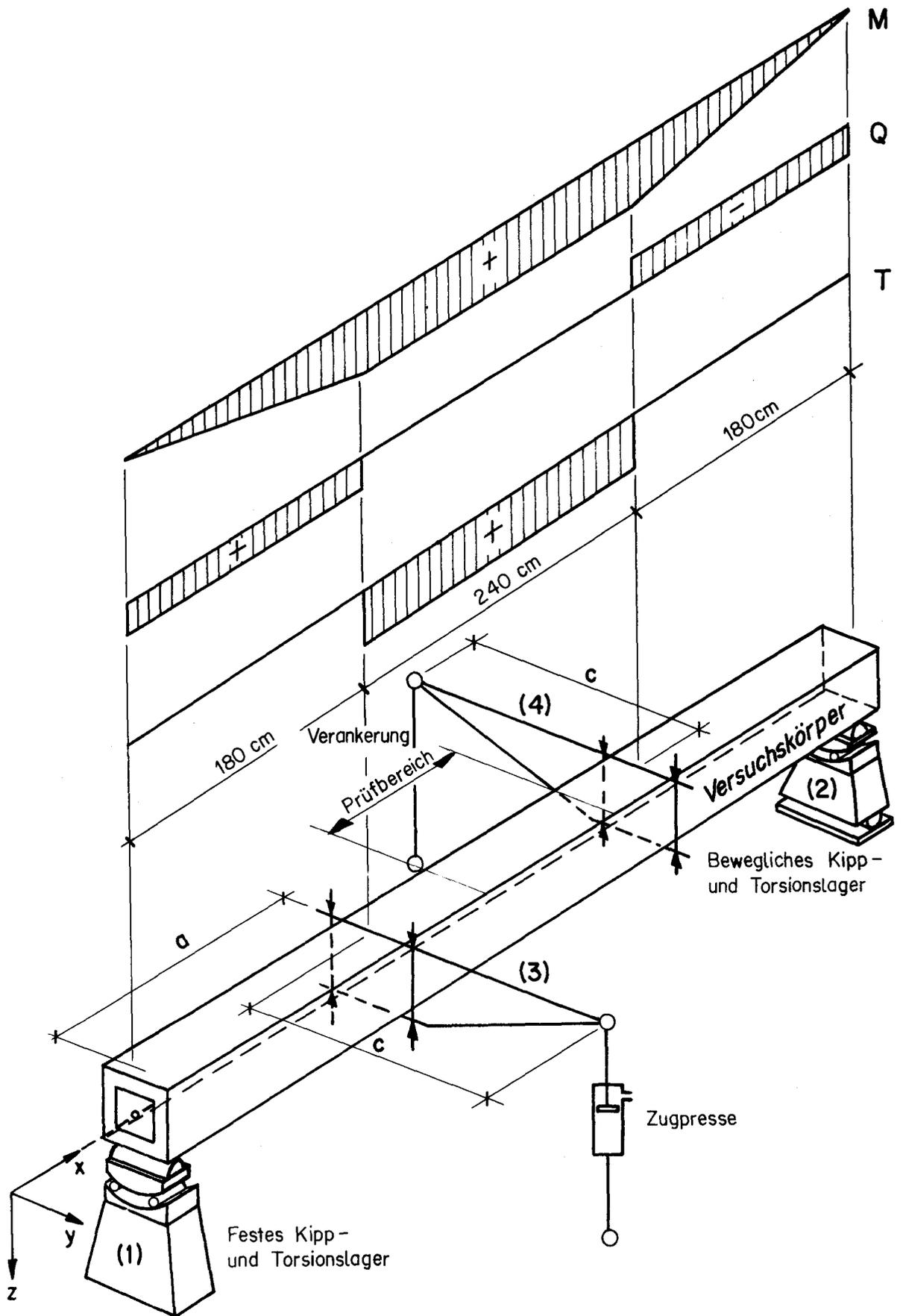


Bild 11: Schema für „Torsion und Biegung“

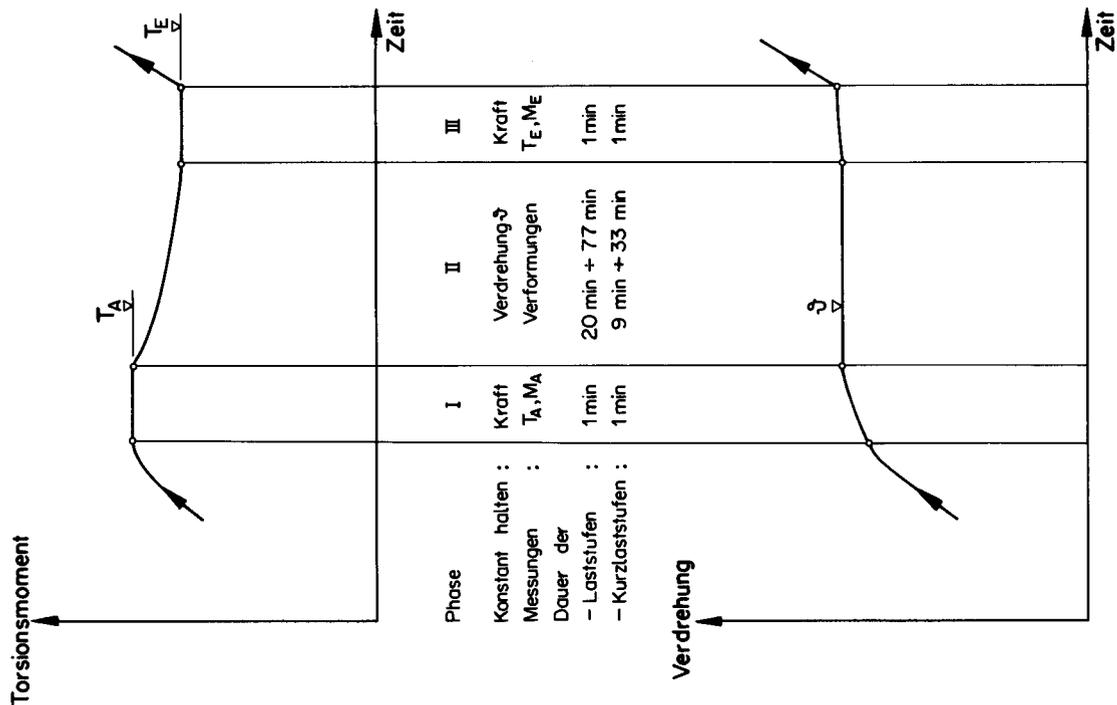


Bild 13 : Schema einer Laststufe mit den Phasen I, II und III

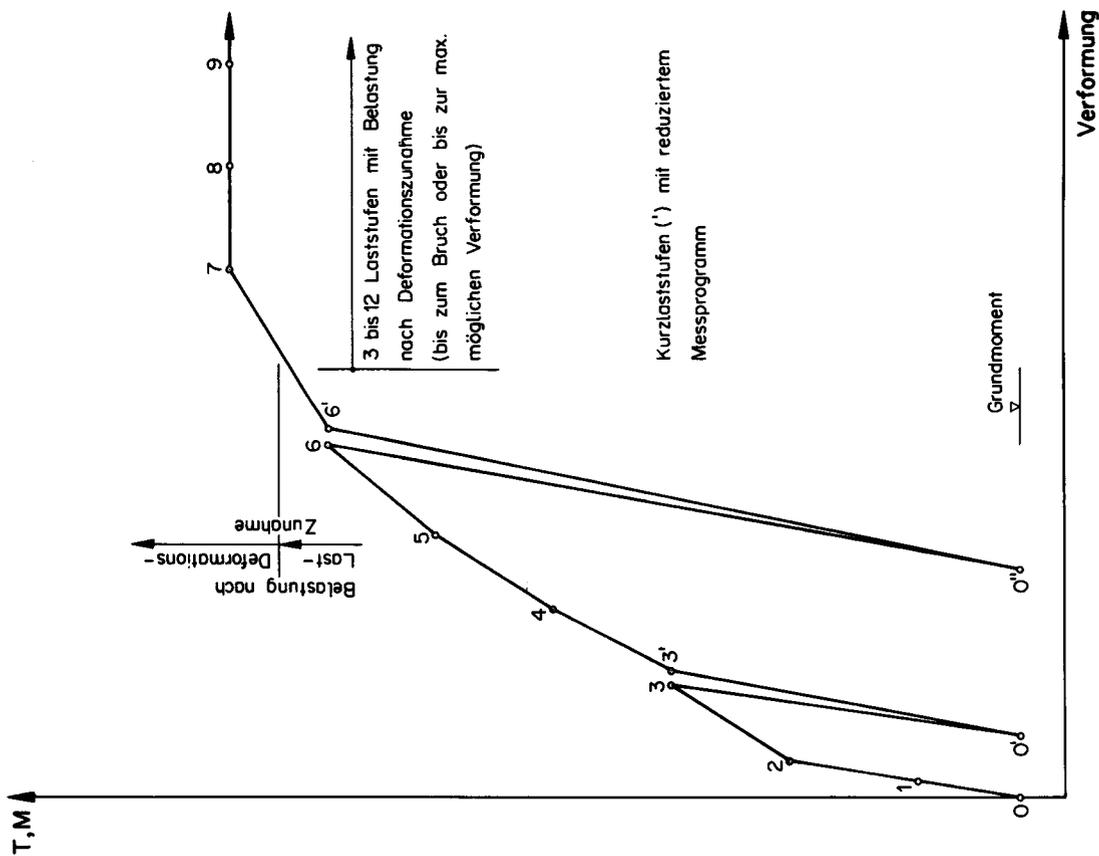


Bild 12 : Allgemeines Belastungsschema für die Balken $TB_0 + TB_6$ mit Numerierung der Laststufen

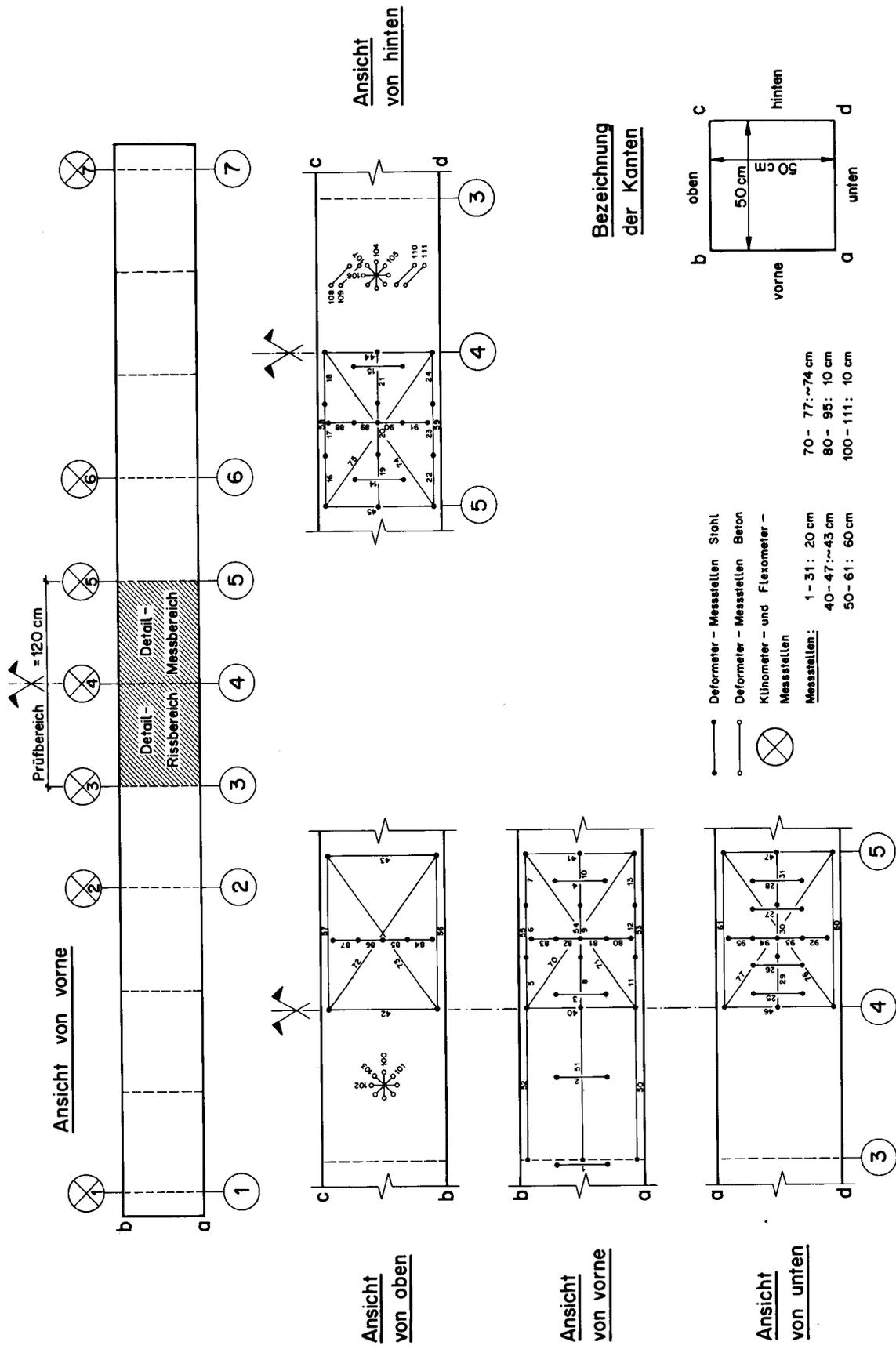


Bild 14: Messstellenplan der Versuchsbalke TB₀ + TB₆

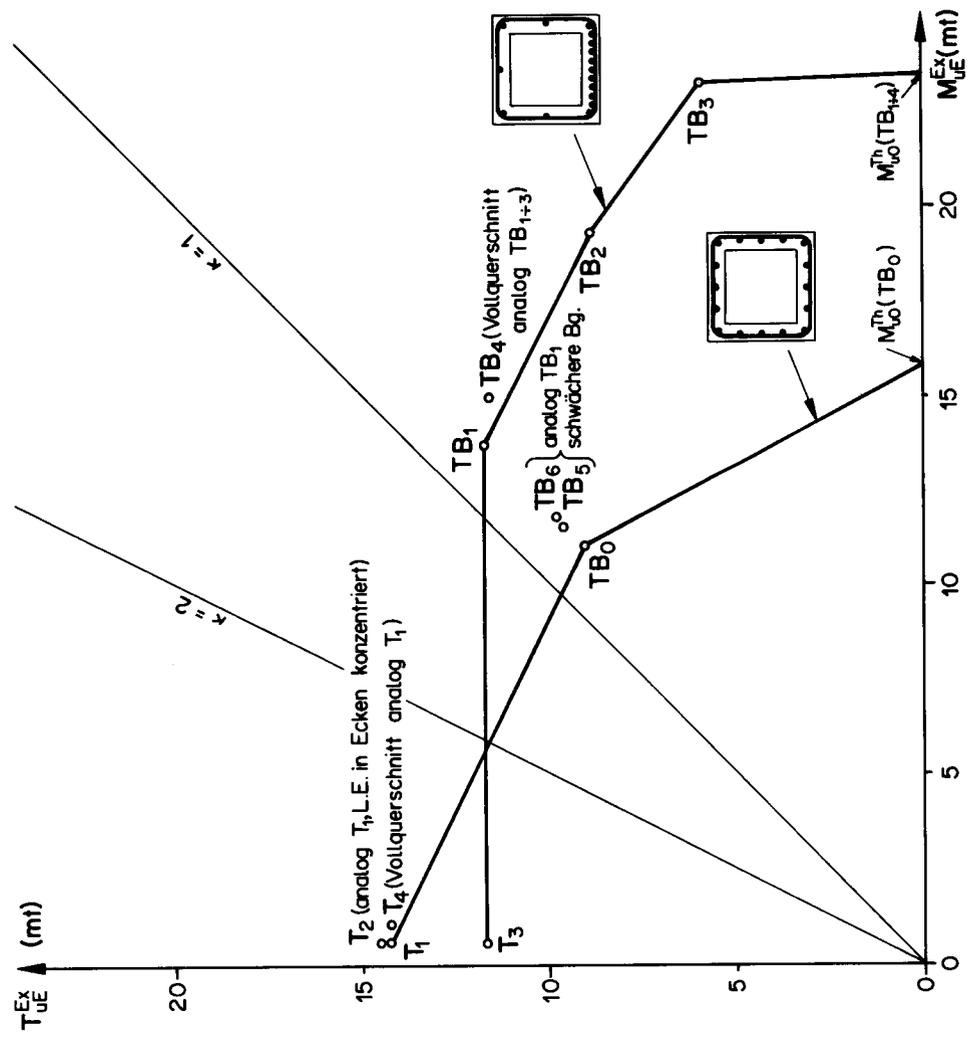


Bild 15: Gemessene Bruchmomente Torsion und Biegung

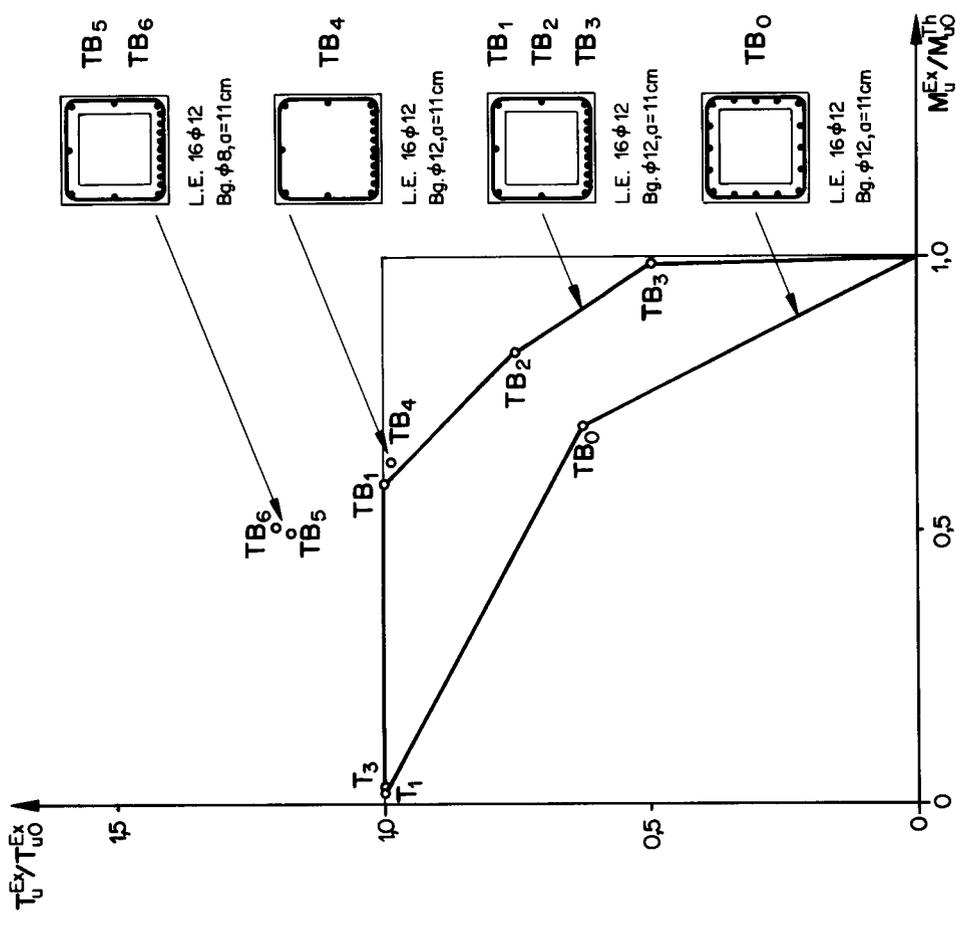


Bild 16: Interaktionsdiagramm Torsion – Biegung

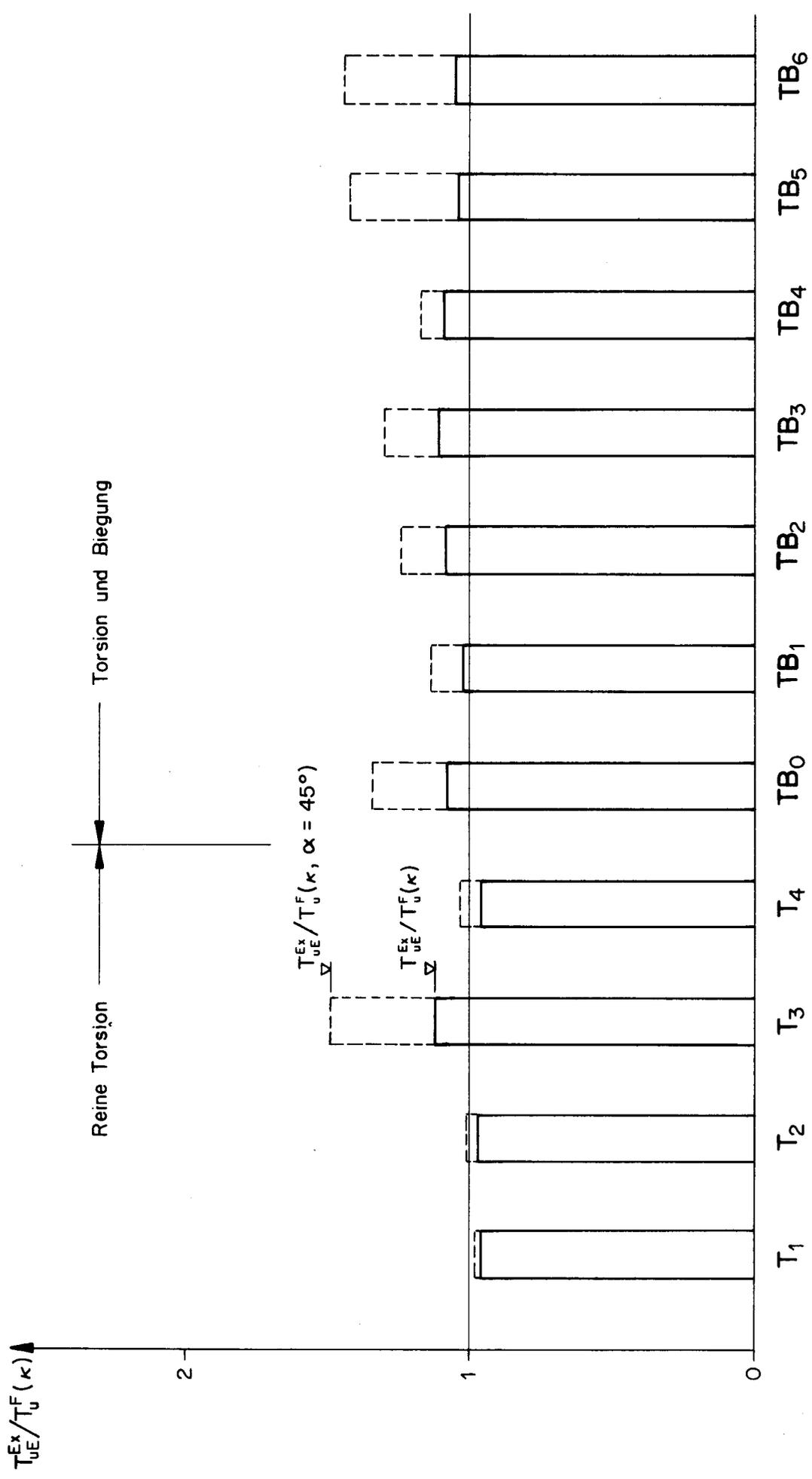


Bild 17: Vergleich der experimentellen Maximalmomente mit dem Fachwerkmodell des Anhangs B

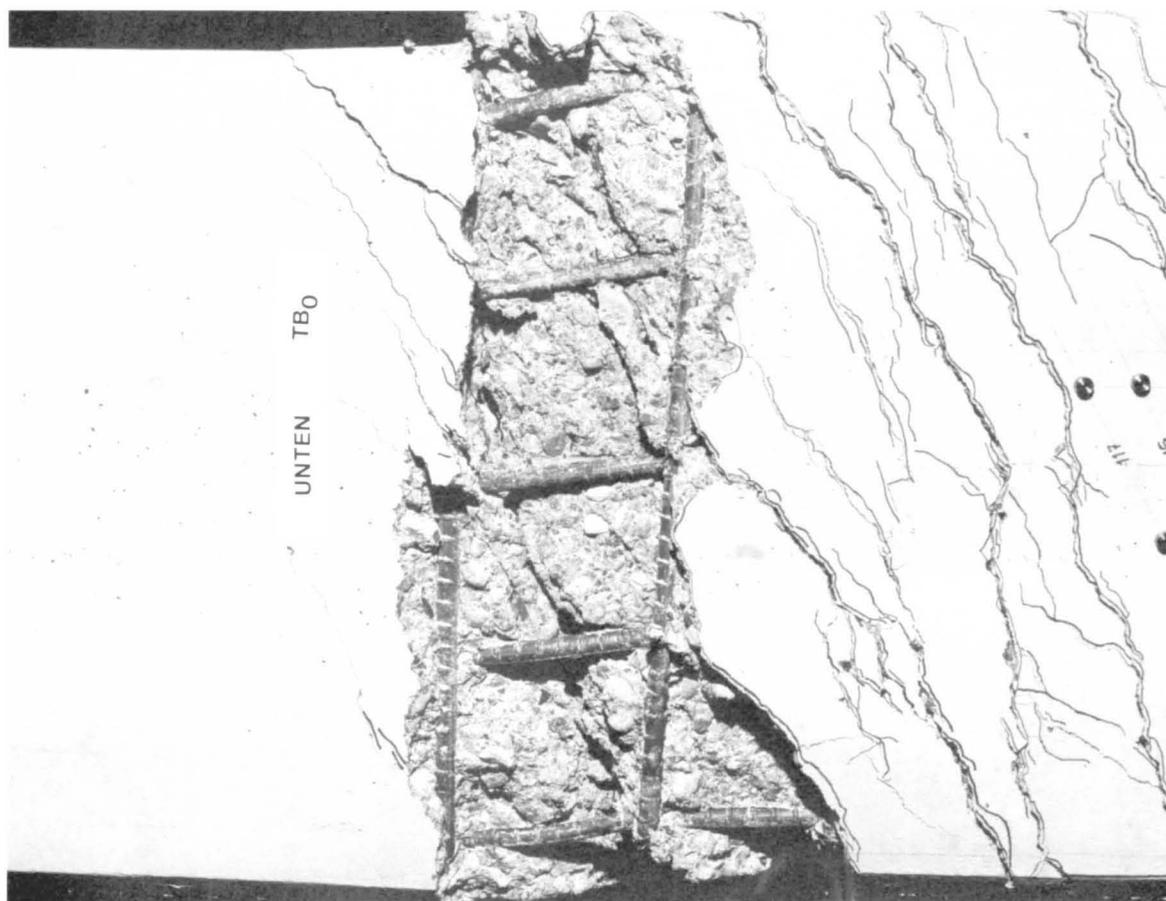


Bild 18: „Bruch“ Balken TB₀



Bild 19: „Bruchfläche“ Balken TB₄

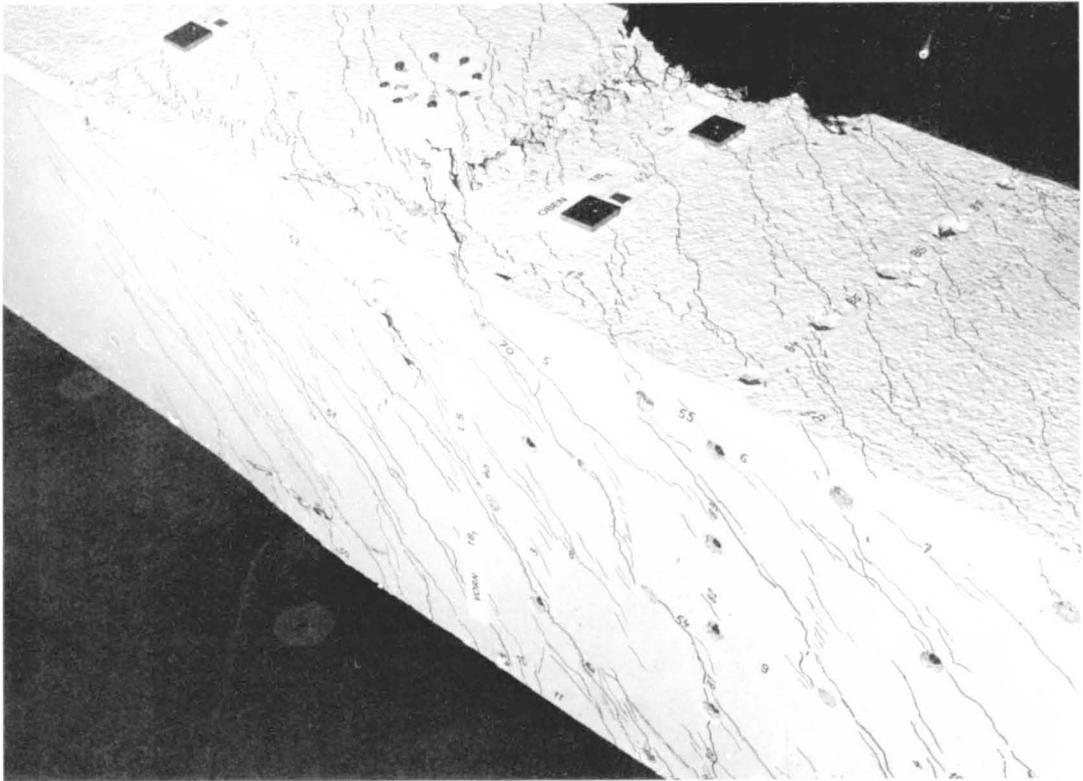


Bild 20(a) : Bruchbereich Balken TB₁ (oben,vorn)

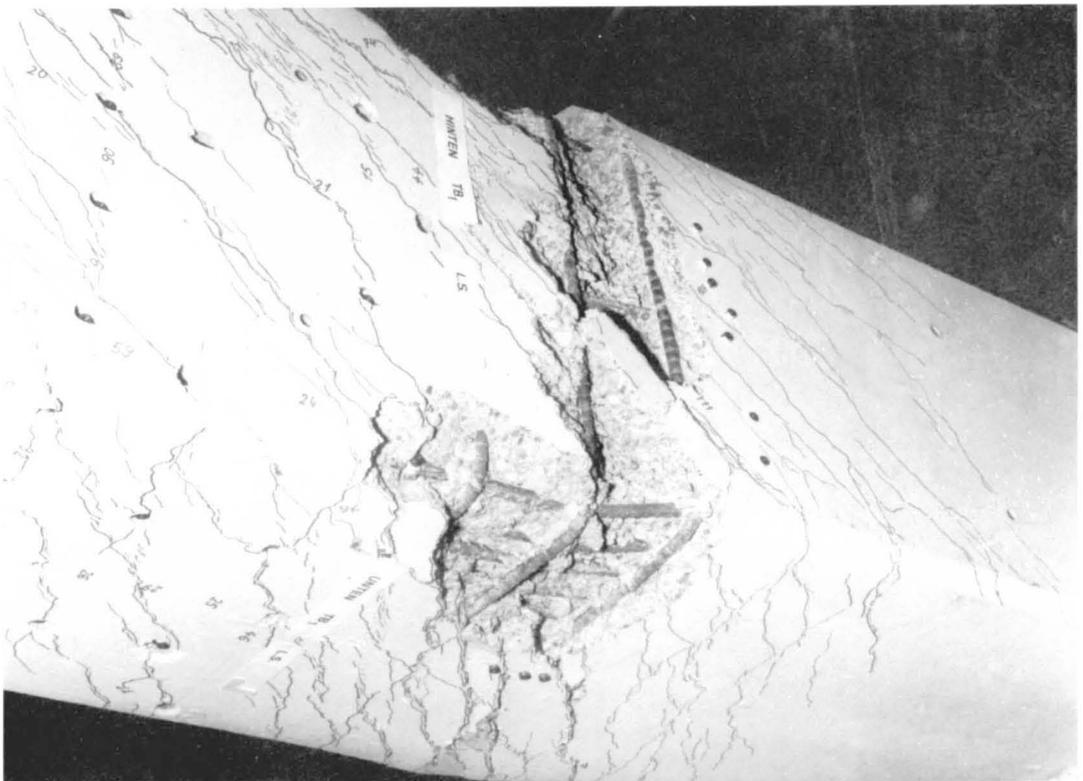


Bild 20(b) : Bruchbereich Balken TB₁ (hinten,unten)

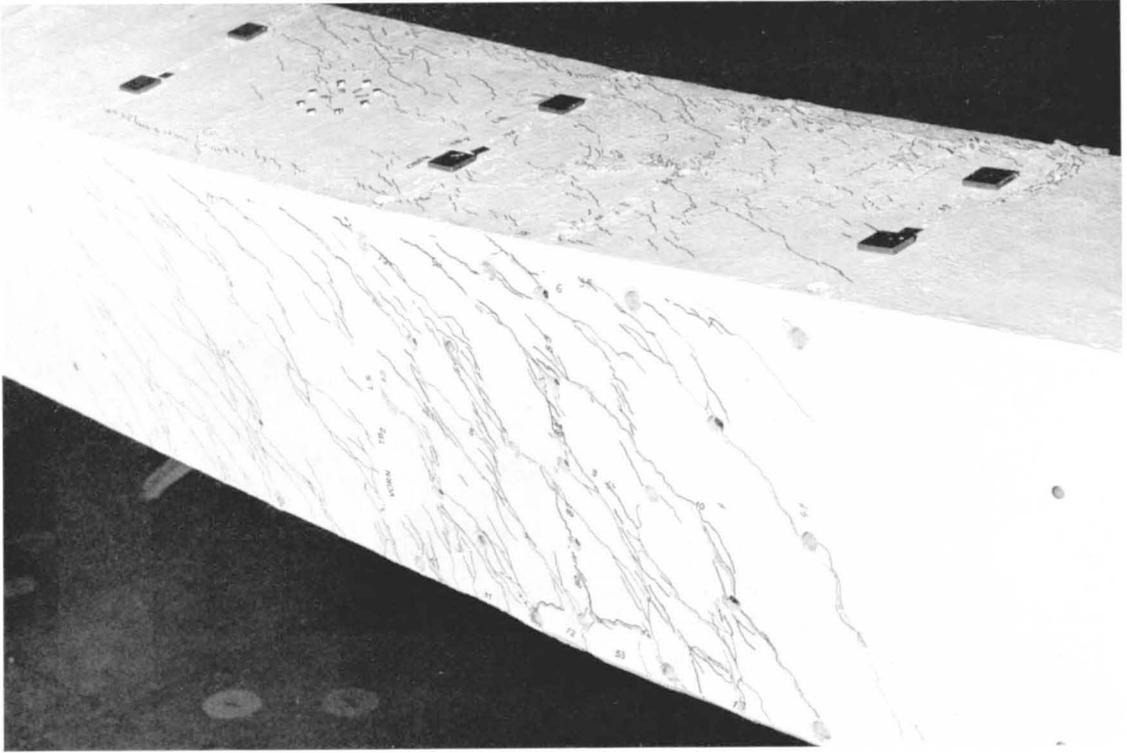


Bild 21 (a): Bruchbereich Balken TB_2 (oben, vorn)

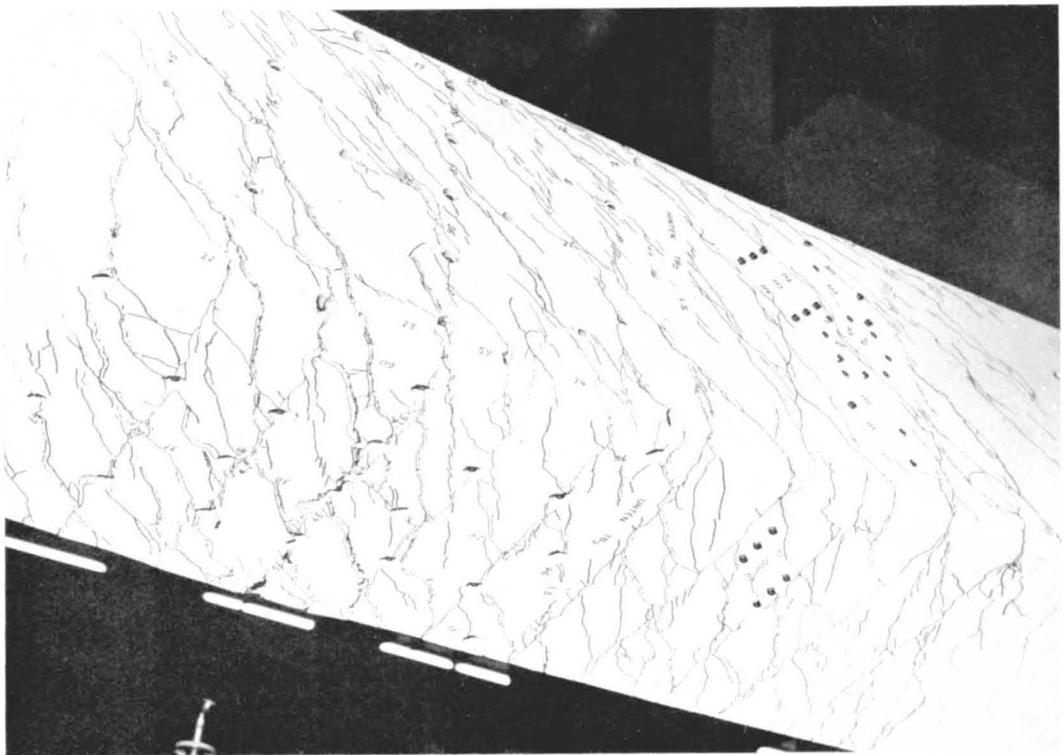


Bild 21 (b): Bruchbereich Balken TB_2 (hinten, unten)

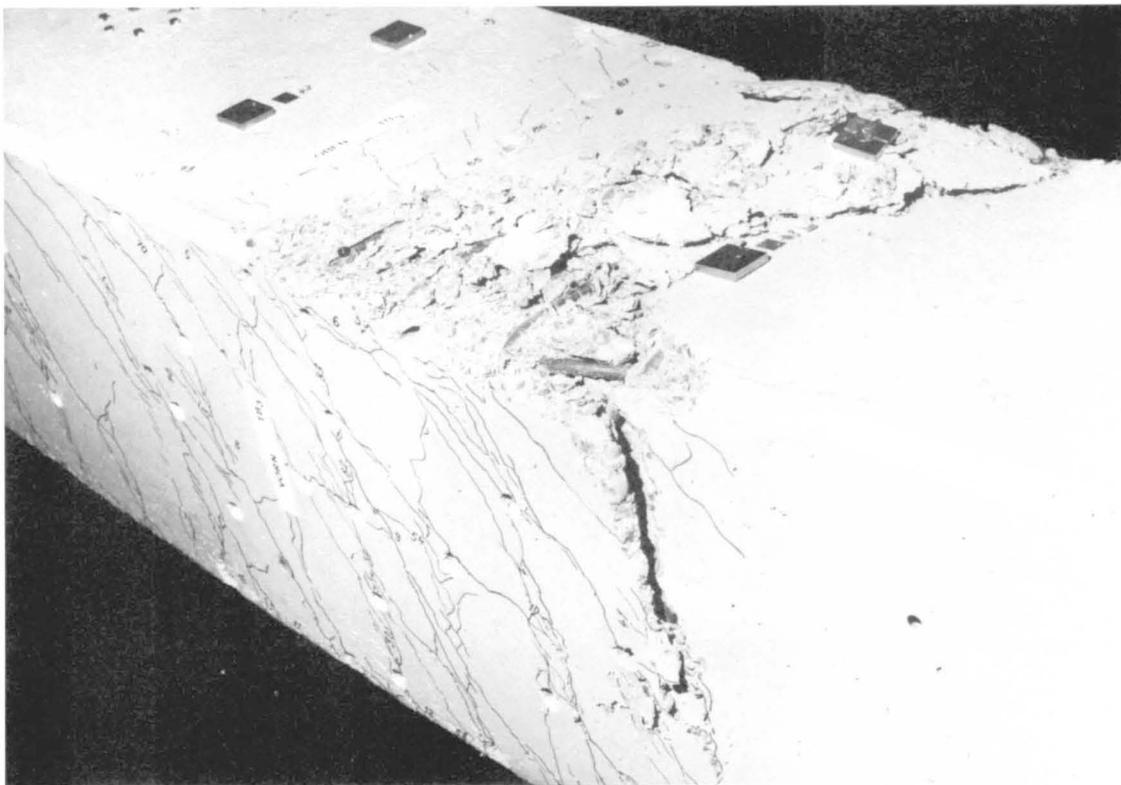


Bild 22 (a): Bruchbereich Balken TB₃ (oben, vorn)

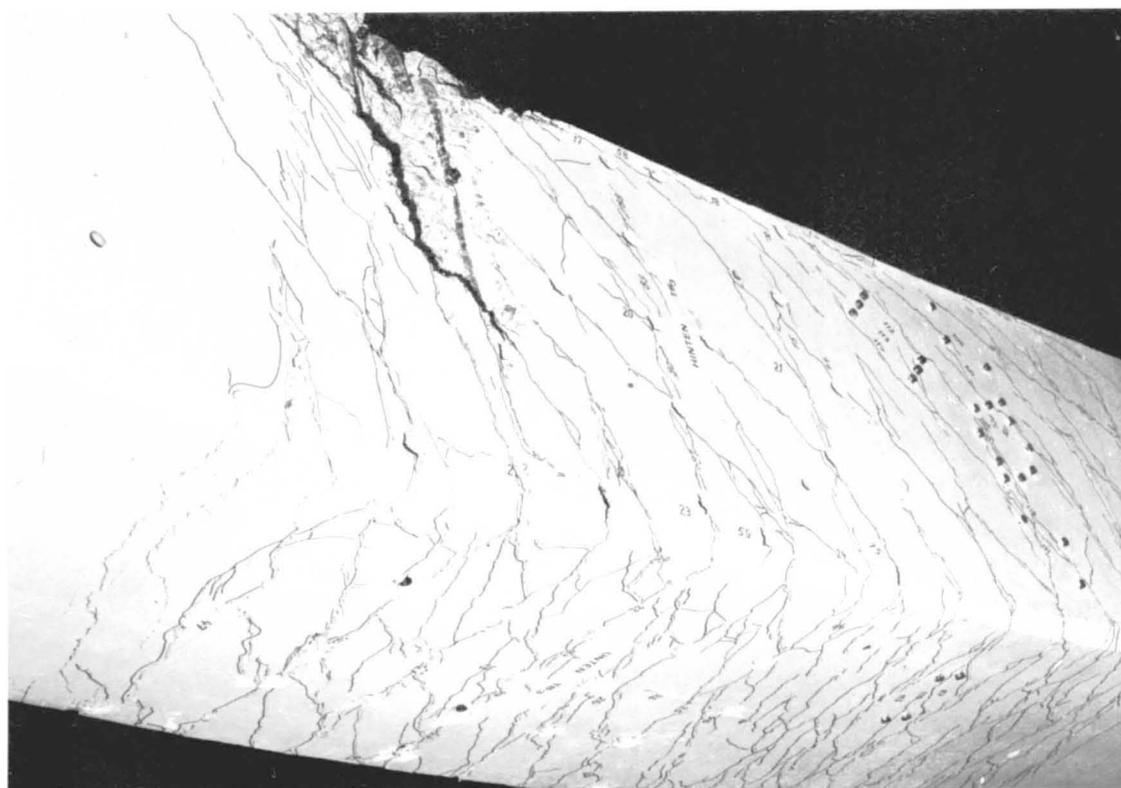


Bild 22 (b): Bruchbereich Balken TB₃ (hinten, unten)

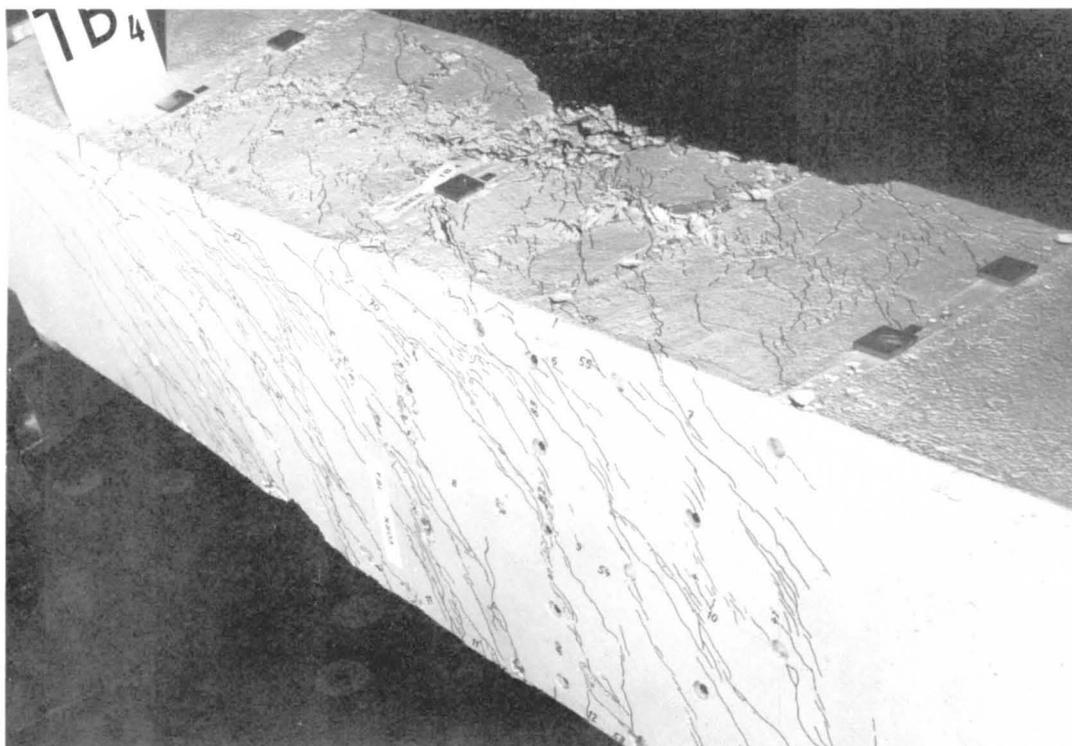


Bild 23(a): Bruchbereich Balken TB₄ (oben, vorn)

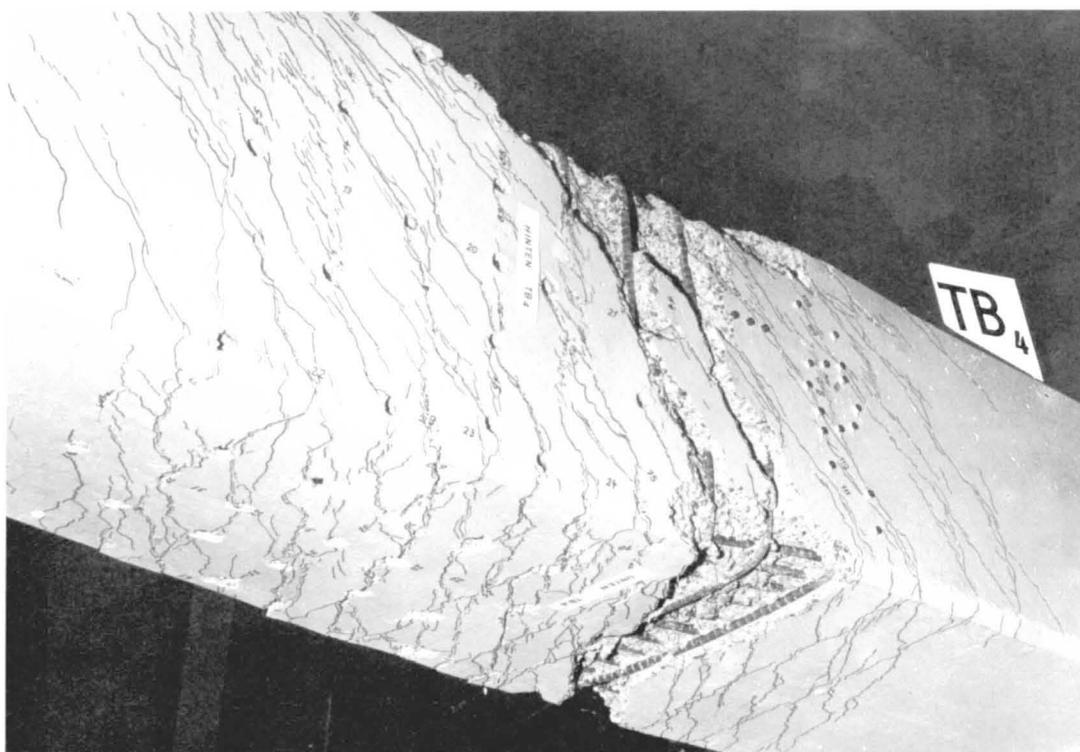


Bild 23(b): Bruchbereich Balken TB₄ (hinten, unten)

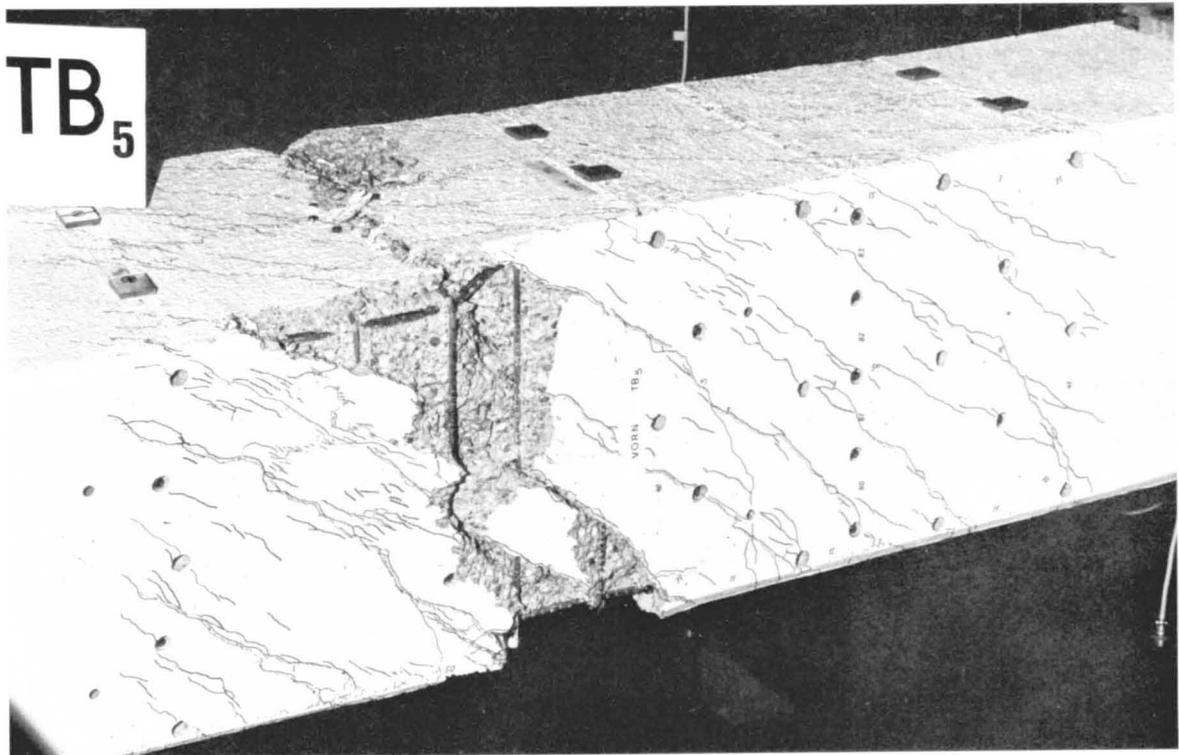


Bild 24 (a) : Bruchbereich Balken TB₅ (oben, vorn)



Bild 24 (b) : Bruchbereich Balken TB₅ (hinten, unten)

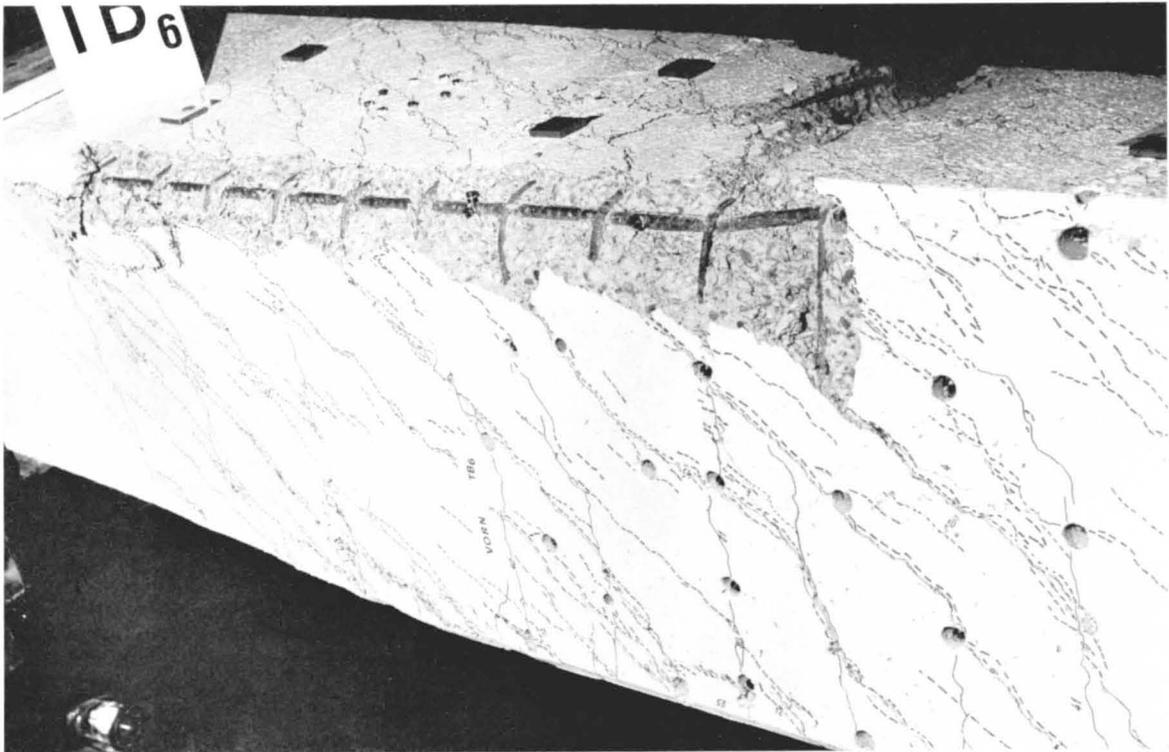


Bild 25(a): Bruchbereich Balken TB₆ (oben, vorn)

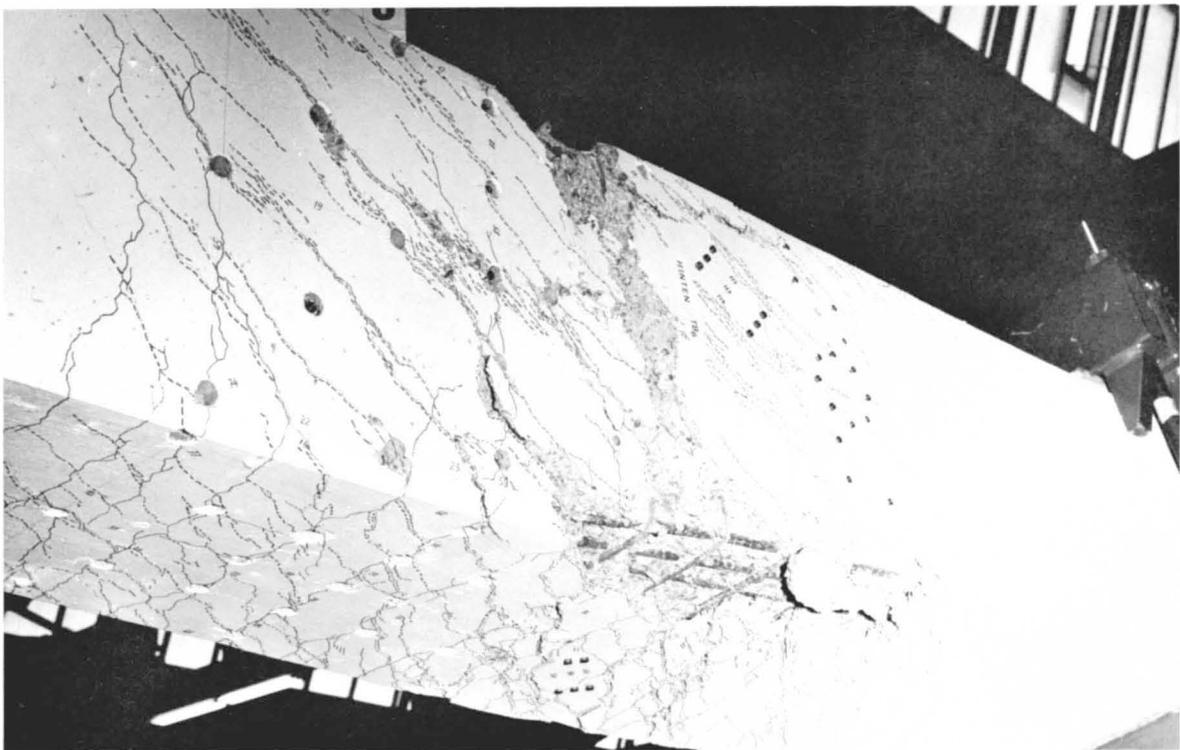


Bild 25(b): Bruchbereich Balken TB₆ (hinten, unten)

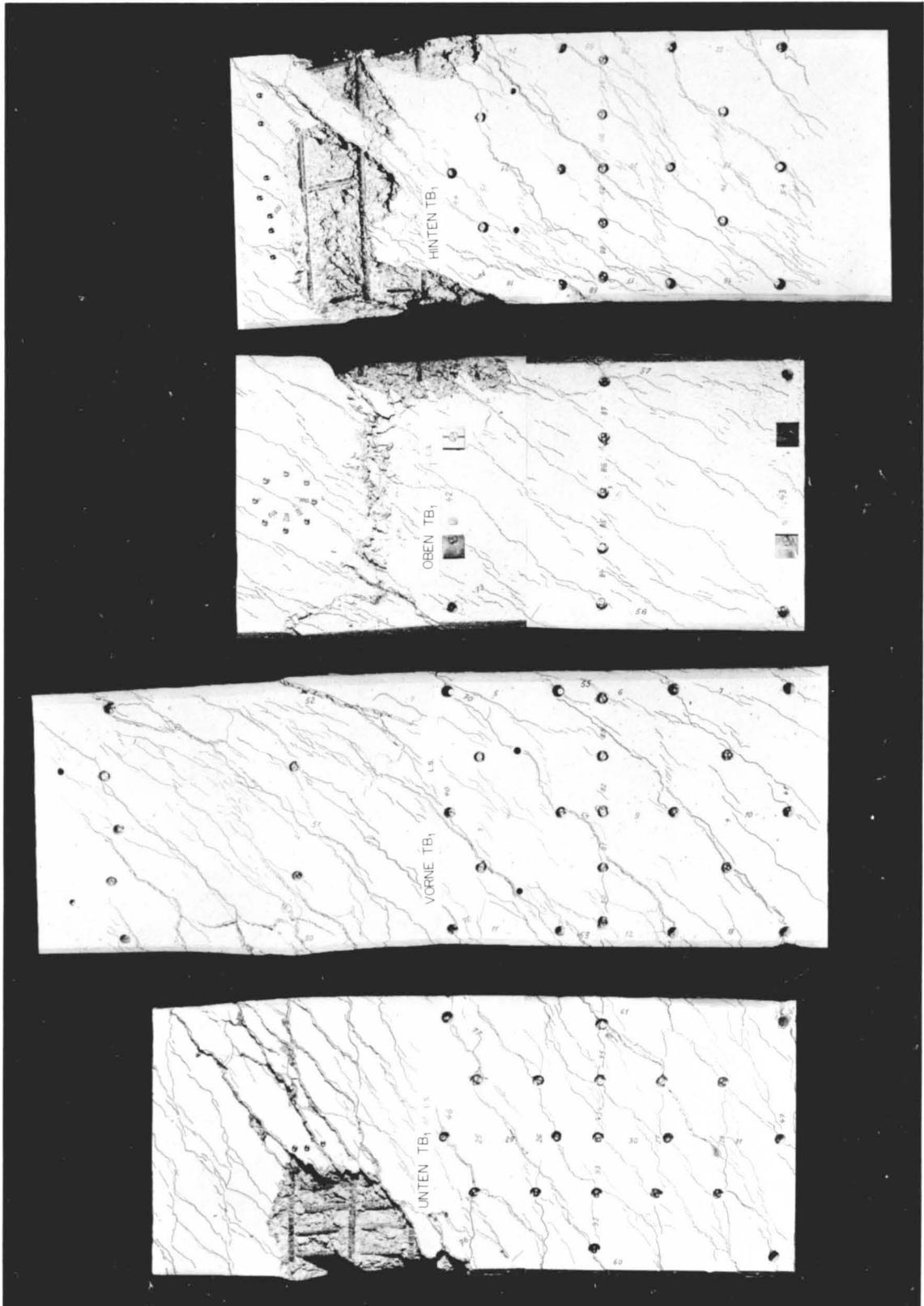


Bild 26: Bruchbereich Balken TB₁ (Abwicklung)

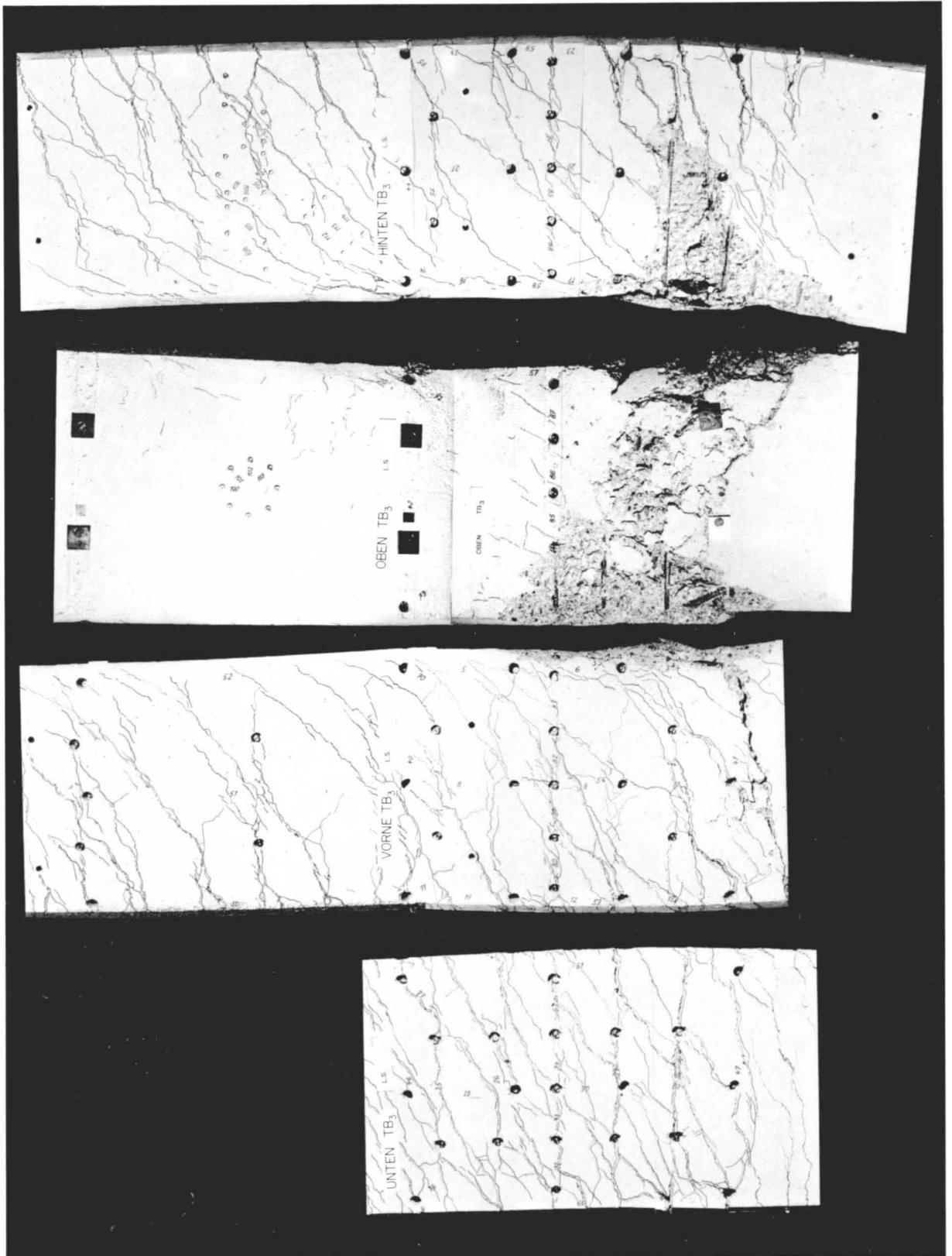


Bild 27: Bruchbereich Balken TB₃ (Abwicklung)

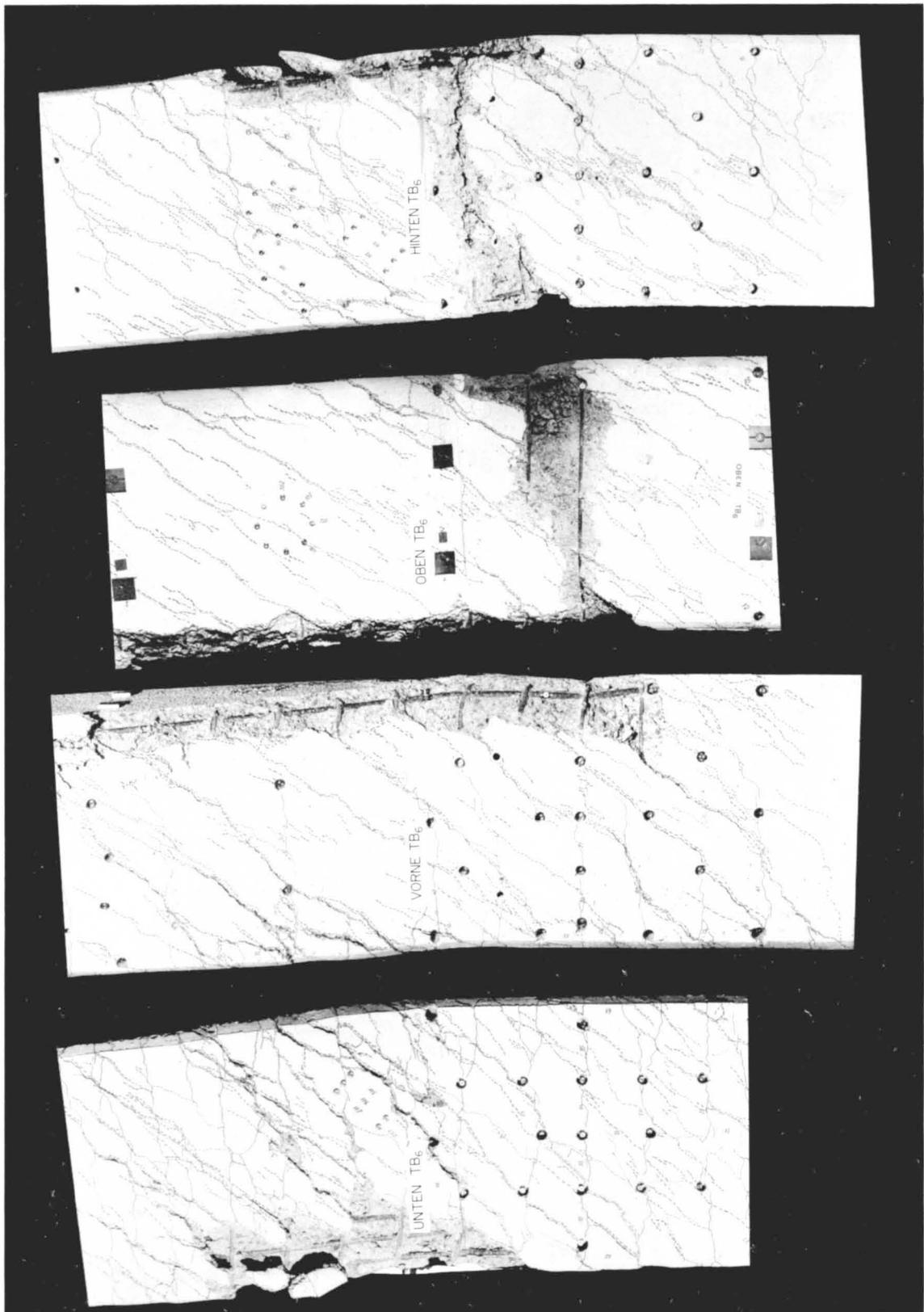


Bild 28 : Bruchbereich Balken TB₆ (Abwicklung)

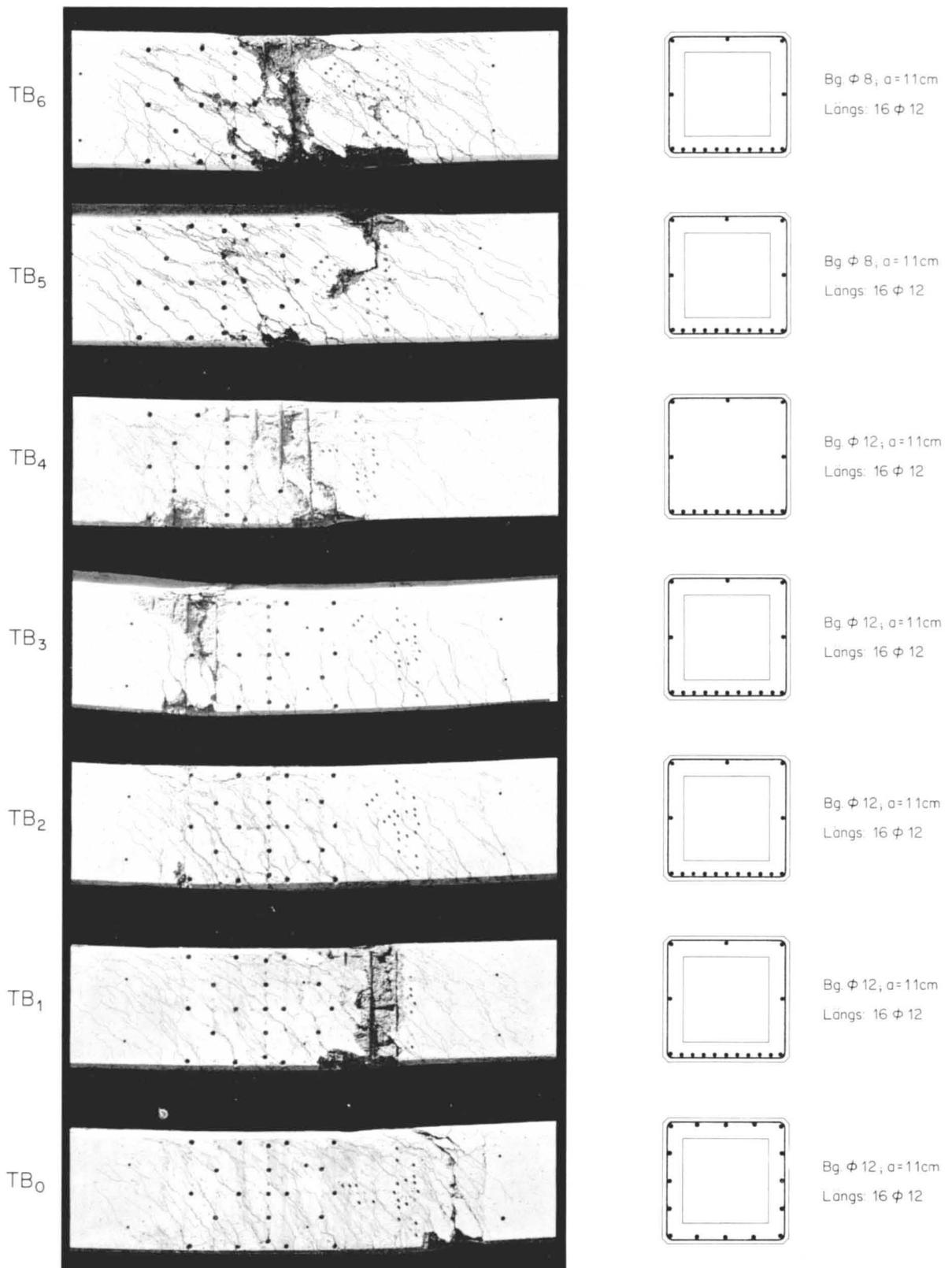


Bild 29: Gesamtübersicht Balken TB₀÷TB₆ nach dem Bruch

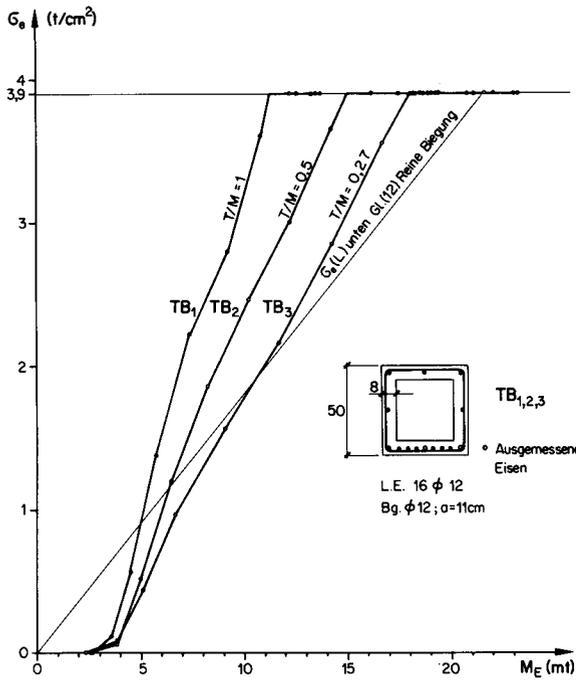


Bild 30(a) : Längseisenstressen unten in Fkt. des Biegemomentes

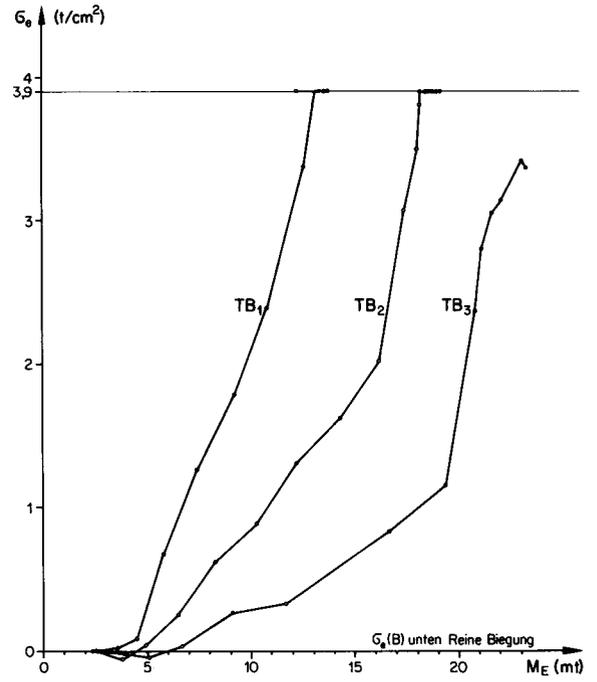


Bild 30(b) : Bügelstressen unten in Fkt. des Biegemomentes

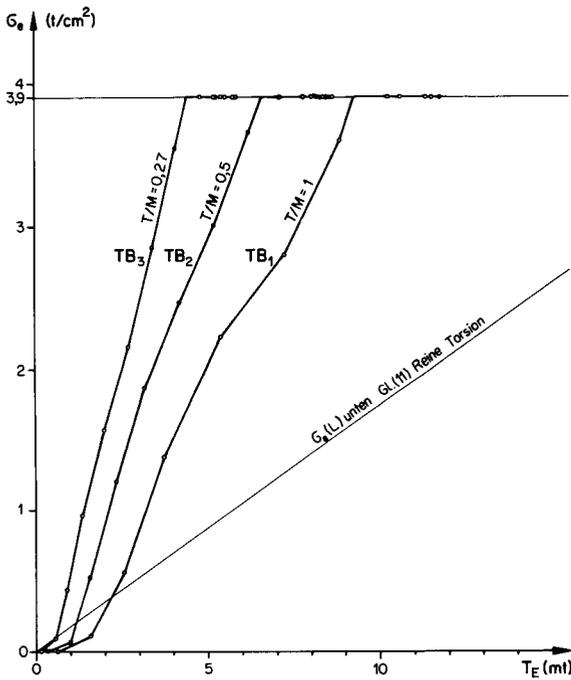


Bild 30(c) : Längseisenstressen unten in Fkt. des Torsionsmomentes

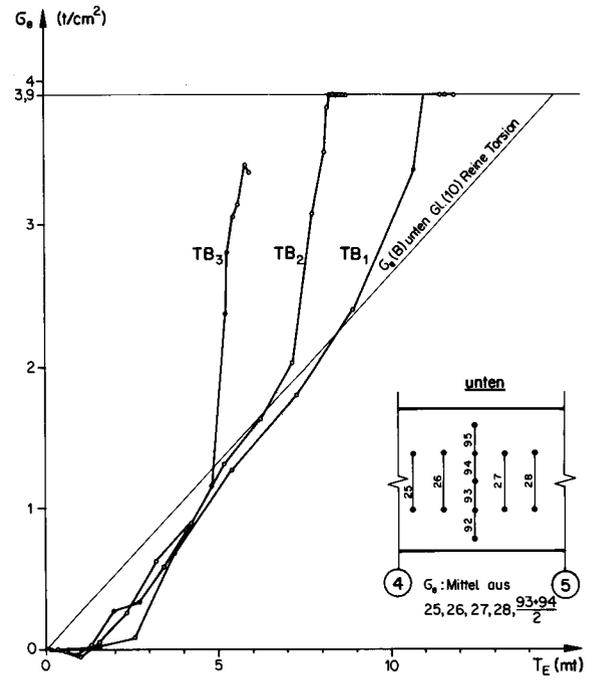


Bild 30(d) : Bügelstressen unten in Fkt. des Torsionsmomentes

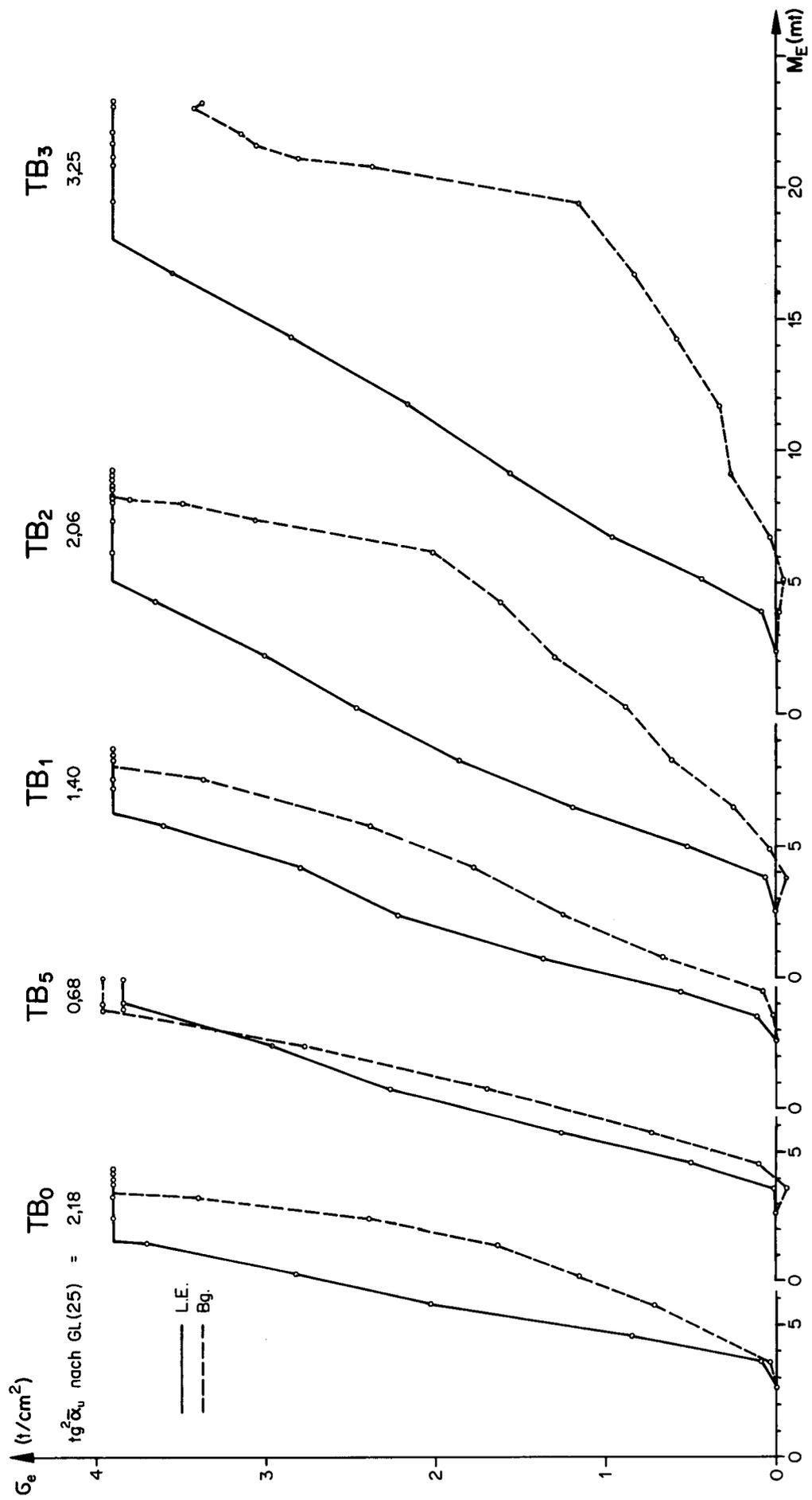


Bild 31: Kräfteumlagerung auf der Unterseite zwischen Längseisen und Bügeln

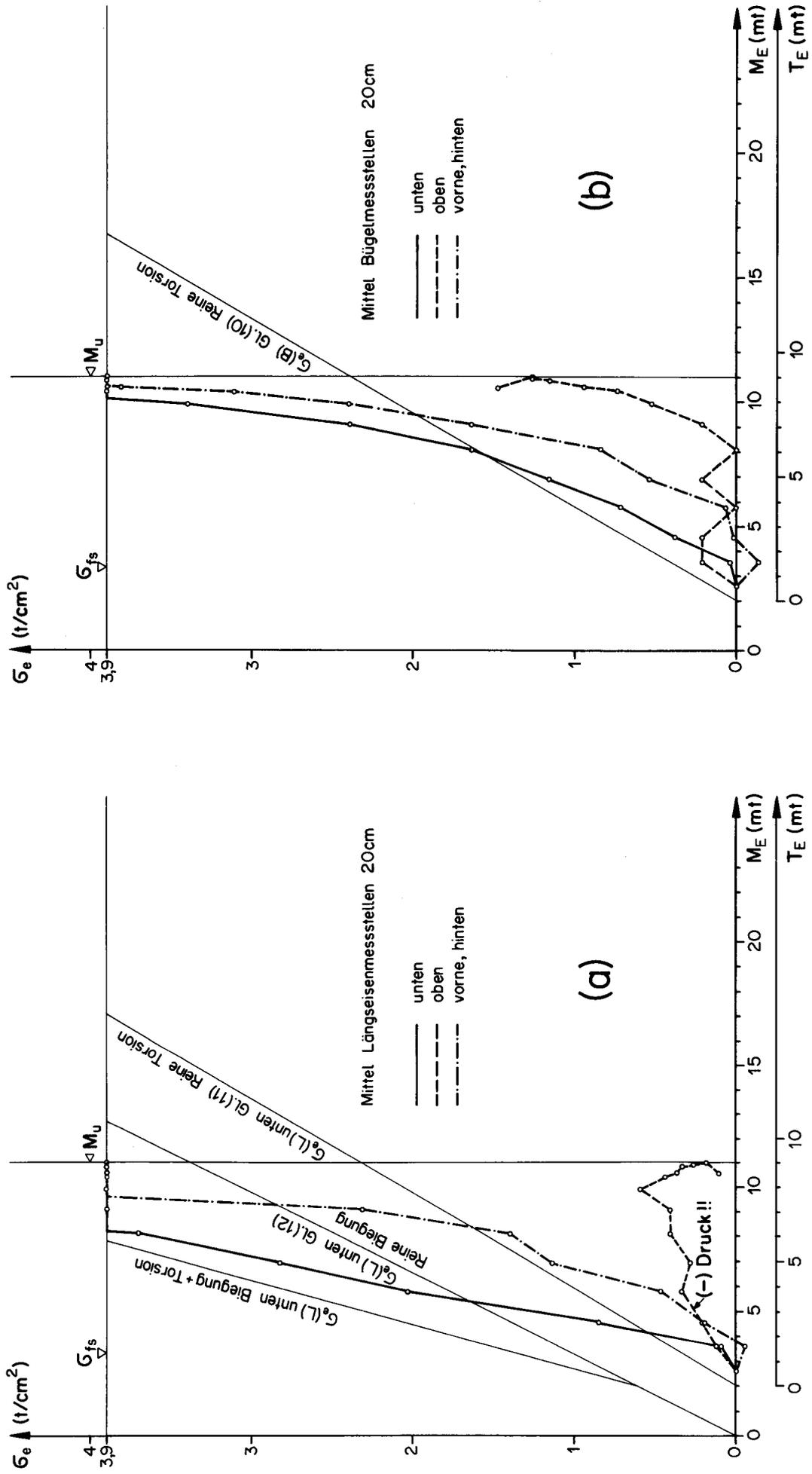


Bild 32 : (a) Längseisen- und (b) Bügelspannungen Balken TB₀ in Funktion des Biege- und Torsionsmomentes

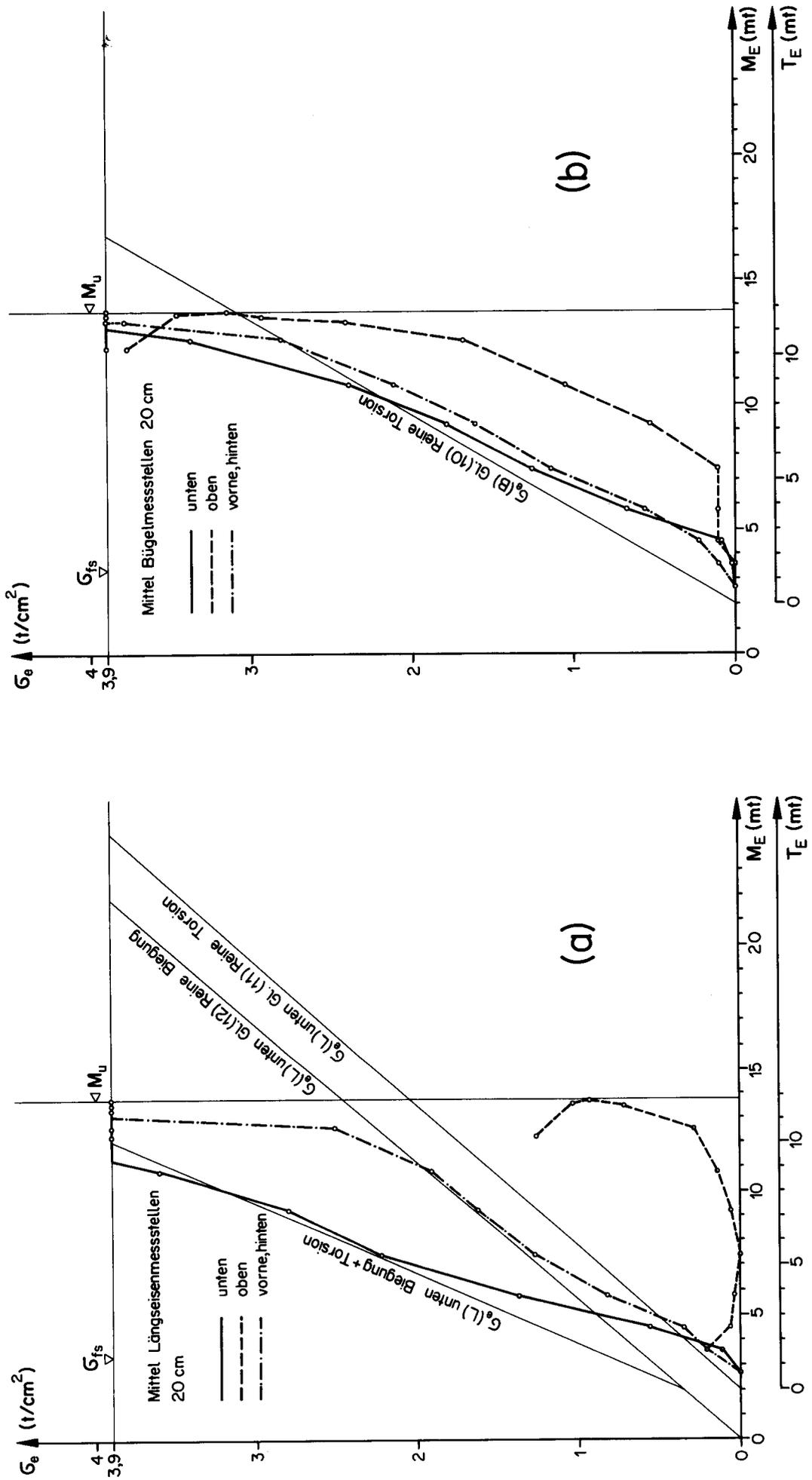


Bild 33 : (a) Längsisen- und (b) Bügelspannungen Balken TB₁ in Funktion des Biege- und Torsionsmomentes

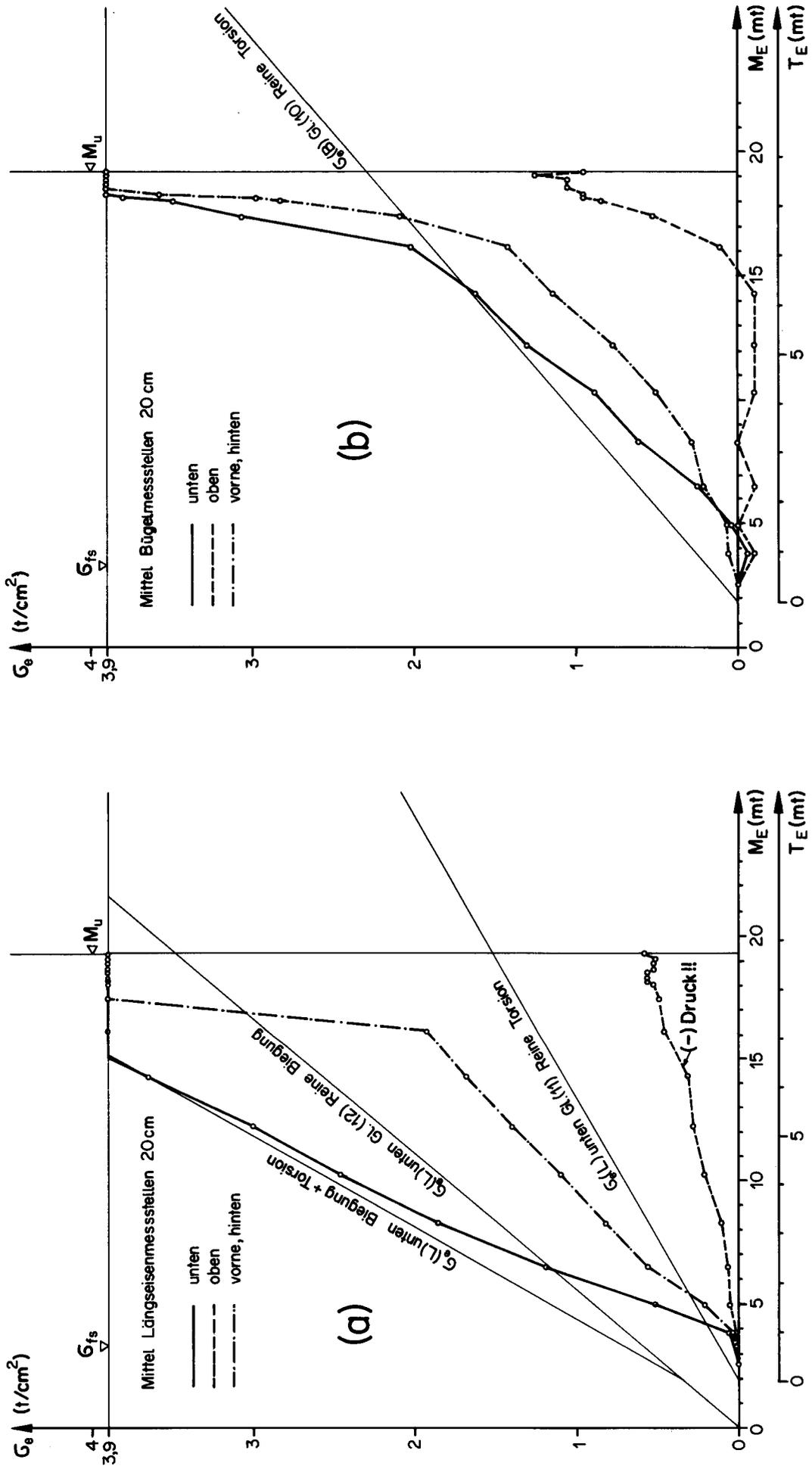


Bild 34: (a) Längseisen- und (b) Bügelspannungen Balken TB₂ in Funktion des Biege- und Torsionsmomentes

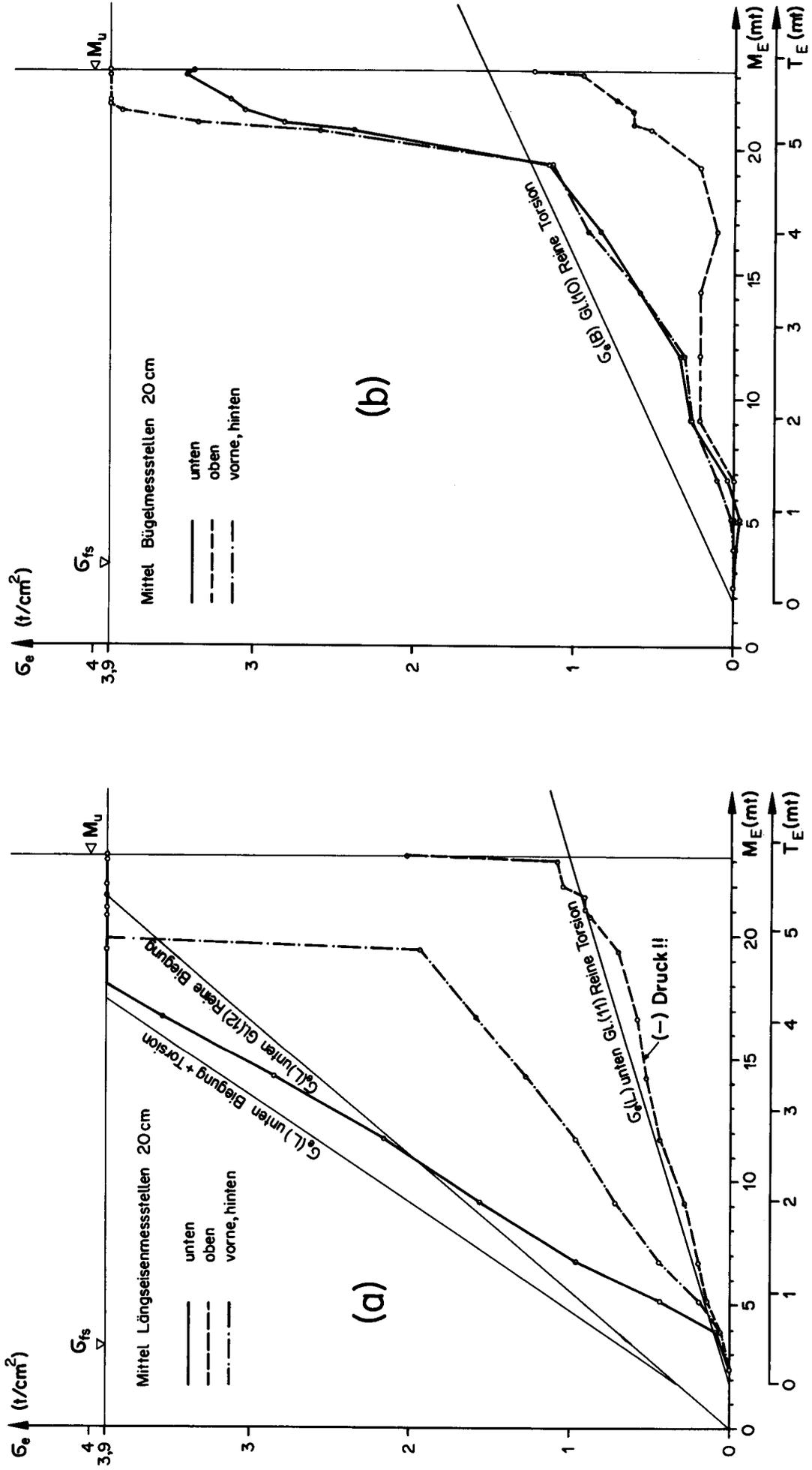


Bild 35 : (a) Längseisen- und (b) Bügelspannungen Balken TB₃ in Funktion des Biege- und Torsionsmomentes

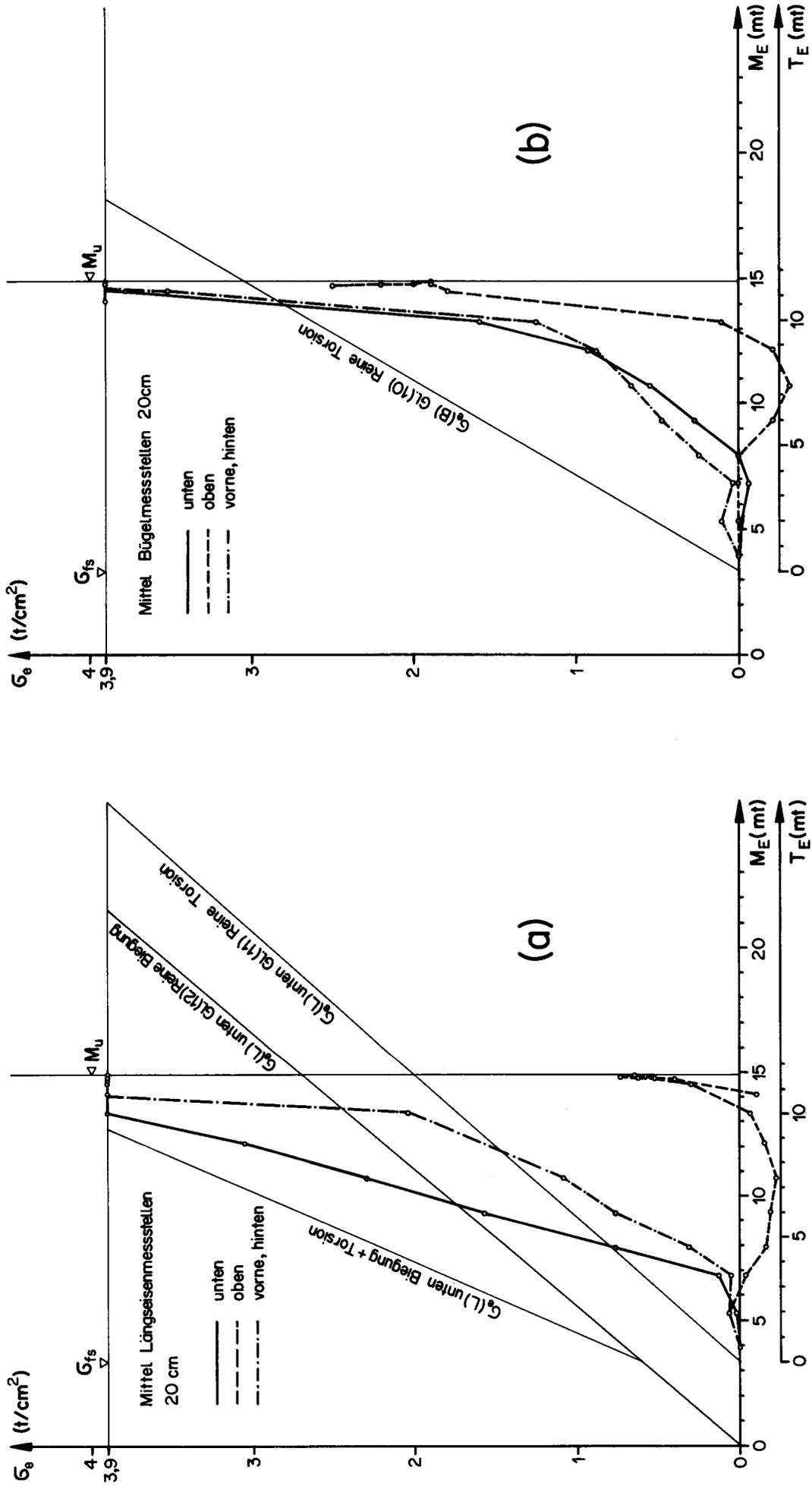


Bild 36 : (a) Längsisen- und (b) Bügelspannungen Balken TB₄ in Funktion des Biege- und Torsionsmomentes

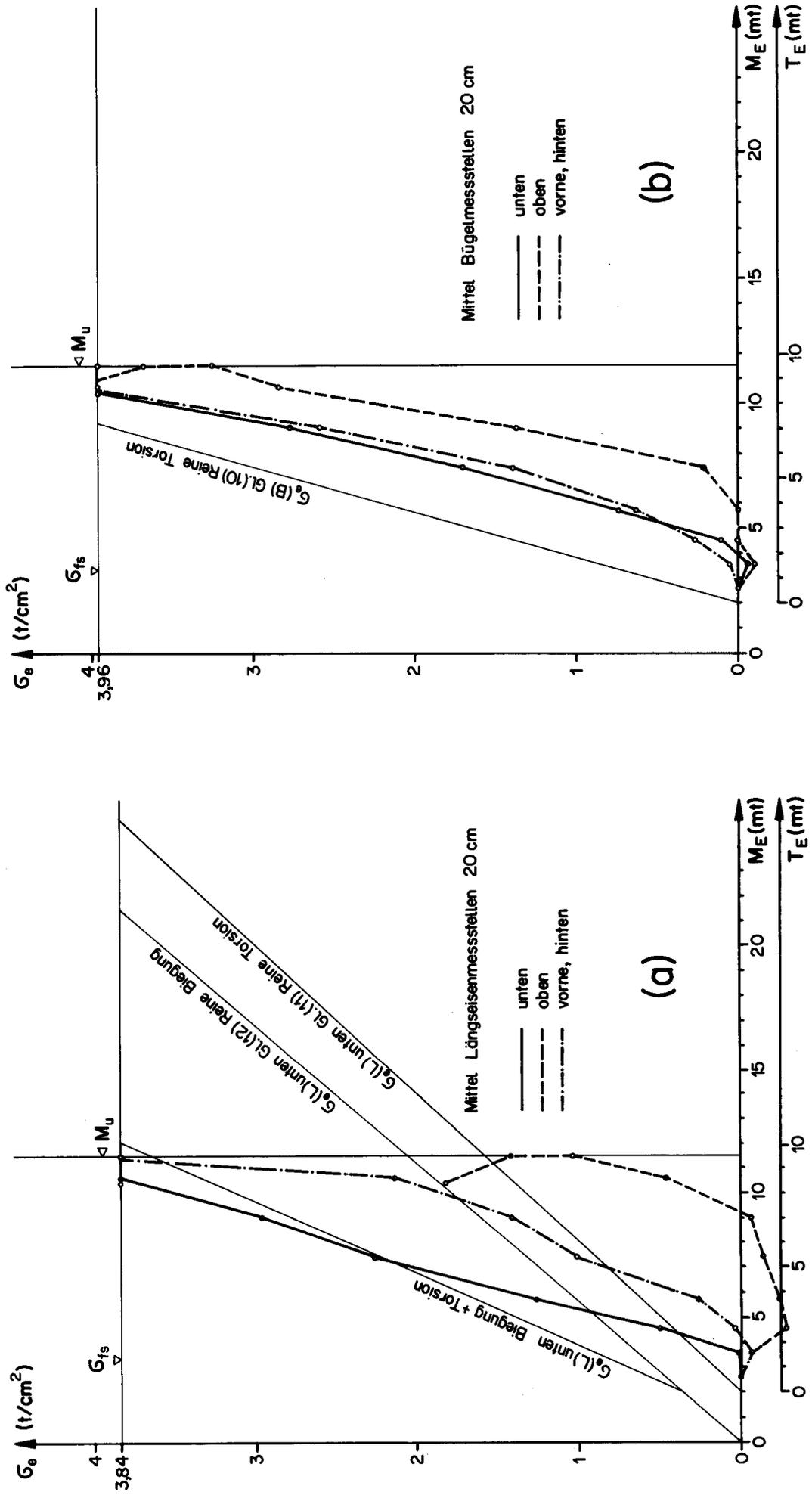


Bild 37 : (a) Längseisen- und (b) Bügelspannungen Balken TB₅ in Funktion des Biege- und Torsionsmomentes

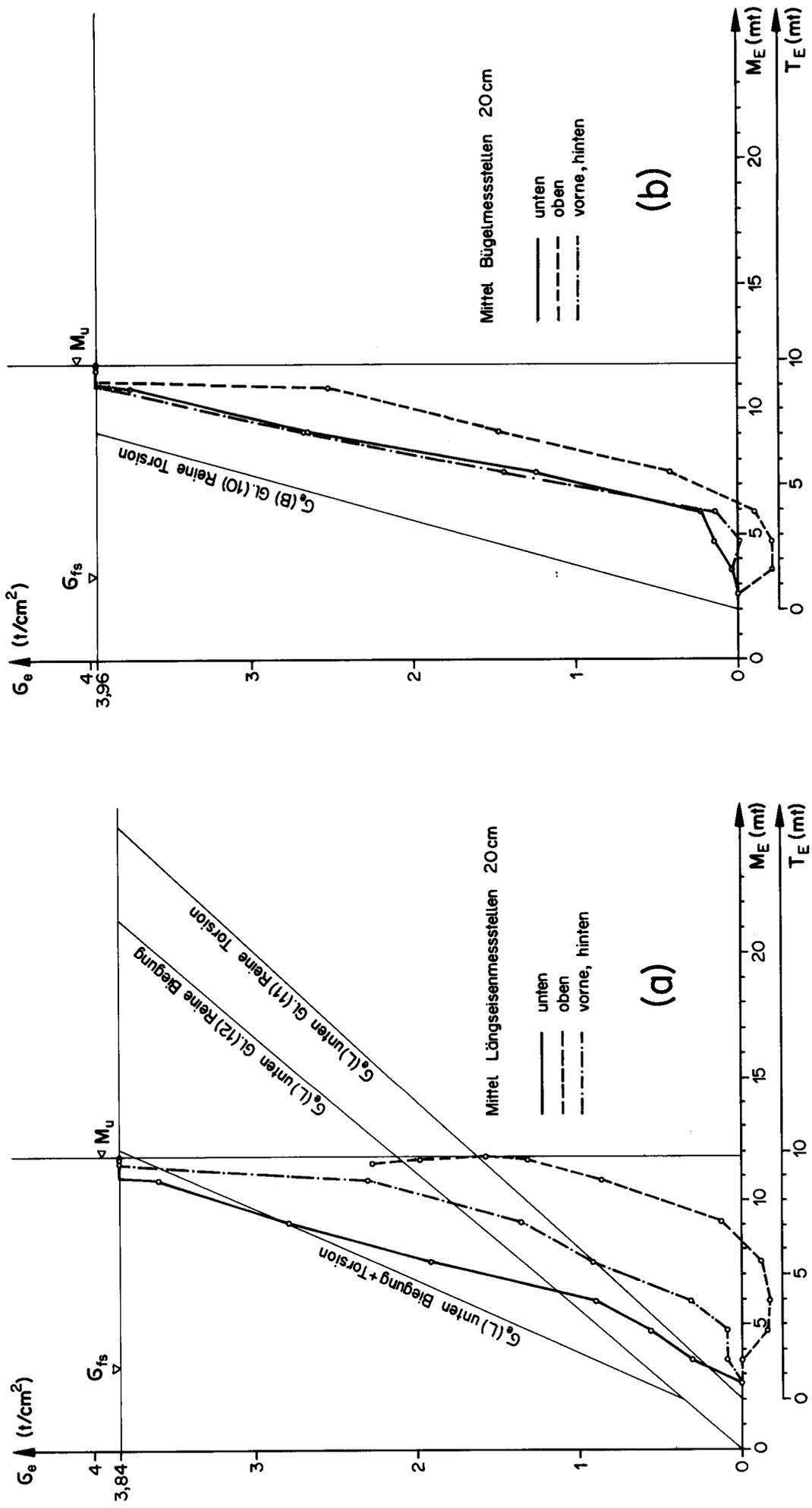


Bild 38 : (a) Längseisen- und (b) Bügelspannungen Balken TB₆ in Funktion des Biege- und Torsionsmomentes

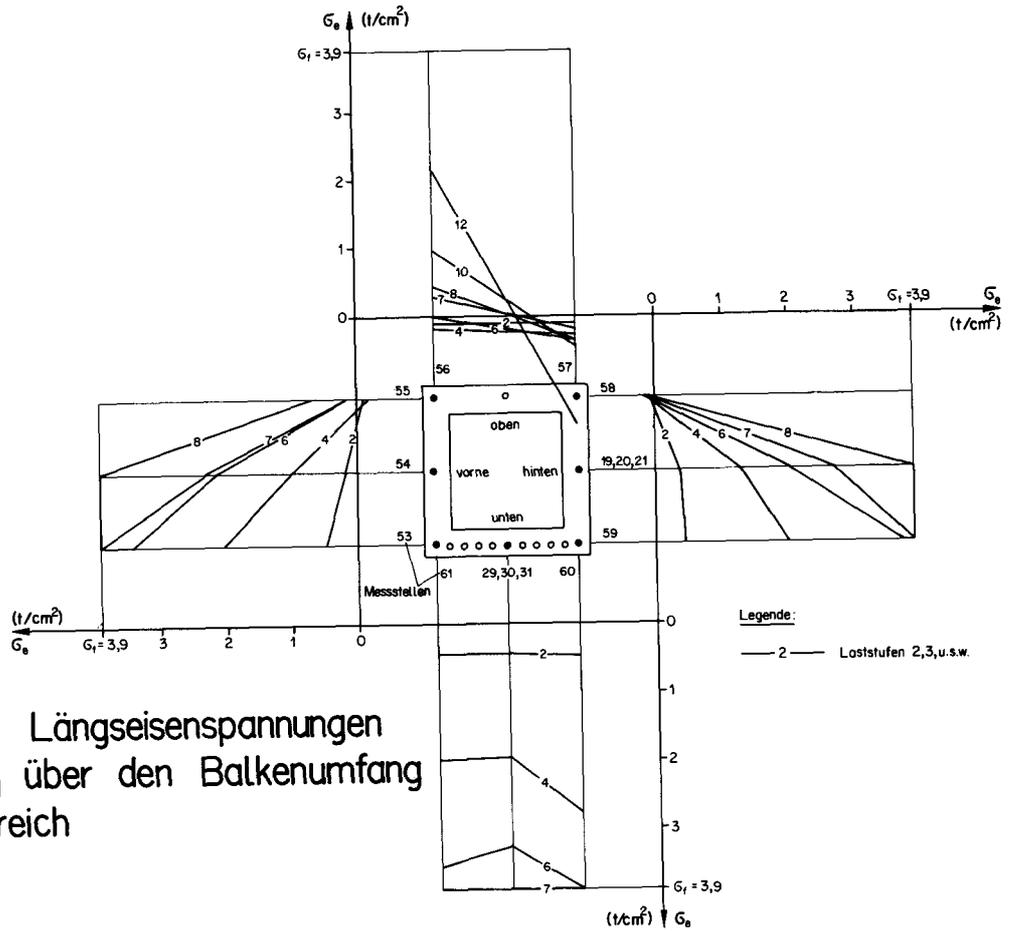


Bild 39(a): Längseisenstressungen
Balken TB_1 über den Balkenumfang
im Messbereich

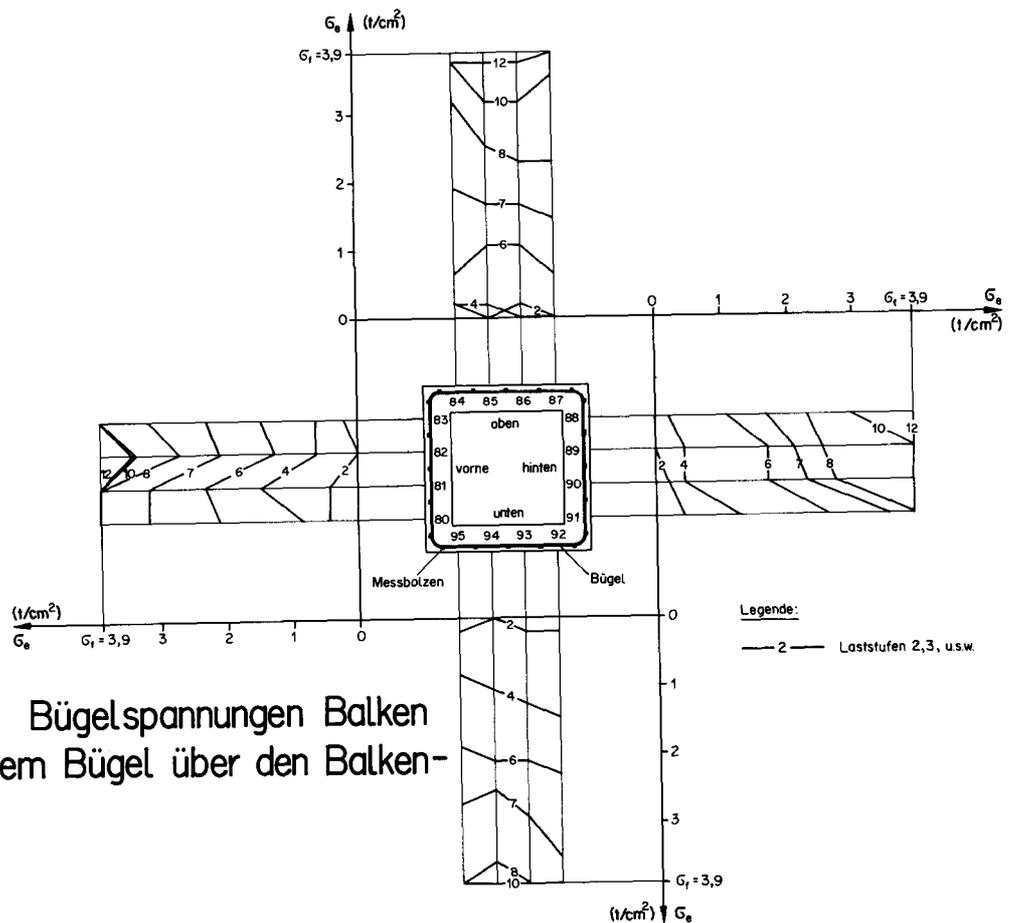


Bild 39(b): Bügelstressungen Balken
 TB_1 an einem Bügel über den Balken-
umfang

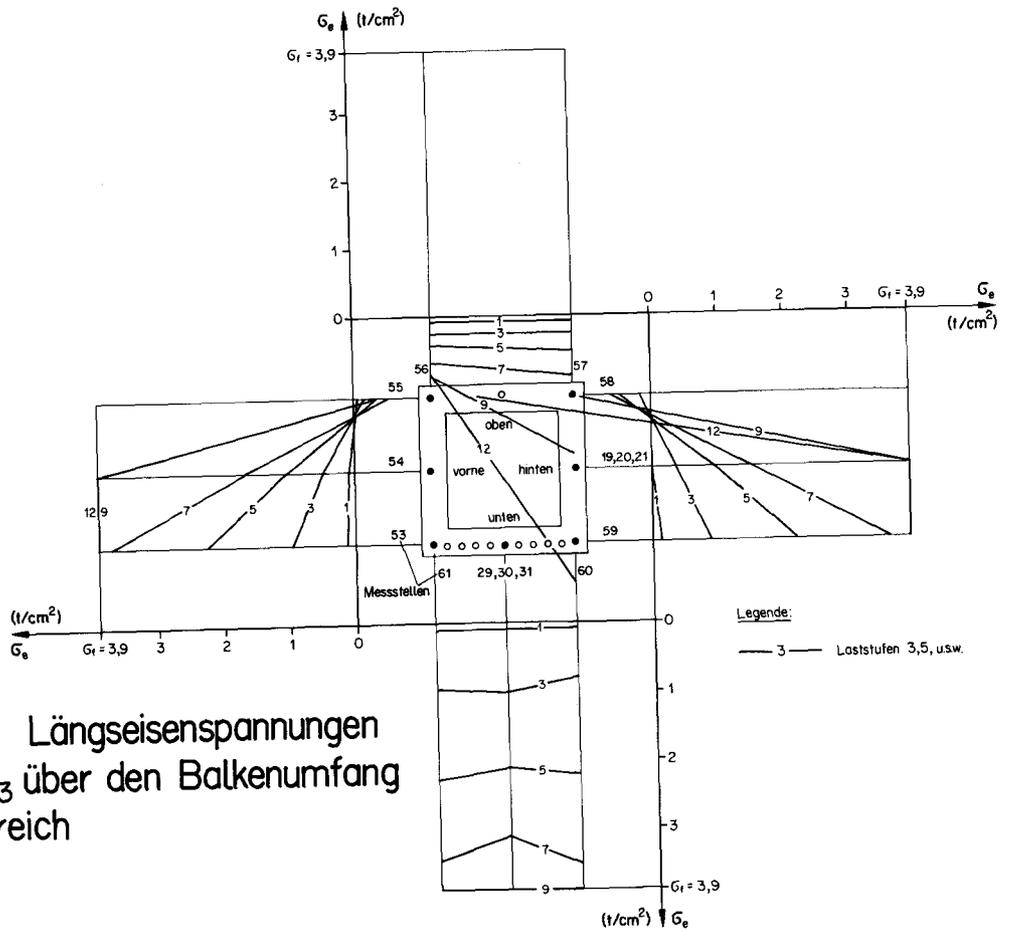


Bild 40(a): Längseisenstressungen Balken TB₃ über den Balkenumfang im Messbereich

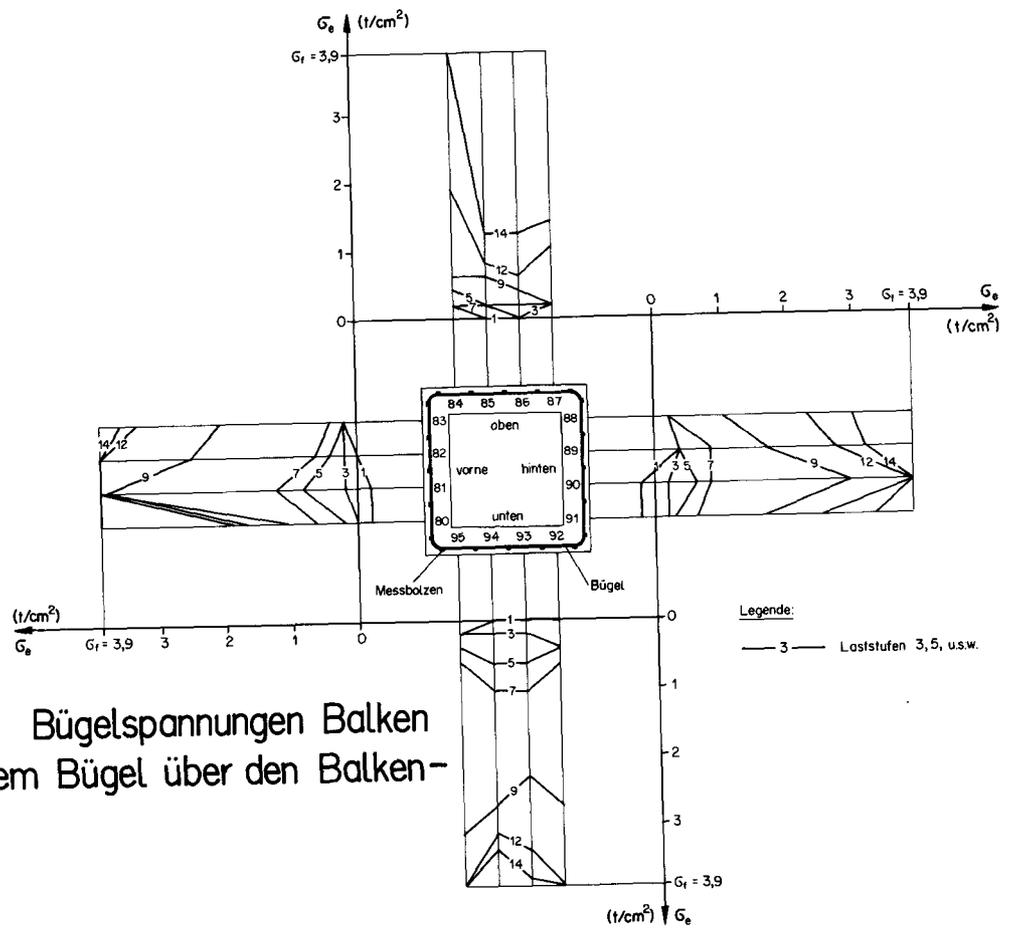


Bild 40(b): Bügelstressungen Balken TB₃ an einem Bügel über den Balkenumfang

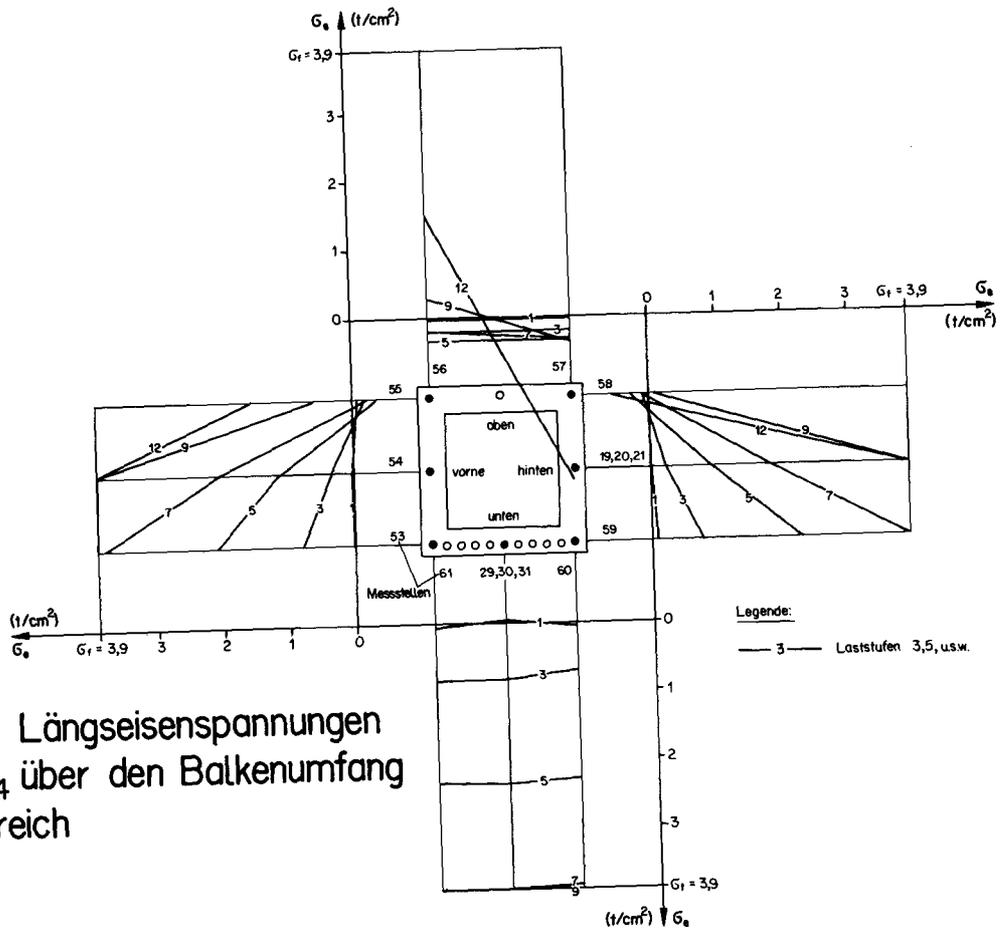


Bild 41(a): Längseisenspannungen Balken TB₄ über den Balkenumfang im Messbereich

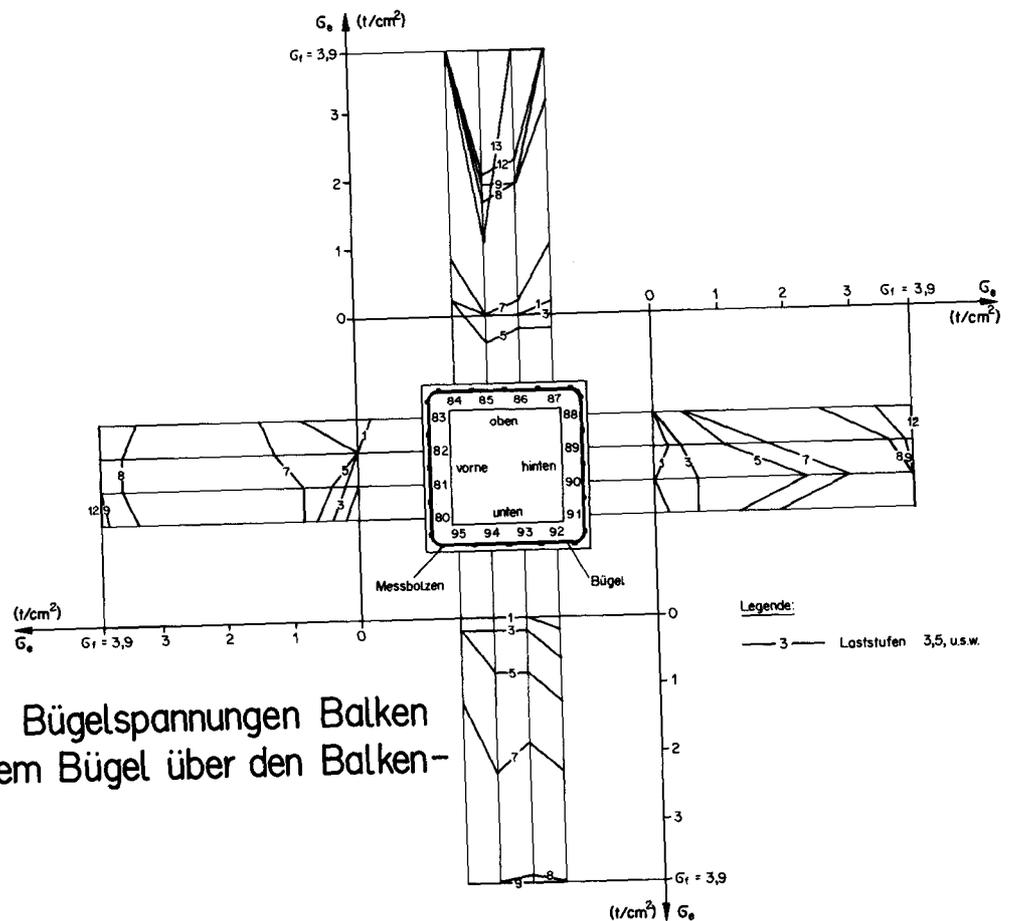


Bild 41(b): BÜGELSPANNUNGEN Balken TB₄ an einem BÜGEL über den Balkenumfang

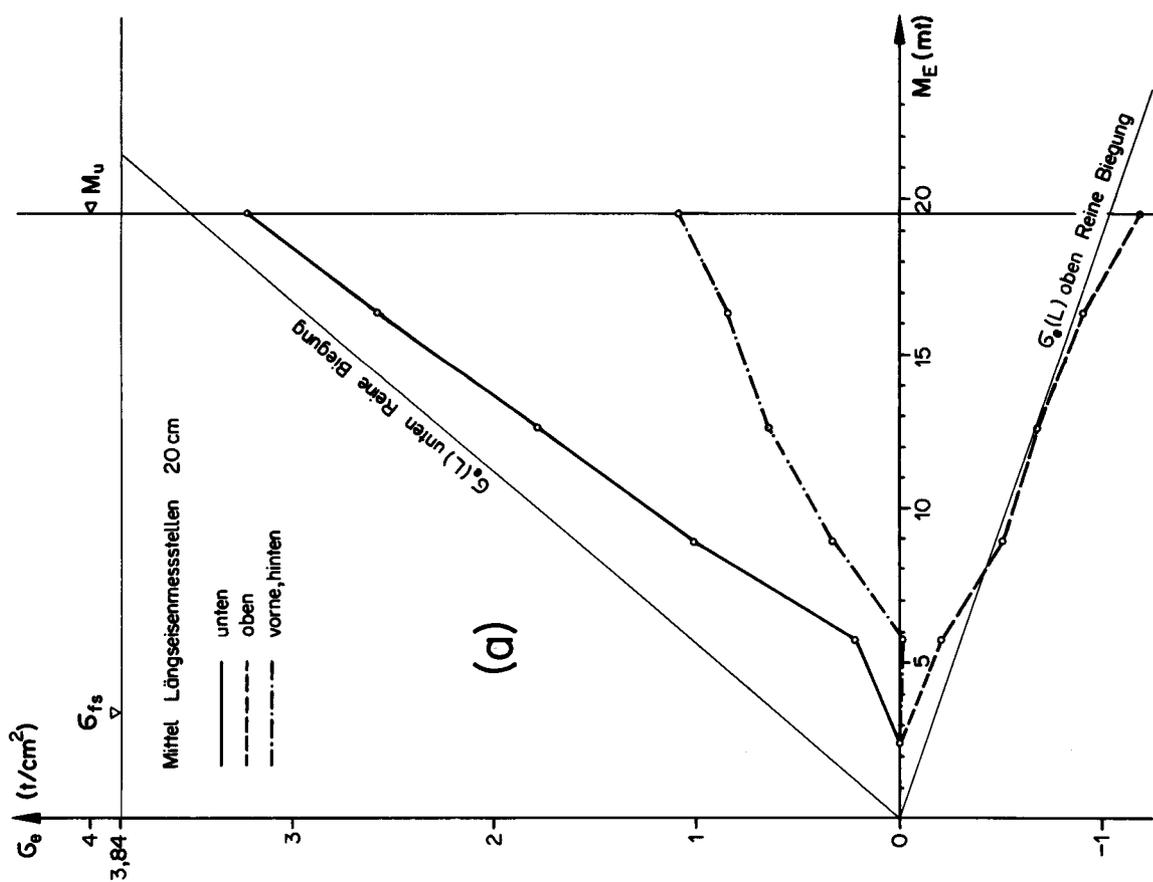
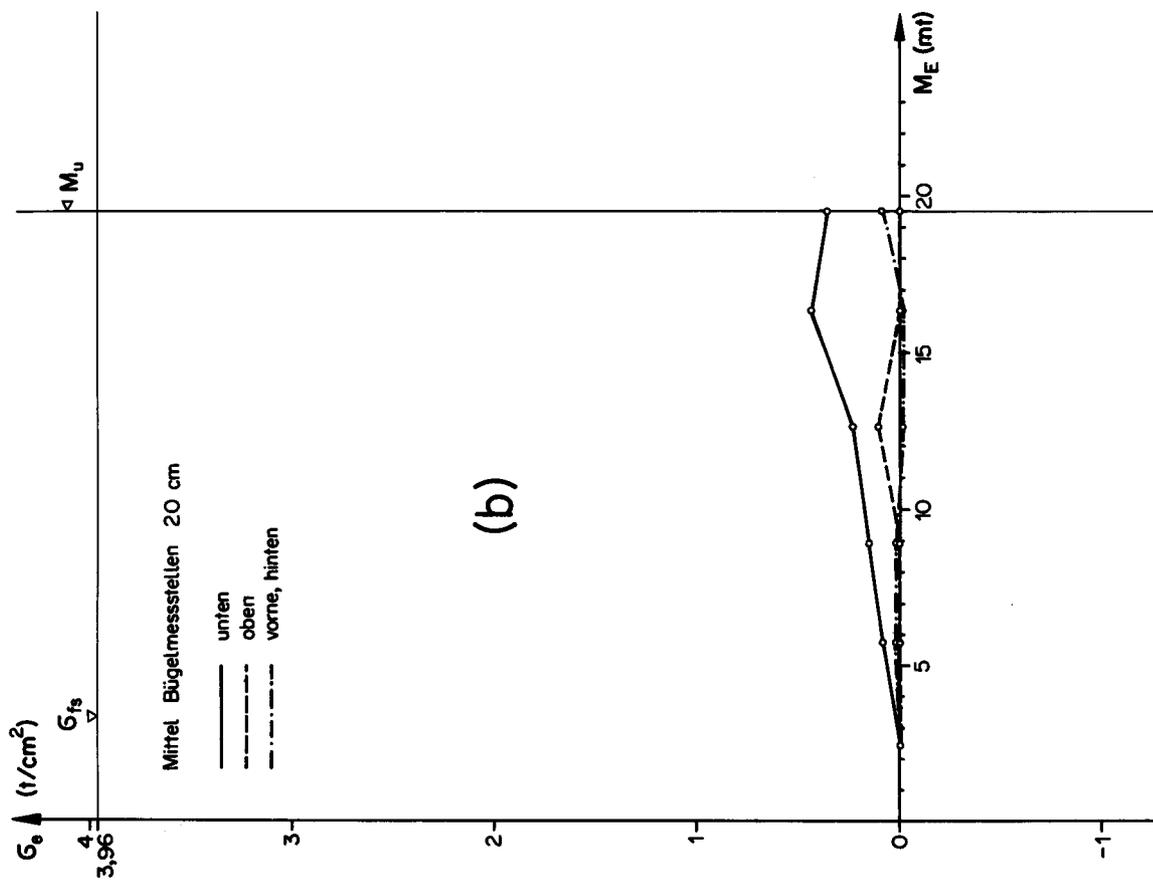


Bild 42: (a) Längseisen- und (b) Bügelspannungen Balken TB₆₈ in Funktion des Biegemomentes

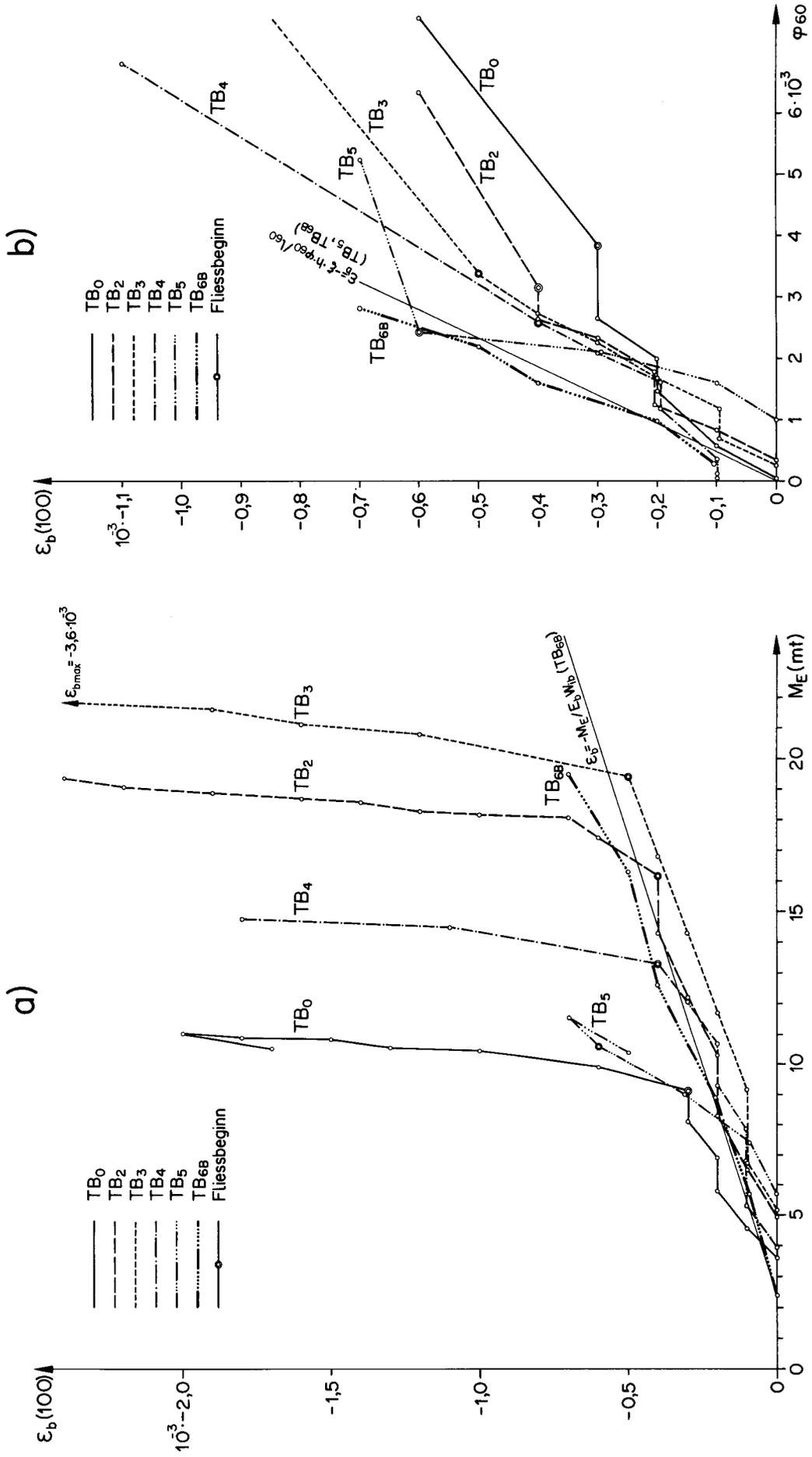


Bild 43: Betonstauchungen oben (Messstelle 100) in Fkt. des Biegemomentes (a) und der Krümmung (b)

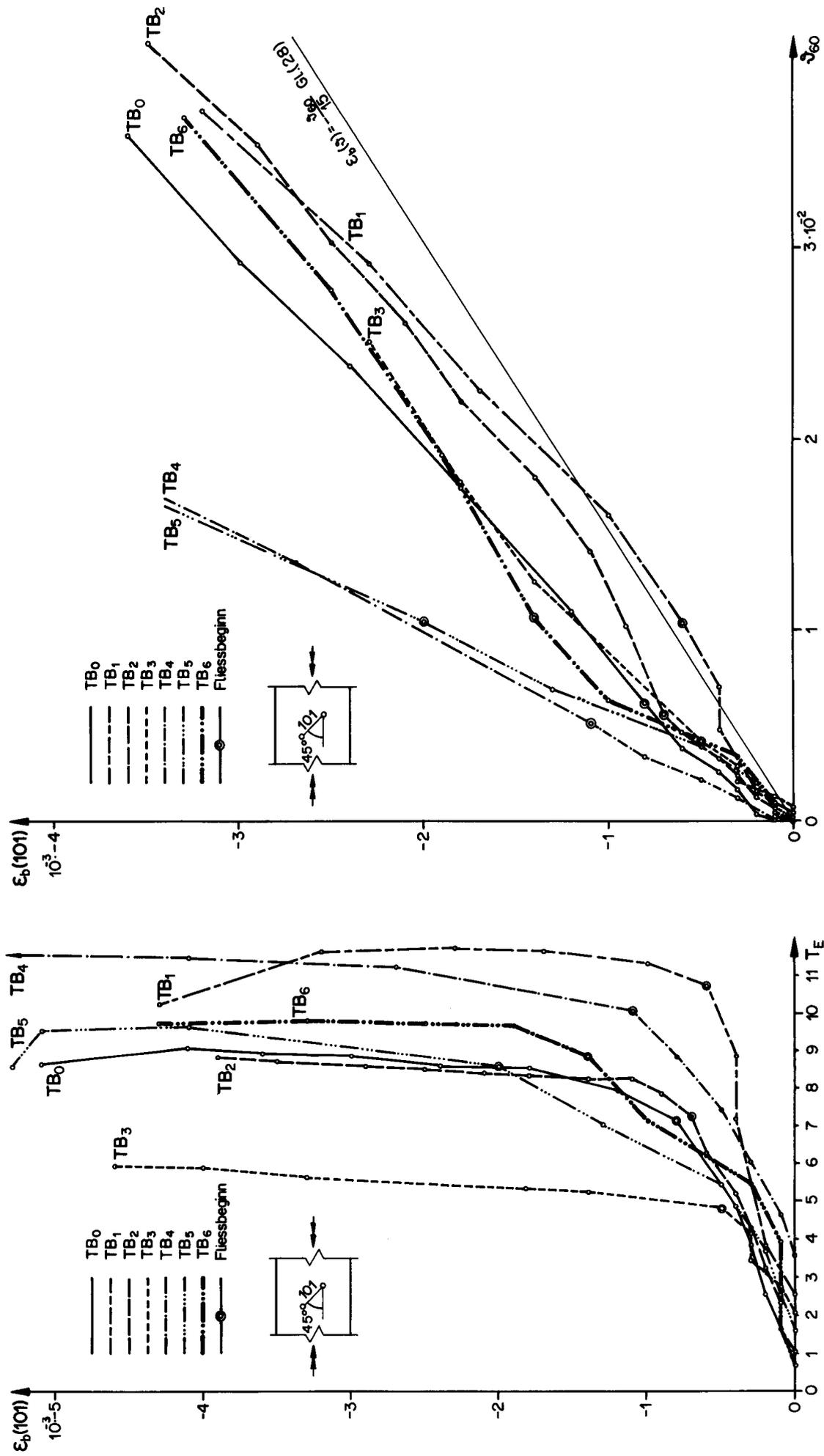
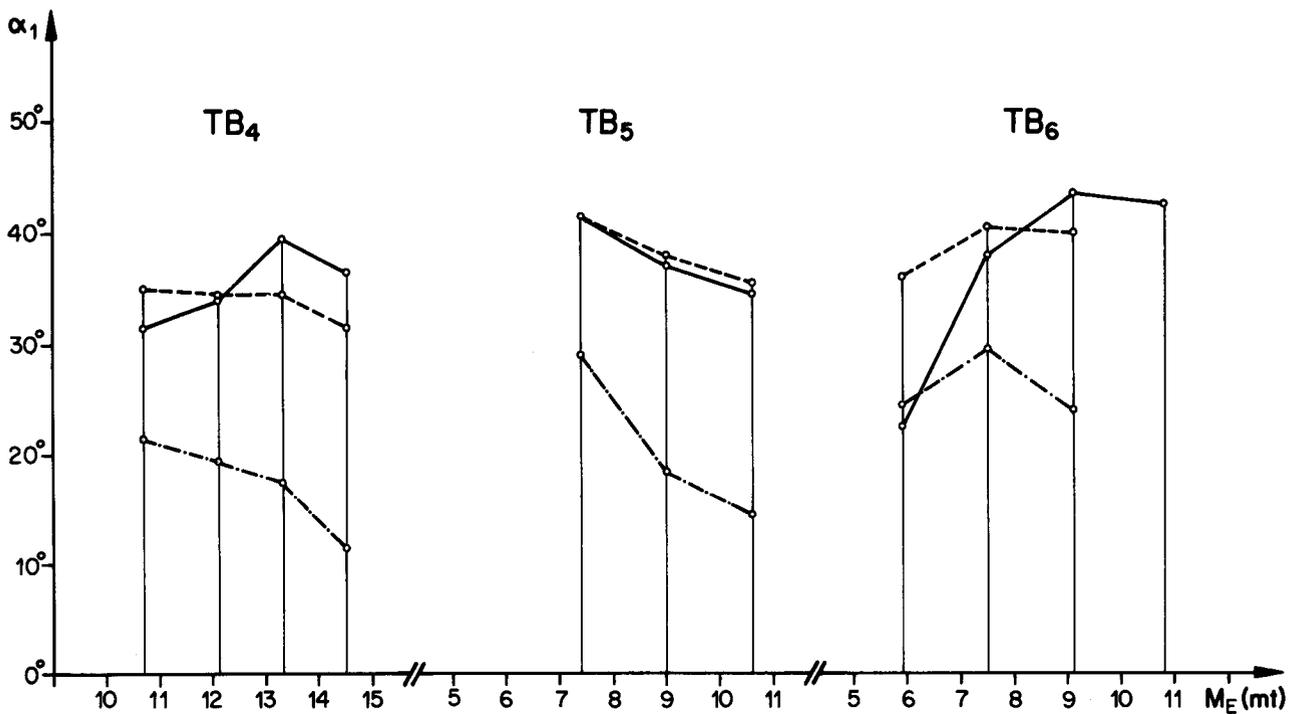
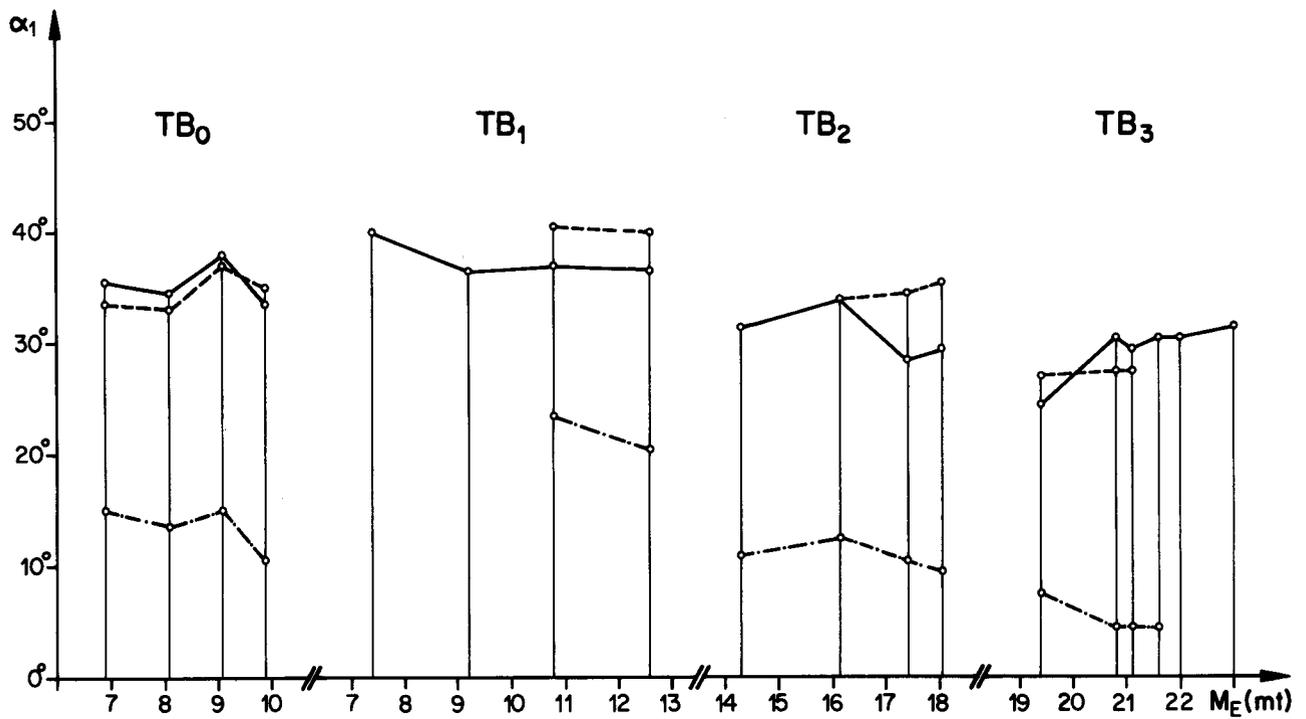


Bild 44: Betonstauchungen oben (Messstelle 101) in Fkt. des Torsionsmomentes (a) und der Verdrehung (b)



- aus gemessenen Stauchungen berechnet (Rosette)
- - - ohne Verwindungseffekt berechnet (Gl. 26)
- - - mit Verwindungseffekt berechnet (Gl. 26,30)

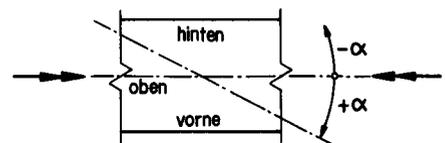


Bild 45: Hauptdruckspannungsrichtungen auf der Aussenseite der oberen Kastenwand für die Balken $TB_0 + TB_6$

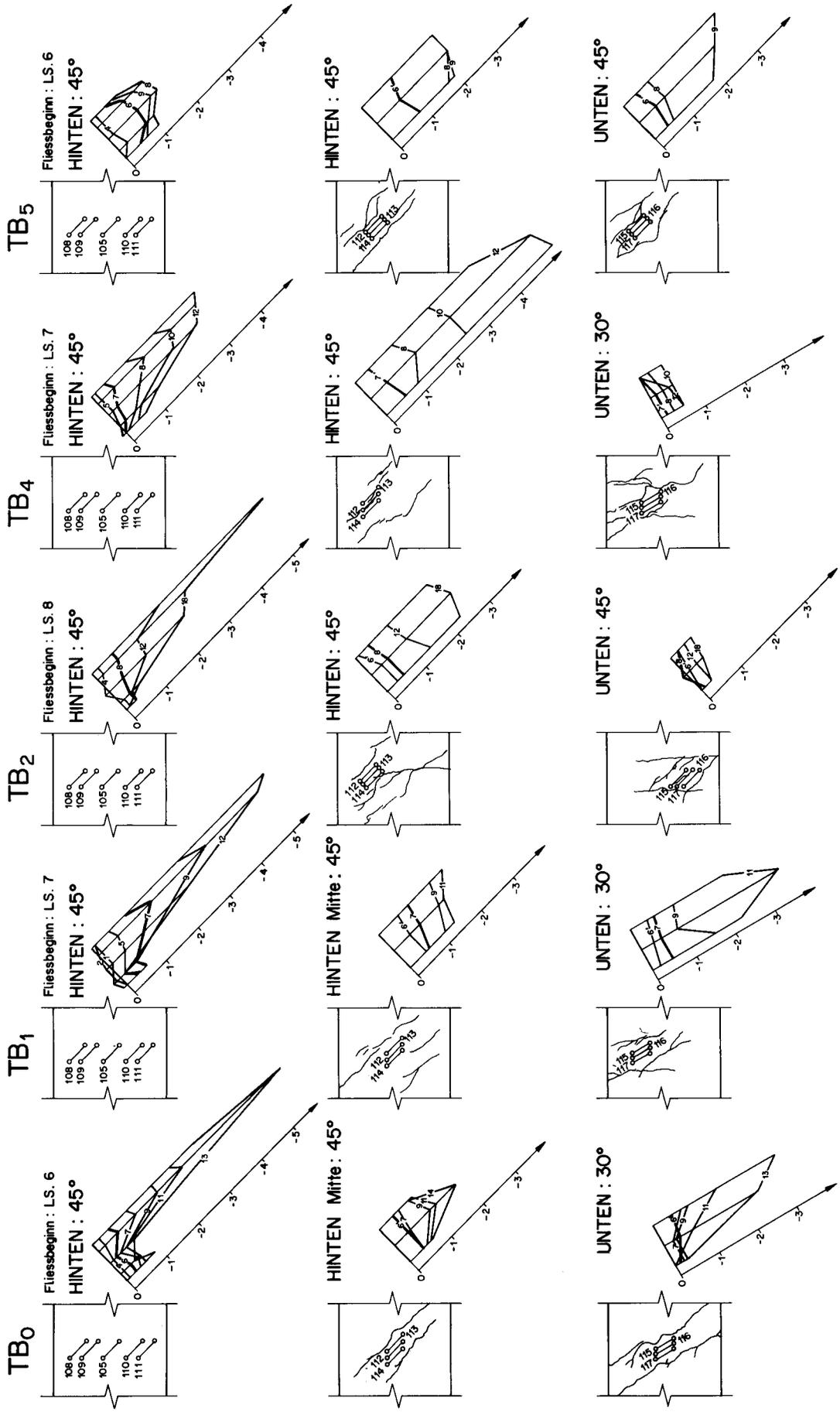


Bild 46: Betonstachungen auf der Hinter- und Unterseite

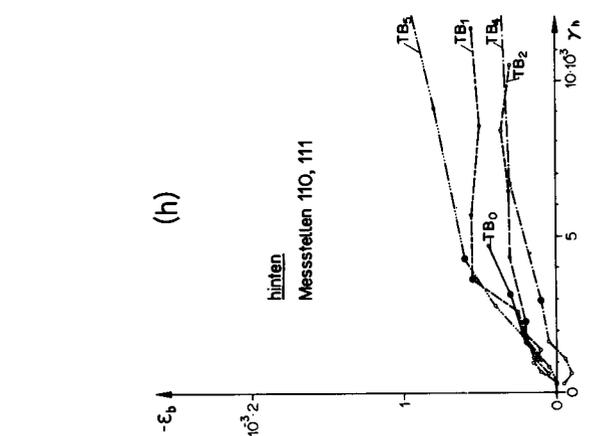
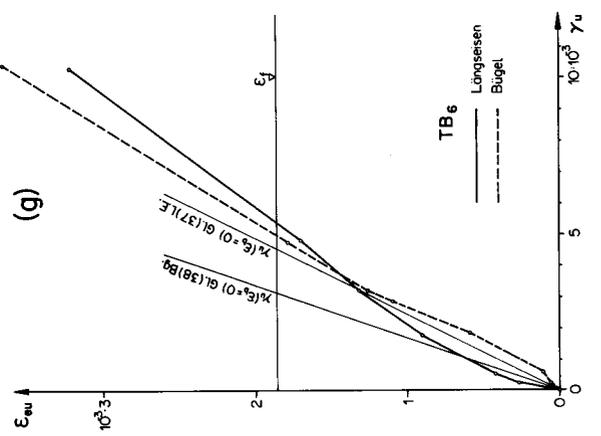
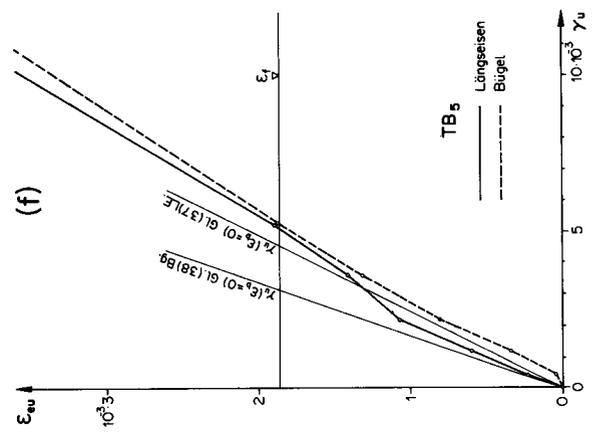
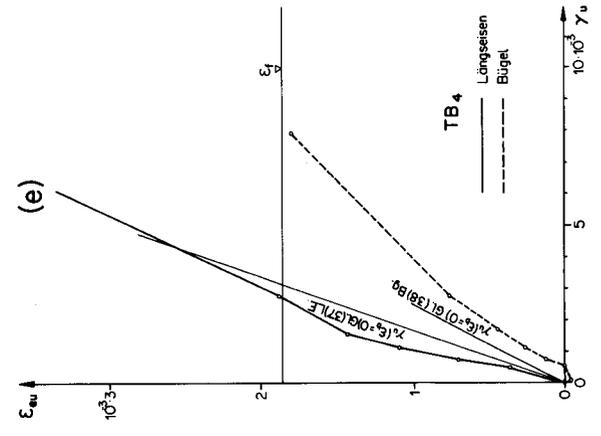
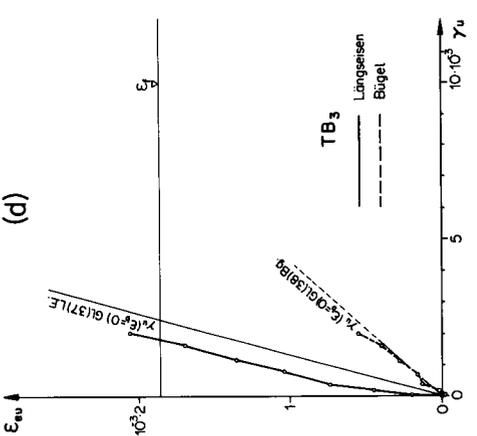
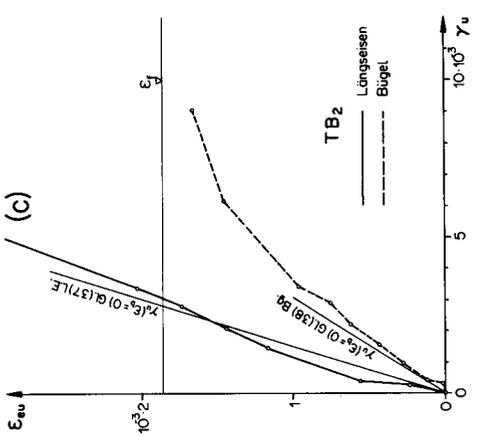
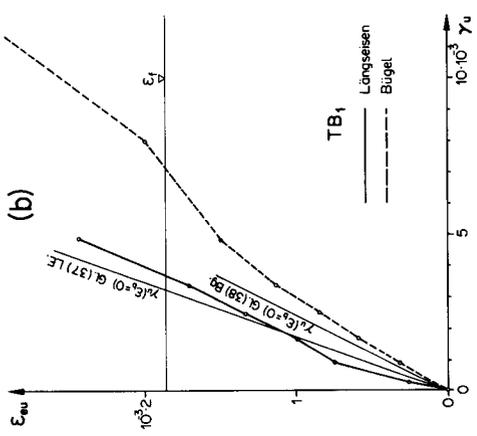
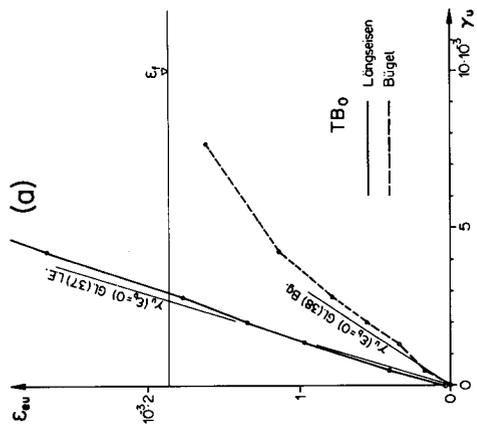


Bild 47: Gemessene Schiebungen in Fkt. der Längsreifen-, Bügel- und Betondehnungen

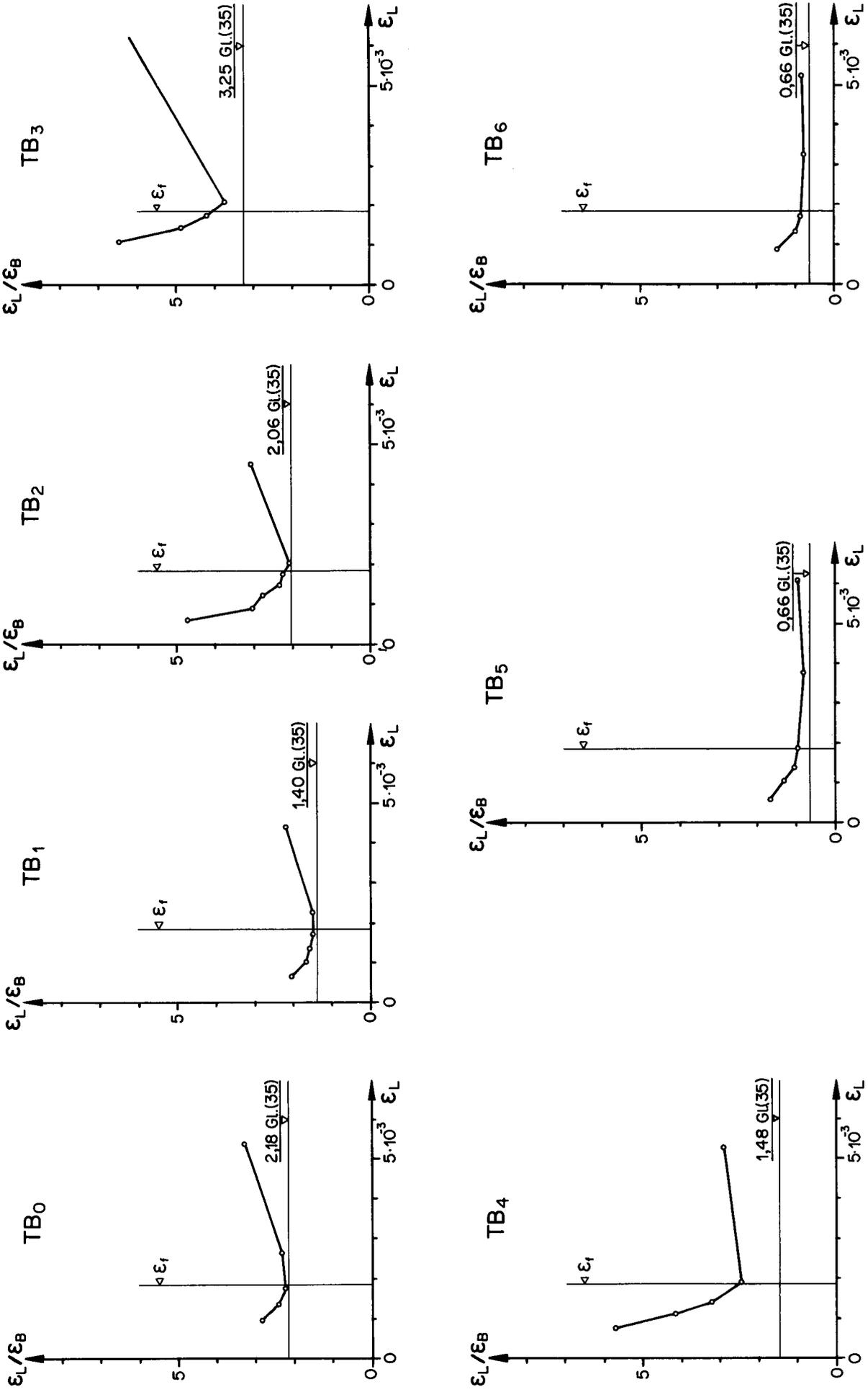


Bild 48: Verhältnis der Längs- zu Biegeldehnung auf der Unterseite

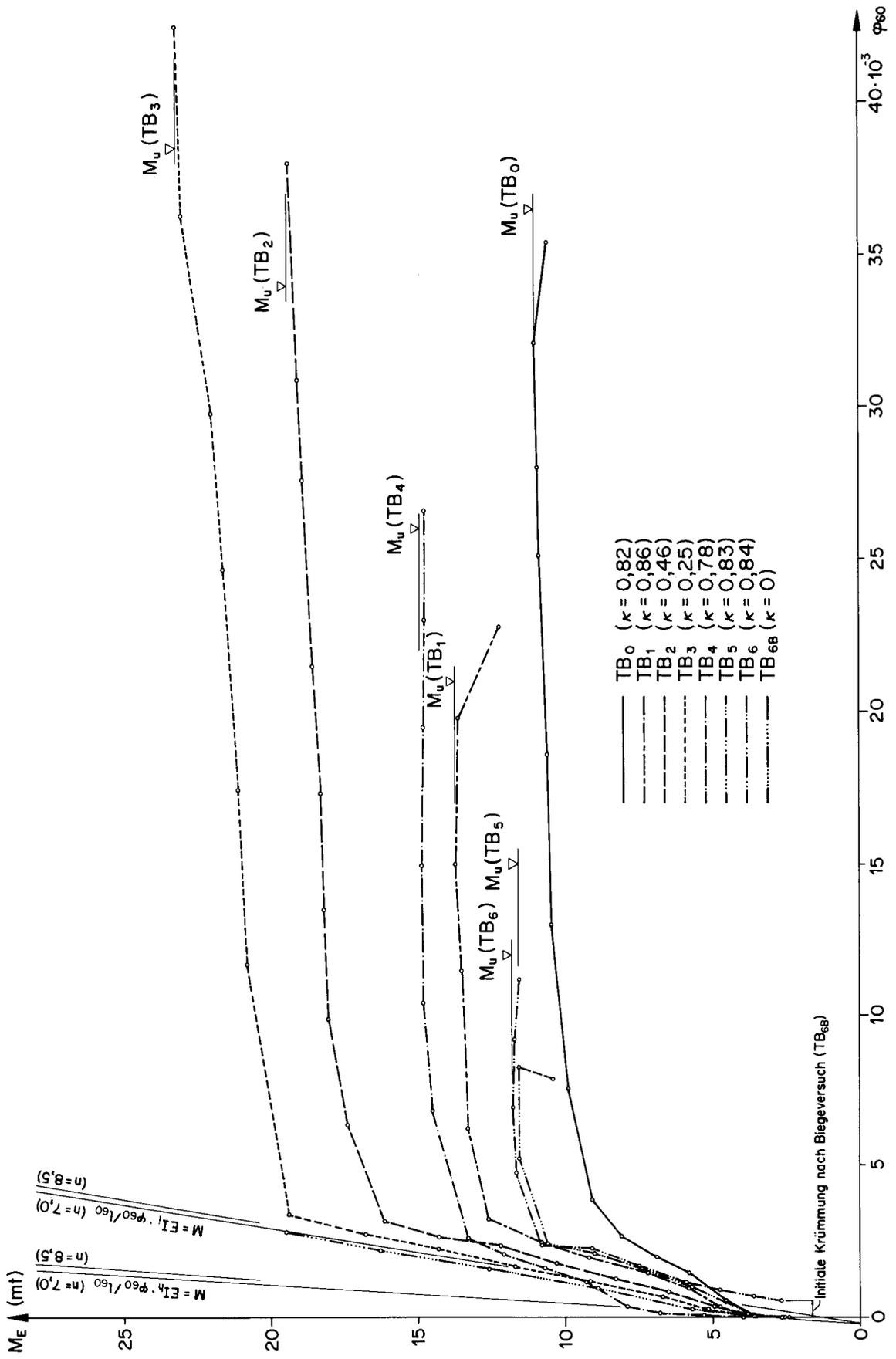


Bild 49: Krümmungen in Funktion des Biegemomentes

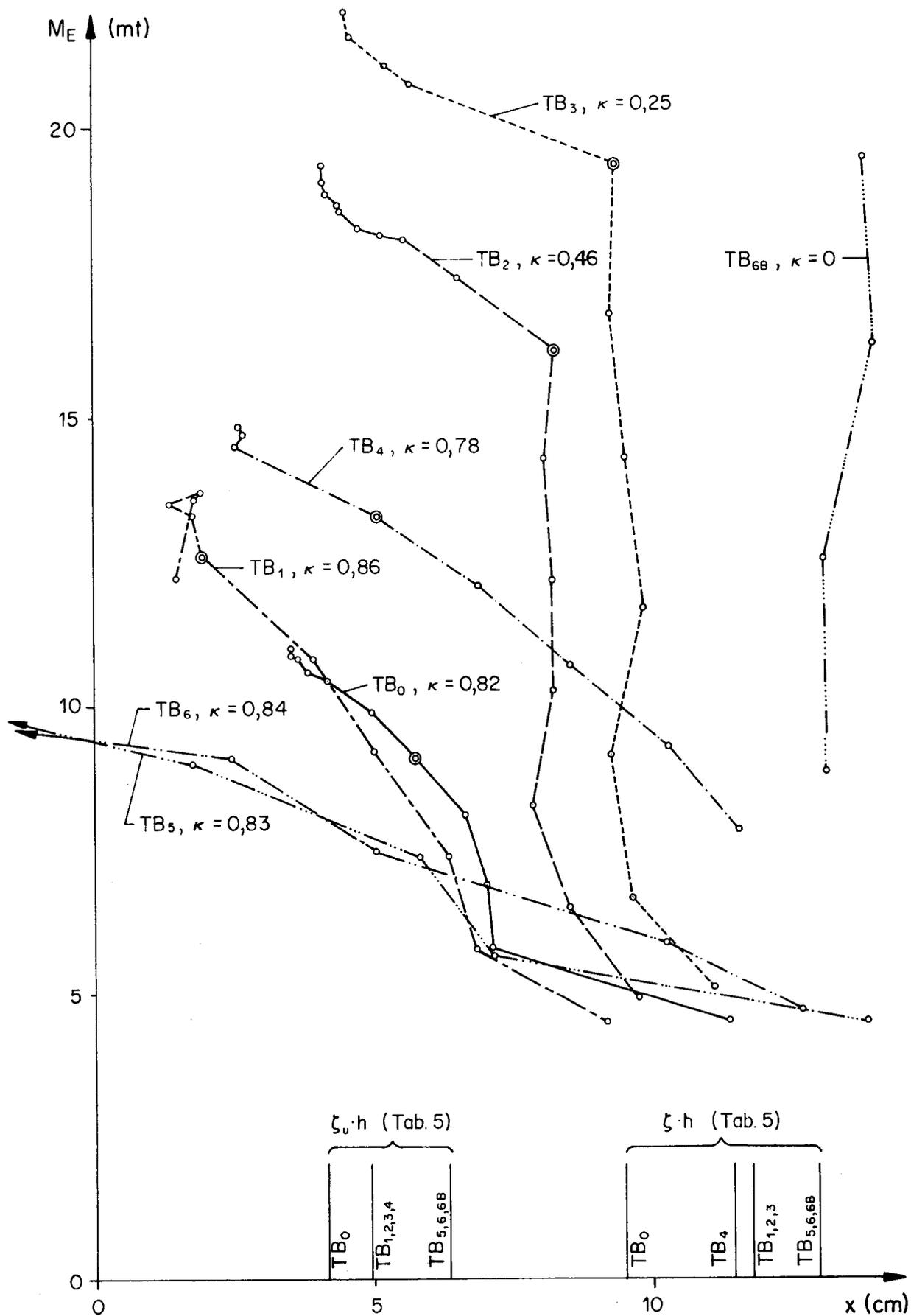


Bild 50: Lage der Neutralaxe in Funktion von M_E

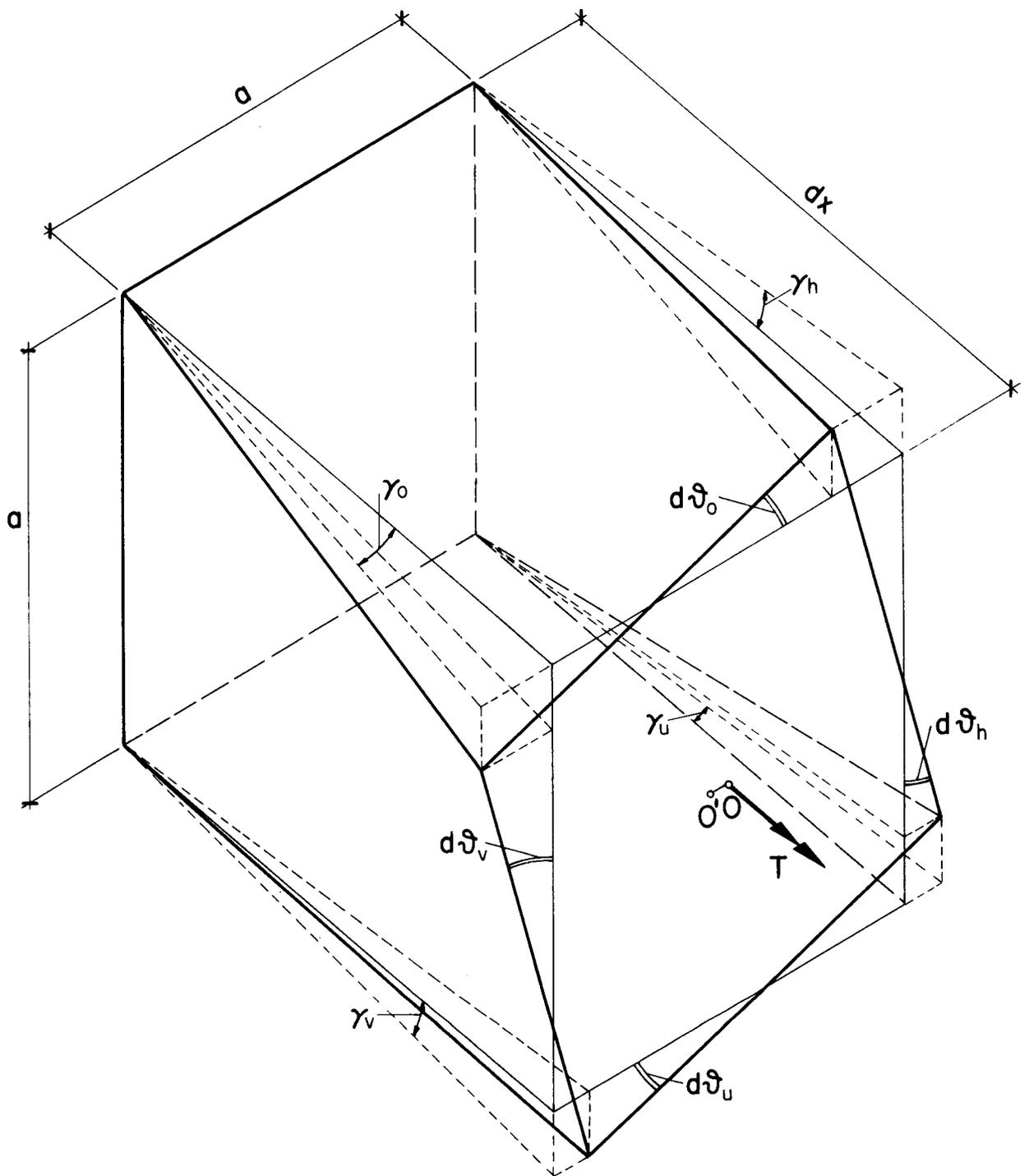


Bild 51: Bestimmung des Verdrehungswinkels aus den Schiebungen

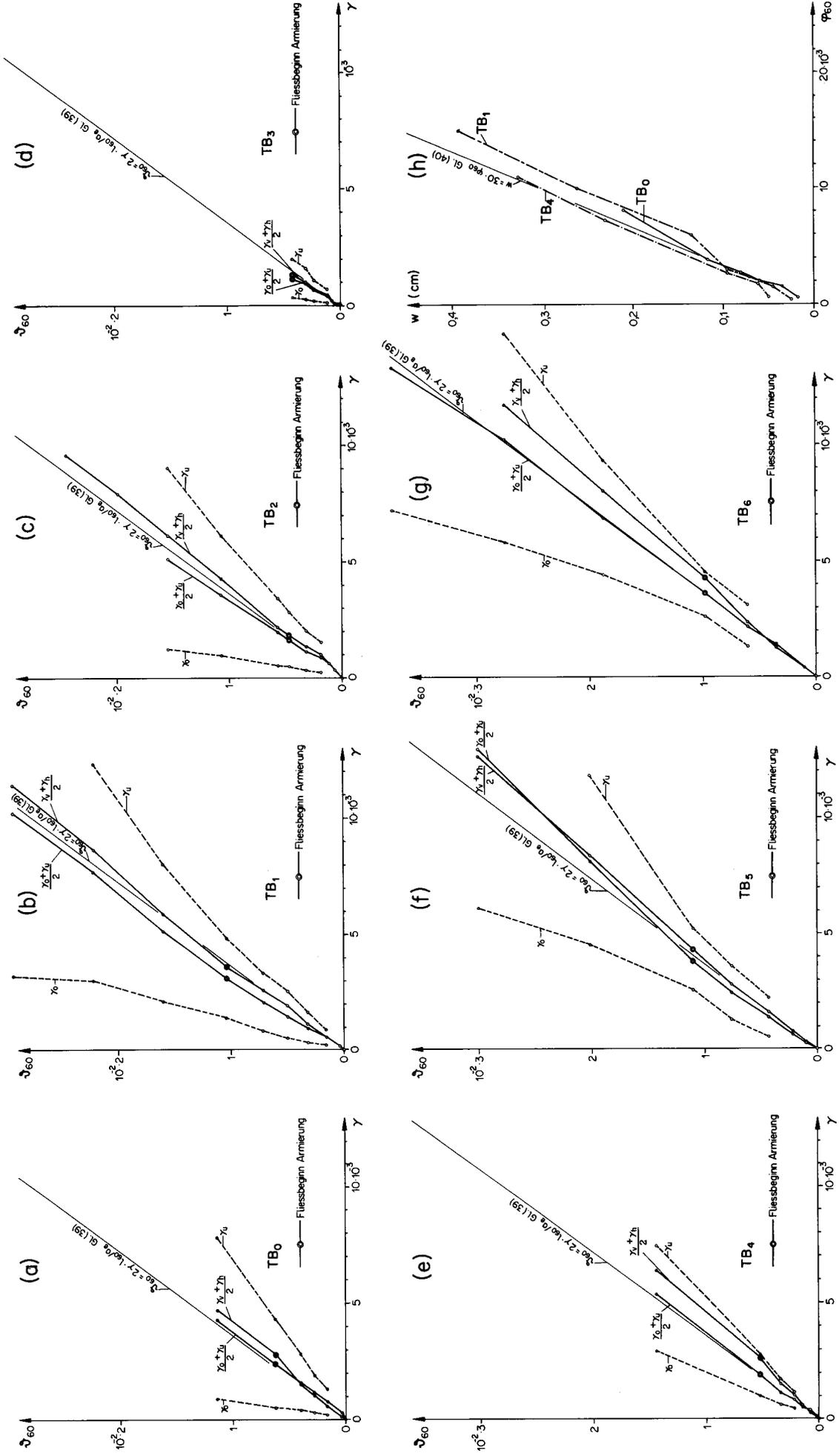


Bild 52: Verdrehungs - Schiebungs - Diagramme und Durchbiegungs - Krümmungs - Diagramm

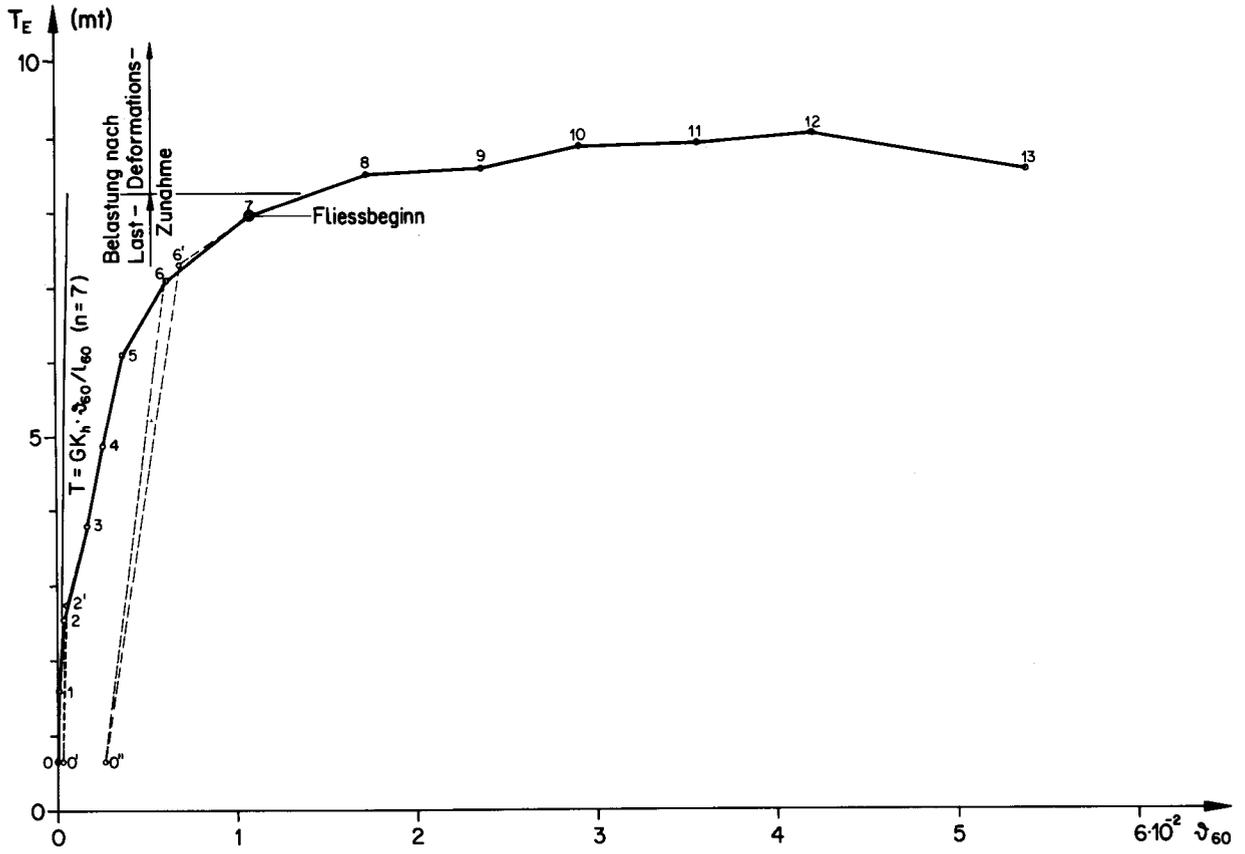


Bild 53 : Verdrehungen Balken TB_0

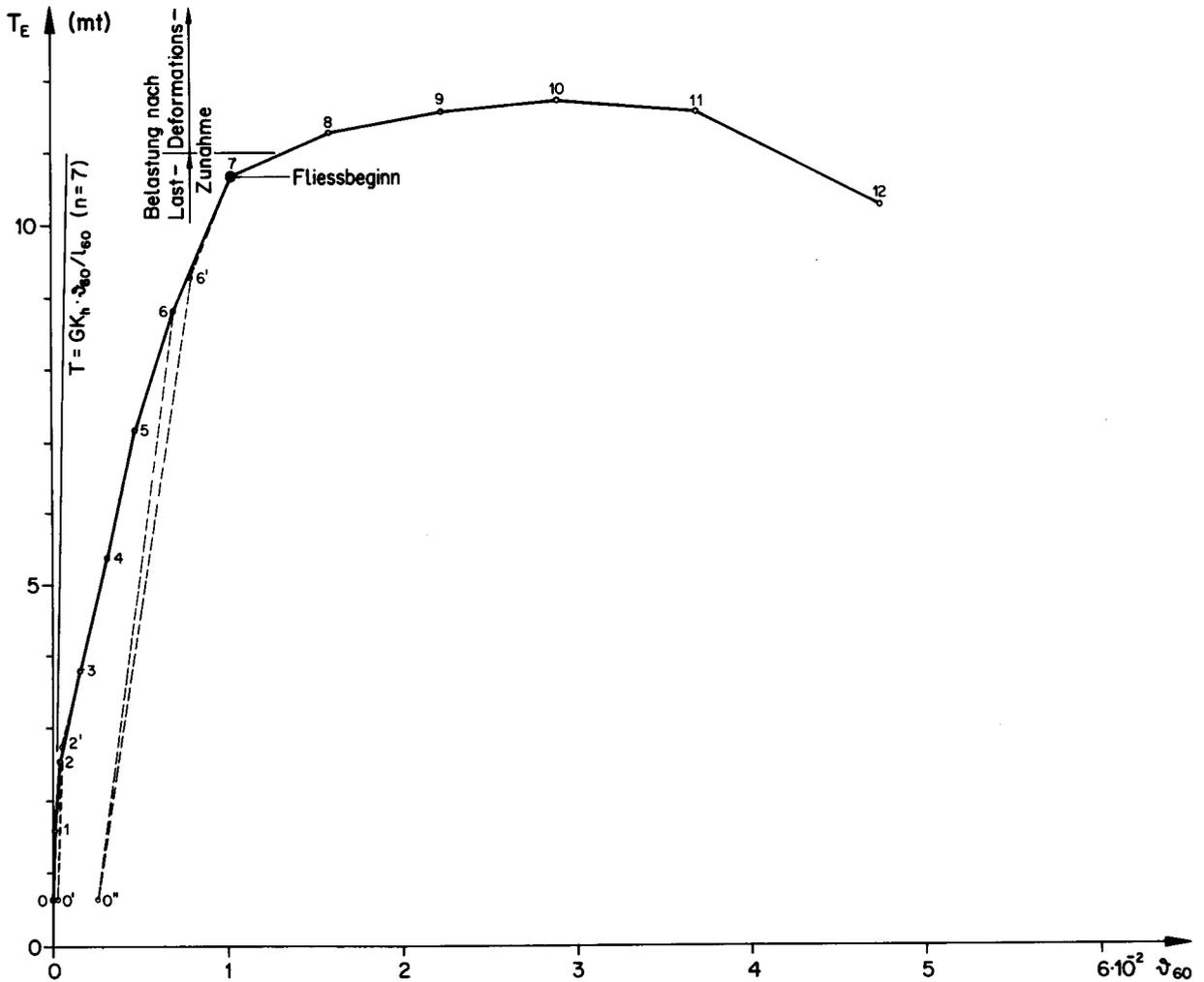
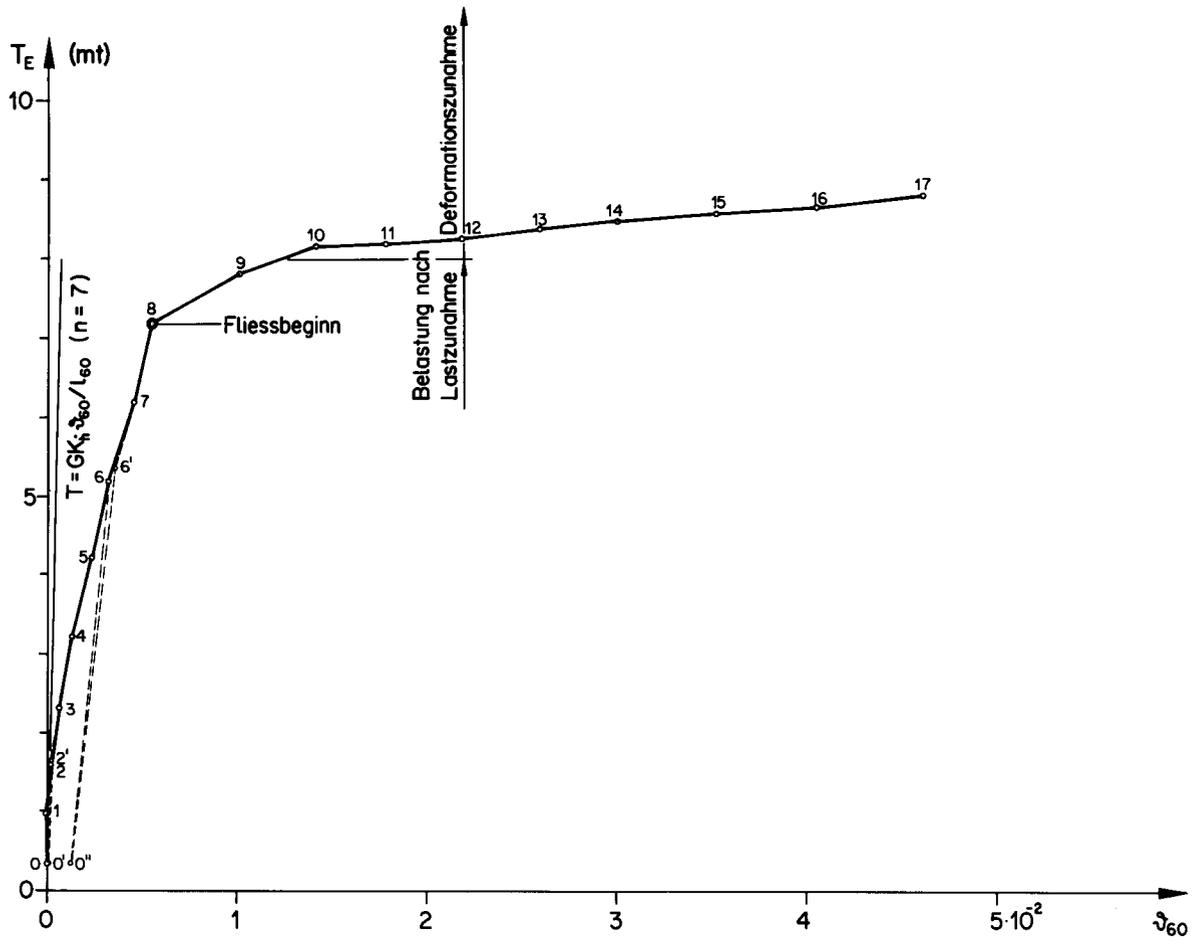
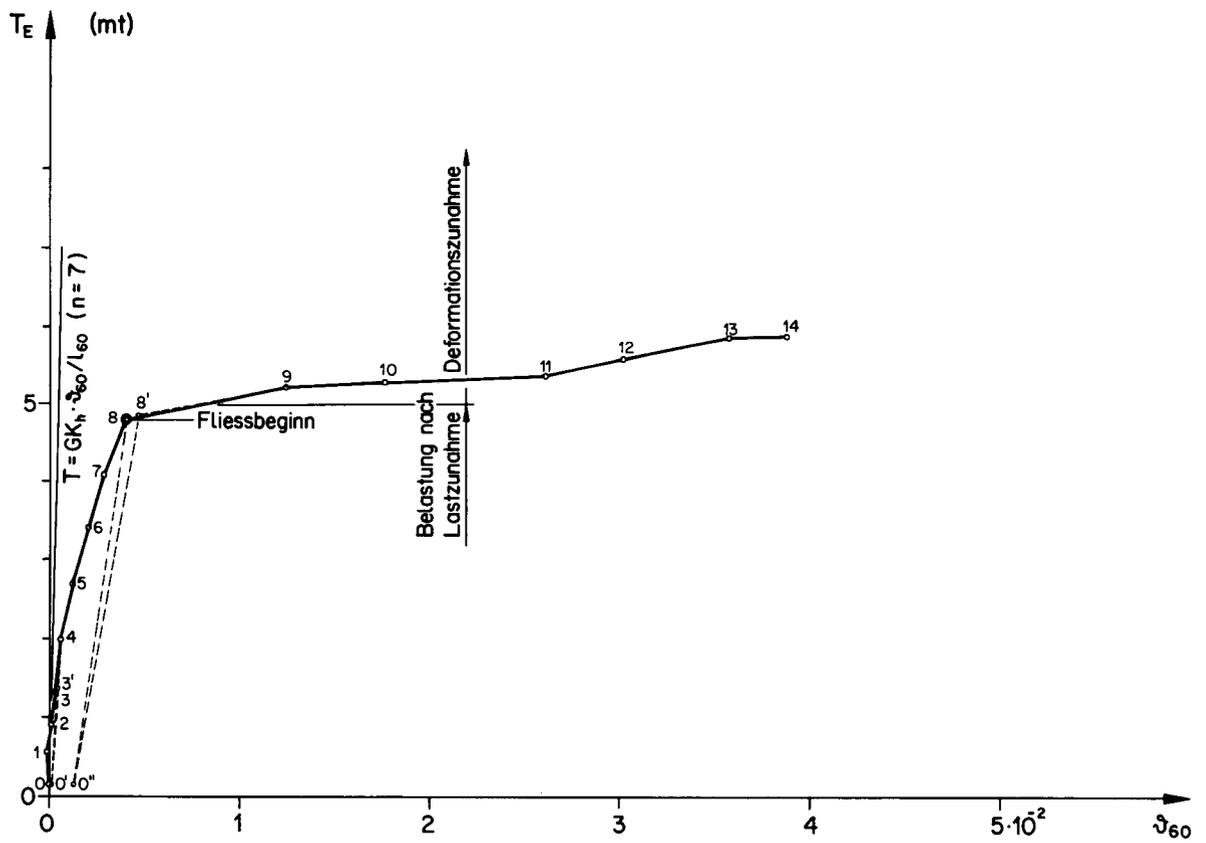


Bild 54 : Verdrehungen Balken TB_1

Bild 55: Verdrehungen Balken TB_2 Bild 56: Verdrehungen Balken TB_3

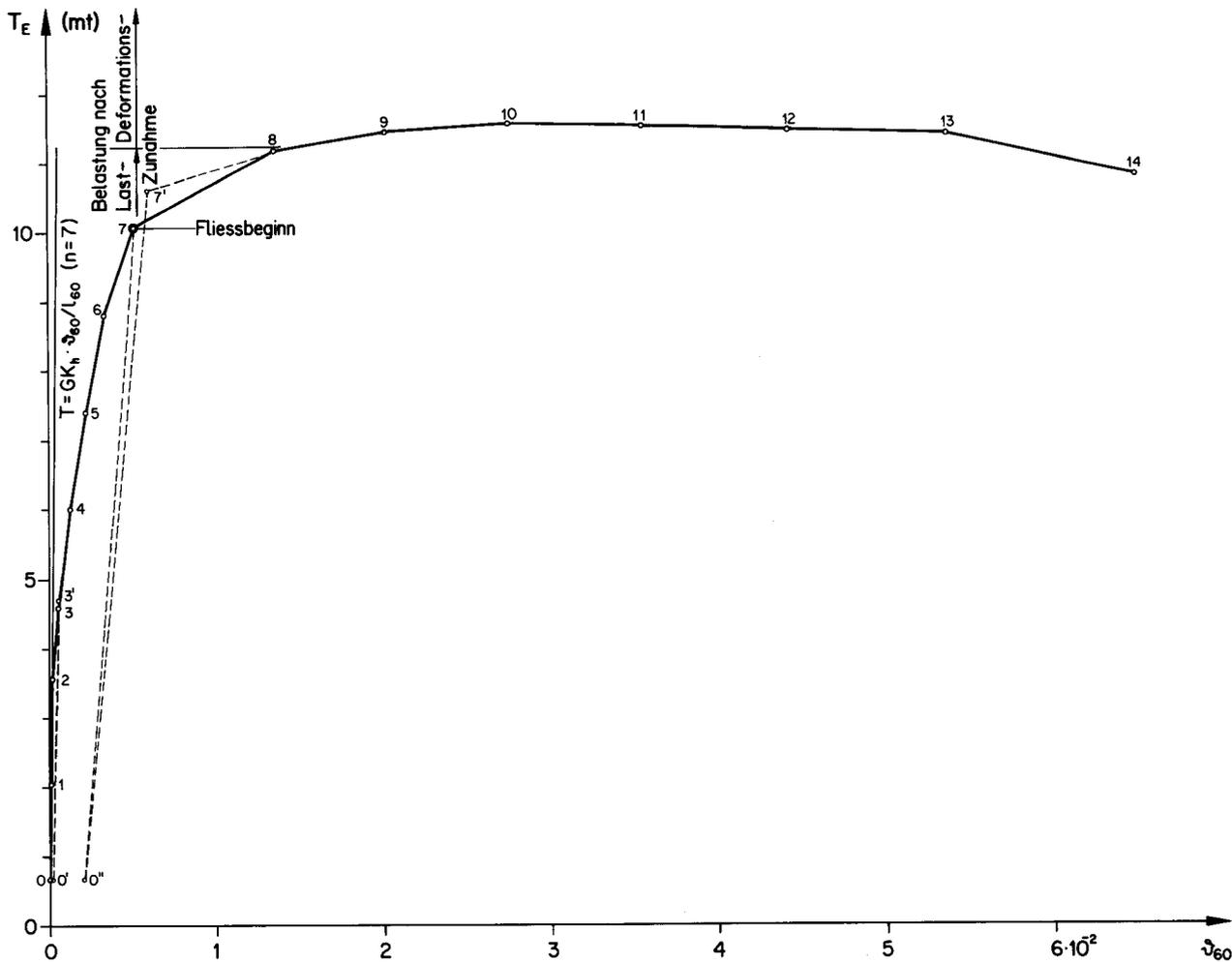


Bild 57: Verdrehungen Balken TB_4

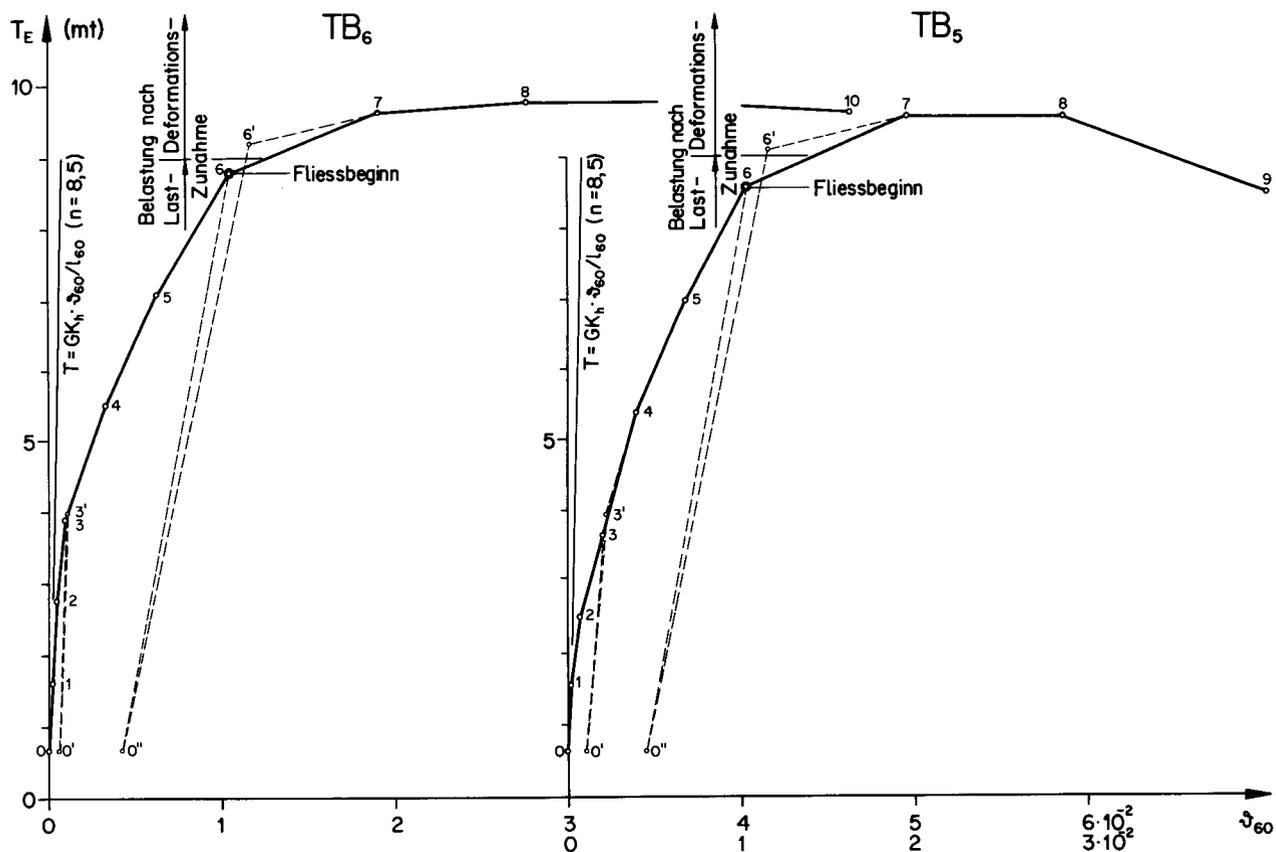


Bild 58: Verdrehungen Balken TB_6 und TB_5

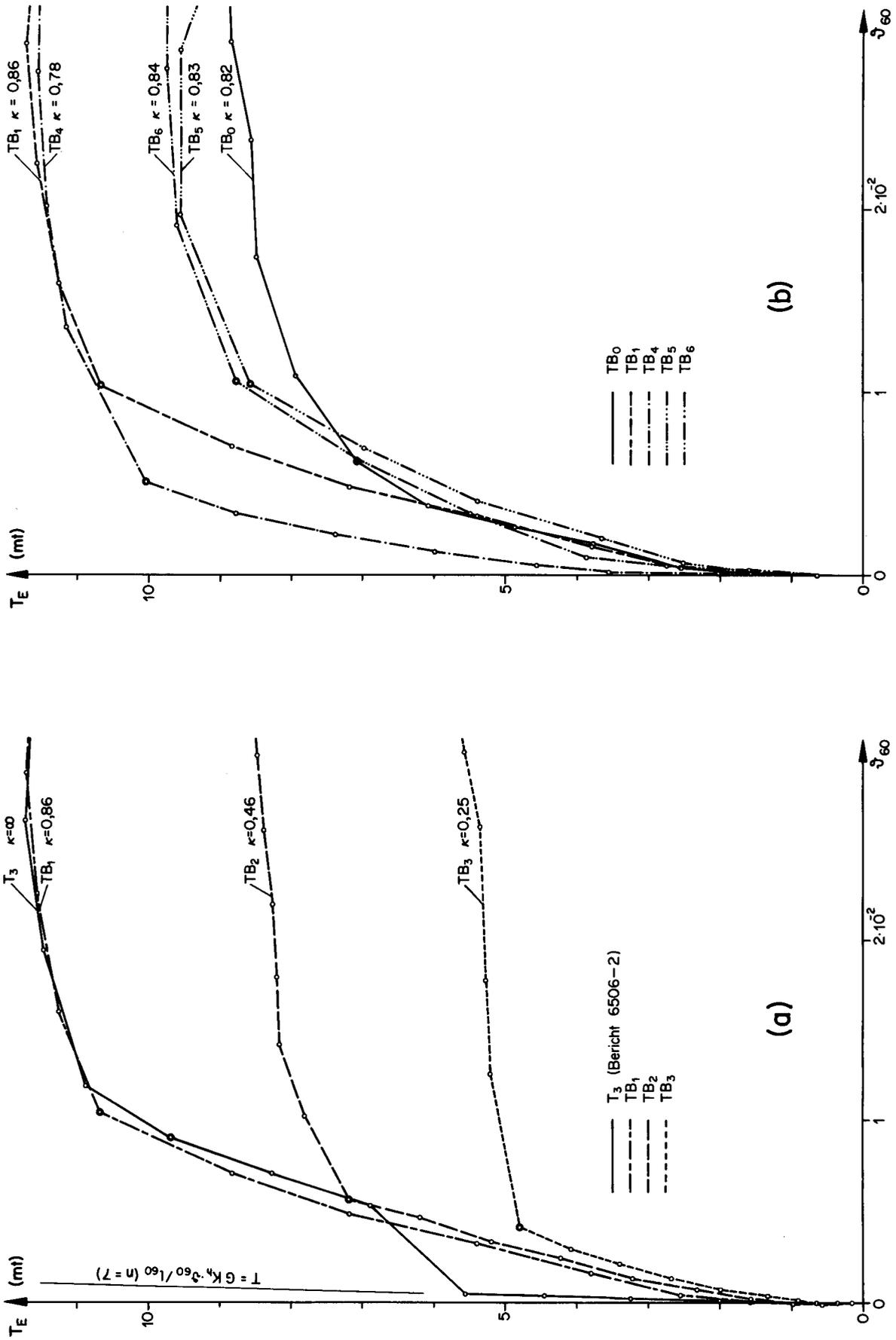


Bild 59: Vergleich der Verdrehungen für gleichen Querschnitt (a) resp. gleiches T/M-Verhältnis κ (b)

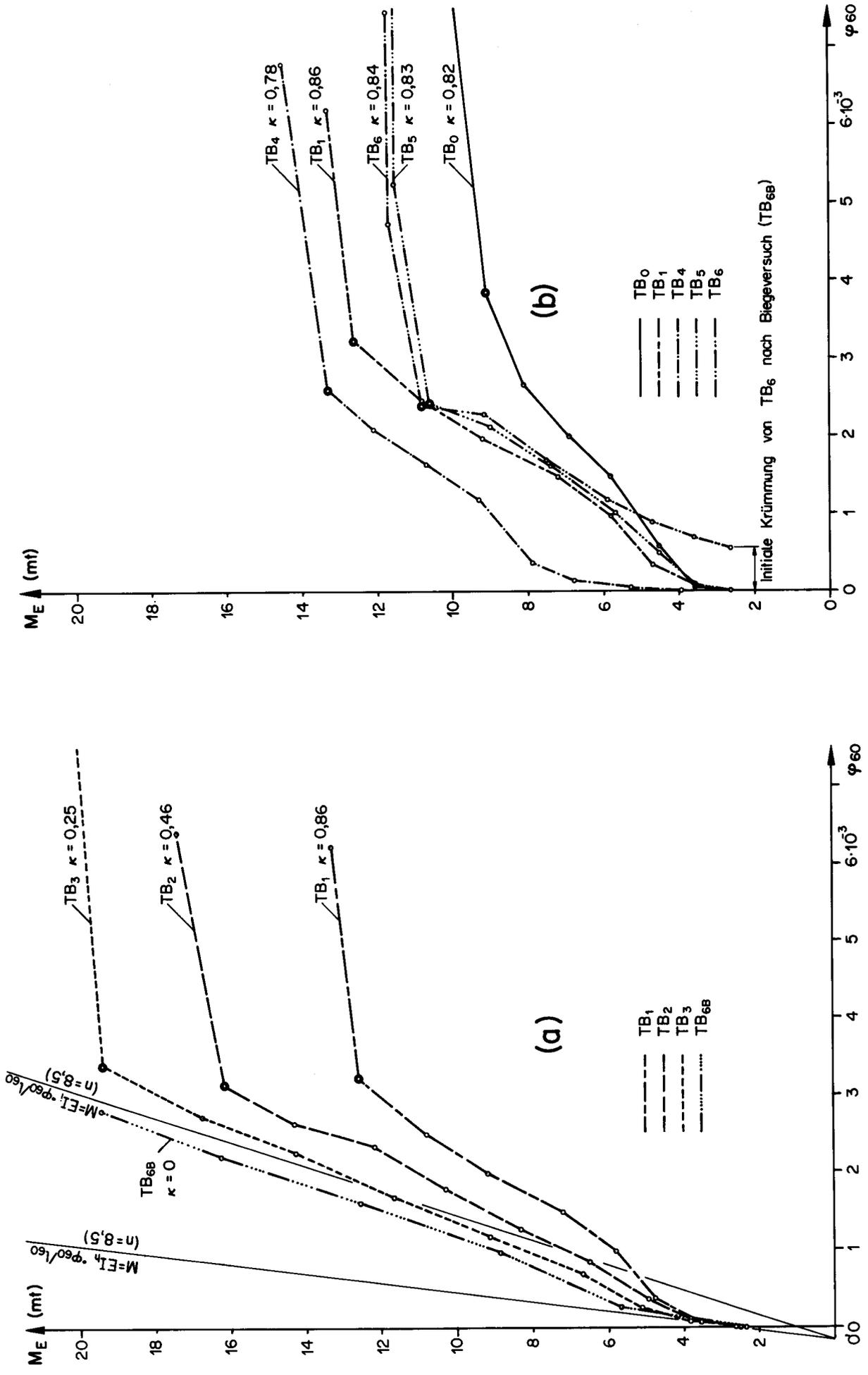
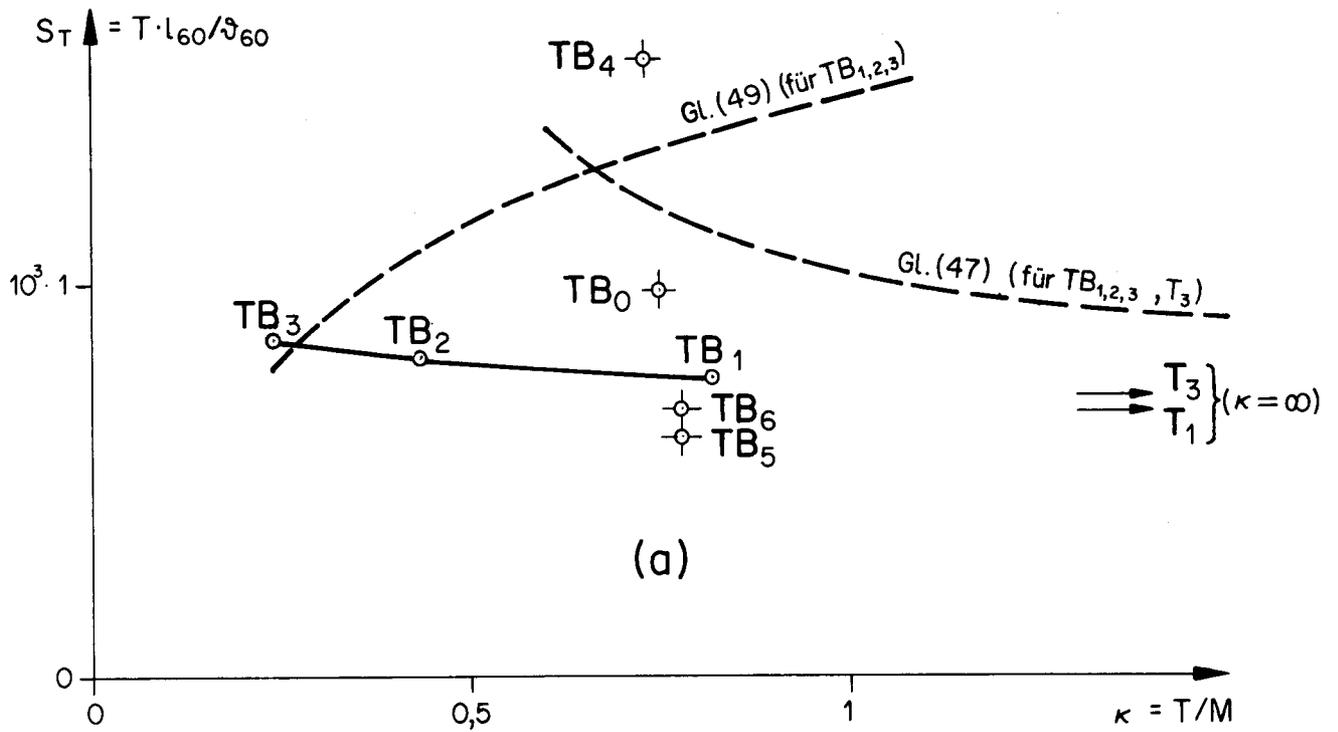
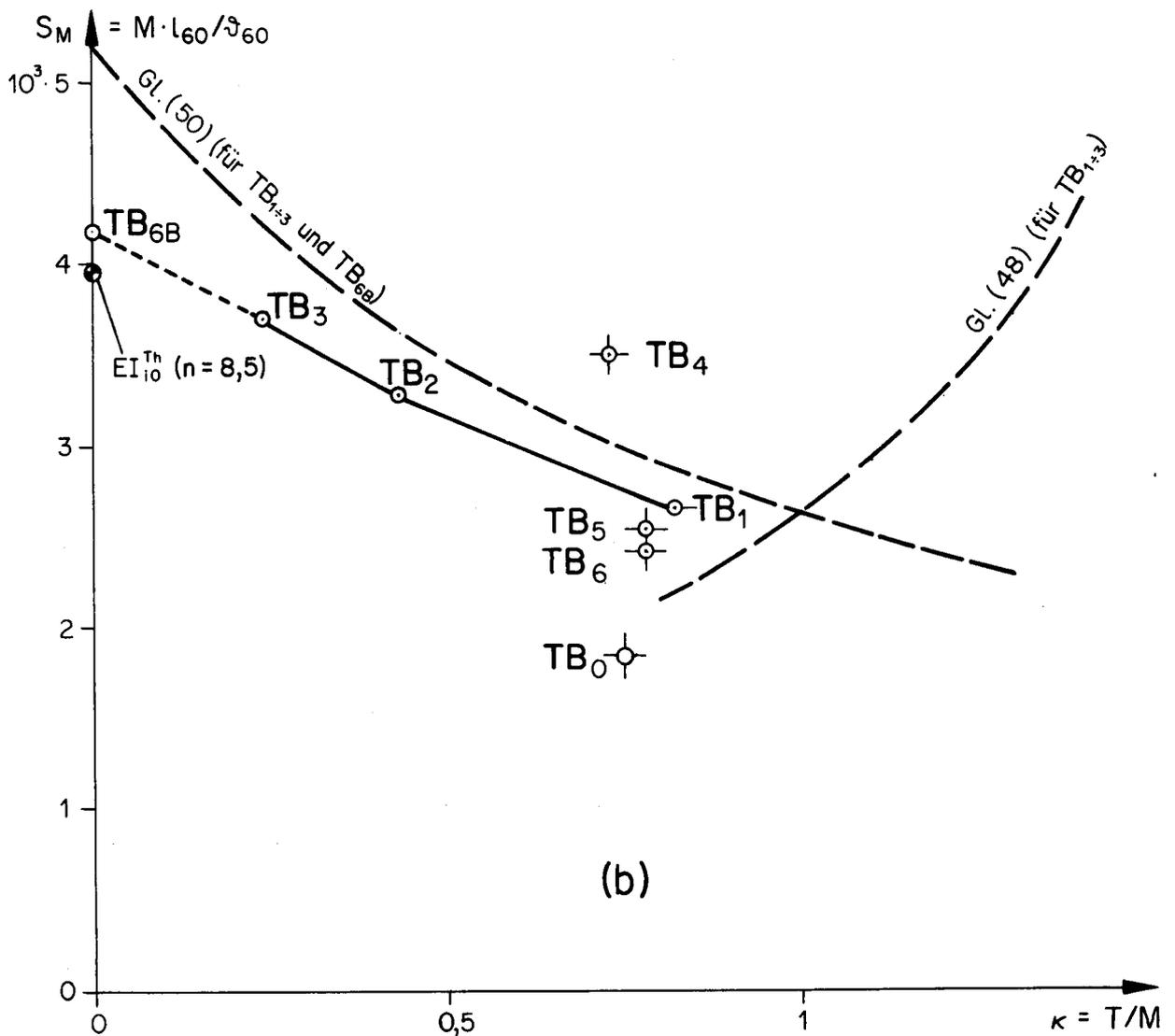


Bild 60: Vergleich der Krümmungen für gleichen Querschnitt (a) resp. gleiches T/M-Verhältnis κ (b)



(a)



(b)

Bild 61: (a) Torsions- und (b) Biege-Steifigkeit in Fkt. des T/M -Verhältnisses vor dem Fließbeginn

TB₁

TB₂

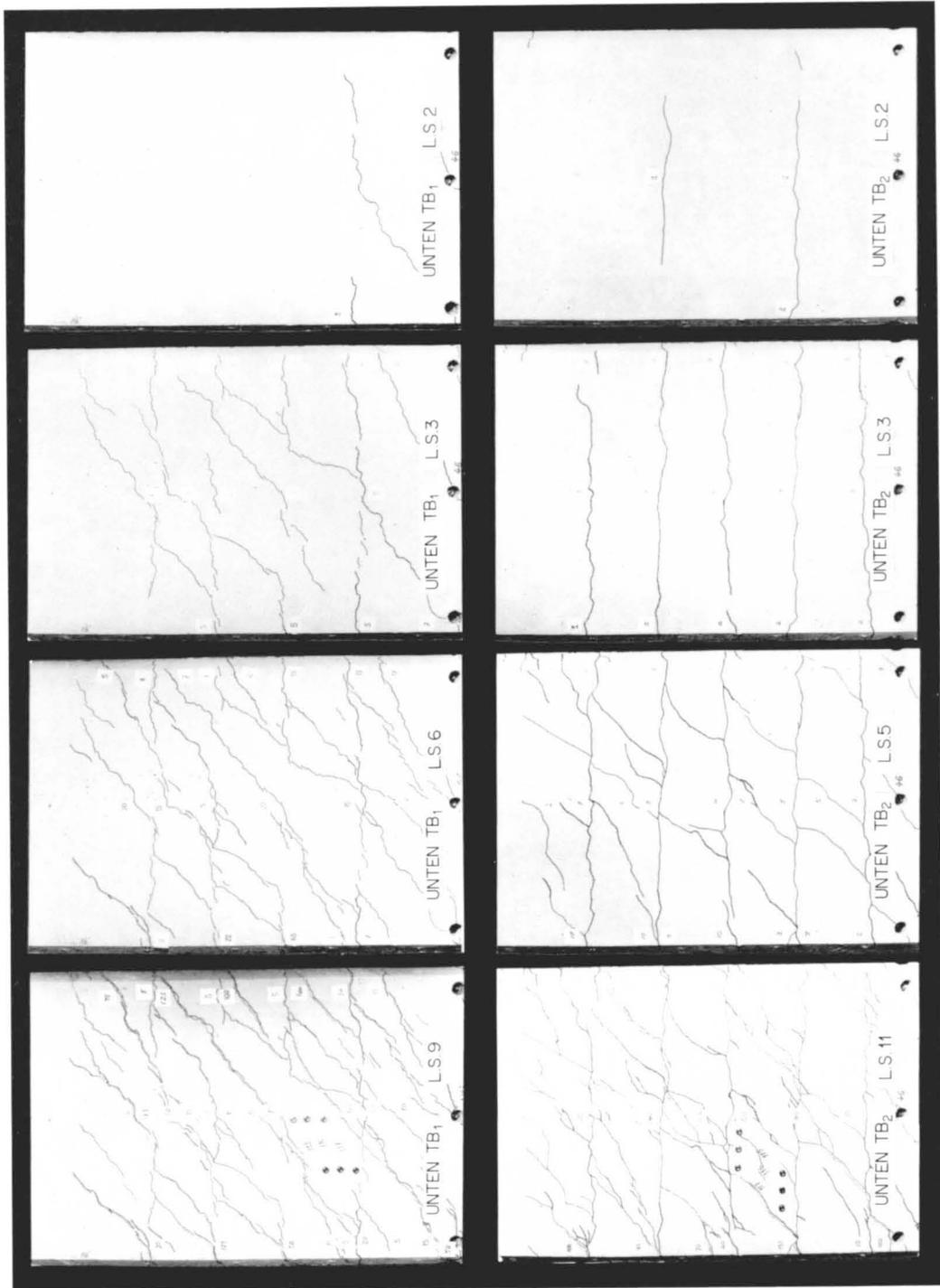


Bild 62 : Risseverlauf unten, Balken TB₁ und TB₂

TB₄

TB₆

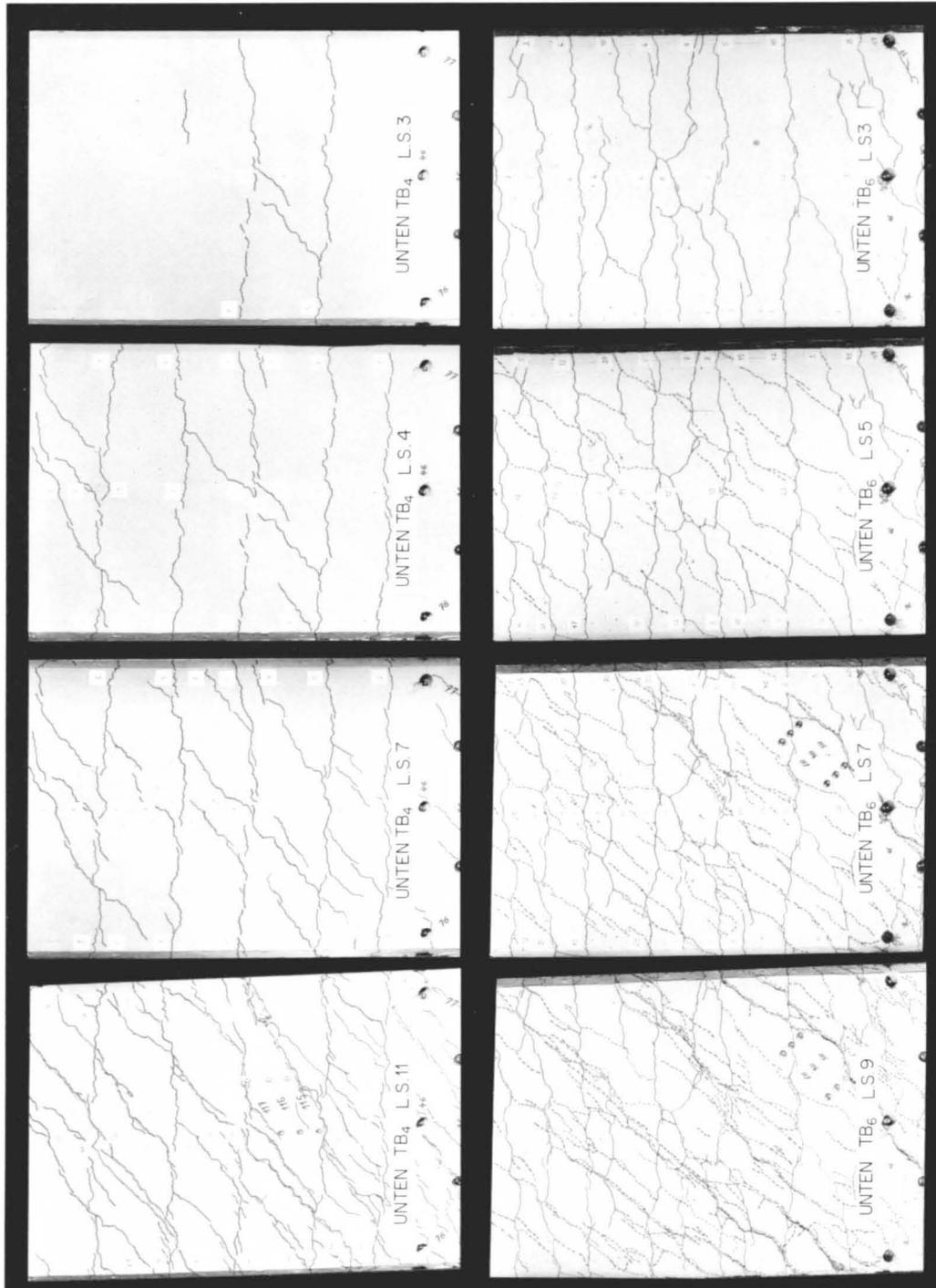


Bild 63 : Risseverlauf unten, Balken TB₄ und TB₆

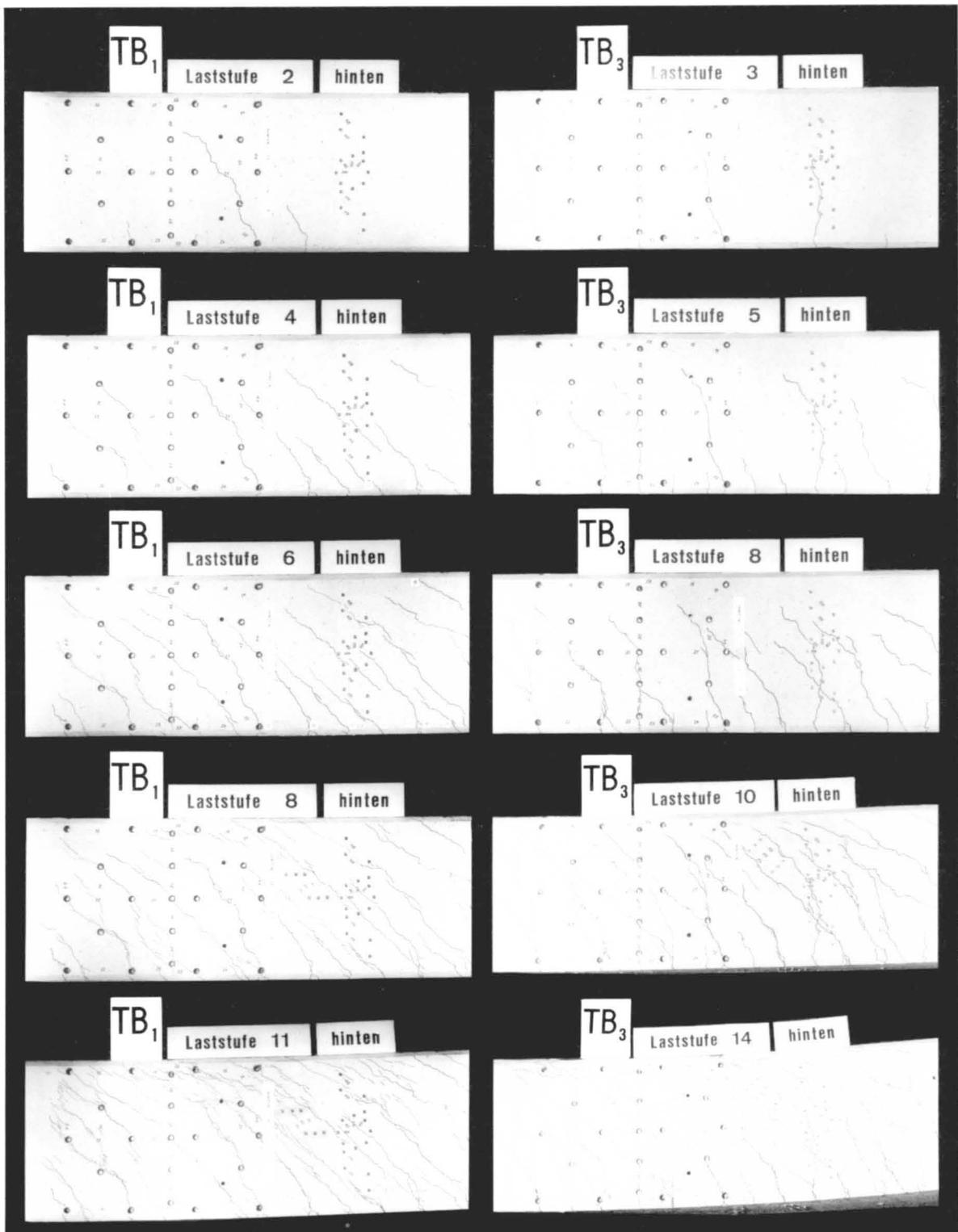


Bild 64: Risseverlauf hinten, Balken TB₁ und TB₃

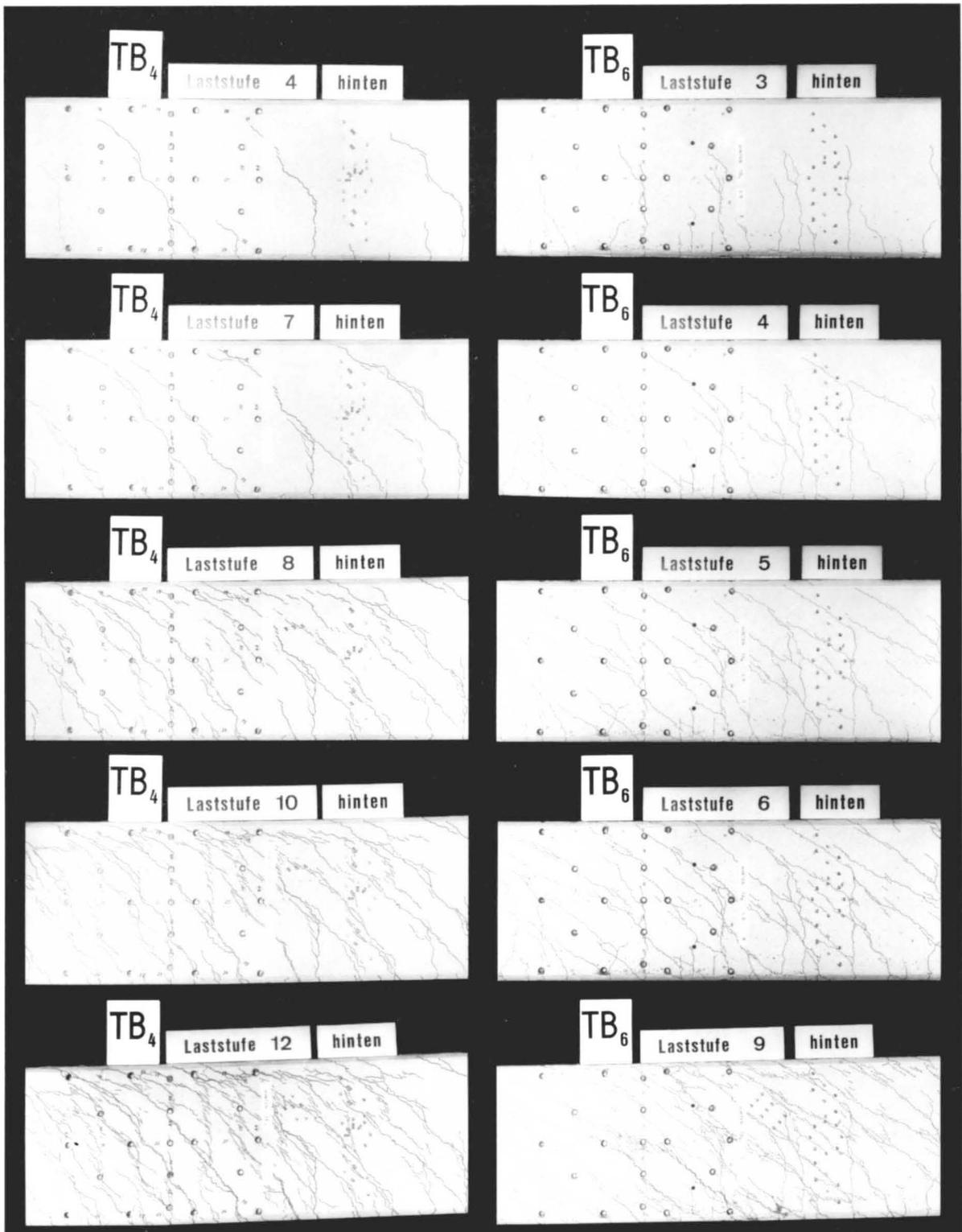


Bild 65: Risseverlauf hinten, Balken TB₄ und TB₆

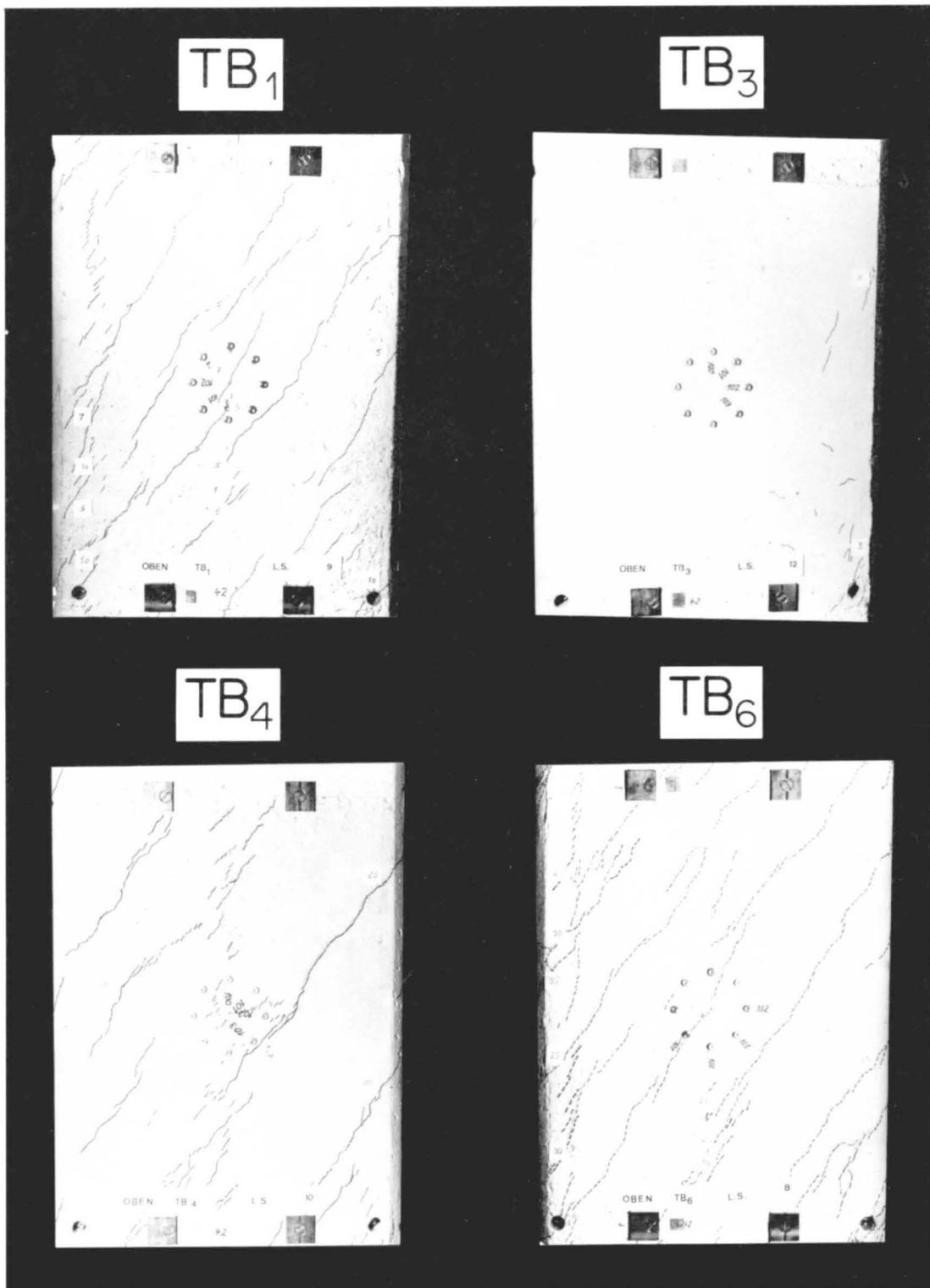


Bild 66: Rissbilder oben, Balken TB₁, TB₃, TB₄, TB₆, beim maximalen Moment

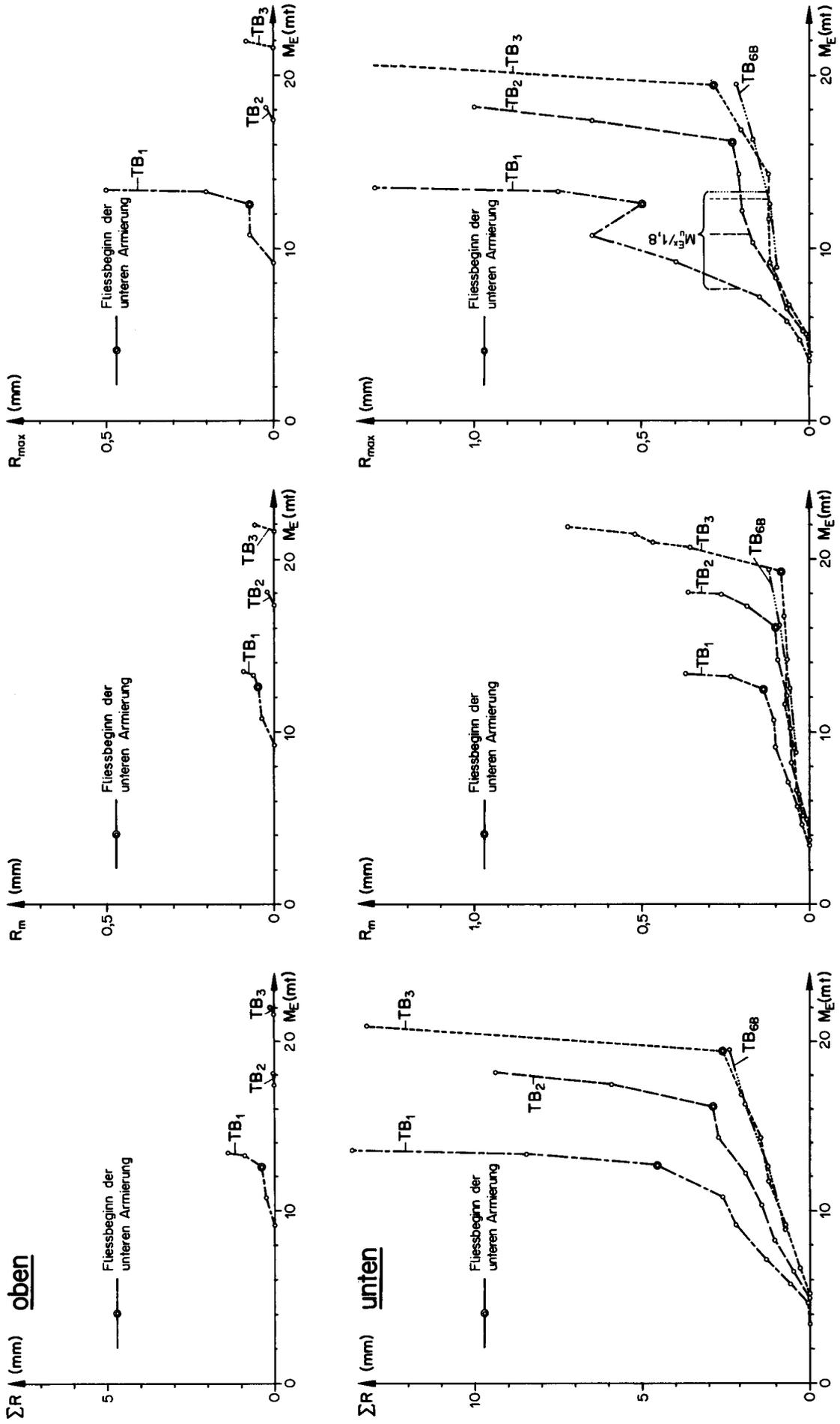


Bild 67: Rissbreiten TB₁ (κ = 0,86), TB₂ (κ = 0,46), TB₃ (κ = 0,25), TB₆₈ (κ = 0)

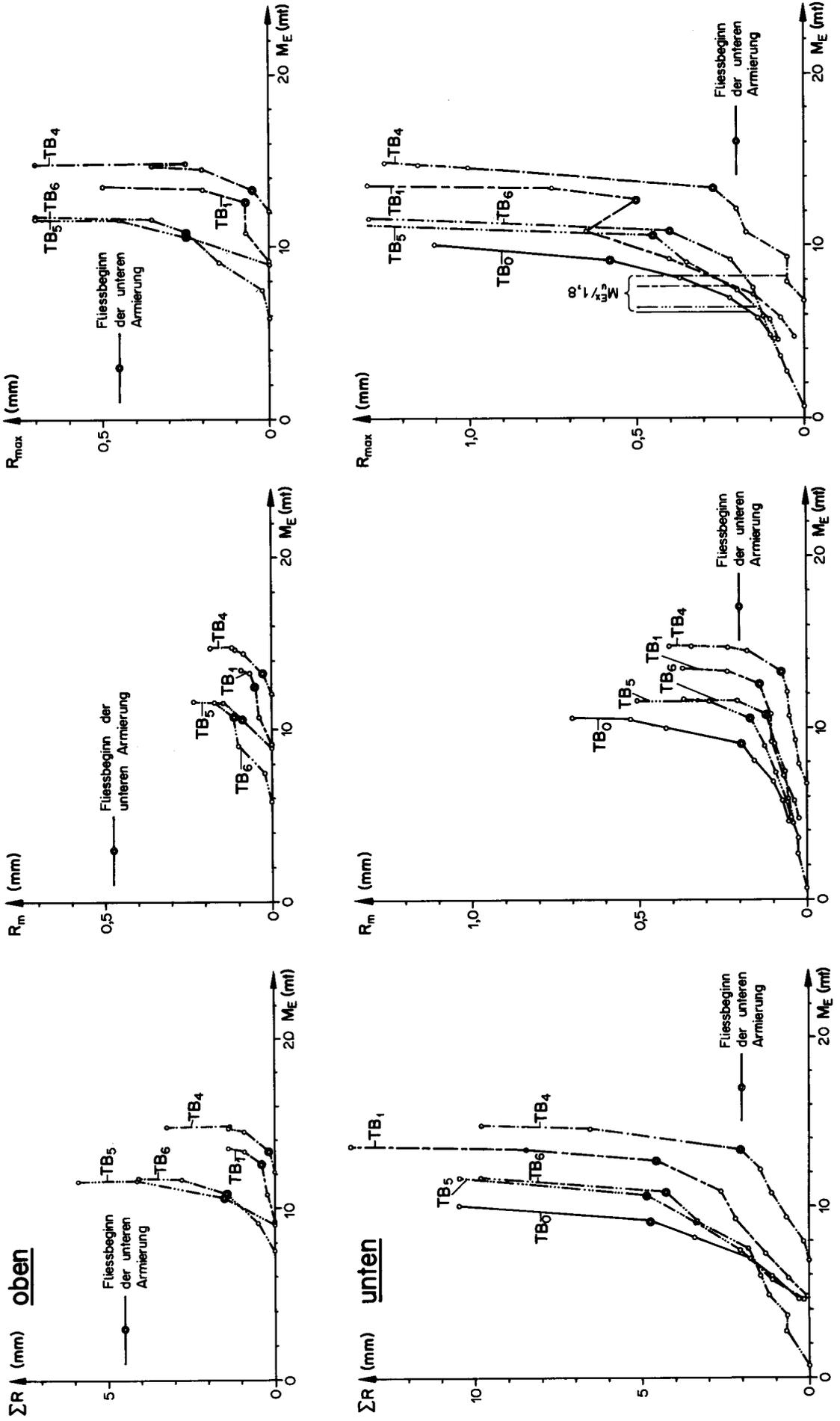
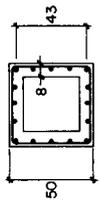
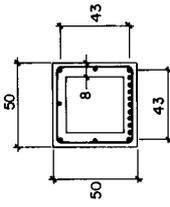
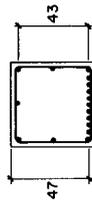
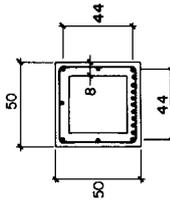


Bild 68 : Rissbreiten TB₀ ($\kappa = 0,82$), TB₁ ($\kappa = 0,86$), TB₄ ($\kappa = 0,78$), TB₅ ($\kappa = 0,83$), TB₆ ($\kappa = 0,84$)

Balken- bezeich- nung	Hauptvariable	Balkenquerschnitt	Armierung		Materialqualität		Beobachtete Rissmomente		Gemessene Bruchmomente		$\kappa_u =$ T_{uE}/M_{uE}	$\tau(T_{uE})$ kg/cm ²	Bruchart
			längs	quer	β_w	Stahl σ_{fs}	T_R	M_R	T_{uE}	M_{uE}			
TB ₀	Torsionsarmerter Hohlkasten												Schiebungs- bruch
TB ₁	Grundquerschnitt: Biegearmerter Hohlkasten												Schiebungs- bruch
TB ₂	Verhältnis Torsion / Biegung		16 ϕ 12	ϕ 12; s = 11 cm	345 kg/cm ²	3,90 t/cm ²		1,75	5,35	19,35	0,46	31	—
TB ₃	Verhältnis Torsion / Biegung							1,0	5,4	23,2	0,25	21	Stauchungs- bruch der Betondruck- zone
TB ₄	Vollquerschnitt							5,05	8,35	14,85	0,78	45	Schiebungs- bruch
TB ₅	Bügelarmierung							2,8	4,8	11,55	0,83	34	Schiebungs- bruch
TB ₆	Risse in „falscher“ Richtung		16 ϕ 12	ϕ 8; s = 11 cm	300 kg/cm ²	Längsseisen : 3,84 t/cm ² Bügel : 3,96 t/cm ²	(2,8) ¹⁾	(4,8) ¹⁾	11,70	0,84	35	Schiebungs- bruch	
TB _{6B}	Reine Biegung				270 kg/cm ²		—	—	—	—	0	—	—

1) TB_{6B} wurde zunächst auf reine Biegung nahe ans Fließmoment beansprucht und nachher in kombinierter Torsion und Biegung als Balken TB₆ geprüft

Bild 69 : Zusammenstellung der Versuche in Torsion und Biegung

ANHANG

Anhang A: Fließ- und Bruchmomente für reine Biegung

Die Fließ- und Bruchmomente für reine Biegung werden als Vergleichsgrößen benötigt. Aus Bild 70 sind die verwendeten Bezeichnungen ersichtlich.

Fließmomente

Der Hohlquerschnitt wird als Plattenbalken betrachtet. Die Druckarmierung wird der Einfachheit halber vernachlässigt. Aus der Gleichsetzung der statischen Momente ergibt sich folgende Bedingung für die Neutralaxe:

$$\frac{bx^2}{2} - \frac{(b - b_0)(x - d)^2}{2} - n \cdot F_e(x_s - x) = 0$$

Mit den Abkürzungen nach Bild 10 wird:

$$\xi^2 - (1 - \beta)(\xi - \delta)^2 - 2n\mu(\xi_s - \xi) = 0$$

Daraus folgt:

$$\xi = \frac{\delta - \delta\beta + n\mu}{\beta} \left[\sqrt{1 + \frac{\beta[\delta^2(1 - \beta) + 2n\mu\xi_s]}{(\delta - \delta\beta + n\mu)^2}} - 1 \right] \quad (A1)$$

Das ideelle Trägheitsmoment ergibt sich zu:

$$I_i = \frac{bx^3}{3} - \frac{(b - b_0)(x - d)^3}{3} + \sum_i n \cdot F_{ei}(x_i - x)^2$$

oder

$$I_i = \frac{bh^3}{3} [\xi^3 - (1 - \beta)(\xi - \delta)^3] + \sum_i n \cdot F_{ei} \cdot h^2(\xi_i - \xi)^2 \quad (A2)$$

Die Betonrandspannungen folgen zu:

$$\sigma_b = - \frac{M}{I_i} \cdot \xi h = - \frac{M}{W_{ib}}, \quad (A3)$$

die Spannung in der untersten Armierungslage zu

$$\sigma_e = n \cdot \frac{M}{I_i} \cdot h(1 - \xi) = \frac{M}{W_{ie}} \quad (A4)$$

und die Krümmung pro Längeneinheit zu:

$$\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M}{E_b \cdot I_i} \quad (A5)$$

Alle obigen Beziehungen sind bis zum Fließbeginn der untersten Armierungslage gültig. Die der Gl. (A4) entsprechenden Geraden wurden in die σ_e -M-Diagramme dieses Berichtes eingetragen.

Für den Vollquerschnitt gelten die obigen Beziehungen ebenfalls, wenn $\beta = \delta = 1$ gesetzt werden. Gl. (A1) wird zu

$$\xi = \sqrt{(n\mu)^2 - 2n\mu\xi_s} - n\mu \quad (\text{A6})$$

und Gl. (A2) zu

$$I_i = \frac{b}{3} (\xi h)^3 + \sum_i n \cdot F_{ei} \cdot h^2 (\xi_i - \xi)^2 \quad (\text{A7})$$

Bruchmomente

Das Bruchmoment eines Hohlquerschnittes ist gleich demjenigen des entsprechenden Vollquerschnittes, da bei den vorliegenden Versuchsbalken die Neutralaxe beim Bruch in der oberen Platte liegt. Mit der Annahme einer rechteckigen Spannungsverteilung, bei Vernachlässigung der Druckarmierung und mit den Bezeichnungen des Bildes 70 ergibt sich die Neutralaxe aus der Gleichsetzung von Druck- und Zugkraft zu:

$$\xi_u = \frac{\sum_i F_{ei} \cdot \sigma_{fs}}{\beta_{ps} \cdot b \cdot h} \quad (\text{A8})$$

Damit wird das Bruchmoment für reine Biegung:

$$M_u = \sum_i F_{ei} \cdot \sigma_{fs} \cdot h \left(\xi_i - \frac{1}{2} \xi_u \right) \quad (\text{A9})$$

Die beiden Gleichungen gelten für unterarmierte Querschnitte, d.h. die Biegearmierung fließt bevor das Bruchmoment erreicht wird.

Anhang B: Räumliches Fachwerk-Modell für Torsion und Biegung

In Bild 71 ist ein quadratisches, räumliches Fachwerkmodell mit unter einem Winkel α gegenüber der Balkenaxe geneigten Druckstreben skizziert. Dieses Modell stellt das einfachste Fachwerk dar, das sowohl Torsions- wie auch Biegemomente aufzunehmen vermag. Die Pfosten (Bügel) und Streben (Beton-Druckdiagonalen) werden durch Torsion, die Gurtungen (Längseisen) durch Torsion und Biegung beansprucht.

Die in den Pfosten und Gurtungen infolge eines Torsionsmomentes vorhandenen Zugspannungen lassen sich aus Bild 71 bestimmen. Ein Schnitt senkrecht zur x-Axe liefert mit Hilfe der Momentengleichgewichtsbedingung bezüglich dieser Axe:

$$4 \cdot D \sin \alpha \cdot \frac{a_e}{2} = T \quad (B1)$$

Der Zusammenhang zwischen Diagonalkraft D und den Kräften in Pfosten (Bügel) und Gurtung (Längseisen) wird in Bild 71(b) am Beispiel der Unterseite gezeigt:

$$D \cos \alpha_u = F_u \sigma_{Lu}(T) \quad (B2)$$

$$D \sin \alpha_u = \frac{a_e}{s \cdot \operatorname{tg} \alpha_u} \cdot F_B \sigma_{Bu}(T) \quad (B3)$$

Für die Oberseite gelten analoge Beziehungen. Durch Einsetzen der Gl. (B2) und (B3) in (B1) ergeben sich folgende Spannungen in Gurtungen und Pfosten infolge Torsion:

$$\sigma_{Lu}(T) = \frac{T}{2a_e F_u \operatorname{tg} \alpha_u} \quad (B4)$$

$$\sigma_{Lo}(T) = \frac{T}{2a_e F_o \operatorname{tg} \alpha_o} \quad (B5)$$

$$\sigma_{Bu}(T) = \frac{T s_u \operatorname{tg} \alpha_u}{2a_e^2 F_{Bu}} \quad (B6)$$

$$\sigma_{Bo}(T) = \frac{T s_o \operatorname{tg} \alpha_o}{2a_e^2 F_{Bo}} \quad (B7)$$

Die Spannungen in den Gurtungen infolge Biegung werden mit $M = Z \cdot a_e$ zu:

$$\sigma_{Lu}(M) = \frac{M}{2a_e F_u} \quad (B8)$$

$$\sigma_{Lo}(M) = \frac{-M}{2a_e F_o} \quad (B9)$$

Bei den vorliegenden Versuchen flossen bei der Maximallast die Bügel und Längseisen auf drei der vier Seiten. Die Druckstreben mussten sich entspre-

chend einstellen. Für das T/M-Verhältnis der Versuchsbalken ($\kappa < 1$) war die Unterseite massgebend. Aus Bild 71(b) ergibt sich der Winkel α_u , der sich nach der Umlagerung einstellte, zu:

$$\operatorname{tg}^2 \alpha_u = \frac{a_e}{s_u} \cdot \frac{F_{Bu}}{F_u} \cdot \frac{\sigma_{fu}(B)}{\sigma_{Lu}(T)} \quad (B10)$$

Die Spannung in den unteren Gurtungen setzt sich aus einem Torsions- und - einem Biegeanteil zusammen:

$$\sigma_{Lu} = \sigma_{Lu}(T) + \sigma_{Lu}(M) = \sigma_{fu}(L) \quad (B11)$$

Der Torsionsanteil verhält sich zum Biegeanteil entsprechend den Gl. (B4) und (B8) wie folgt:

$$\frac{\sigma_{Lu}(T)}{\sigma_{Lu}(M)} = \frac{T}{2a_e F_u \operatorname{tg} \alpha_u} \cdot \frac{2a_e F_u}{M} = \frac{\kappa}{\operatorname{tg} \alpha_u} \quad (B12)$$

Gl. (B12) in (B11) eingesetzt ergibt:

$$\sigma_{fu}(L) = \sigma_{Lu}(T) \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha_u}{\kappa}\right) \quad (B13)$$

Daraus lässt sich der Torsionsanteil der Spannung in den unteren Gurtungen $\sigma_{Lu}(T)$ berechnen und in Gl. (B10) einsetzen. Der sich beim maximalen Moment einstellende Winkel der Druckdiagonalen gegenüber der Balkenaxe wird mit

$$\operatorname{tg}^2 \alpha_u = \frac{a_e}{s_u} \cdot \frac{F_{Bu}}{F_u} \cdot \frac{\sigma_{fu}(B)}{\sigma_{fu}(L)} \cdot \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha_u}{\kappa}\right) = \lambda_u \left(1 + \frac{\operatorname{tg} \alpha_u}{\kappa}\right) \quad (B14)$$

zu

$$\operatorname{tg} \alpha_u = \frac{\lambda_u}{2\kappa} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{(2\kappa)^2}{\lambda_u}}\right], \quad (B15)$$

wobei

$$\lambda_u = \frac{a_e}{s_u} \cdot \frac{F_{Bu}}{F_u} \cdot \frac{\sigma_{fu}(B)}{\sigma_{fu}(L)} \cdot$$

Die Neigungen der Diagonalen auf der vorderen und hinteren Balkenseite werden in unserem Fall (ringsherum gleiche Bügelarmierung) gleich wie diejenige auf der Unterseite angenommen. Dies bedeutet nichts anderes als die Annahme eines konstanten Schubflusses über den Umfang des Fachwerks, der durch die Versuche bestätigt wurde (siehe Bügelspannungen in den Bildern 32 bis 38). Ob die stärkste vierte Seite (hier die Oberseite) als Fachwerk oder als Platte wirkt, ist für das maximale Moment nicht entscheidend. Wir nehmen deshalb auch auf der Oberseite eine Diagonalenneigung α_u an. Damit lässt sich das nach der Umlagerung aufnehmbare Biegemoment des Fachwerkmodells $M_u^F(\kappa)$ mit Gl. (B8) und (B12) berechnen:

$$M_u^F(\kappa) = 2a_e F_u \cdot \sigma_{Lu}(M) = 2a_e F_u \sigma_{fu}(L) \frac{\operatorname{tg} \alpha_u}{\kappa + \operatorname{tg} \alpha_u} \quad (B16)$$

Das dazugehörigen Torsionsmoment wird:

$$T_u^F(\kappa) = \kappa \cdot M_u^F(\kappa) \quad (\text{B17})$$

In den vorliegenden Versuchen zeigte es sich, dass bis zum Fließbeginn eines Armierungsanteils die Spannungen auf den drei massgebenden Seiten entsprechend einem Fachwerkmodell mit 45° -Diagonalen zunahm (Bilder 32 bis 38). Für diesen Fall ist in den Gl. (B4), (B5), (B6), (B7) $\text{tg}\alpha = 1$ zu setzen. Insbesondere vereinfacht sich Gl. (B12) zu:

$$\frac{\sigma_{Lu}^{(T)}}{\sigma_{Lu}^{(M)}} = \kappa \quad (\text{B18})$$

und Gl. (B13) zu:

$$\sigma_{fu}^{(L)} = \sigma_{Lu}^{(T)} \left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \quad (\text{B19})$$

Nimmt man bei der Berechnung des Winkels, der sich nach der Umlagerung einstellt, vereinfachend an, dass sich entsprechend Gl. (B18) die Spannungsverhältnisse in den Längseisen während der Umlagerung nicht verändern, so erhält man anstelle der Gl. (B14) die einfachere Beziehung:

$$\text{tg}^2 \bar{\alpha}_u = \lambda_u \left(1 + \frac{1}{\kappa}\right) \quad (\text{B20})$$

Diese Gleichung liefert numerische Werte für $\text{tg} \bar{\alpha}_u$, die zwischen 1 und den nach Gl. (B15) bestimmten Werten liegen, sie ist ein einfacheres Mass für die zur Kräfteumlagerung notwendige Winkeländerung der Druckdiagonalen (vgl. Bild 31). Ausserdem wird der Vergleich mit ähnlichen Grössen in neueren Veröffentlichungen erleichtert ([7], [8]). Die Bedingung für dasjenige Verhältnis κ_1 , bei dem keine Umlagerung stattfindet ($\text{tg}\alpha_u = 1$), ist für beide Beziehungen (B14) und (B20) dieselbe, nämlich:

$$\kappa_1 = \frac{\lambda_u}{1 - \lambda_u} \quad (\text{B21})$$

Für Werte $\kappa < \kappa_1$ findet eine Umlagerung von den Längseisen auf die Bügel, für $\kappa > \kappa_1$ eine solche von den Bügeln auf die Längseisen statt.

Alle Beziehungen von Gl. (B10) an wurden für den Fall abgeleitet, dass die Unterseite massgebend ist. Falls die Oberseite massgebend ist, lassen sich analoge Beziehungen aufstellen. Zu beachten ist lediglich, dass in der Oberseite der Zugkraft infolge Torsion eine Druckkraft infolge Biegung entgegenwirkt.

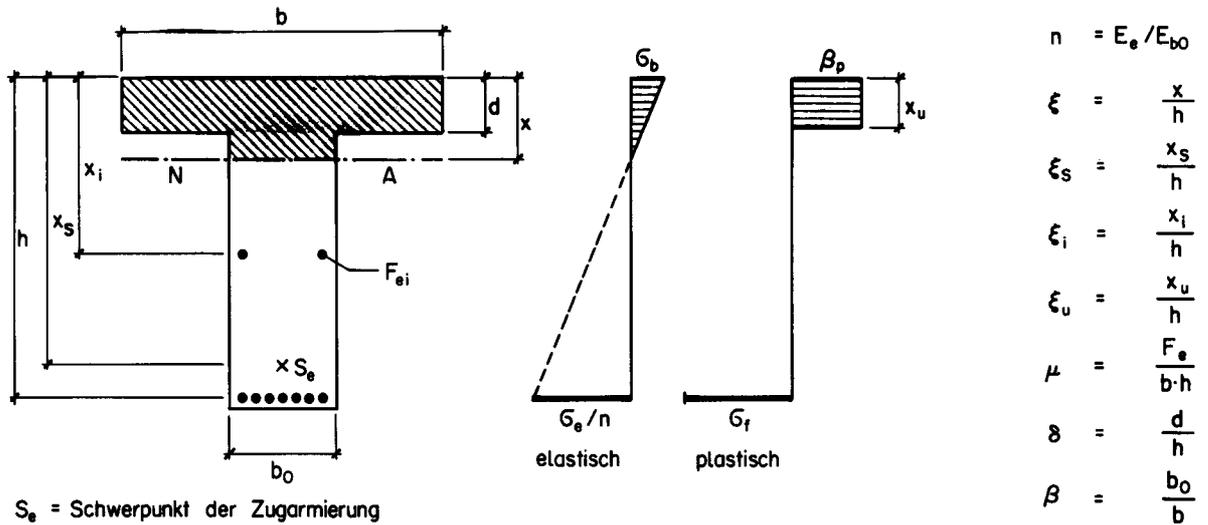


Bild 70: Theoretische Werte für reine Biegung

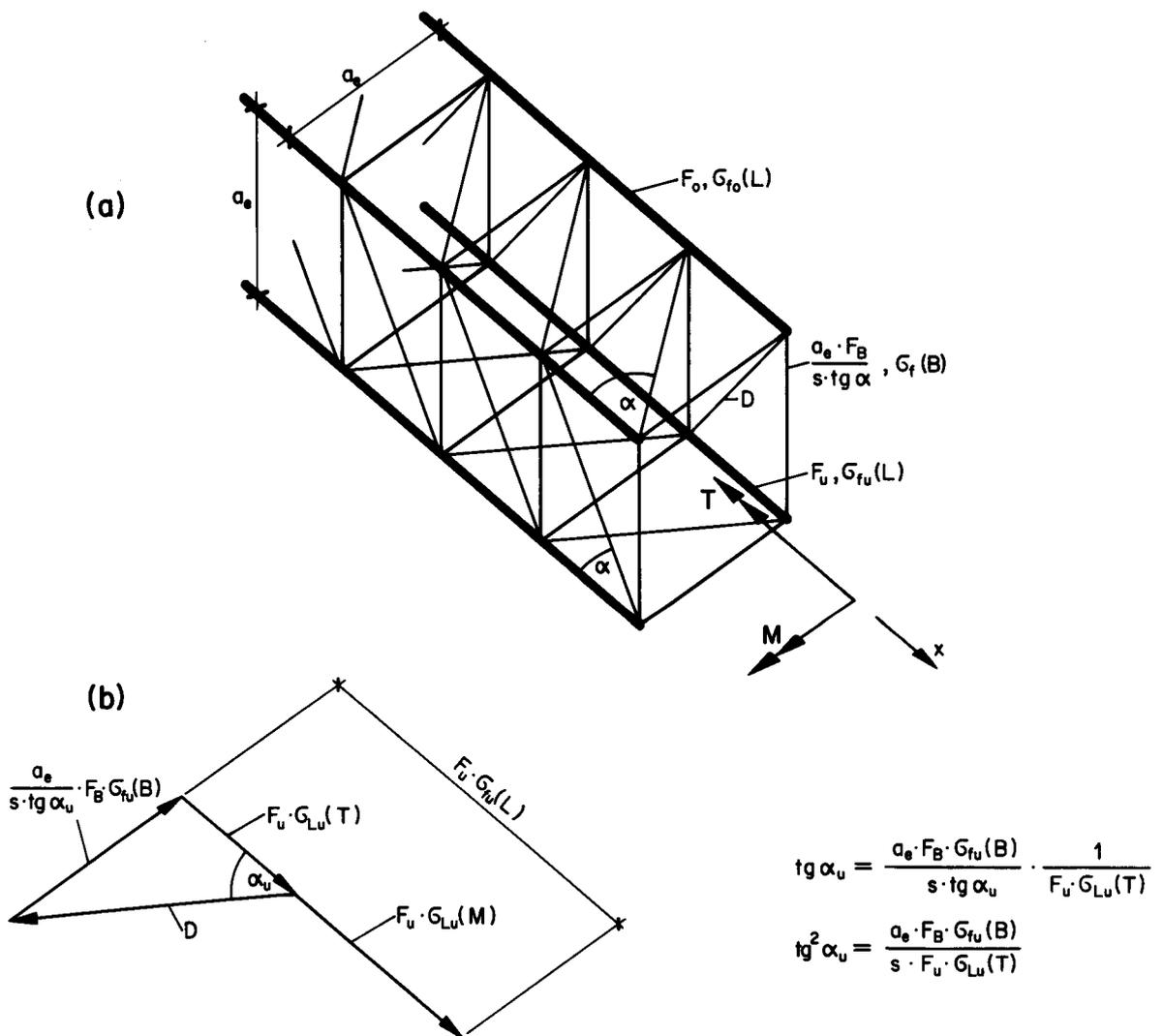


Bild 71: (a) Räumliches Fachwerkmodell und (b) KräfteSpiel Unterseite