

Diss. ETH No. 14531

Bernstein–Bézier Representations for Facial Surgery Simulation

A dissertation submitted to the
Swiss Federal Institute of Technology, ETH, Zurich

for the degree of
Doctor of Technical Sciences

presented by
SAMUEL HANS MARTIN ROTH
Dipl. Informatik–Ing. ETH
Swiss Federal Institute of Technology, ETH, Zurich
born April 1, 1969
citizen of Niederbipp, Berne, Switzerland

accepted on the recommendation of
Prof. M. H. Gross, examiner
Prof. W. Gander, co-examiner

2002

A B S T R A C T

The finite element method and its application to the simulation of static linear elasticity has a long research history. The same applies for Bernstein–Bézier representations of curves and surfaces in computer aided geometric design. However, the combination of both to build tetrahedral Bernstein–Bézier finite elements presents an inspiring and fruitful challenge. The theory and implementation of these elements and their application in the context of facial surgery simulation is the main focus of this thesis.

Both for patients and surgeons, thorough planning is an absolute prerequisite for successful surgical procedures. Therefore, attention is turning to computer–assisted planning systems. The three–dimensional physically–based simulation of facial surgery is envisioned to replace or complement on current surgical planning techniques.

After a short motivation and overview of existing deformable models in computer graphics and surgery simulation, we give an introduction to the finite element method. Its application in the context of static elasticity is one of the main building blocks of the envisioned tissue model for surgery simulation. Besides classical linear elasticity, incompressibility and nonlinear stress–strain relations are taken into account.

The representation of surfaces and volumes by means of Bernstein–Bézier patches is revisited. Emphasis is put on barycentric representations and on the construction of smooth patch transitions. Further, multivariate hermite interpolants are investigated and evaluated with respect to their suitability for finite element modeling. The construction of a globally C^1 trivariate tetrahedral interpolant based on a multi–dimensional generalization of the well–known Clough–Tocher split is presented.

As a next step, Bernstein–Bézier techniques are put into the context of finite element analysis of static elastomechanics. A C^1 –continuous tetrahedral finite element is derived from the trivariate Clough–Tocher construction. The complex assembly procedure resulting from the construction is given special emphasis. In a thorough test series, C^0 –continuous tetrahedral elements are compared with the C^1 Clough–Tocher element. Degree elevation and mesh refinement are opposed to the effect of imposing higher level continuity constraints. The C^1 construction scheme is shown to invalidate neither the approximation properties nor the locality of the Bernstein finite element basis. At the same time it preserves the integral nature of the basis and therefore allows for analytical integration.

Aiming at the evaluation of the physical tissue model and its finite element solution, we describe the implementation of a highly automatic surgery simulation prototype designed to post–simulate actual surgery. We propose methods and solutions needed in the model build–up and we describe an automatic computation of surgery displacement fields corresponding to real surgical procedures. The presentation of results achieved on the example of a test patient concludes the thesis.

ZUSAMMENFASSUNG

Sowohl die Analyse statischer Elastizität mit der Methode der finiten Elemente als auch die Bernstein–Bézier Repräsentation von Kurven und Flächen sind Forschungsgebiete mit einer langen Geschichte. Die Kombination von Erkenntnissen aus beiden Gebieten zu einem finiten Tetraederelement bietet allerdings eine fruchtbare Herausforderung. Die Theorie und Implementation solcher Elemente sowie deren Anwendung im Gebiet der Simulation kieferchirurgischer Eingriffe ist der Schwerpunkt dieser Dissertation.

Eine gründliche Chirurgieplanung ist sowohl für den Patienten als auch für den Chirurgen unabdingbar. Daher gewinnen computerunterstützte Planungsmethoden zunehmend an Bedeutung. Es ist vorstellbar, dass die dreidimensionale physikalisch basierte Planung kieferchirurgischer Eingriffe die traditionelle Planung mittelfristig verdrängt oder zumindest ergänzt.

Nach einer Motivation und einem Überblick über bestehende deformierbare Modelle in der Computergraphik und im Gebiet der Chirurgesimulation folgt eine Einführung in die Methode der finiten Elemente. Ihre Anwendung im Kontext der statischen Elastizität ist ein Hauptbestandteil des angestrebten Gewebemodells. Neben klassischer linearer Elastizität werden Inkompressibilität und nichtlineares Materialverhalten behandelt.

Anschliessend wird die Darstellung und Manipulation von Bernstein–Bézier Flächen eingeführt. Der Schwerpunkt liegt auf baryzentrischen Repräsentationen und der Konstruktion glatter Übergänge zwischen Flächenstücken. Multivariate Hermite Interpolanten werden auf ihre Eignung für den Einsatz in der Methode der finiten Elemente untersucht. Ausgehend von einer mehrdimensionalen Verallgemeinerung des bekannten Clough–Tocher Splits wird die Konstruktion eines global C^1 -stetigen Interpolanten auf Tetraedergittern beschrieben.

In einem nächsten Schritt wird die Bernstein–Bézier Technik im Hinblick auf die Analyse statischer Elastizität in den Kontext der Methode der finiten Elemente gesetzt. Ausgehend von der trivariaten Clough–Tocher Konstruktion wird ein C^1 -stetiges finites Element vorgestellt. Der komplexen Assemblierung solcher Elemente wird spezielles Augenmerk gewidmet. In einer Testserie werden C^0 -stetige Elemente mit dem C^1 Element verglichen. Graderhöhung und Gitterverfeinerung werden dem Ansatz mit erhöhter Stetigkeit gegenübergestellt. Dabei erweist es sich, dass die C^1 -Konstruktion weder die Approximationseigenschaften verschlechtert noch die Lokalität der Bernsteinbasis invalidiert. Gleichzeitig bleibt die Repräsentation nicht rational und damit geeignet für die analytische Integration.

Im Hinblick auf die Evaluierung sowohl des physikalischen Modells als auch der finite Elemente Lösung wird die Prototyp-Implementation eines weitgehend automatischen Chirurgesimulators zur Nachsimulation echter Operationen beschrieben. Methoden und Ansätze für den Aufbau des Modells werden vorgeschlagen, und die automatische Bestimmung von Verschiebungsfeldern zur Repräsentation echter Eingriffe wird beschrieben. Die Präsentation von Resultaten am Beispiel eines Testpatienten schliesst die Arbeit ab.