

# Mechanics and thermodynamics of polythermal glaciers

**Doctoral Thesis**

**Author(s):**

Aschwanden, Andreas

**Publication date:**

2008

**Permanent link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-005711902>

**Rights / license:**

In Copyright - Non-Commercial Use Permitted

Diss. ETH No. 17874

# **Mechanics and Thermodynamics of Polythermal Glaciers**

A dissertation submitted to the  
ETH ZURICH

for the degree of  
Doctor of Sciences

presented by  
**ANDREAS ASCHWANDEN**  
Dipl. Natw. ETH  
born 27. Dezember 1977  
citizen of Seelisberg - Switzerland

accepted on the recommendation of  
Prof. Dr. H. Blatter, examiner  
Prof. Dr. C. Schär, co-examiner  
Prof. Dr. P. Jansson, co-examiner

2008

# Zusammenfassung

Polytherme Gletscher bestehen aus kaltem Eis (Eis unterhalb des Druckschmelzpunktes) und temperiertem Eis (Eis am Druckschmelzpunkt).

Die Viskosität von Eis ist abhängig von der Temperatur des kalten Eises und vom Wassergehalt des temperierten Eises. Kaltes und temperiertes Eis werden durch eine interne freie Übergangsfläche getrennt. Kaltes Eis enthält kein flüssiges Wasser, und der Wärmefluss in kaltem Eis wird durch die Fouriergleichung beschrieben. Temperiertes Eis hingegen enthält einen kleinen Anteil an flüssigem Wasser. Über den Wasserfluss in temperiertem Eis ist wenig bekannt, vorgeschlagen wurden Darcy- oder Fick'sche Diffusion. Da die Diffusion aber ohne dies relativ klein ist, wird sie in vielen Fällen vernachlässigt.

Für eine umfassende Fließmodellierung polythermer Gletscher ist es wichtig, die Temperaturverteilung des kalten Eises sowie den Wassergehalt des temperierten Eises zu kennen. Eine von vier möglichen Quellen für flüssiges Wasser in temperiertem Eis ist Schmelzwasserproduktion durch Reibungswärme, in vielen arktischen Gletschern sogar die einzige. Sie kann abgeschätzt werden, indem die Reibungswärme entlang von Trajektorien integriert wird. In einer Fallstudie über den Storglaciären, Schweden, wurde ein Wassergehalt von bis zu 10 Gramm Wasser pro Kilogramm Mischung aufgrund von Reibungswärme im Zungenbereich berechnet. Für einen solchen Wert ist der sogenannte "rate factor" mehr als dreimal so gross als für wasserfreies Eis. Dies ist ein Grund, warum Schmelzwasserprodukt durch Reibungswärme wichtig für die Modellierung temperierter und polythermer Gletscher ist.

Auch in Eisschilden gibt es temperierte basale Zonen, die Wasser enthalten. Aktuelle Eisschildmodelle können in zwei Kategorien unterteilt werden: (1) "Kalteis-Modelle", welche die Temperatur auf den Druckschmelzpunkt limitieren und den Einfluss des flüssigen Wassers auf das Eisfließen ignorieren; und (2) echte polytherme Modelle. Solche Modelle lösen die Fourier-Gleichung für kaltes Eis und eine Advektions-Produktionsgleichung für den Wassergehalt im temperierten Eis zusammen mit den Sprungbedingungen und den kinematischen Bedingungen am Übergang. Für die numerische Behandlung von Phasenübergängen existieren sogenannte "front-tracking" Methoden und Enthalpie-Methoden, wovon letztere relativ leicht zu implementieren sind. Wird der Wärmefluss mit Hilfe des Enthalpiegradienten ausgedrückt, so nennt man dies Enthalpiegradientenmethode. Ein mathematisches Modell, welches auf einer Enthalpiegradientenmethode basiert, wird für die Behandlung der Thermodynamik von polythermen Gletschern entwickelt. Es wird gezeigt, dass diese Methode gleichwertig zur oben erwähnten Trajektorienmethode ist, falls der Feuchtestrom gegen Null geht. Die vielseitige Anwendbarkeit dieser Methode wird anhand einiger Beispiele kalter, temperierter und polythermer Situationen demonstriert.

# Abstract

Polythermal glaciers and ice sheets contain both cold ice (i.e. below the pressure melting point) and temperate ice (i.e. at the pressure melting point).

The viscosity of cold ice and temperate ice depends on temperature and on water content, respectively. Cold and temperate ice are separated by the cold-temperate transition surface, which is an internal free surface of phase change and thus a thermodynamical discontinuity. Cold ice is free of liquid water, and the heat flux in cold ice can be expressed by Fourier's law. On the other hand, temperate ice is characterized by existence of liquid water in the ice matrix. Heat flux in temperate ice is difficult to constitute, Darcy-type and Fick-type diffusion have been proposed. Moisture diffusivity is, however, assumed to be small, and moisture diffusion is therefore often neglected.

To comprehensively model the flow of a polythermal ice mass, it is essential to know the temperature distribution in the cold part and the spatial variation in the water content in the temperate part. One of four possible sources for liquid water in temperate ice is melting due to strain heating. Strain heating is the only source of liquid water in high arctic glaciers with a temperate basal zone in the lower tongue area beneath otherwise cold ice. Meltwater accumulation can be estimated by integrating strain heating along trajectories. In a case study on Storglaciären, a small polythermal glacier in northern Sweden, values reach more than 10 grams water per kilogram ice-water mixture in the lowest parts of the temperate domain. For this water content, the rate factor is more than three times higher than for water-free ice, and therefore, water production by strain heating is important for the modeling of temperate and polythermal glaciers.

In ice sheets, temperate zones can be present at the bed, resulting in temperate ice containing liquid water. Present-day ice sheet models can be divided into two categories: (1) "cold-ice method" ice sheet models which limit temperatures to the pressure-melting point and ignore the influence of liquid water in temperate ice on ice flow; and (2) truly polythermal ice sheet models. Such models solve the Fourier equation for the cold parts and a moisture advection-production equation for the temperate parts together with jump conditions and kinematic conditions at the cold-temperate transition surface. To handle phase changes, front-tracking methods and enthalpy methods are commonly used. It is proposed to model polythermal glaciers and ice sheets by an enthalpy method because enthalpy methods are known for their ease of implementation. Heat flux is expressed in terms of the gradient of enthalpy. This technique is called "enthalpy gradient method". Based on the enthalpy gradient method, a mathematical model for the thermodynamics of polythermal glaciers is developed. It is shown that, in the limit of vanishing moisture diffusion, the enthalpy gradient method is equivalent to the trajectory integration method. The versatility of the enthalpy gradient method is demonstrated by application to cold, temperate and polythermal test cases. The use of an enthalpy method removes the cold-temperate transition surface from the list of discontinuities in polythermal glaciers and ice sheets.