



Doctoral Thesis

## Bosonic model of hole pairs in t-J ladders

**Author(s):**

Siller, Thomas

**Publication Date:**

2001

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-004321736> →

**Rights / License:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

DISS. ETH Nr. 14534

BOSONIC MODEL OF HOLE PAIRS IN  $t$ - $J$  LADDERS

A dissertation submitted to the  
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY ZURICH

for the degree of  
DOCTOR OF NATURAL SCIENCES

presented by

THOMAS SILLER

Dipl. Ing., Graz University of Technology (Austria)

born October 27<sup>th</sup>, 1970

citizen of Italy

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. T. M. Rice, examiner

Prof. Dr. Frédéric Mila, co-examiner

Prof. Dr. Matthias Troyer, co-examiner

# Abstract

The aim of the present work is to extend and refine the investigation of the  $t$ - $J$  model with the help of the DMRG technique by mapping results onto effective bosonic models. After obtaining the bosonic model low energy properties – as the Luttinger liquid parameter – are examined using other numerical techniques.

In the first part, a bosonic representation for hole-pairs on a two-leg  $t$ - $J$  ladder is investigated. DMRG results are used to parameterize their dispersion and their effective mutual interactions. Next, the Luttinger liquid parameter  $K_\rho$  is calculated for electron densities from  $\rho = 0.982$  to  $\rho = 0.75$  (half filling corresponds to  $\rho = 1$ ). Down to  $\rho \simeq 0.875$  and for values of the rung exchange coupling  $J'$  between strong coupling and the isotropic case ( $J' = 0.35 t$ ), the superconducting correlations are found to be dominant and  $K_\rho \rightarrow 1$  for  $\rho \rightarrow 1$ . Furthermore, for commensurate filling,  $\rho = 0.75$ , there might be true charge density wave ordering and a charge gap. The correlation length for two bound holes shows non-monotonic behavior for intermediate  $J'$ . This is related to different kinds of bonds in the region between the two holes of a hole pair when they move apart.

In the second part, the analysis is extended to four-leg ladders. The extra transverse degrees of freedom allow the formation of larger clusters of two hole-pairs (i. e. four hole clusters) when the hole density exceeds a critical concentration  $\delta_c \simeq \frac{1}{8}$ . A cluster represents not a bound state of the hole-pairs, but a finite energy resonance which becomes populated when the chemical potential reaches a certain threshold. In the low doping region, the mapping onto the model of hard core bosons that has been used earlier for the two-leg ladder is extended and a parameterization of the repulsive interactions and Luttinger liquid exponent  $K_\rho$  is obtained. The effective repulsive interaction is longer ranged for the four-leg ladder and in turn reduces the value of  $K_\rho$ . As a consequence, the region of predominantly superconducting correlations is reduced in the wider ladder. To reproduce the behavior shown in the higher doping region, it is necessary to introduce an extra transverse degree of

freedom in the effective model and to modify the interaction potential to incorporate a four hole cluster as a finite energy resonance. The Luttinger liquid parameter for  $\delta = \frac{1}{6} > \delta_c$  is estimated within this bosonic model. The result suggests that the superconducting correlations dominate the long range behavior.

# Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit ist es, die Untersuchungen des  $t$ - $J$  Modells mit Hilfe der DMRG Technik durch die Abbildung auf effektive bosonische Modelle zu erweitern und verfeinern. Nach Auffinden des bosonischen Modells werden niederenergetische Eigenschaften - wie z.B. der Luttinger-Liquid-Parameter  $K_\rho$  - mit anderen numerischen Techniken untersucht.

Im ersten Teil wird eine bosonische Darstellung von Lochpaaren auf einer zwei-Bein-Leiter betrachtet. DMRG Ergebnisse werden zur Parameterisierung ihrer Dispersion und ihrer effektiven Wechselwirkung verwendet. Anschliessend wird der Luttinger-Liquid-Parameter  $K_\rho$  für Elektronendichten von  $\rho = 0.982$  bis  $\rho = 0.75$  berechnet (Halbfüllung entspricht  $\rho = 1$ ). Hinunter bis  $\rho \simeq 0.875$  und für Werte der Sprossen-Austausch-Kopplung  $J'$  zwischen starker Kopplung und dem isotropen Fall ( $J' = 0.35 t$ ) dominieren die supraleitenden Korrelationen und  $K_\rho \rightarrow 1$  für  $\rho \rightarrow 1$ . Weiters gibt es Indizien für Ladungsdichtewellen-Ordnung und ein Ladungs-Gap für kommensurate Füllung  $\rho = 0.75$ . Die Korrelationslänge für zwei gebundene Löcher zeigt nichtmonotones Verhalten für intermediäres  $J'$ . Dieses hängt mit den verschiedenen Arten von Bindungen in der Region zwischen zwei Löchern eines Lochpaares zusammen, wenn diese voneinander getrennt sind.

Im zweiten Teil wird diese Untersuchung auf vier-Bein-Leitern erweitert. Die dazugekommenen transversalen Freiheitsgrade ermöglichen die Bildung von grösseren Clustern aus Lochpaaren (d.h. vier-Loch-Cluster), wenn die Lochdichte eine kritische Konzentration  $\delta_c \simeq \frac{1}{8}$  erreicht. Ein Cluster stellt nicht einen gebundenen Zustand von Lochpaaren dar, sondern einen resonanten Zustand, der dann besetzt wird, wenn das chemische Potential eine bestimmte Schwelle übersteigt. Im Bereich schwachen Dopings wird die Abbildung auf das Hard-Core-Boson Modell, welches bereits für die zwei-Bein-Leiter verwendet wurde, erweitert und eine Parameterisierung der abstossenden Wechselwirkung und des Luttinger-Liquid-Parameters erreicht. Die effektive abstossende Wechselwirkung ist weitreichender im Falle der

vier-Bein-Leiter, weshalb die Werte für  $K_\rho$  kleiner ausfallen. Folglich wird die Region vorwiegend supraleitender Korrelationen in der breiteren Leiter reduziert. Um das Verhalten im stark dotierten Bereich zu reproduzieren, ist es nötig, einen zusätzlichen transversalen Freiheitsgrad in das effektive Modell einzuführen und das Wechselwirkungspotential so zu modifizieren, dass es einen vier-Loch-Cluster als resonanten Zustand endlicher Energie ermöglicht. Der Luttinger-Liquid-Parameter wird innerhalb dieses bosonischen Modells für  $\delta = \frac{1}{6} > \delta_c$  abgeschätzt. Gemäss diesem Ergebnis dominieren die supraleitenden Korrelationen das langreichweitige Verhalten.