



Doctoral Thesis

## On representations of the elliptic quantum group $E_{\gamma, \tau}(glN)$

**Author(s):**

Cavalli, Andrea Marco

**Publication Date:**

2001

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-004232626> →

**Rights / License:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

Diss. ETH No. 14187

# On representations of the Elliptic Quantum Group $E_{\gamma,\tau}(gl_N)$

A dissertation submitted to the  
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY  
ZURICH

for the degree of  
Doctor of Mathematics

presented by  
ANDREA MARCO CAVALLI  
Dipl. Phys. ETH  
born August 30, 1969 in Bern, Switzerland  
citizen of Switzerland

accepted on the recommendation of  
Prof. Dr. Giovanni Felder, examiner  
Prof. Dr. Vitaly Tarasov, co-examiner

2001

# Abstract

We study the representation theory of the elliptic quantum group  $E_{\gamma,\tau}(gl_N)$  for irrational values of the deformation parameter  $\gamma$ .

In Chapter 1, we introduce the basic notions and concepts. Chapter 2 is devoted to the study of the main properties of irreducible highest weight modules of finite type. We prove, in particular, that there is a unique (up to isomorphism) irreducible representation with given highest weight. In Chapters 3 and 4, we study the symmetric ( $S^n V(z)$ ), resp. exterior powers ( $\wedge^N V(z)$ ) of the fundamental vector representation. Finite dimensional modules are the topic of Chapter 5. Here we derive a set of necessary and sufficient conditions for the finite dimensionality of a highest weight module and show that any finite dimensional module can be realized (up to taking the tensor product with a suitable 1-dimensional module) as a sub-quotient of a tensor product of fundamental vector representations. In the last two Chapters, we study the tensor product of symmetric powers of the fundamental representation and give an explicit construction of  $E_{\gamma,\tau}(gl_N)$ -modules which are associated, in a natural way, to generalized Young Tableaus.

# Riassunto

In questo lavoro studiamo la teoria delle rappresentazioni del gruppo quantistico ellittico  $E_{\gamma,\tau}(gl_N)$  per valori irrazionali del parametro di deformazione  $\gamma$ . Il primo capitolo è dedicato alle definizioni fondamentali, mentre nel capitolo 2 studiamo le proprietà principali dei moduli irriducibili di peso più alto. Dimostriamo, in particolare, che esiste un'unica (a meno di isomorfismo) rappresentazione irriducibile di peso più alto. Nei capitoli 3 e 4 studiamo le rappresentazioni simmetriche ( $S^n V(z)$ ), risp. i prodotti esterni ( $\wedge^N V(z)$ ), della rappresentazione fondamentale. I moduli di dimensione finita sono l'argomento del capitolo 5. Qui deriviamo un'insieme di condizioni necessarie e sufficienti sul vettore di peso ellittico affinché un modulo irriducibile sia di dimensione finita e dimostriamo che ogni modulo di dimensione finita può essere realizzato come sotto quoziente di un prodotto tensoriale di rappresentazioni fondamentali. Infine, negli ultimi due capitoli diamo una costruzione esplicita degli  $E_{\gamma,\tau}(gl_N)$ -moduli associati a diagrammi di Young generalizzati.