

# Copula inference for finance and insurance

**Doctoral Thesis**

**Author(s):**

Costa Dias, Alexandra da

**Publication date:**

2004

**Permanent link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-004701799>

**Rights / license:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#)

Doctoral Thesis ETH No. 15283

# Copula Inference for Finance and Insurance

A dissertation submitted to the  
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY  
ZURICH

for the degree of  
DOKTOR DER MATHEMATIK

presented by  
ALEXANDRA DA COSTA DIAS  
M.Sc. Math. ISEG - UTL Portugal  
born July 31, 1967  
citizen of Portugal

accepted on the recommendation of  
Prof. Dr. P. Embrechts, examiner  
Prof. Dr. A. J. McNeil, co-examiner  
Prof. Dr. M. Ivette Gomes, co-examiner

2004

# Abstract

This thesis describes models and inference methods for insurance and finance data by means of copulae. Although the definition of a copula dates from 1959 its merits have long been disregarded in insurance, finance and risk management applications. Only in 1997, Wang proposed copula models for the analysis of insurance data. Embrechts, McNeil and Straumann in 1999 applied the copula framework to financial data. Meanwhile, copula theory has been developed up to the textbook level. Whilst the literature on copulae is devoted either to probabilistic theory, to inference methods or to applications, we present a combination of these three modelling aspects. Our approach has been spurred by the recent developments in integrated risk management of financial institutions, resulting in an increasing need for the modelling of multivariate financial risk factors and their interaction.

In this thesis we study copula models for insurance and finance data together with inference methods that allow for the proper fitting of these models. It is for this reason that the development of the theory and the practical applications go hand in hand. Starting from representative insurance and finance data, we look for appropriate copula models to analyse the data. Where necessary, we first develop the methodological tools to perform the copula analysis. Once these tools are available and sufficiently tested we apply them to answer specific econometric or risk management related questions. We present copula models both for independent and identically distributed data as well as for more general time series. In the case of general time series, we consider time-invariant and time-varying copula models, and further study copula change-point

analysis. Two different inference methods are used, a parametric and a semi-parametric one. We explain the standard error estimation procedure for the model parameters and show how confidence intervals can be derived. Moreover, we investigate asymptotic tail-dependence properties, spectral densities, and extreme tail-dependence copula. Goodness-of-fit and elliptical symmetry tests are also considered.

# Kurzfassung

Diese Arbeit vereint Modelle und Inferenzmethoden zur Analyse von Versicherungs- und Finanzdaten mit Hilfe von Copulas. Obschon die Definition des Copula-Begriffs auf das Jahr 1959 zurückreicht, hielt diese Art der statistischen Modellierung im Versicherungs- und Finanzbereich und im Risikomanagement erst vor kurzem Einzug. Die Verwendung von Copula-Modellen für Versicherungsdaten wurde 1997 erstmals von Wang propagiert, während Embrechts, McNeil und Straumann im Jahre 1999 diesen Ansatz auf Finanzdaten übertrugen. Mittlerweile ist die Entwicklung der Copula-Theorie bis zum Lehrbuch-Niveau ausgereift. Während die Literatur zum Thema Copula vorwiegend dreigeteilt ist in entweder wahrscheinlichkeitstheoretische, statistische oder anwendungsorientierte Aspekte, ist es das Ziel dieser Arbeit, eine disziplinenübergreifende Synthese dieser drei Aspekte zu präsentieren. Motiviert wird unser Ansatz durch die jüngsten Entwicklungen im Bereich integriertes Risikomanagement von Finanzdienstleistern, wo die Modellierung von mehrdimensionalen Risikofaktoren und deren Wechselwirkung unabdingbar geworden ist.

In dieser Arbeit untersuchen wir Copula-Modelle für Versicherungs- und Finanzdaten. Insbesondere sind wir an der Kalibrierung solcher Modelle interessiert. Aus diesem Grunde gehen Präsentation der Modelle und ihre praktischen Anwendungen Hand in Hand. Ausgehend von realen Versicherungs- und Finanzdaten, halten wir Ausschau nach adäquaten Copula-Modellen. Wo nötig, werden entsprechende Modelle zuerst entwickelt. Sind die Modelle erst einmal bereitgestellt und hinreichend getestet, können sie dazu verwendet werden, auf Fragen ökonomischer Art und aus dem Bereich Risikomanagement Antworten zu geben. Dabei

beschränken wir uns nicht nur auf die Modellierung von unabhängigen und identisch verteilten Daten, sondern richten unser Augenmerk auch auf allgemeinere Zeitreihen. Für den letzteren Fall betrachten wir sowohl zeitunabhängige wie auch zeitabhängige Copula-Modelle sowie die Technik der Wechsellpunkte. Wir präsentieren eine parametrische und eine semi-parametrische Inferenzmethode. Ferner erläutern wir, wie die Standard-Fehler der Modellparameter geschätzt werden und zeigen, wie daraus Vertrauensintervalle bestimmt werden können. Darüberhinaus widmen wir uns der asymptotischen Abhängigkeit für das Auftreten gemeinsamer extremer Ereignisse und den Spektral-Dichten. Schliesslich werden auch Anpassungstests und Tests auf elliptische Symmetrie durchgeführt.