

Dimensionieren I

WS 2004-05

Educational Material

Author(s):

Meier, Markus

Publication date:

2004

Permanent link:

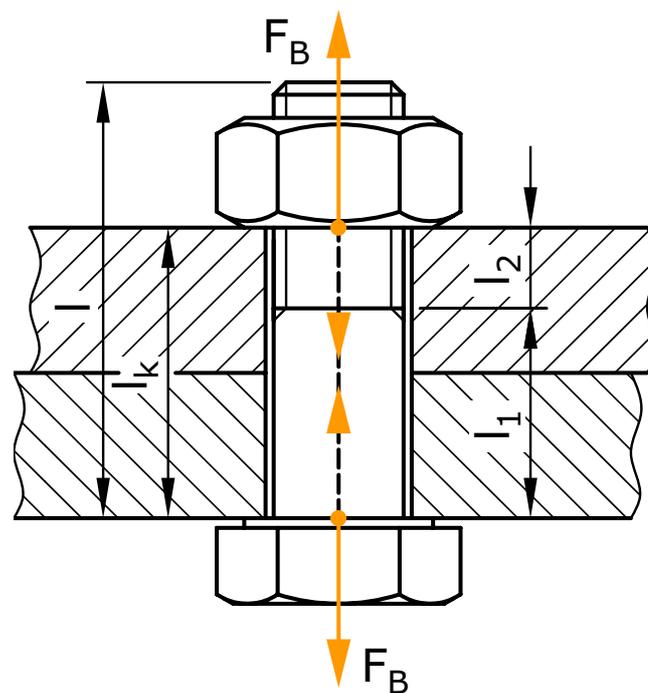
<https://doi.org/10.3929/ethz-a-004822319>

Rights / license:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#)

Dimensionieren I

Autor: Prof. Dr. Markus Meier
WS 2005–06



Inhaltsverzeichnis

Elementare Beanspruchungsfälle 2	1
Überblick	3
Flächenpressung zwischen Bauteilen	4
Flächenpressung ebener Wirkflächen	4
Flächenpressung bei Zapfen-/Bohrung-Verbindung	5
Flächenpressung gewölbter Wirkflächen	6
Druck-Beanspruchung rotationssymmetrischer Körper	18
Herleitung der Grundbeziehungen für Spannungen und Dehnungen	18
Druckbelasteter dickwandiger Zylinder	24
Druckbelastung dünnwandiger Zylinder (Kesselformeln)	38
Rotierende rotationssymmetrische Zylinder	40
Zusammenfassung	44
Ermüdungsfestigkeit	1
Überblick	3
Versagen durch Ermüdung	9
Begriffe der schwingenden Belastung	11
Wöhlerversuch und Wöhlerkurve	14
Dauerfestigkeit und Grenzlastspielzahl NG	15
Wahrscheinlichkeit und Streubereiche der Wöhlerkurve	16
Schadenslinie	16
Einfluss der Mittelspannung auf die Wöhlerkurve	17
Versuchsaufbau, standardisierte Werte	18
Dauerfestigkeit	20
Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh	20
Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith	21
Bestimmung der Dauerfestigkeit und Einflussgrößen	24
Einfluss der Wärmebehandlung – der technologische Grösseneinflussfaktor	28
Einfluss des Spannungsgefälles infolge Bauteilgrösse – der geometrische Grösseneinflussfaktor	30
Kerbeeinfluss, Kerbwirkungszahl	32
Einflussfaktor der Oberflächenrauheit	43
Einfluss der Oberflächenverfestigung	45
Gestaltfestigkeit bei einachsiger Beanspruchung	46
Gestalt-Wechselfestigkeit	46
Einfluss der Mittelspannung	48
Gestaltfestigkeit bei mehrachsiger Beanspruchung	50
Gewichtungsfaktoren für mehrachsige Beanspruchung	51
Vergleichs-Gestaltfestigkeit	52
Spannungskomponenten	52
Vergleichs-Mittelspannung nach Sines	54
Vergleichs-Ausschlagsspannung	56
Nachweis der Dauerfestigkeit	57
Ermüdungsfestigkeit bei Mehrstufenbelastungen	58
Palmgren-Miner-Regel (elementare Miner-Regel)	59
Relativ-Miner-Regel	61
Ermüdungsgerechtes Konstruieren	62
Werkstoffauswahl/Werkstoffzustand	62
Oberflächenbehandlung und Oberflächenschutz	64
Gestaltung von Schweisskonstruktionen	66
Schrauben und Nietverbindungen	69
Allgemeine Gestaltungshinweise	71
Zusammenfassung	75

Übersicht Maschinenelemente	1
Überblick	3
Systematische Einteilung der Maschinenelemente	5
Systematische Einteilung der Verbindungen	6
Systematische Einteilung der Federn	9
Systematische Einteilung der Achsen und Wellen	9
Systematische Einteilung der Wellen-Naben-Verbindungen	10
Systematische Einteilung der Lagerungen	11
Systematische Einteilung der Dichtungen	12
Zusammenfassung	13
Stift- und Bolzenverbindung	1
Überblick	3
Stiftverbindungen	5
Normung, Ausführung, Material	7
Dimensionierung von Querkraft belasteten Steckstiften	11
Dimensionieren von Querstift mit Drehmomentbelastung	14
Dimensionierung von Längsstiften mit Drehmomentbelastung	17
Dimensionieren von Flanschstiften mit Drehmomentbelastung	20
Bolzenverbindungen	24
Normung, Ausführung, Material	25
Dimensionierung von Stangen-, Gabel- bzw. Bolzenverbindung	26
Zulässige Festigkeitswerte für Stifte und Bolzen	31
Zusammenfassung	33
Nietverbindungen	1
Überblick	3
Normung, Ausführung, Materialien	5
Nietwerkstoffe	5
Clinchen (Durchsetzfügen)	6
Anwendung und Eignung	8
Herstellung	9
Warmnietung	9
Kaltnietung	10
Dimensionierung von Nietverbindungen	11
Entwurfsrichtlinien	12
Dimensionierung kraftschlüssiger Nietverbindungen	12
Dimensionierung formschlüssiger Nietverbindungen	14
Dimensionierung momentenbelasteter Nietverbindungen	19
Gestaltungsrichtlinien von Nietverbindungen	23
Zusammenfassung	25

Lagerungen	1
Überblick	3
Wälzlager	5
Wälzkörper	6
Lagerringe	7
Käfige	7
Klassierung der Wälzlager	8
Wälzlagerbauarten und Eigenschaften	9
Wälzlager aus keramischen Materialien	24
Anordnung, Gestaltung und Einbau von Wälzlägern	25
Lagerdimensionierung	38
Gleitlager	52
Einteilung	52
Festkörperreibungslager	55
Hydrodynamische Gleitlager	63
Hydrostatische Gleitlager	75
Lagerauswahl, Bewertung	79
Zusammenfassung	82
Schraubenverbindungen	1
Überblick	3
Schraubenverbindungen	5
Gewindearten (DIN 202)	5
Schraubenarten	7
Muttertypen	8
Schraubensicherung	9
Herstellung und Qualität	10
Kräfte im Gewinde	11
Wirkungsgrad, Selbsthemmung	15
Anzugsmoment	17
Kräfte und Spannungen in Verschraubungen	20
Technisches Rationalisierungspotential bei Schraubenverbindungen	39
Zusammenfassung	42

Elementare Beanspruchungsfälle 2

Autor: Prof. Dr. Markus Meier

1 Überblick

Motivation

In der früheren Entwurfsphase eines neuen Produktes sind erst Skizze und Grobentwürfe vorhanden. Die Dimensionen der Bauteile (Durchmesser, Dicke, Profilgeometrie usw.) sind noch unbekannt. Somit sind auch noch keine CAD-Daten vorhanden.

Nun müssen mit einfachen analytischen Überschlagsrechnungen die Dimensionen abgeschätzt werden. an der Skizze eines Rollers müssen der Durchmesser des Lenkrohrs, die Breite und Dicke der Trittfläche, der Durchmesser der Rollenachsen usw. festgelegt werden. Die Grundlagen der elementaren Belastungsfälle helfen einerseits bei der Grobdimensionierung, andererseits bilden sie auch die Grundlage, um in späteren Entwicklungsphasen Resultate komplexer Fälle (mittels Computerprogrammen berechnet) zu interpretieren.

Lernziele

Auf der theoretischen Grundlage der Mechanik aufbauend lernen Sie die elementaren Beanspruchungsfälle der angewandten Festigkeitslehre kennen:

- Zug-, Druck-, Biegungs-, Torsions- und Schubbeanspruchung,
- die Pressung zwischen gewölbten Körpern,
- die Beanspruchung rotationssymmetrischer Körper,
- die unter radialem Druck auftretenden Einzel- und **Vergleichsspannungen**.

Sie können

- alle diese Fälle erklären und interpretieren und
- einfach konkrete Festigkeitsberechnungen selbständig durchführen.

Einleitung

Viele Konstruktionen lassen sich für eine erste grobe Dimensionierung auf einfache Bauformen, beansprucht durch elementare Beanspruchungsfälle reduzieren.

Einfache Bauformen sind dabei Stäbe, Platten, Profile etc. Und elementare Beanspruchungsfälle sind Zug-, Druck-, Biegung, Torsion oder einfache Kombinationen daraus.

Komplexe Formen, schwierige Beanspruchungsfälle lassen sich nur noch durch numerische Verfahren wie z.B. die Finite-Elemente-Methode berechnen.

2 Flächenpressung zwischen Bauteilen

Bauteile leiten Kräfte und übertragen diese über die **Wirkflächen**. Diese Kräfte werden auch Wirkkräfte genannt. Sie verteilen sich auf der Wirkfläche zu Druckspannungen (negatives Vorzeichen). Diese werden auch Flächenpressung (positives Vorzeichen) genannt.

2.1 Flächenpressung ebener Wirkflächen

Falls die beiden Wirkflächen eine begrenzte Ebene bilden, ist die **Flächenpressung**:

$$p = \frac{F_x}{A} \quad (1)$$

wobei A die Berührungsfläche ist.

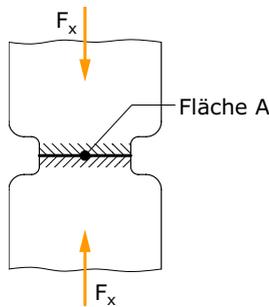


Bild (B001preZ) Wirkfläche

2.2 Flächenpressung bei Zapfen-/Bohrung-Verbindung

Falls die Wirkflächen aus einem Zapfen und einer Bohrung bestehen, wobei die Durchmesser annähernd gleich gross sind, bzw. die Kräfte sich durch Deformation der Wirkflächen breit abstützen (Ausdehnung der Berührungsfläche in gleicher Grössenordnung wie Durchmesser), so wird als Fläche A die Projektion des Zapfens bzw. der Bohrung eingesetzt.

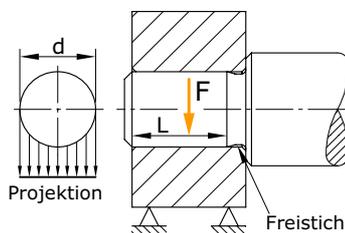


Bild (B002preZ) Lagerschale

$$A_{\text{Proj}} = d \cdot L \quad (2)$$

$$p = \frac{F}{A_{\text{Proj}}} \quad (3)$$

Diskussion

In der Realität ist die Spannung über dem Querschnitt nicht konstant; weder auf der ganzen Projektionsbreite, noch auf der -länge. Dies wird sofort klar, wenn man sich eine **Spielpassung** vorstellt, wo der Zapfen nur noch auf einem schmalen, elastisch abgeflachten Streifen berührt. Auch in Richtung der Breite dieses Streifens variiert die Spannung, und das Maximum ist höher als dieser Durchschnittswert.

Die Flächenpressung in der Bohrung wird auch **Lochleibung** genannt.

2.3 Flächenpressung gewölbter Wirkflächen

Wirkflächen, bei welchen die Berührungsradien stark unterschiedlich sind (Wirkfläche klein gegenüber Radien der **Wirkkörper**) werden die Beanspruchungen in der Wirkfläche mittels den Theorien nach Hertz berechnet.

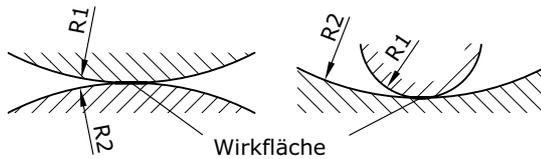


Bild (B003preZ) Flächenpressung gewölbter Wirkflächen

Diese Beanspruchungsart tritt im Maschinenbau oft auf, beispielsweise zwischen:

- Wälzkörpern (Kugeln, Walzen, Rollen, Nadeln) und Laufringen von Wälzlagern,
- Zahnflanken bei Getrieben bzw.
- Rad und Schiene bei Eisenbahnwagen.

Bei der Pressung zwischen Körpern mit gekrümmten Oberflächen entsteht ein Spannungs- und Verformungszustand, der bereits von Heinrich Hertz (für den Radkontakt bei Eisenbahnen) mit gewissen Näherungen theoretisch gelöst wurde. Ein umfangreiches Bild über den gesamten Spannungszustand und den Verlauf der Vergleichsspannung wurde erst in den letzten Jahren mit Hilfe von verschiedenen Computerprogrammen erzielt.

Werden zwei elastische Körper mit gewölbten Oberflächen gegeneinander gepresst, so platten beide Körper an der Berührungsstelle ab.

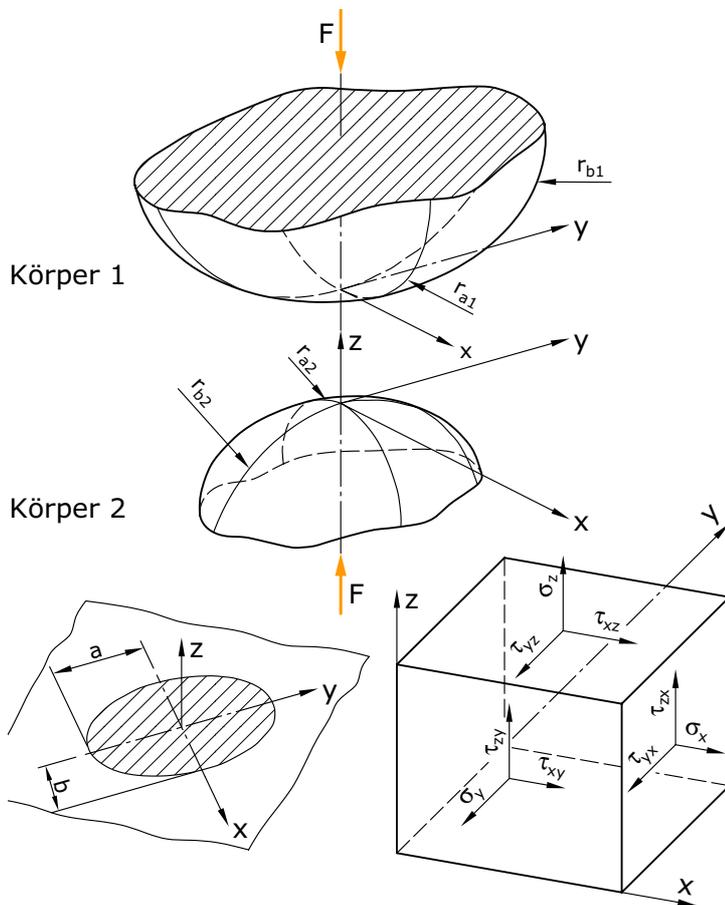


Bild (B004preZ) Geometrie der berührenden Körper und der Projektion der Druckfigur auf eine Ebene senkrecht zur z-Achse.

Die Theorie bei der Hertz'schen Pressung wurde unter folgenden Voraussetzungen entwickelt:

1. Die Abmessungen a und b der Abplattung infolge der Kraftwirkung F sind klein gegenüber den **Hauptkrümmungsradien** (r_{a1} , r_{b1} , r_{a2} , r_{b2}) der gewölbten Oberflächen.
2. Die **Elastizitätsgrenze** wird nicht überschritten.
3. Auf den Druckoberflächen treten nur Normal-, jedoch keine Schubspannungen auf, wie sie z. B. durch Reibkräfte induziert sein können.

Unter der ersten Voraussetzung ist es möglich, die Körperoberflächen durch allgemeine Paraboloiden mit gleichen Hauptkrümmungsradien wie die tatsächlichen Körper ausreichend genau anzunähern.

Dadurch ergibt sich aus den Berechnungen, dass die Projektion der Druckfigur auf eine Ebene eine Ellipse wird. Die x - und y -Achse des kartesischen Koordinatensystems wurden in die Hauptachsen der

Druckellipse gelegt. Die z-Achse weist dann senkrecht zur Druckfigur. Im Bild B004preZ ist der Spannungszustand in einem beliebigen Punkt dargestellt. In der Regel interessiert nur die Spannungsverteilung in unmittelbarer Nähe der Druckstelle, weil die Spannungen mit zunehmender Entfernung von der Druckellipse in x- und y-Richtung rasch abklingen.

Die Bestimmung der exakten Spannungsverteilung für alle Spannungskomponenten setzt umfangreiche Berechnungen voraus. Im Folgenden sollen nur einige partikuläre Fälle behandelt werden.

2.3.1 Kugel gegen Kugel

Bei der Zusammenpressung zweier Kugeln liegt im Allgemeinen die Druckfigur nicht in einer Ebene.

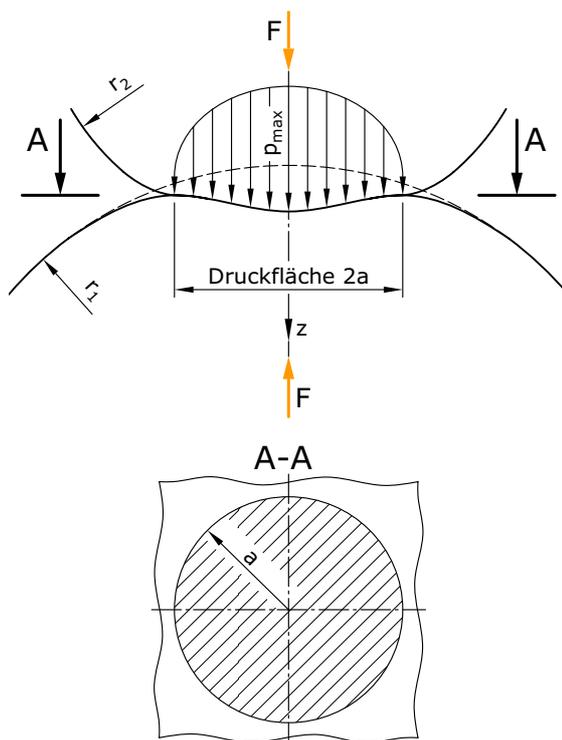


Bild (B005preZ) Die Form der bei der Wirkung der Kraft F entstandenen Druckfigur und die Projektion der Druckfigur auf eine Ebene

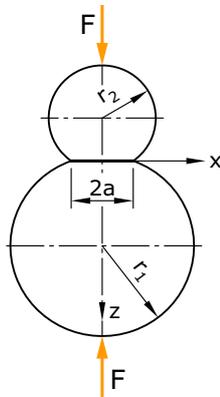


Bild (B006preZ) Kugel gegen Kugel

Die Projektion der Druckfigur auf eine Ebene senkrecht zur Z-Achse ist ein Kreis mit Druckflächenradius a nach Hertz:

$$a = \sqrt[3]{\frac{3}{4}(1-\nu^2)F \frac{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)}{\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}} \quad (4)$$

und die maximale Spannung p_{\max} auf der Oberfläche ($z=0$) und $x=y=0$ ($p_{\max} = -\sigma_z(z=0)$):

$$p_{\max} = \sqrt[3]{\frac{6F \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)^2}{\pi^3 (1-\nu^2)^2 \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)^2}} \quad (5)$$

wobei:

E_1 = Elastizitätsmodul der Kugel 1

E_2 = Elastizitätsmodul der Kugel 2

ν = Querszahl

F = Anpresskraft

r_1 = Kugelradius der Kugel 1

r_2 = Kugelradius der Kugel 2

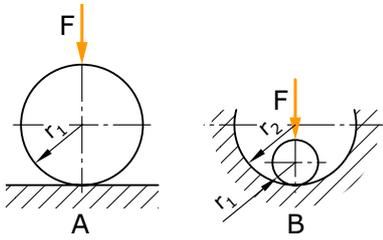


Bild (B007preZ) Hertz'sche Pressung A: Kugel gegen Platte $r_2 = \infty$; B: Kugel gegen die innere Seite einer anderen Kugel $r_2 < 0$

Die Beziehungen können auch für die Spezialfälle wie in Bild B007preZ bei zutreffender Eingabe der r_2 -Werte angewandt werden. Bei den konvexen Flächen werden die Krümmungsradien mit positivem, bei den konkaven Flächen mit negativem Vorzeichen angegeben.

Mit $E_1 = E_2 = E$ ergibt die Pressung einer Kugel gegen eine Platte (A in Bild B007preZ):

$$a = \sqrt[3]{\frac{1.5(1-\nu^2)Fr}{E}} \quad (6)$$

$$p_{\max} = \frac{1}{\pi} \sqrt[3]{\frac{1.5FE^2}{r^2(1-\nu^2)^2}} \quad (7)$$

Für die mittlere Flächenpressung p_m :

$$p_m = \frac{F}{(\pi a^2)} \quad (8)$$

Damit ergibt sich die maximale Druckspannung:

$$p_{\max} = 1.5p_m \quad (9)$$

Die σ -Spannungen variieren in Richtung der z-Achse. Im Folgenden soll die Variation der Spannungen σ_z , σ_r , σ_t für zwei gegeneinander gepresste Kugeln entlang der z-Achse (für $x=y=0$) dargestellt werden. Die Vergleichsspannung wird nach der **Schubspannungshypothese** aus diesen Spannungen in Funktion von z berechnet. Weil die Schubspannungen entlang der z-Achse ($x=y=0$) Null sind, erscheinen sie in Bild B008preZ nicht.

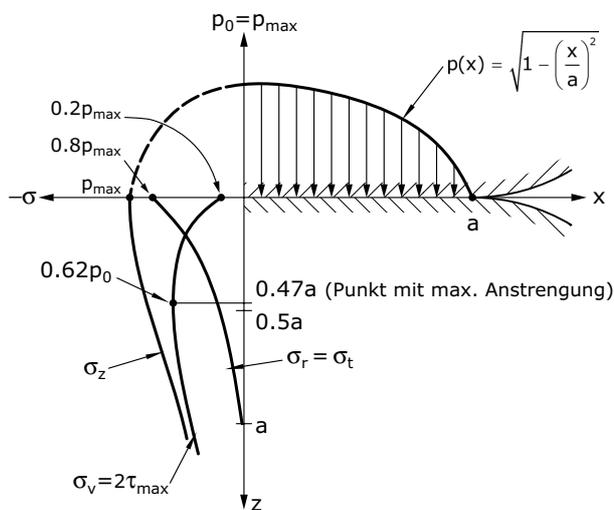


Bild (B008preZ) Kugel gegen Kugel.
Verteilung der Spannungen entlang der z-Achse ($x=y=0$)

σ_z hat bei $z=0$ das Maximum: $\sigma_z = P_0 = p_{\max}$.

σ_r und σ_t sind auf der Achse z identisch, nehmen auf der Oberfläche den Wert $\sigma_r = \sigma_t = -0.8 p_{\max}$ an und klingen mit z ab.

Man erkennt, dass die maximale Anstrengung des Materials σ_v nicht an der Oberfläche, sondern in einer Tiefe von $0.47a$ liegt. Die Vergleichsspannung beträgt an dieser Stelle $\sigma_v = 0.62 p_{\max}$.

Der **Mohr'sche Spannungskreis** hat in dieser kritischen Tiefe z die folgende Gestalt:

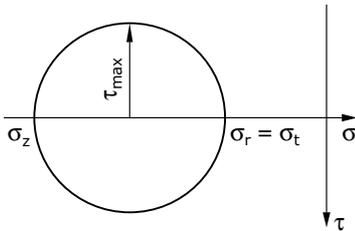


Bild (B009preZ) Mohr'scher Spannungskreis in der kritischen Tiefe von $z=0.47a$

Die Erkenntnis, dass die maximale Anstrengung nicht auf, sondern unter der Oberfläche liegt, hat eine grosse Bedeutung für die Praxis. Um eine gute Festigkeit unter Wirkung der Druckspannungen zu erreichen, werden die Oberflächen der gewölbten Körper häufig einsatzgehärtet oder nitriert. Auf diese Weise wird eine hohe Festigkeit und Oberflächenhärte erreicht. Gleichzeitig bleibt ein weicher Kern bestehen, der einen positiven Einfluss auf die Festigkeit bei ruhender oder wechselnder Stoss- und **Schwellbeanspruchung** hat.

Die Härtetiefe muss jedoch genügend tief sein (mindestens die Tiefe der maximalen Vergleichsspannung), ansonsten tritt ein „Schälen der Oberfläche“ ein.

2.3.2 Parallele Zylinder (Hertz)

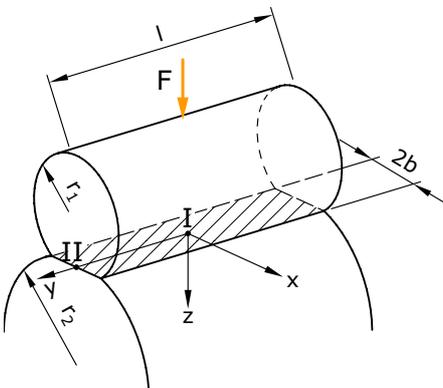


Bild (B010preZ) Gegeneinander gepresste Zylinder

Nach Hertz modifizieren sich die Beziehungen folgendermassen:
Halbe Druckflächenbreite:

$$b = \sqrt{\frac{\frac{4}{\pi}(1-\nu^2)F\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)}{l\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}} \quad (10)$$

Maximale Pressung:

$$p_{\max} = \sqrt{\frac{F\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}{\pi(1-\nu^2)\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)l}} \quad (11)$$

wobei

- E_1 = Elastizitätsmodul des Zylinders 1
- E_2 = Elastizitätsmodul des Zylinders 2
- ν = Querzahl
- F = Anpresskraft
- r_1 = Zylinderradius 1
- r_2 = Zylinderradius 2
- b = halbe Breite der Druckfläche
- l = Länge der Druckfläche

Die mittlere Pressung beträgt:

$$p_m = \frac{F}{2bl} \quad (12)$$

Mit $E_1 = E_2 = E$ und $r_2 = \infty$ kann die maximale Spannung eines Zylinders gegen eine Platte berechnet werden:

$$p_{\max} = \sqrt{\frac{F \cdot E}{2\pi(1-\nu^2)r_1}} \quad (13)$$

Spannungsverteilung entlang der z-Achse ($x=y=0$)

Aus den gleichen Gründen wie bei gegeneinander gepressten Kugeln wird im Folgenden den Spannungen entlang der z-Achse besondere Aufmerksamkeit geschenkt. Auch hier tritt die maximale Vergleichsspannung unter der Berührungsebene ein.

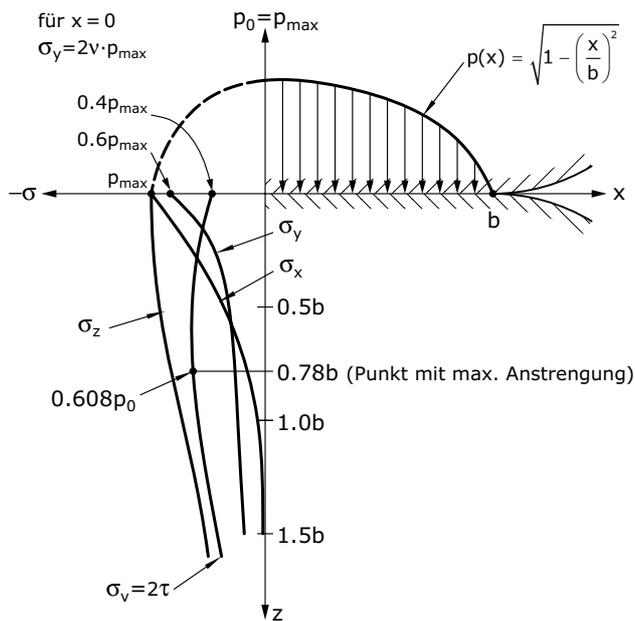


Bild (B011preZ) Gegeneinander gepresste Zylinder. Verteilung der Spannungen entlang der z-Achse ($x=y=0$)

Bei $z=0$ ist $\sigma_z = P_0 = p_{\max}$ und nimmt mit z ab. σ_x und σ_y sind ungleich und nehmen auch mit z ab. Die maximale Anstrengung ist bei $z=0.78b$ und beträgt $\sigma_v = 0.608 p_{\max}$.

Für Konstruktionen relevant ist auch die Variation von σ_y auf der y-Achse. In der Mitte der Druckfläche (Punkt I) beträgt diese Spannung:

$$\sigma_y = 2\nu\sigma_z \quad (14)$$

und am freien Ende (Punkt II) muss jedoch gelten:

$$\sigma_y = 0 \quad (15)$$

Für die Mohr'sche Spannungskreise ergibt sich:

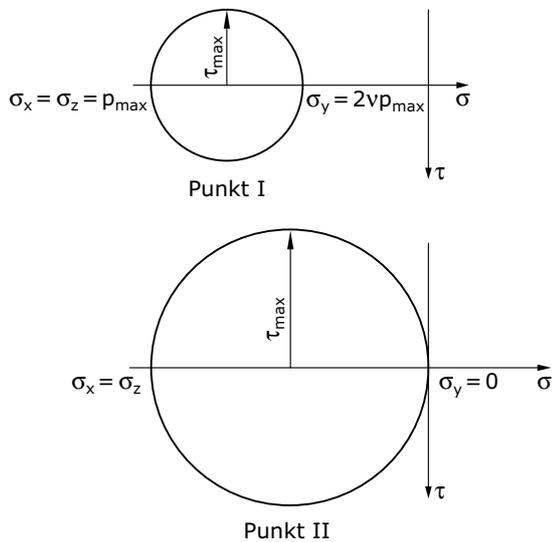


Bild (B012preZ) Mohr'sche Spannungskreise für die Punkte I und II im Bild B010preZ

Man erhält an den Enden höhere Vergleichsspannungen. Aus diesem Grund werden Enden von Zylindern vorzugsweise **bombiert**.

Obwohl bei der Hertz'schen Theorie Schmierschicht und Reibung nicht berücksichtigt wurden, bildet diese Theorie das Grundmodell für die Berechnung der Spannungen bei fast allen gegeneinander gepressten Elementen mit gewölbten Flächen. So werden die Hertz'schen Beziehungen auch zur Tragfähigkeitsbestimmung von Wälzpaarungen angewandt. Die Hertz'sche Theorie wurde weiter entwickelt, so dass auch Reibungskräfte in die Rechnung einbezogen werden können (zum Beispiel bei der Berechnung von Zahnrädern).

2.3.3 Beschädigung durch überhöhte Flächenpressung

Zu den Maschinenteilen, die Defekte infolge zu hoher Hertz'schen Pressung haben können, gehören Wälzlager, Gleitlager, Nocken, Zahnräder usw. In Bild B013preZ sind die Defekte in den Rollen eines Tonnenlagers dargestellt. Die Oberflächenschäden sind infolge Abreibung, Verunreinigung des Schmiermittels und Abbröckeln, ausgehend von Rissen unter der Oberfläche, entstanden.

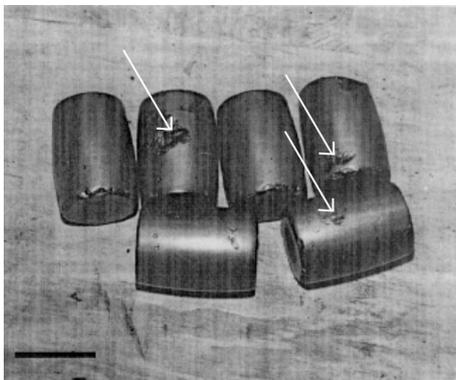


Bild (B013preZ) Defekte bei den Wälzkörpern eines Tonnenlagers



Bild (B014preZ) Defekte im Innenring eines Pendelrollenlagers

Eine zu hohe Flächenpressung und Korrosion haben die Defekte im Innenring des Wälzlagers in Bild B014preZ verursacht.

In Bild B015preZ sind typische Defekte von Zahnrädern infolge zu hoher Flankenpressung dargestellt.

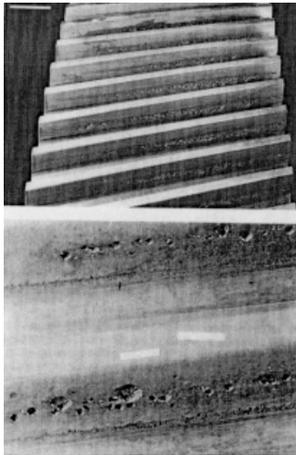


Bild (B015preZ) Defekte in Zahnrädern; oben einzelne Zahnflanken im Überblick; unten eine Flanke im Detail

3 Druck-Beanspruchung rotationssymmetrischer Körper

Viele Konstruktionen beinhalten rotationssymmetrische Bauteile oder, die für eine erste Auslegung, als solche behandelt werden können. Sind die Querschnittswerte entlang x konstant, kann man vorteilhafterweise die analytischen Lösungen verwenden (geringerer Aufwand, einfachere Diskussion).

Trotz Rotationssymmetrie können die Querschnitte entlang x variieren. In diesen Fällen muss man zu numerischen Berechnungsmethoden greifen, wobei sowohl die **Finite-Elemente- (FEM)** wie auch die **Finite-Differenzen-Methode (FDM)** in Frage kommen.

3.1 Herleitung der Grundbeziehungen für Spannungen und Dehnungen

Das dickwandige Rohr wird in Zylinderkoordinaten beschrieben. Die Axial-, Umfangs- und Radialkoordinaten sind mit x , θ und r bezeichnet.

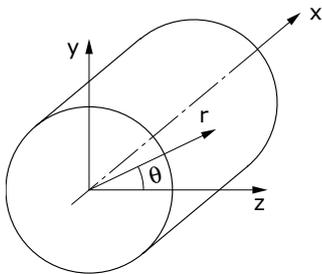


Bild (B001druZ) Zylinderkoordinatenvereinbarung

3.1.1 Gleichgewicht am zylindrischen Volumenelement

Aus Bild B002druZ kann das Gleichgewicht in radialer Richtung an einem kleinen Volumenelement mit der Massendichte ρ des dickwandigen, mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotierenden Zylinders aufgestellt werden:

$$-\sigma_r(rd\theta) - 2\sigma_\theta \frac{1}{2} d\theta dr + (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\theta + (r\rho\omega^2)dr(rd\theta) = 0 \quad (152)$$

Nach Kürzen mit $d\theta$ und Ausmultiplizieren der Klammerausdrücke folgt als Zwischenergebnis:

$$-\sigma_r - \sigma_\theta dr + r\sigma_r + \sigma_r dr + rd\sigma_r + d\sigma_r dr + (r\rho\omega^2)rdr = 0 \quad (153)$$

Dieser Ausdruck wird nun durch rdr dividiert, die sich gegenseitig aufhebenden Terme werden weggelassen und der Term $d\sigma_r dr$ vernachlässigt, womit man die Gleichgewichtsbedingung erhält:

$$\sigma_{r,r} + \frac{1}{r}(\sigma_r - \sigma_\theta) + \rho\omega^2 = 0 \quad (154)$$

Hierbei wird die Richtungsableitung nach r mit einem Komma bezeichnet.

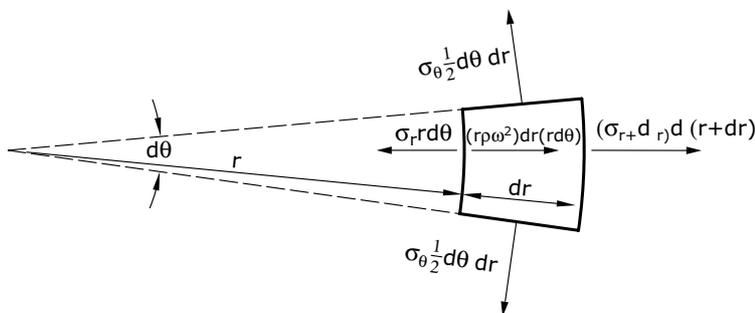


Bild (B002druZ) Kräfte an einem kleinen Volumenelement des Zylinders

3.1.2 Verschiebungs-Dehnungsgleichungen

Unter der Annahme, dass $l \gg r_a$ ist, werden sich alle in hinreichend grossem Abstand von den beiden Zylinderenden gewählten Querschnitte gleich verhalten. Damit gibt es keinen Einfluss der Längskoordinate x des Rohres auf sein mechanisches Verhalten. Deshalb spricht man hier von einem verallgemeinerten **ebenen Formänderungszustand (EFZ)** mit einer an allen Stellen konstanten Längsdehnung ε_x . Diese kann z. B. im Fall eines Druckbehälters von Null verschieden sein. Die Spannung σ_x ist hingegen zunächst unbekannt. Im Gegensatz dazu sind z. B. Schwungradscheiben in der Regel sehr kurz im Verhältnis zu ihrem Aussendurchmesser. Bei ihnen kann man von vornherein annehmen, dass die Spannung σ_x in Längsrichtung in der ganzen Scheibe 0 bzw. vernachlässigbar klein und die Dehnung ε_x eine unbekannte Funktion ist. In diesem Fall spricht man von einem **ebenen Spannungszustand (ESZ)**.

Ausgehend vom EFZ kann angenommen werden, dass alle Dehnungen und Spannungen sowohl in Längsrichtung des Rohres als auch in dessen Umfangsrichtung konstant sind. Dann verbleibt als unabhängige Variable nur der Radius r und bei nicht verschwindender Dehnung in Längsrichtung kann die Längsverschiebung u nur eine lineare Funktion von x sein. Wenn man auch noch ein Verdrillen des Rohres ausschliesst, ist die Verschiebung v in Umfangsrichtung stets 0. Damit gelten die Verschiebungsansätze:

$$\begin{aligned} u &= x\varepsilon_x^0 \\ v &= 0 \\ w &= w(r) \end{aligned} \tag{155}$$

mit der Längsdehnung $\varepsilon_x^0 = \text{konstant}$

Die Radialverschiebung w ist eine aus den Elastizitätsgleichungen und den Randbedingungen noch zu bestimmende Funktion von r .

Die Beziehungen zwischen den Verschiebungen und Dehnungen lauten allgemein:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \gamma_{\theta r} &= \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{v}{r} \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{w}{r} & \gamma_{rx} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \\ \varepsilon_r &= \frac{\partial w}{\partial r} & \gamma_{x\theta} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \end{aligned} \tag{156}$$

Die Anwendung dieser allgemeinen kinematischen Beziehungen auf die gewählten Verschiebungsansätze liefert die auf unsere Problemstellung bezogenen Dehnungs-Verschiebungsgleichungen:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = \varepsilon_x^0 & \gamma_{\theta r} &= 0 \\ \varepsilon_\theta &= \frac{w}{r} & \gamma_{rx} &= 0 \\ \varepsilon_r &= \frac{\partial w}{\partial r} = w_{,r} & \gamma_{\theta x} &= 0\end{aligned}\quad (157)$$

3.1.3 Stoffgesetz

Das **verallgemeinerte Hooke'sche Gesetz** für einen räumlichen Spannungszustand in einem **isotropen** Material lautet:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu (\sigma_\theta + \sigma_r)] \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \nu (\sigma_r + \sigma_x)] \\ \varepsilon_r &= \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu (\sigma_x + \sigma_\theta)]\end{aligned}\quad (158)$$

Bei verallgemeinertem EFZ, $\varepsilon_x = \varepsilon_x^0$ konstant, kann man die Spannungskomponente σ_x eliminieren, indem man das erste Glied der Gleichung (158) umstellt:

$$\sigma_x = E\varepsilon_x^0 + \nu (\sigma_\theta + \sigma_r)\quad (159)$$

und dieses dann in das zweite und dritte Glied derselben Gleichung einsetzt. Damit erhält man für den verallgemeinerten EFZ die Dehnungen:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_r \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 - \nu^2 & -\nu(1 + \nu) \\ -\nu(1 + \nu) & 1 - \nu^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_\theta \\ \sigma_r \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \nu\varepsilon_x^0 \\ \nu\varepsilon_x^0 \end{Bmatrix}\quad (160)$$

Und für die Spannungen im EFZ:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_\theta \\ \sigma_r \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu-2\nu^2} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu \\ \nu & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_\theta + \nu\varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_r + \nu\varepsilon_x^0 \end{Bmatrix} \quad (161)$$

Bei ESZ, $\sigma_x=0$, erhält man analog:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{-\nu}{E} (\sigma_\theta + \sigma_r) \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu\sigma_r) \\ \varepsilon_r &= \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu\sigma_\theta) \end{aligned} \quad (162)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_\theta \\ \sigma_r \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu \\ \nu & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_\theta \\ \varepsilon_r \end{Bmatrix} \quad (163)$$

3.1.4 Aufstellung der Verschiebungsdifferentialgleichung

Indem man die Verschiebung mit dem **Stoffgesetz** kombiniert, wird für den EFZ:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_\theta \\ \sigma_r \end{Bmatrix} = \frac{E}{1-\nu-2\nu^2} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu \\ \nu & 1-\nu \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{w}{r} + \nu\varepsilon_x^0 \\ w_{,r} + \nu\varepsilon_x^0 \end{Bmatrix} \quad (164)$$

Dieses Ergebnis kann in das Gleichgewicht eingesetzt werden. Dazu muss allerdings noch die Ableitung der Radialspannung gebildet werden:

$$\sigma_{r,r} = \frac{E}{1-\nu-2\nu^2} \left[\nu \left(\frac{w_{,r}}{r} - \frac{w}{r^2} \right) + (1-\nu)w_{,rr} \right] \quad (165)$$

Die Differentialgleichung für das Gleichgewicht im Fall von EFZ lautet schliesslich:

$$w_{,rrr} + \frac{1}{r} w_{,rr} - \frac{1}{r^2} w + \frac{1-2\nu-2\nu^2}{(1-\nu)E} \rho \omega^2 = 0 \quad (166)$$

und unterscheidet sich für den Fall von ESZ, der sich identisch herleiten lässt, nur um die sogenannte **Inhomogenität** mit den Massenkräften aus der Rotation:

$$w_{,rrr} + \frac{1}{r} w_{,rr} - \frac{1}{r^2} w + \frac{1-\nu^2}{E} \rho \omega^2 = 0 \quad (167)$$

Bemerkung: Die Differentialgleichung ist, falls $\omega = 0$, für den EFZ und ESZ identisch.

3.1.5 Lösung der homogenen Differentialgleichung

Man setzt eine Lösung vom Typ cr^p an und erhält nach Einsetzen in den homogenen Teil der Differentialgleichung das charakteristische Polynom:

$$p(p-1) + p - 1 = 0 \quad (168)$$

mit den Lösungen:

$$p = \pm 1 \quad (169)$$

Daraus folgt die homogene Lösung allgemein für Rohrquerschnitte:

$$w_H(r) = ar + \frac{b}{r} \quad (170)$$

Bei einem Vollquerschnitt ist der kleinste Radius gleich Null. Dies wäre eine **Singularität** der Lösung, die mit dem Nullsetzen von b beseitigt werden kann. Die verbleibende Lösung für einen Vollquerschnitt ergibt sich mit:

$$w_H(r) = ar \quad (171)$$

3.2 Druckbelasteter dickwandiger Zylinder

Für Bauteile unter Innen- und Aussendruck und ohne Rotation braucht man sich nicht um den inhomogenen Teil der Differentialgleichung zu kümmern. Mit dem homogenen Teil der Differentialgleichung kann eine Lösung gefunden werden. Zunächst wird die Lösung (170) in die kinematischen Gleichungen eingesetzt, wodurch man für die Dehnungen erhält:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\theta} &= \frac{w}{r} = a + \frac{1}{r^2}b \\ \varepsilon_r &= w_{,r} = a - \frac{1}{r^2}b\end{aligned}\tag{172}$$

3.2.1 Druckbehälter mit freier Längsdehnung

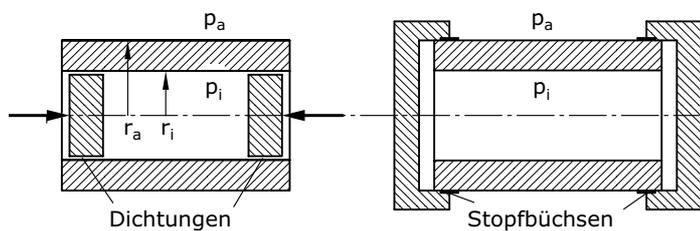


Bild (B003druZ) schematische Darstellung eines freien Druckbehälters

Druckbehälter ohne Längslast und -zwängung können sich längs frei dehnen und befinden sich in einem ebenen Spannungszustand ESZ mit $\sigma_x = 0$.

Die Spannungen in radialer und tangentialer Richtung werden mit Gleichung (163) und (172):

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta} &= \frac{E}{1-\nu^2} \left(a(1+\nu) + \frac{b(1-\nu)}{r^2} \right) = A + \frac{B}{r^2} \\ \sigma_r &= \frac{E}{1-\nu^2} \left(a(1+\nu) - \frac{b(1-\nu)}{r^2} \right) = A - \frac{B}{r^2}\end{aligned}\tag{173}$$

Zur Bestimmung der Parameter A und B setzt man die Radialspannung σ_r am Innen- und am Aussenrand gleich den gegebenen Drücken:

$$\begin{aligned} r = r_i &\rightarrow \sigma_r = -p_i \\ r = r_a &\rightarrow \sigma_r = -p_a \end{aligned} \quad (174)$$

und erhält:

$$\begin{aligned} A &= \frac{r_i^2 p_i - r_a^2 p_a}{r_a^2 - r_i^2} \\ B &= (p_i - p_a) \frac{r_a^2 r_i^2}{r_a^2 - r_i^2} \end{aligned} \quad (175)$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{A(1-\nu)}{E} \\ b &= \frac{B(1+\nu)}{E} \end{aligned} \quad (176)$$

Mit dem Radiusverhältnis:

$$\chi = \frac{r_i}{r_a} \quad (177)$$

lassen sich die Parameter A und B einfacher schreiben:

$$\begin{aligned} A &= \frac{\chi^2 p_i - p_a}{1 - \chi^2} \\ B &= (p_i - p_a) \frac{r_a^2 \chi^2}{1 - \chi^2} \end{aligned} \quad (178)$$

Daraus folgt die Darstellung für die Spannungen im ESZ:

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta} &= \frac{\chi^2 p_i - p_a}{1 - \chi^2} + (p_i - p_a) \frac{\chi^2}{1 - \chi^2} \frac{1}{\left(\frac{r}{r_a}\right)^2} \\ \sigma_r &= \frac{\chi^2 p_i - p_a}{1 - \chi^2} - (p_i - p_a) \frac{\chi^2}{1 - \chi^2} \frac{1}{\left(\frac{r}{r_a}\right)^2} \\ \sigma_x &= 0\end{aligned}\tag{179}$$

und die Dehnungen:

$$\begin{aligned}\epsilon_{\theta} &= a + \frac{b}{r^2} = \frac{A(1-\nu)}{E} + \frac{B(1+\nu)}{Er^2} \\ \epsilon_r &= a - \frac{b}{r^2} = \frac{A(1-\nu)}{E} - \frac{B(1+\nu)}{Er^2}\end{aligned}\tag{180}$$

Die Dehnung in Längsrichtung wird nach dem Stoffgesetz:

$$\epsilon_x = -\frac{\nu}{E} (\sigma_{\theta} + \sigma_r) = -\frac{2\nu A}{E} = -\frac{2\nu}{E} \left(\frac{\chi^2 p_i - p_a}{1 - \chi^2} \right)\tag{181}$$

Die Dehnung ϵ_x ist demnach konstant in den Richtungen x und r. Entsprechend handelt es sich hier sowohl um einen ebenen Spannungszustand (ESZ) als auch um einen ebenen, allgemeinen Dehnungszustand (EFZ) mit $\epsilon_x = \text{konstant}$.

Geschlossene Druckbehälter mit **axialer** Belastung erfahren die Druckbelastung natürlich nicht nur in **radialer**, sondern auch in Längsrichtung. Die daraus entstehende Längsspannung ist konstant über den Querschnitt verteilt und man kann sie berechnen, indem der Ausen- und der Innendruck mit den Axialprojektionen der beaufschlagten Flächen multipliziert wird. Die so berechnete Kraft wird auf den Zylinderquerschnitt bezogen:

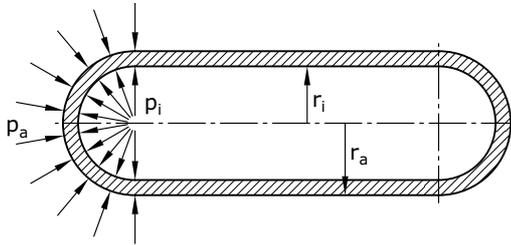


Bild (B004druZ) Geschlossener Druckbehälter

$$\sigma_x = \frac{\pi r_i^2 p_i - \pi r_a^2 p_a}{\pi (r_a^2 - r_i^2)} \quad (182)$$

Mit dem oben definierten Radiusverhältnis und nach Kürzen mit π erhält man:

$$\sigma_x = \frac{\chi^2 p_i - p_a}{1 - \chi^2} = C \quad (183)$$

Substituiert man dies in das Stoffgesetz folgen die Dehnungen:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E} [\sigma_\theta - \nu (\sigma_r + C)] \\ \varepsilon_r &= \frac{1}{E} [\sigma_r - \nu (C + \sigma_\theta)] \end{aligned} \quad (184)$$

und nach Umstellung die Spannungen

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_\theta + \nu \varepsilon_r) + \frac{\nu C}{1 - \nu} \\ \sigma_r &= \frac{E}{1 - \nu^2} (\varepsilon_r + \nu \varepsilon_\theta) + \frac{\nu C}{1 - \nu} \end{aligned} \quad (185)$$

Die Lösungen der homogenen Differentialgleichung für ε_r und ε_θ eingesetzt liefern:

$$\begin{aligned}\sigma_\theta &= \frac{E}{1-\nu^2} \left[a(1+\nu) + \frac{b(1-\nu)}{r^2} \right] + \frac{\nu C}{1-\nu} = A + \frac{B}{r^2} + \frac{\nu C}{1-\nu} \\ \sigma_r &= \frac{E}{1-\nu^2} \left[a(1+\nu) - \frac{b(1-\nu)}{r^2} \right] + \frac{\nu C}{1-\nu} = A - \frac{B}{r^2} + \frac{\nu C}{1-\nu}\end{aligned}\quad (186)$$

Da A und $\nu C/1-\nu$ wiederum Konstanten sind, werden diese zu einem neuen A zusammengefasst und es resultiert dieselbe Beziehung für σ_θ und σ_r wie gehabt:

$$\begin{aligned}\sigma_\theta &= A + \frac{B}{r^2} \\ \sigma_r &= A - \frac{B}{r^2} \\ \sigma_x &= C\end{aligned}\quad (256)$$

Analog zum Fall $\sigma_x=0$ könnten die Konstanten A und B mit den Randbedingungen $\sigma_r = p_a$, p_i bestimmt und die Spannungen σ_θ und σ_r berechnet werden. Dies soll hier jedoch nicht erfolgen. Die Dehnungen berechnen sich nach Gleichung (158), wobei man schon in der ersten Beziehung für ε_x sieht, dass sich die Gesamtdehnung aus den Dehnungsanteilen infolge σ_θ und σ_r sowie dem Anteil aus σ_x zusammensetzt.

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu (\sigma_\theta + \sigma_r)] \quad (187)$$

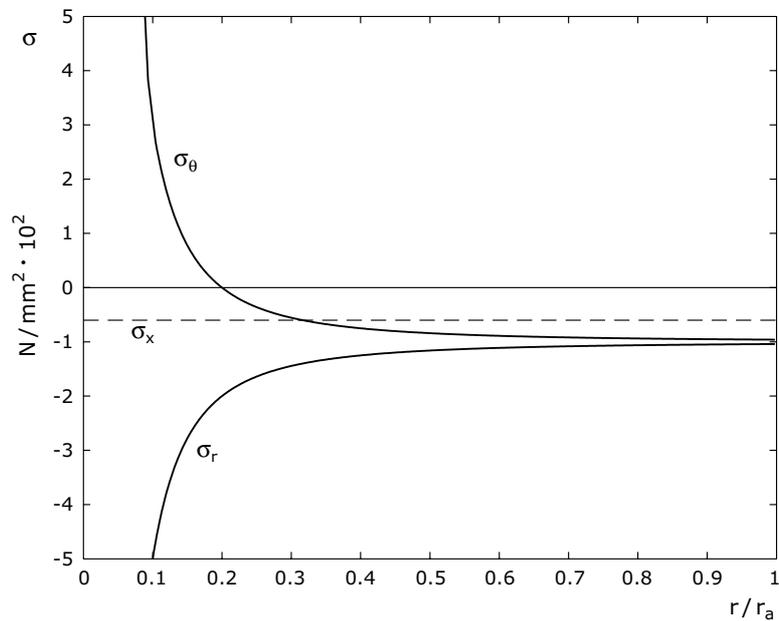


Bild (B005druZ) Dickwandiger Zylinder ($\chi = 0.1$) unter Innen- und Aussendruck (Die Axialspannung σ_x ist in diesem Beispiel negativ, weil der Innenradius sehr viel kleiner ist als der Aussenradius.)

3.2.2 Druckbehälter mit behinderter Längsdehnung

Falls das Druckrohr z. B. beidseitig in Längsrichtung eingespannt ist, wird $\varepsilon_x^0 = 0$ und σ_x unbekannt (EFZ). Die Funktionen für ε_θ und ε_r nach Gleichung (172) werden in diesem Fall in Gleichung (161) eingesetzt:

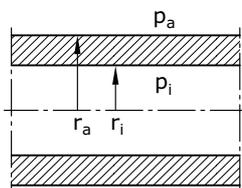


Bild (B017druZ) In Längsrichtung eingespanntes Druckrohr

$$\begin{aligned}\sigma_\theta &= \frac{E}{1-\nu-2\nu^2} \left[a + (1-2\nu) \frac{b}{r^2} \right] = A^* + \frac{B^*}{r^2} \\ \sigma_r &= \frac{E}{1-\nu-2\nu^2} \left[a - (1-2\nu) \frac{b}{r^2} \right] = A^* - \frac{B^*}{r^2}\end{aligned}\tag{188}$$

Nun sollen die freien Parameter A^* und B^* dieses Falles bestimmt werden. Mit den Randbedingungen:

$$\begin{aligned} r = r_i &\rightarrow \sigma_r = -p_i \\ r = r_a &\rightarrow \sigma_r = -p_a \end{aligned} \quad (189)$$

wird wieder:

$$\begin{aligned} A^* = A &= \frac{\chi^2 p_i - p_a}{1 - \chi^2} \\ B^* = B &= (p_i - p_a) \frac{r_a^2 \chi^2}{1 - \chi^2} \end{aligned} \quad (190)$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{(1 - \nu - 2\nu^2) (\chi^2 p_i - p_a)}{E (1 - \chi^2)} \\ b &= \frac{1 - \nu - 2\nu^2}{E} (p_i - p_a) \frac{r_a^2 \chi^2}{1 - \chi^2} \end{aligned} \quad (191)$$

Die Ausdrücke für die Parameter a und b in die Spannungsgleichungen (188) eingesetzt führt schliesslich auf die Spannungsverläufe σ_θ und σ_r direkt in Abhängigkeit von den Drücken p_i und p_a für EFZ:

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= \frac{\chi^2 p_i - p_a}{1 - \chi^2} + (p_i - p_a) \frac{\chi^2}{1 - \chi^2} \frac{1}{\left(\frac{r}{r_a}\right)^2} \\ \sigma_r &= \frac{\chi^2 p_i - p_a}{1 - \chi^2} - (p_i - p_a) \frac{\chi^2}{1 - \chi^2} \frac{1}{\left(\frac{r}{r_a}\right)^2} \end{aligned} \quad (192)$$

Man sieht im Vergleich der Resultate von ESZ Gleichung (179) und EFZ Gleichung (192), dass σ_θ und σ_r von der Behinderung in x -Richtung unabhängig ist. σ_x wird für EFZ jedoch nach Gleichung (159) zu:

$$\sigma_x = v(\sigma_\theta + \sigma_r) = 2v \frac{\chi^2 p_i - p_a}{1 - \chi^2} \quad (193)$$

Die Dehnungen ε_θ und ε_r sind von der Existenz von σ_x unabhängig, wie man leicht durch Einsetzen zeigen kann. Somit gelten die Ergebnisse von Gleichung (29) auch für EFZ. ε_x hingegen ist: $\varepsilon_x = 0$.

3.2.3 Vergleichsspannung

σ_x , σ_θ und σ_r sind, wie man sich leicht vorstellen kann, **Hauptspannungen**. Somit können die Vergleichsspannungen direkt nach der entsprechenden Hypothese berechnet werden. Bei der **Normalspannungs-** und der Schubspannungshypothese muss die Lage von σ_x in Bezug auf σ_θ und σ_r überprüft werden.

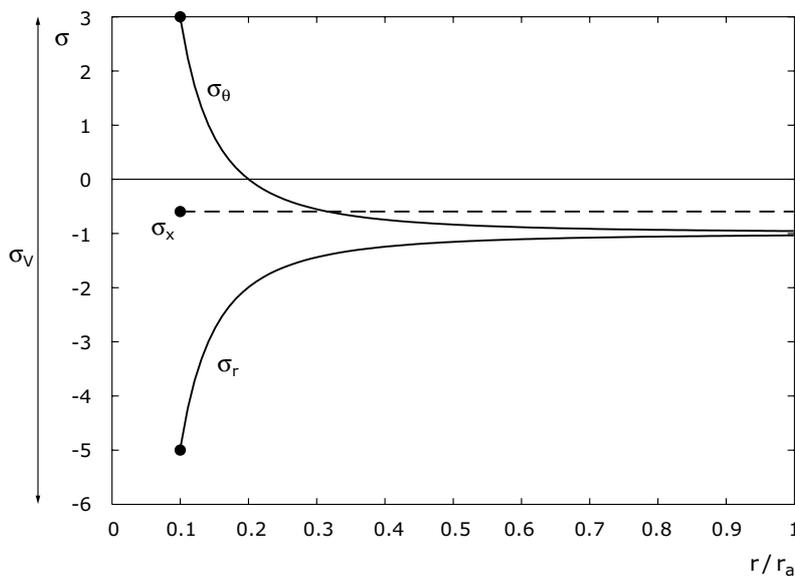


Bild (B007druZ) Spannungsverteilung und Lage der maximalen Vergleichsspannung

Die Vergleichsspannung ist bei $r = r_i$ maximal und beträgt:

$$\sigma_v = \sigma_\theta - \sigma_r \quad (194)$$

3.2.4 Spezialfälle

Druckrohr mit vernachlässigbarem Aussendruck

Wenn der Innendruck wesentlich grösser ist als der Aussendruck, darf man $p_a=0$ setzen. Damit wird aus Gleichung (192):

$$\begin{aligned}\sigma_\theta &= p_i \frac{\chi^2}{1-\chi^2} \left[1 + \frac{1}{\left(\frac{r}{r_a}\right)^2} \right] \\ \sigma_r &= p_i \frac{\chi^2}{1-\chi^2} \left[1 - \frac{1}{\left(\frac{r}{r_a}\right)^2} \right]\end{aligned}\tag{195}$$

σ_x ist, je nach der erwähnten Bedingung:

a) freie Längsausdehnung ohne axiale Last:

$$\sigma_x = 0\tag{196}$$

b) behinderte Längsdehnung ($\varepsilon_x^0=0$):

$$\sigma_x = 2\nu \frac{\chi^2 p_i}{1-\chi^2}\tag{197}$$

c) freie Längsdehnung mit axialer Last:

$$\sigma_x = \frac{\chi^2 p_i}{1-\chi^2}\tag{198}$$

Aufgezeichnet erkennt man in Bild B007druZ, dass die höchste Belastung am Innenradius auftritt und σ_x immer innerhalb von σ_r und σ_θ liegt. Die grösste Spannungsdifferenz ist demnach diejenige zwischen σ_θ und σ_r :

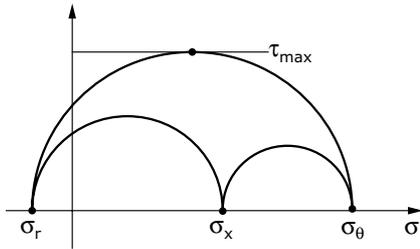


Bild (B008druZ) Mohr'scher Spannungskreis am Innenrand

Zieht man einen **duktilen** (fliessfähigen) Werkstoff in Betracht, kann man mit der Schubspannungshypothese sehr einfach die Vergleichsspannung für den Innenradius berechnen:

$$\sigma_v = \sigma_\theta(r_i) - \sigma_r(r_i) = p_i \left(\frac{2}{1 - \chi^2} \right) \quad (199)$$

und mit dem entsprechenden **Sicherheitsfaktor** gegen **Fliessen** dimensionieren:

$$\sigma_v \leq \sigma_{zul} = \frac{\sigma_F}{S_F}; p_i \leq \frac{\sigma_F (1 - \chi^2)}{2S_F} \quad (200)$$

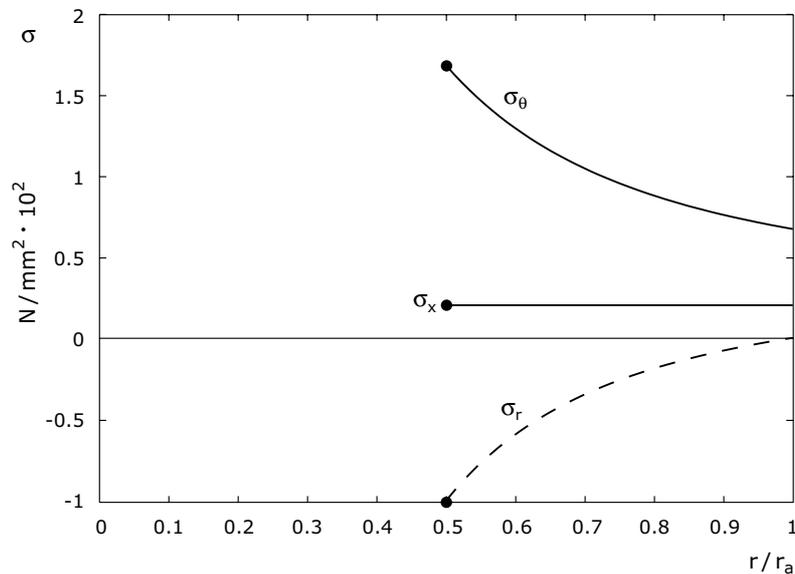


Bild (B009druZ) dickwandiger Zylinder ($\chi = 0.5$) unter Innendruck.

Grenzwertbetrachtung

Extreme Innendrucke erfordern sehr hohe Wanddicken mit $\chi \rightarrow 0$. Für $r = r_i$ liefert die Gleichung (195):

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= -p_i \\ \sigma_r &= p_i \\ \sigma_x &\approx 0 \end{aligned} \quad (201)$$

und die Vergleichsspannung gegen Fließen ist gemäss der Schubspannungshypothese $\sigma_v = 2p_i$ ein von r_a unabhängiger Wert.

Ist der Innendruck so hoch, dass die Vergleichsspannung die Fließgrenze des betrachteten Werkstoffs erreicht, bringt auch eine weitere Verdickung der Wand demnach keinen Vorteil. Vielmehr wäre zu prüfen, ob nicht plastisches Fließen in den inneren Radienbereichen des Werkstoffs in Kauf genommen werden kann. Dazu müsste nachgewiesen werden, dass die plastische Zone sich nur bis zu einer gewissen Grösse ausbildet und dann nicht mehr weiter wächst. Dieser Gedanke liegt schon deshalb nahe, weil die hochbeanspruchte Zone am Innenradius sehr stark lokalisiert ist, wie dies das Bild B010druZ zeigt. Eine andere Gestaltungsregel zur Beherrschung extrem hoher Innendrucke ist die Erzeugung einer Druckvorspannung am Aussenradius durch

Aufschumpfen eines äusseren Rohres oder durch Vorbeanspruchung des inneren Bereiches durch Innendruck über die Fließgrenze hinaus. Schliesslich wird in der Praxis auch eine **Hybridbauweise** eingesetzt, bei der ein metallischer Innenbehälter mit einer Umwicklung aus hochfestem faserverstärktem Kunststoff gesichert wird. Hier wird ein Fließen des Innenbehälters bewusst in Kauf genommen, wenn es von der Faserumwicklung sicher begrenzt wird.

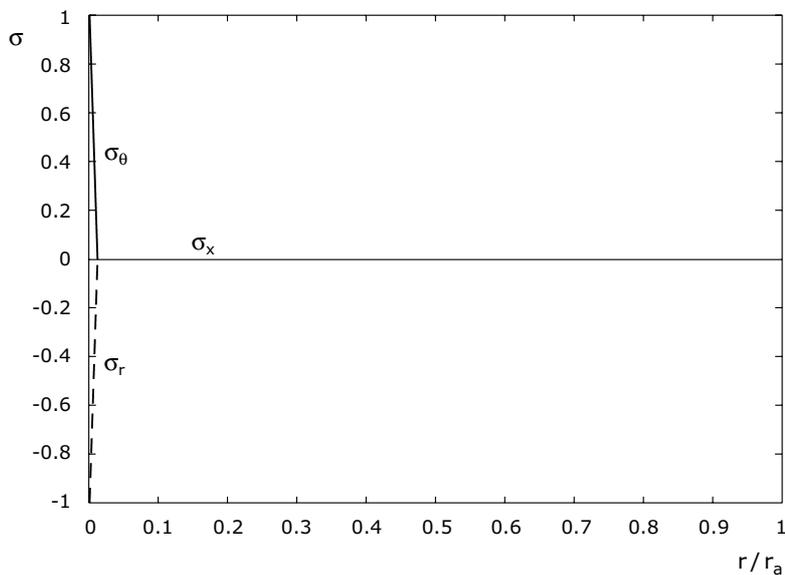


Bild (B010druZ) extrem dickwandiger Zylinder ($\chi = 0.01$) unter Innendruck

Zylinder unter Aussendruck

Während bei verschwindendem Aussendruck sowohl Druck- als auch Zugspannungen auftreten, gibt es bei verschwindendem Innendruck nur Druckspannungen im ganzen Körper, wie Bild B011druZ zeigt. Wieder findet sich die maximale Werkstoffbeanspruchung am Innenradius. Die Gleichungen (192) sind für diesen Fall ($p_i=0$):

$$\sigma_{\theta} = -p_a \frac{1}{1-\chi^2} \left[1 + \frac{\chi^2}{\left(\frac{r}{r_a}\right)^2} \right] \quad (202)$$

$$\sigma_r = -p_a \frac{1}{1-\chi^2} \left[1 - \frac{\chi^2}{\left(\frac{r}{r_a}\right)^2} \right]$$

Wieder liegt σ_x (jedoch mit negativem Vorzeichen) zwischen den beiden Werten (wobei $\sigma_{ri}=0$) und die Vergleichsspannung wird gegeben mit:

$$\sigma_V = |\sigma_{\theta}(r_i)| = p_a \left(\frac{2}{1-\chi^2} \right) \quad (203)$$

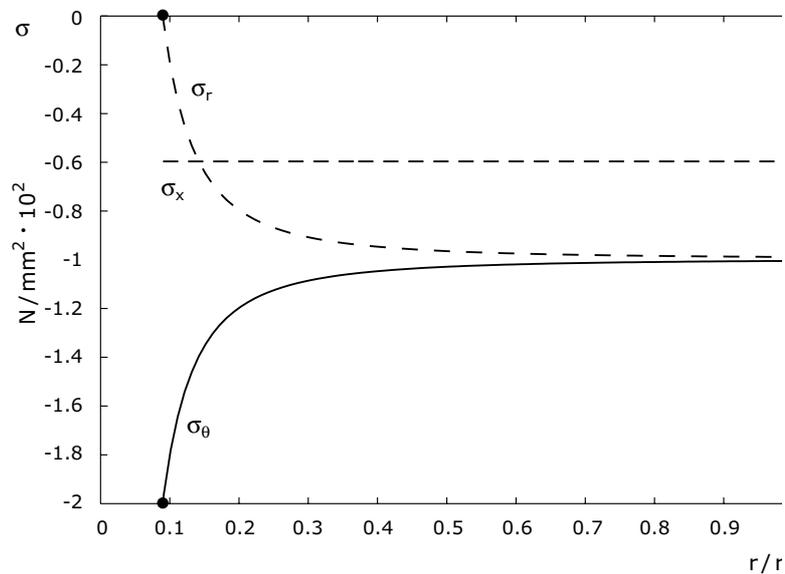


Bild (B011druZ) Zylinder unter Aussendruck

Wenn man wieder die extreme Wanddicke $\chi \rightarrow 0$ betrachtet, erhält man am Innenradius die Spannungen:

$$\sigma_{\theta} = -2p_a, \quad (204)$$

$$\sigma_r = 0$$

Es mag paradox erscheinen, aber auch in diesem Fall liegt die höchste Beanspruchung am Innenradius und beträgt nach der Schubspannungstheorie:

$$\sigma_V = 2p_a \quad (205)$$

Diskussion: Man erkennt hier die Gefahr von kleinen Löchern in Wellen, welche z. B. durch Aufpressen von Naben einen Aussendruck erfahren. Am Innenrand dieser Löcher treten sehr grosse Spannungen auf.

Vollwelle unter Aussendruck

Bei Press- und Schrumpfsitzen wird meist eine Nabe auf eine Vollwelle gepresst. Dabei steht die Vollwelle unter Aussendruck. Die Verschiebungsfunktion $w(r)$ entspricht Gleichung (171) und die Spannungen sind unabhängig von r konstant:

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta} &= A = A^* \\ \sigma_r &= A = A^* \end{aligned} \quad (206)$$

A wird gemäss (178) und (190):

$$A = A^* = \frac{-p_a}{1-\chi^2} \quad (207)$$

3.3 Druckbelastung dünnwandiger Zylinder (Kesselformeln)

Von dünnwandigen Zylindern spricht man, wenn das Verhältnis von mittlerem Radius r_m zur Wanddicke t in der Größenordnung von hundert oder mehr liegt. Die radiale Spannung σ_r wird dabei im Vergleich zu den anderen Spannungen so klein, dass ihre Verteilung über die Wanddicke vollkommen uninteressant ist. Die Umfangsspannung σ_θ für dünnwandige Zylinder in Abhängigkeit von Innen- und Aussen- druck p_i und p_a kann man aus Gleichung (179) und (180) ableiten, indem man setzt:

$$\begin{aligned} r_a &= r_m + \frac{t}{2} \\ r_i &= r_m - \frac{t}{2} \end{aligned} \quad (208)$$

Daraus folgt exakt:

$$r_a^2 - r_i^2 = 2tr_m \quad (209)$$

und mit vernachlässigbarem Fehler:

$$\begin{aligned} r_a^2 &\cong r_m^2 \\ r_i^2 &\cong r_m^2 \end{aligned} \quad (210)$$

Damit erhält man für σ_θ aus Gleichung (173):

$$\sigma_\theta = \frac{r_m}{t} (p_i - p_a) \quad (211)$$

und für σ_x aus Gleichung (182):

$$\sigma_x = \frac{r_m}{2t} (p_i - p_a) \quad (212)$$

Gleichungen (211) und (212) werden auch wegen ihrer praktischen Anwendung im Kesselbau salopp „Kesselformeln“ genannt. Sie lassen sich auch ohne Umweg über die Theorie für dickwandige Zylinder direkt aus Gleichgewichtsbetrachtungen am halben Querschnitt gemäss Bild B012druZ ableiten. Radial gilt:

$$2\sigma_{\theta} \cdot t \cdot l = p \cdot 2r_m \cdot l \quad (213)$$

und axial:

$$2\pi r_m t \cdot \sigma_x = r_m^2 \pi \cdot p \quad (214)$$

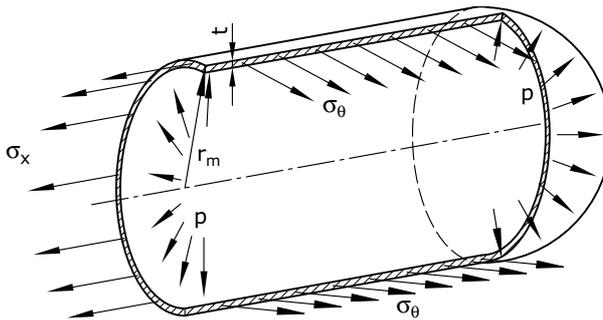


Bild (B012druZ) Gleichgewicht am dünnwandigen Zylinder

3.4 Rotierende rotationssymmetrische Zylinder

Die Beanspruchung der rotierenden Scheibe durch verteilte Massenkkräfte wird mit dem Partikuläranteil gemäss Gleichung (167) beschrieben. Den partikulären Anteil der Lösung der Differentialgleichung (167) erhält man durch die Methode der Variation der Konstanten. Dazu setzt man eine Lösungsfunktion:

$$w_{P(r)} = f_{(r)r} + g_{(r)} \frac{1}{r} \quad (215)$$

an, die sich von der homogenen Lösung dadurch unterscheidet, dass die Symbole f und g keine Konstanten, sondern noch zu bestimmende Funktionen von r sind. Der partikuläre Anteil der Lösung muss die vollständige Differentialgleichung (167) erfüllen. Aus dieser Forderung kann man durch Einsetzen nachvollziehen, dass:

$$\begin{aligned} f_{(r),r}r + g_{(r),r} \frac{1}{r} &= 0 \\ f_{(r),r}r - g_{(r),r} \frac{1}{r^2} + P &= 0 \end{aligned} \quad (216)$$

erfüllt sein müssen. Die Auflösung dieser beiden Gleichungen nach den Ableitungen der variierten Konstanten und die Integration derselben liefern schliesslich die gesuchte Lösungsfunktion:

$$w_{P(r)} = \frac{1}{2r} \int P r^2 dr - \frac{r}{2} \int P dr \quad (217)$$

Für die Massenkkräfte infolge Rotation erhält man die Partikularlösung

$$w_{P(r)} = -r^3 \frac{\rho \omega^2}{8} \frac{1 - \nu^2}{E} \quad (218)$$

die zur homogenen Lösung zu addieren ist:

$$w = ar + \frac{b}{r} - r^3 \frac{\rho\omega^2}{8} \frac{1-\nu^2}{E} \quad (219)$$

Durch Einsetzen in die kinematischen Gleichungen (157) erhält man für die Umfangs- und die Radialdehnung:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\theta &= \frac{w}{r} = a + \frac{b}{r^2} - r^2 \frac{\rho\omega^2}{8} \frac{1-\nu^2}{E} \\ \varepsilon_r &= w_{,r} = a - \frac{b}{r^2} - 3r^2 \frac{\rho\omega^2}{8} \frac{1-\nu^2}{E} \end{aligned} \quad (220)$$

Mit Einsetzen der Dehnungen aus der Gleichung (220) in die Spannungs- und Dehnungsgleichungen für ESZ (173) erhält man:

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= \frac{E}{1-\nu^2} \left[a(1+\nu) + \frac{b}{r^2}(1-\nu) \right] - r^2 \frac{\rho\omega^2}{8} (1+3\nu) \\ \sigma_r &= \frac{E}{1-\nu^2} \left[a(1+\nu) - \frac{b}{r^2}(1-\nu) \right] - r^2 \frac{\rho\omega^2}{8} (1+3\nu) \end{aligned} \quad (221)$$

Schwungscheibe ohne Bohrung

Besitzt die Scheibe keine Bohrung, so ist der Parameter b Null zu setzen ($\sigma_\theta(0) = \sigma_r(0)$). Der verbleibende Parameter a wird unter der Bedingung, dass die Scheibe am äusseren Rand unbelastet ist ($\sigma_r(r_a) = 0$), bestimmt:

$$a = \frac{(1-\nu)(3+\nu)}{E} r_a^2 \frac{\rho\omega^2}{8} \quad (222)$$

Für die beiden Spannungskomponenten sowie die Radialverschiebung der Scheibe gelten nun die folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta} &= \frac{\rho\omega^2}{8} \left[(3 + \nu)r_a^2 - (1 + 3\nu)r^2 \right], \\ \sigma_r &= \frac{\rho\omega^2}{8} \left[(3 + \nu)(r_a^2 - r^2) \right], \\ w &= \frac{\rho\omega^2}{8} \left[(3 + \nu)r_a^2 - (1 + \nu)r^2 \right] (1 - \nu)r\end{aligned}\tag{223}$$

Bild B013druZ zeigt die Spannungsverteilung in einer rotierenden Vollscheibe. Zu beachten ist, dass beide Spannungskomponenten zur Mitte hin zunehmen und dort wegen $\sigma_x = 0$ die höchste Fließsicherheit vorliegt.

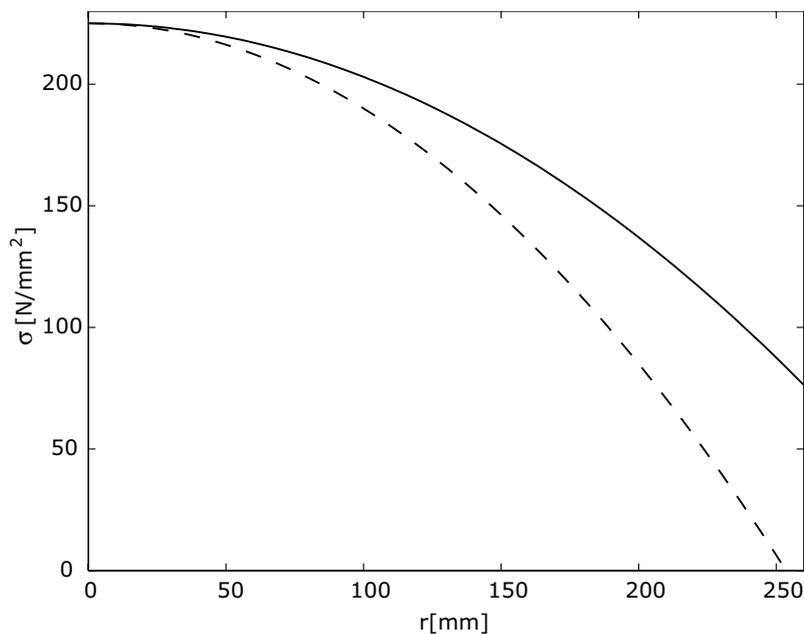


Bild (B013druZ) Volle rotierende Scheibe. Stahlscheibe mit 500 mm Durchmesser bei $n = 10000$ U/min.

Schwungscheibe mit Bohrung

Bei einer Scheibe mit zentrischer Bohrung sind Innen- und Aussenrand frei von Radialspannungen. Nach der Bestimmung der freien Parameter a und b aus diesen beiden Randbedingungen folgen die Spannungen

$$\sigma_{\theta} = \frac{\rho\omega^2}{8} \left[(3 + \nu) \left(r_i^2 + r_a^2 \frac{r_i^2 r_a^2}{r^2} \right) - (1 + 3\nu)r^2 \right] \quad (224)$$

$$\sigma_r = \frac{\rho\omega^2}{8} (3 + \nu) \left[\left(r_i^2 + r_a^2 - \frac{r_i^2 r_a^2}{r^2} - r^2 \right) \right]$$

Das in Bild B014druZ dargestellte Beispiel unterscheidet sich von demjenigen in Bild B013druZ durch eine zentrische Bohrung von 20 mm Durchmesser. Man beachte die extrem ungünstige Auswirkung dieser Bohrung auf die Materialbeanspruchung durch das Emporschnellen der Umfangsspannung nach innen hin!

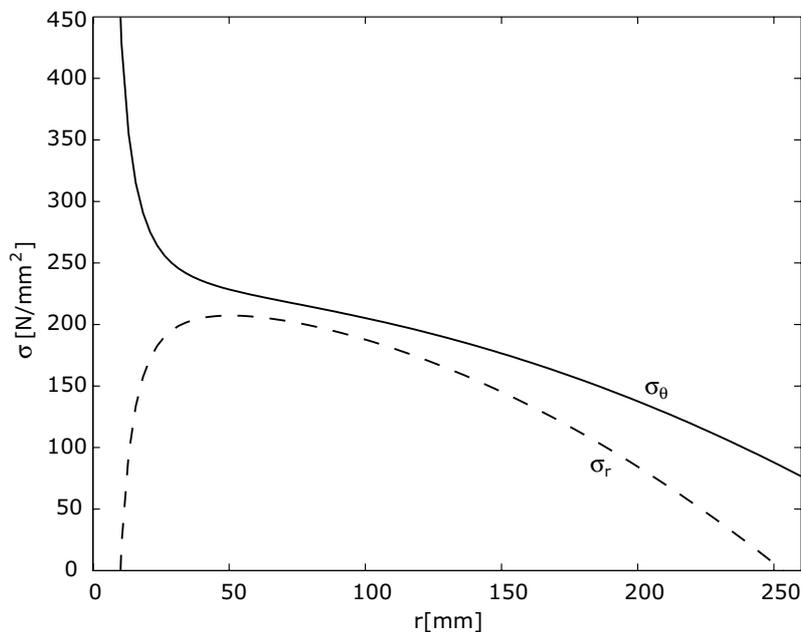


Bild (B014druZ) Spannungen in der rotierenden Scheibe mit zentrischer Bohrung. Stahlscheibe mit 500 mm Durchmesser und zentrischer Bohrung mit 20 mm Durchmesser bei $n = 10000 \text{ U/min}$

4 Zusammenfassung

Um bei einer Konstruktion eine erste Grobdimensionierung durchzuführen, kann die bestehende Geometrie auf einfacher zu berechnende Bauformen reduziert werden. Es muss dabei aber darauf geachtet werden, die auftretenden Kraftflüsse nicht wesentlich zu verändern.

Als einfache Bauformen können beispielsweise Stäbe, Rohre, Platten oder (Hohl-) Profile gewählt werden. Unter Anwendung der Methoden zur Berechnung von elementaren Beanspruchungsfällen können solche vereinfachten Geometrien anschliessend grobdimensioniert werden.

Eine Berechnung von elementaren Belastungsfällen an vereinfachter Geometrie steht nicht in Konkurrenz zu komplizierteren, computergestützten Berechnungsmethoden, vielmehr dient sie dazu erste Bauteildimensionen zu finden, um eine Konstruktion mit CAD zu ermöglichen. Genauere finite Elemente Methoden werden erst in späteren Phasen der Entwicklung angewandt. Dabei können die gewonnenen Erkenntnisse aus der Grobdimensionierung eine gute Grundlage bieten, um die neuen Ergebnisse zu interpretieren und zu vergleichen.

Teil 2 der Sektion „elementare Beanspruchungsfälle“ umfasst:

- Flächenpressung
Stichworte: Hertz'sche Pressung, Druckflächenradius, Mohr'scher Spannungskreis, Maximale Pressung
- Druck-Beanspruchung von rotationssymmetrischen Körpern
Stichworte: Verschiebungs-Dehnungsgleichungen, Stoffgesetz, verallgemeinertes Hook'sches Gesetz, Längsdehnung

Teil 1 behandelt:

- Zug-/Druck-Beanspruchung
- Biegebeanspruchung
- Torsions-Beanspruchung
- Schub-Beanspruchung

Verständnisfrage 1

In einer Anwendung wird eine Last mit Zylinderrollen transportiert. Nun lösen sich bei der Laufrille nach einigen Betriebsstunden Materialteile aus der Oberfläche.

Was würden Sie in diesem Schadensfall überprüfen?

Verständnisfrage 2

Wo tritt die grösste Vergleichsspannung zwischen Kugeln und zwischen Zylindern auf und wie gross ist diese in Bezug auf p_{\max} ?

Verständnisfrage 3

Zwei Kugeln aus Stahl des Durchmessers 20 mm werden mit 100 N gegeneinander gepresst. Berechnen Sie die Abflachung und die grösste Flächenpressung p_{\max} .

Verständnisfrage 4

Falls nicht zwei Kugeln identischen Durchmessers ($d=20$) in Wirkkontakt sind, sondern eine Kugel gegen eine ebene Fläche, wird die Wirkfläche und die Flächenpressung vergleichsweise grösser oder kleiner?

Verständnisfrage 5

Zwei Zylinder aus Stahl mit Durchmesser 20 mm und Länge 10 mm werden mit 100 N gegeneinander gepresst. Berechnen Sie die Grösse der Wirkflächen und die Flächenpressung und vergleichen Sie diese mit den Resultaten der Kugel.

Verständnisfrage 6

Wie verändert sich die Wirkfläche und die Flächenpressung, wenn nicht zwei Zylinder ($d=20$, $l=10$) gegeneinander, sondern ein Zylinder gegen eine ebene Fläche gepresst wird?

Verständnisfrage 7

Ein Bolzen ist mit grosszügiger Spielpassung in einer Bohrung montiert und mit einer Kraft $F=10\,000\text{ N}$ belastet.

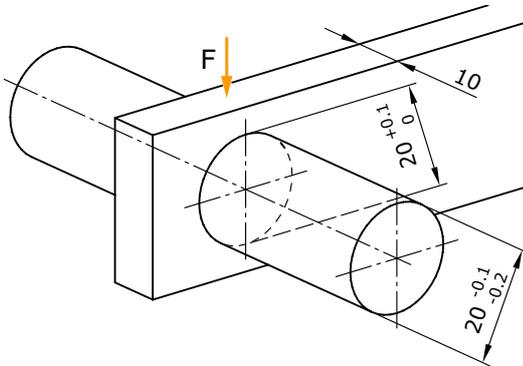


Bild (B018preZ) Bolzen mit grosszügiger Spielpassung

Wie gross ist die Flächenpressung? Diskutieren Sie die Modellierung!

Verständnisfrage 8

Ein grosses Kranlaufrad mit Durchmesser $D=800$ mm und 65 mm Breite aus Stahl wird mit $F=200$ kN belastet. Berechnen Sie die Grösse der Wirkfläche und versuchen Sie mit diesem Resultat den Rollwiderstand zu bestimmen.

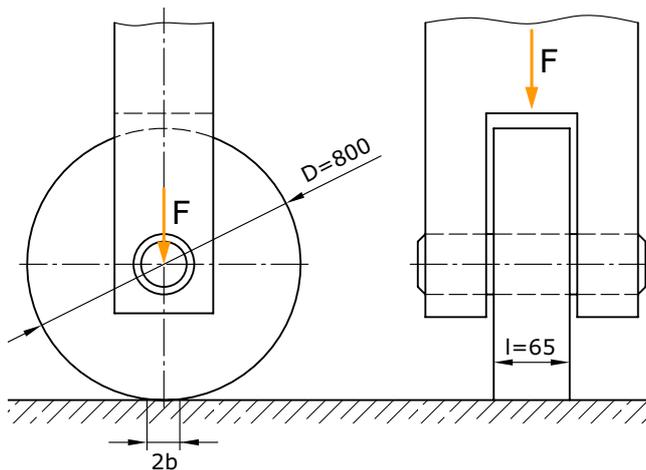


Bild (B016preZ) Kranlaufrad

Antwort 1

Einerseits müsste die maximale Pressung bzw. Vergleichsspannung überprüft werden und andererseits kontrolliert werden, inwiefern die Härte der Lauffläche korrekt durchgeführt wurde.

Antwort 2

Diese tritt bei der Kugel in einer Tiefe von rund $0.47 a$ und beim Zylinder bei rund $0.78 b$ auf.

Die Vergleichsspannung ist kleiner als p_{\max} und zwar rund $0.6 - 0,7 p_{\max}$.

Antwort 3

$$a = \sqrt[3]{\frac{\frac{3}{4}(1-\nu^2)F\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)}{\left|\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)\right|}} \quad (16)$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{3}{4}(1-\nu^2)F\frac{d/2}{E}} = 0.148 \text{ mm}$$

$$p_{\max} = \sqrt[3]{\frac{6F\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)^2}{\pi^3(1-\nu^2)^2\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)^2}} \quad (17)$$

$$p_{\max} = \sqrt[3]{\frac{6F\left(\frac{4}{d}\right)^2}{\pi^3(1-\nu^2)^2\left(\frac{2}{E}\right)^2}} = 2160 \text{ N/mm}^2$$

Antwort 4

Die Wirkfläche wird grösser und somit die Flächenpressung kleiner.
Mit dem Beispiel der Stahlkugel mit einem Durchmesser von $d=20\text{ mm}$ ist dies:

$$a = \sqrt[3]{1.5(1-\nu^2)F \frac{d/2}{E}} = 0.19 \text{ mm} \quad (18)$$

$$p_{\max} = \frac{1}{\pi} \sqrt[3]{\frac{1.5 \cdot F \cdot E^2}{(1-\nu^2)^2 \left(\frac{d}{2}\right)^2}} = 1370 \text{ N/mm}^2 \quad (19)$$

Antwort 5

$$b = \sqrt{\frac{\frac{4}{\pi}(1-\nu^2)F \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right)}{\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}} = 0.023 \text{ mm} \quad (20)$$

$$p_{\max} = \sqrt{\frac{F \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)}{\pi(1-\nu^2) \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right) \cdot l}} = 271 \text{ N/mm}^2 \quad (21)$$

Vergleich: Die Breite der Wirkfläche ist zwar mit $2 \cdot 0.023 = 0.046\text{ mm}$ markant kleiner als der Durchmesser der Wirkfläche der Kugeln ($2 \cdot 0.148 = 0.296\text{ mm}$), durch die Länge der Zylinderberührung wird die Fläche jedoch grösser:

$$A_{\text{Zylinder}} = 2 \cdot b \cdot l = 0.46 \text{ mm}^2$$

$$A_{\text{Kugel}} = a^2 \pi = 0.069 \text{ mm}^2$$

und damit auch die Flächenpressung um den Faktor 8 kleiner.

Antwort 6

b wird grösser, nämlich $b = 0.033 \text{ mm}$, und die Flächenpressung kleiner, nämlich $p_{\max} = 192 \text{ N/mm}$

Antwort 7

Flächenpressung (mit Projektion):

$$p = \frac{F}{A} = \frac{F}{d \cdot s} = \frac{10'000}{10 \cdot 20} = 50 \text{ N/mm}^2 \quad (22)$$

Diskussion: Durch das Spiel wird nur ein schmaler Streifen des Bolzens und der Bohrung die Wirkfläche bilden und somit P erhöhen. Eine Berechnung mittels der Theorie von Hertz kann aber auch nicht angewendet werden, weil der Nenner gegen Null geht.

Ungünstiger Fall:

$$p = \sqrt{\frac{F \left(\frac{1}{9.95} - \frac{1}{10} \right)}{\pi (1 - \nu^2) \frac{2}{E}}} \cong 430 \text{ N/mm}^2 \quad (23)$$

In der Praxis wird in diesem Fall trotzdem die Projektion zu Grunde gelegt und die zulässigen Flächenpressungen reduziert

Antwort 8

Die halbe Breite der Abflachung beträgt:

$$b = \sqrt{\frac{8(1-\nu^2)F \cdot r}{\pi \cdot E \cdot l}} = 3.7 \text{ mm} \quad (24)$$

Die **Rollreibung** kann mit diesem Mass abgeschätzt werden.

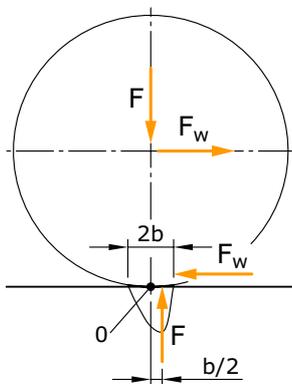


Bild (B017preZ) Rollreibung

Es kann angenommen werden, dass sich die Rolle über die Abflachung drehen muss; das Maximum der Flächenpressung verschiebt sich nach rechts und die Resultierende lässt sich (**konservativ**) bei $b/2$ bis b nach rechts verschoben modellieren.

F oben und F unten bewirken nun ein Moment, das Rollwiderstandsmoment

$$M_R = F \cdot \frac{b}{2} = 370 \text{ Nm} \quad (25)$$

Die horizontale Zugkraft F_w bringt dieses Moment (um 0) ins Gleichgewicht.

$$M_R = F_w \cdot \frac{D}{2} \Rightarrow F_w = \frac{2M_R}{D} = 925 \text{ N} \quad (26)$$

Bemerkung: konservativ F im Abstand b modelliert wird M_R und F_w doppelt so gross.

Relevante Cases

- Rad-Achse
- Stahlbrammen-Transport
- Panorama-Restaurant
- Druckzylinder
- Wasserstoffflasche

Die Tabelle (T001ebsz) zeigt, wie die Fallstudien mit den einzelnen Beanspruchungsfällen zusammenhängen.

Case	Kapitel der Sektion ebs					
	Zug	Biegung	Torsion	Schub	Flächen- pressung	Druck rot.symm.
T-Profil	x	x				
Radachse		x			x	
Riementrieb		x	x	x		
Panorama- Restaurant					x	
Stahlbrammen- Transport					x	
Wasserstoff- flasche						x
Radaufhängung		x		x		
Druckzylinder						x

Tabelle (T001ebsz) Engineering-Cases

Ermüdungsfestigkeit

Autor: Prof. Dr. Markus Meier

1 Überblick

Motivation – Die reduzierte Chronik eines Seilbahn-Unglücks auf der Riederalp (CH) am 14.12.1996

Im Jahre 1996 ereignete sich ein Seilbahnunfall, welcher auf Berechnungsfehler in der Dimensionierung eines Bauteiles zurückzuführen ist. Der Fall zeigt die Ursachen, die Bedeutung der **Ermüdungsfestigkeit** und Konsequenzen dieses Falles sehr anschaulich.

Tagesanzeiger vom 17.12.96, kurz nach dem Unglück: [...] Die Garaventa AG schliesst nicht aus, dass die gebrochene Achse überlastet war. Nachberechnungen der statischen Verhältnisse hätten gezeigt, dass die Kräfte auf der Umlenkrolle möglicherweise grösser gewesen seien, als die Planer kalkuliert hätten.

Am Montag rechneten die Garaventa-Ingenieure die Kräfteverhältnisse bei allen in Betrieb stehenden, ähnlich gebauten Seilbahnen nach. Bei keiner Anlage dränge sich ein Betriebsstopp auf, betonte Trütsch.

Die eidgenössische Materialprüfungs- und Forschungsanstalt (EMPA) begann am Montag mit der Analyse der gebrochenen Achse. Mikroskopische Aufnahmen und Kräftebilder sollen mögliche Schäden im Material zum Vorschein bringen. Laut dem Chef Seilbahnen des Bundesamts für Verkehr (BAV), Hans-Rudolf Gassmann, ist ein Ermüdungsbruch am wahrscheinlichsten. Vermutet wird ein Fehler bei der Herstellung der Achse durch die Verwendung einer ungenügenden Stahlqualität. Nicht ausgeschlossen werden Mängel bei der Sicherheitsprüfung und bei der Abnahme der Anlage.

[...] Einzelne Seilbahnbetreiber kündigten am Montag vorgezogene Kontrollen von Drehlagern und Achsbolzen an, um allfällige Risse im Metall erkennen zu können. Durch das BAV wurden die ausländischen Behörden über das Unglück und seine möglichen Ursachen informiert. [...]

Tagesanzeiger vom 18.12.96, einen Tag später: [...] Das Seilbahnunglück auf der Riederalp VS geht auf einen Herstellungsfehler zurück. Die Firma Garaventa hat bei der Berechnung einen methodischen Fehler gemacht. Nun sind sechs als kritisch eingestufte Bahnen vorsorglich stillgelegt worden. [...] Man habe einen Fehler in der bisherigen Berechnungsmethode festgestellt, teilte die Firma mit. Die sogenannte Umlenkrolle, also das Achsstück, sei bezüglich Ermüdungsverhalten falsch bemessen worden, was die Sicherheitsmarge negativ beeinflusste.

Ob zusätzlich ein Materialfehler vorliegt, sollen die Untersuchungen der Empa (Eidgenössische Materialprüfungs- und Versuchsanstalt)

am gebrochenen Metallteil zeigen. Die Achse war erst 2205 Stunden in Betrieb. Das Berechnungsverfahren sei über zehn Jahre angewendet worden, sagte Werner Inderbitzin von der Garaventa: „Bisher glaubten wir nicht, dass eine Achse einfach brechen kann.“ [...] Fieberhaft überprüften Garaventa-Ingenieure die Daten von über hundert Bahnen, die in den letzten zwanzig Jahren installiert wurden. [...]

In den nächsten Tagen sollen die heiklen Umlenkradwellen vom Hersteller ausgewechselt werden. Die neuen Teile müssen vom BAV geprüft und genehmigt werden. Erst dann ist wieder an eine Betriebsaufnahme zu denken. Beim Bundesamt will man auch die übrigen Anlagen überprüfen, die vom Hersteller als sicher eingestuft wurden. Sollte deren Sicherheit in Frage gestellt sein, werde man die nötigen Massnahmen, ohne zu zögern, treffen, sagte BAV-Sprecher Heinz Schöni. [...]

Für die Garaventa stellt sich nun die Frage der Haftung, weil das Unglück mindestens teilweise auf Konstruktionsmängel zurückzuführen ist. Man wolle das Ergebnis der Untersuchung abwarten, bevor man auf allfällige Haftpflichtforderungen eingehe, sagte Werner Inderbitzin. Unter Umständen wird auch der deutsche Stahllieferant zur Rechenschaft gezogen.

Tagesanzeiger vom 19.12.96, einen weiteren Tag später: [...] Das Gondelbahnunglück von Riederalp VS wird strafrechtlich untersucht. Es geht um fahrlässige Tötung und Körperverletzung sowie Störung des öffentlichen Verkehrs. [...] Noch nicht klar sei, gegen wen sich das Strafverfahren richte, sagte der zuständige Oberwalliser Untersuchungsrichter. [...] Unter anderem soll ermittelt werden, wer an der Entwicklung der Unglücksbahn beteiligt war und wie es zu dem von der Herstellerfirma Garaventa eingestandenem Konstruktionsfehler kam. [...]

Die fraglichen Teile werden laut Tenud derzeit zur Garaventa nach Goldau SZ gebracht und dort ausgebaut. Später kommen sie zur Eidgenössischen Materialprüfungs- und Versuchsanstalt (Empa), wo Fachleute die Angaben von Garaventa überprüfen. Es sei zu respektieren, dass die Firma Fehler zugegeben habe und alles unternehme, um weitere Unfälle zu vermeiden und das Unglück aufzuklären, sagte Tenud.

Durchleuchtet wird laut Tenud auch die Rolle des Bundesamtes für Verkehr (BAV) als Konzessionierungsbehörde; es gehe darum, ob ein Konstruktionsfehler für das Bundesamt ersichtlich gewesen wäre. Das BAV hatte der Bahn am 4. Dezember 1995 die Betriebsbewilligung erteilt. Der stellvertretende BAV-Direktor Hans-Rudolf Isliker sagte auf

Anfrage, letztlich müsse der Richter entscheiden, ob die Plangenehmigung tatsächlich habe erteilt werden dürfen.

Tagesanzeiger vom 16.12.97, rund 1 Jahr nach dem Unglück: [...] Aus dem Seilbahn-Unglück vor einem Jahr auf der Riederalp hat die Herstellerfirma Lehren gezogen. „Wir haben das Sicherheitsgefühl wiederhergestellt“, sagt der Chef der Garaventa AG.

[...] 14. Dezember 1996, kurz vor zehn Uhr: In der Talstation der Gondelbahn Riederalp-Moosfluh bricht die Achse des Seilführungsrades. Das Tragseil schnellte einige Meter nach vorne und wird erst durch einen Betonpfeiler gestoppt. Die 15 Gondeln, in denen sich zu diesem Zeitpunkt 35 Passagiere auf die 2335 Meter hohe Moosfluh transportieren lassen, schwanken auf und ab; drei Kabinen schlugen auf dem Boden auf. Ein 36jähriger Bergführer wird aus der Kabine geschleudert und von einer herabstürzenden Gondel tödlich getroffen. 18 weitere Personen werden zum Teil schwer verletzt.

Tage später steht die Unfallursache fest - und führt zu hektischer Aktivität beim Hersteller und bei den Betreibern. Die Seilbahnfirma Garaventa AG in Arth-Goldau, welche die Gondel erst ein Jahr zuvor installiert hat, stellt fest, dass sie bei der Berechnung der gebrochenen Welle einen Fehler gemacht hatte.

Das Ermüdungsverhalten der Umlenkradwelle war falsch bemessen worden. Schlimmer noch: Der Berechnungsfehler, immerhin seit zehn Jahren angewendet, galt auch für andere Bahnen der Goldauer Firma. Die Firma rechnete in der Folge die Welle bei mehr als 100 Bahnen nach. Sofort wurden in der Schweiz fünf Sesselbahnen und eine Gondelbahn stillgelegt und innert Tagen die Umlenkradwellen ausgewechselt.

Ein Jahr nach dem Unglück auf der Riederalp zieht Karl Trütsch, Verwaltungsratspräsident der Garaventa AG, Bilanz. „Wir haben das Menschenmögliche getan, um den Goodwill und das Sicherheitsgefühl bei den Benützern der Bahnen wiederherzustellen“, sagt Trütsch. Nicht nur der Berechnungsfehler sei behoben worden. Auch die internen Abläufe und die Sicherung der Qualität seien „sehr kritisch“ begutachtet worden, sagt der Firmenchef. In der Überwachung der Produktion seien zusätzliche Personen eingestellt worden. Bei ‚hochkritischen Teilen‘ zögen sie in der Zwischenzeit zudem externe Fachleute bei, sagt Trütsch. „Die Qualitätskontrolle ist heute engmaschiger.“ Die Kosten dafür belaufen sich gemäss Firmenchef Trütsch auf einen „Millionenbetrag“.

Höher ausfallen werden die Ansprüche der Unfallopfer und der Hinterbliebenen des getöteten Bergführers. Die Forderungen gegenüber der Goldauer Seilbahn-Firma ergeben sich aus dem Produkthaft-

pflicht-Gesetz. Nach den Worten von Karl Trütsch handelt es sich dabei um „einen Millionenbetrag, aber keinen zweistelligen“. [...]

Noch nicht bewältigt ist die strafrechtliche Aufarbeitung des Seilbahnunglücks. Der Untersuchungsrichter hat gegen drei verantwortliche Ingenieure der Garaventa AG eine Untersuchung eröffnet, und zwar wegen fahrlässiger Tötung, fahrlässiger Körperverletzung und fahrlässiger Störung von Betrieben, die der Allgemeinheit dienen. „Bei uns wird es kein Köpferrollen geben“, sagt Karl Trütsch, auf die Strafuntersuchung angesprochen. „Wir suchen nicht nach Schuldigen“, betont er, „sondern nach Ursachen und Lösungen.“

Tagesanzeiger vom 14.6.2000, über drei Jahre später: Ingenieure verurteilt

Brig – Für das tödliche Gondelbahnunglück auf der Riederalp vom Dezember 1996 sind zwei Ingenieure der Seilbahnfirma und ein Beamter des Bundesamts für Verkehr (BAV) verantwortlich, nicht aber deren Vorgesetzte. Dies hat das Kreisgericht Oberwallis in Brig entschieden. [...]

Der Riss wurde hauptsächlich auf den zu kleinen Durchmesser der Achse zurückgeführt.

Die beiden Ingenieure der Seilbahnfirma Garaventa und ein Beamter des Bundesamts für Verkehr (BAV) wurden der fahrlässigen Tötung, der fahrlässigen schweren Körperverletzung und der fahrlässigen Störung von Betrieben, die der Allgemeinheit dienen, schuldig gesprochen. Einer der beiden Ingenieure erhielt zehn Tage Gefängnis bedingt und 1000 Franken Busse, der andere nur 1000 Franken Busse. Der Bundesbeamte wurde zu einer Busse von 1500 Franken verurteilt. Der technische Direktor der Garaventa und der Vorgesetzte des verurteilten BAV-Beamten wurden dagegen freigesprochen. Die Urteilsbegründung steht noch aus.

Lernziele

Die Studierenden sollen:

- die wesentlichen Unterschiede zwischen der statischen Dimensionierung und der Ermüdungsberechnung kennen und beurteilen können, wann welche eingesetzt werden,
- die unterschiedlichen Belastungstypen von der Druckschwellbelastung über die Wechselbelastung zur Zugschwellbelastung unterscheiden können,
- die Darstellungsdiagramme nach Wöhler/Haigh und Smith kennen und interpretieren können,
- die verschiedenen Einflüsse auf die ertragbare Ausschlagspannung kennenlernen, im Besonderen den Einfluss

- der technologischen Grössen durch Wärmebehandlung,
- der Belastungsart,
- der **Kerbe** und dessen analytische Bestimmung für verschiedene Formelemente,
- der **Oberflächengüte** und -verfestigung,
- die Kombination dieser Einflüsse einerseits und bei ein- und mehrachsiger Beanspruchung auf die Bauteilfestigkeit anwenden können,
- diese theoretischen Grundlagen an einfachen Bauteilen selbständig anwenden können,
- Grundkenntnisse über reale **Mehrstufenbelastungen** besitzen und
- Erkenntnisse aus der Theorie in die Konstruktion übertragen können.

Einleitung

Bauteile können einerseits bei ruhender Belastung statisch durch Fliesen, Brechen oder Knicken versagen, andererseits aber auch durch Ermüdung bei andauernder wechselnder Beanspruchung. Viele Schäden von Maschinen oder Anlagen können auf Ermüdungsversagen zurückgeführt werden. Beispiele, wo Menschen zu Schaden gekommen sind, gibt es viele: Flugzeug-, Seilbahnunglücke usw. Die Beanspruchungsgrenze bei Ermüdung kann um Faktoren tiefer liegen als jene bei rein statischer Dimensionierung. Abgesehen davon sind die Einflussgrössen auf die erträglichen Spannungen von vielen zusätzlichen Grössen abhängig, wie beispielsweise:

- der Bauteilgrösse,
- der Bauteilgeometrie, dabei vor allem von Kerben,
- der Spannungsart (Beanspruchungstyp),
- dem Material,
- der Oberflächengüte,
- der Verfestigung durch Wärmebehandlung bzw. Oberflächenverfestigung.

Damit wird das Thema Ermüdungsfestigkeit komplexer als die Dimensionierung bei ruhender Belastung. Vielfach müssen eigentliche Spezialisten zu Rate gezogen werden.

Strukturiert erfolgt die Berechnung von Bauteilen auf Ermüdung nach folgendem Schema:

1. Ausschlagsspannung
 - a) Berechnung der Ausschlags-Amplituden jeder Spannungs-komponente im kritischen Querschnitt und Ort

- b) Berechnung einer „Vergleichs“-Ausschlagspannung als Kombination aller Ausschlags-Spannungsamplituden σ_{Va}
- 2. Mittelspannung
 - a) Berechnung der mittleren Spannung aller Komponenten, um welche die Amplitude ausschlägt
 - b) Berechnung einer „Vergleichs“-Mittelspannung als Kombination aller Mittelspannungskomponenten σ_{Vm}
- 3. Gestaltfestigkeit
 - Bestimmung der maximal ertragbaren Spannung σ_{VADK} unter Berücksichtigung der
 - a) Materialeigenschaften
 - b) Bauteilgrösse, -geometrie
 - c) Kerben
 - d) Spannungsart (siehe 1)
 - e) Oberflächengüte
 - f) Oberflächenverfestigung
 - Vor allem dieser 3. Schritt zeigt die Abweichung von der ruhenden Berechnung deutlich. Dort konnte ein Wert als zulässige Spannung der vorliegenden Vergleichsspannung gegenübergestellt werden. Hier liegen viele sogar über die Spannung gekoppelte Einflüsse auf die ertragbare Spannung vor.
- 4. Vergleich
 - Vergleich der vorliegenden Spannung bei berechneter Mittelspannung zu Gestaltfestigkeit unter Berücksichtigung einer Sicherheit gegen Bruch S_B

$$\sigma_{Va} < \frac{\sigma_{VADK}(\sigma_m)}{S_B} \quad (1)$$

Der Inhalt dieser Sektion soll ein erstes Grundverständnis des Themas vermitteln. Die Inhalte sind nur beschränkt allgemein gültig formuliert, teilweise beziehen sich die Aussagen einschränkend auf Wellen und Achsen. Dies ist dadurch zu begründen, dass sich Ermüdungsfragen häufig im Zusammenhang mit diesen Maschinenelementen stellen und mit dem Entwurf der DIN-Norm 743 1 bis 4 eine in sich geschlossene, allgemein akzeptierte Grundlage existiert, worauf sich die folgenden Abschnitte zum Teil stützen.

2 Versagen durch Ermüdung

In der Mehrzahl der Anwendungen werden Bauteile nicht ruhend belastet, sondern unterliegen einer zeitlich veränderlichen, zyklischen Belastung.

Im Gegensatz zu Maschinenteilen mit ruhenden Beanspruchungen neigen jene mit zeitlich veränderlichen Beanspruchungen dazu, schon bei niedrigen Lasten nach einer gewissen Anzahl **Zyklen** zu versagen.

Dieser Effekt wird **Ermüdung** genannt. Der Konstrukteur muss zusätzlich zur maximalen (ruhenden) Belastung die sogenannte Ermüdungs- bzw. Betriebsfestigkeit berücksichtigen.

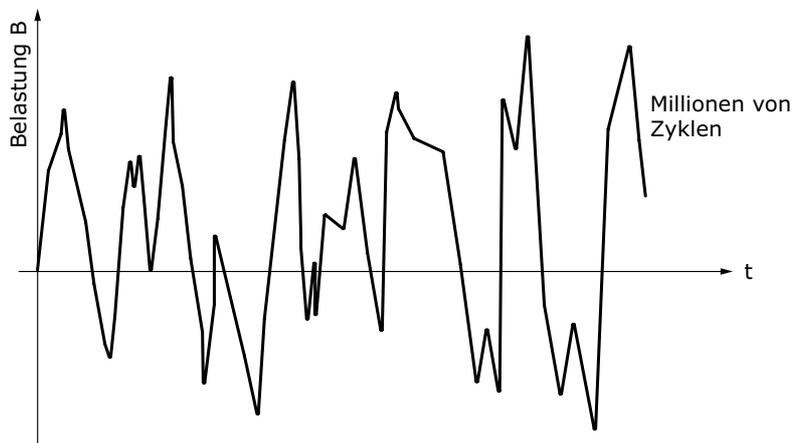


Bild (B016ermZ) Verlauf einer zyklischen Betriebsbelastung

Das Versagensmodell geht von der Entstehung von **Mikrorissen** aus, welche sich in Funktion der Zeit vergrössern, teilweise wieder stabilisieren und wieder ausweiten (**Rasterlinien**). Dieses langsame Fortschreiten der Risse erfolgt innerhalb Millionen von Zyklen.

Ein **Ermüdungsbruch** ist von einem **Gewaltbruch** deutlich unterscheidbar. Das typische Bruchbild zeigt konzentrische, helle Risslinien, die vom Schwinganrisszentrum ausgehen und mit fortschreitender Ausbreitung wegen der ansteigenden Spannung im verbleibenden Querschnitt breiter werden. Nach Überschreiten der **Restfestigkeit** tritt der statische Restbruch ein.

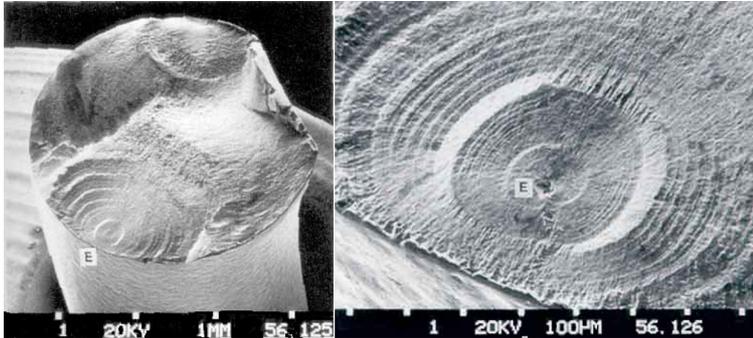


Bild (B013ermZ) Rasterelektronenmikroskopische Aufnahme des Dauerschwingungsbruchs einer Ventilsfeder ausgehend von einem oxidischen Einschluss E [2]]

Das Versagen von Bauteilen infolge Ermüdung muss als besonders sicherheitsrelevant eingestuft werden, weil:

- es bei (vielfach um Faktoren) tieferer Belastung eintritt als das Versagen durch Fließen,
- über 30% der Versagensfälle auf Ermüdung zurückgeführt werden können,
- die Methoden und Anweisungen zur Dimensionierung viel lückenhafter sind als jene bei statischer Belastung,
- die Daten meist statistischer Natur und die Streubereiche gross sind,
- die Ermüdung von vielen Faktoren abhängig ist (Kerben, Härteprofil, Oberfläche, Fehlstellen etc.).

Da das Fachgebiet der Ermüdung äusserst komplex ist, kann die vorliegende Sektion kann nur die Grundlagen dazu abdecken.



Bild (B816ermZ) Ermüdungsrisse an Bike-Schwinge

3 Begriffe der schwingenden Belastung

Der zeitliche Verlauf einer Belastung erfolgt im realen Betrieb stochastisch. Dieses unregelmässige Belastungsbild wird für die Ermüdungsberechnung meist als sinusförmige Belastung idealisiert, die um einen Mittelwert schwingt. Zur Charakterisierung führen wir die folgenden Kenngrössen ein:

- die **Oberspannung** (σ_o),
- die **Unterspannung** (σ_u),
- die **Spannungsamplitude** (σ_a),
- die **Mittelspannung** (σ_m),
- das **Spannungsverhältnis** (R),
- die Anzahl **Lastspiele** mit der **Lastspielzahl** (n) und
- die Lastspielzahl bei Bruch (N).

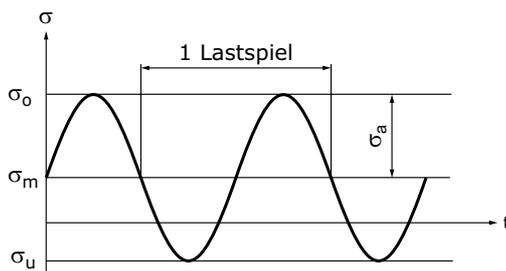


Bild (B001ermZ) Grundbegriffe

Dabei gelten die folgenden Beziehungen:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_o - \sigma_u}{2} \quad (2)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_o + \sigma_u}{2} \quad (3)$$

$$R = \frac{\sigma_u}{\sigma_o} \quad (4)$$

Zur eindeutigen Kennzeichnung einer beliebigen Beanspruchung gehören mindestens zwei der Kenngrößen, also z.B.:

- σ_a und R ,
- σ_a und σ_m oder
- σ_o und σ_u .

Systematisch können 7 Beanspruchungsfälle unterschieden werden, wobei diese wie folgt in drei Hauptbereiche gegliedert sind:

- Druckschwellbereich (I) mit $\sigma_o \leq 0$ mit der reinen **Druckschwellbeanspruchung** $\sigma_o = 0$ (Fall 2)
- Wechselbereich (II) mit $\sigma_o > 0$ und $\sigma_u < 0$ mit der reinen **Wechselbeanspruchung** $\sigma_m = 0$ (Fall 4)
- Zugschwellbereich (III) mit $\sigma_u \geq 0$ mit der reinen **Zugschwellbeanspruchung** $\sigma_u = 0$ (Fall 6)

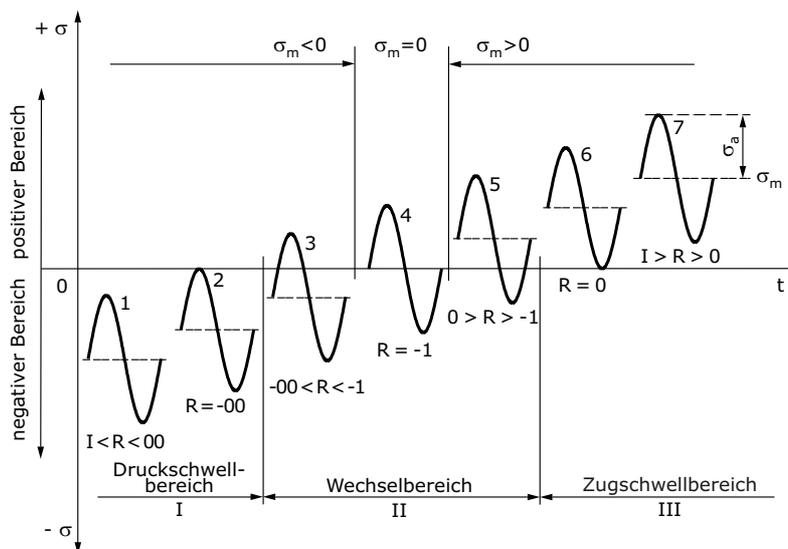


Bild (B002ermZ) Belastungsfälle

Typische Beispiele von Beanspruchungen von Bauteilen und Werkstücken in den verschiedenen Belastungsbereichen sind:

1. Brückenpfeiler durch Lastwagen belastet: Druckschwellbeanspruchung
2. Kolbenstange eines einseitig wirkenden Hydraulikzylinders: reine Druckschwellbeanspruchung
3. Kolbenstangen von doppelt wirkenden Zylindern: Wechselbeanspruchung

4. durch statische Radialkraft auf Biegung belastete, umlaufende Welle: reine Wechselbeanspruchung
5. Maschinenhämmer (Bären) der Gesenk bzw. Schmiedepressen: Wechselbeanspruchung
6. rein schwellender Innendruck eines Behälters: reine Zugschwellbeanspruchung in axialer und tangentialer Richtung
7. Zylinderkopfschrauben eines Motors: Zugschwellbeanspruchung

Die Charakterisierung einer Bauteilbeanspruchung erfolgt vielfach in der Kurzform:

$$\sigma = \sigma_m \pm \sigma_a \quad (5)$$

bzw.:

$$\tau = \tau_m \pm \tau_a \quad (6)$$

Hierbei stellt σ_m die vorliegende Mittelspannung und σ_a die Spannungsamplitude dar.

4 Wöhlerversuch und Wöhlerkurve

Systematische Versuche zur Materialermüdung wurden erstmals im 18. Jh. an Eisenbahnachsen durchgeführt. Um die Versagensgrenzen durch Ermüdung zu charakterisieren unterwirft man die Bauteile (normierte Probekörper oder reale Bauteile) einer schwingenden Belastung bei festgelegter Mittelspannung und einer Spannungsamplitude als Parameter (**Wöhlerversuch**). Das Versagen des Teils bei gegebener Ausschlagsspannung erfolgt bei N-Zyklen Belastung.

Die Versuchsergebnisse werden üblicherweise im doppellogarithmischen Massstab aufgetragen. Dabei bezeichnet σ_A auf der Ordinate die ertragene **Ausschlagsspannung** und N auf der Abszisse die Lastspielzahl. Die Auftragung der Versuchsergebnisse ergibt die sogenannte **Wöhlerkurve**. Diese zeigt eine maximal ertragbare Zykluszahl bei gegebener Ausschlagsspannung.

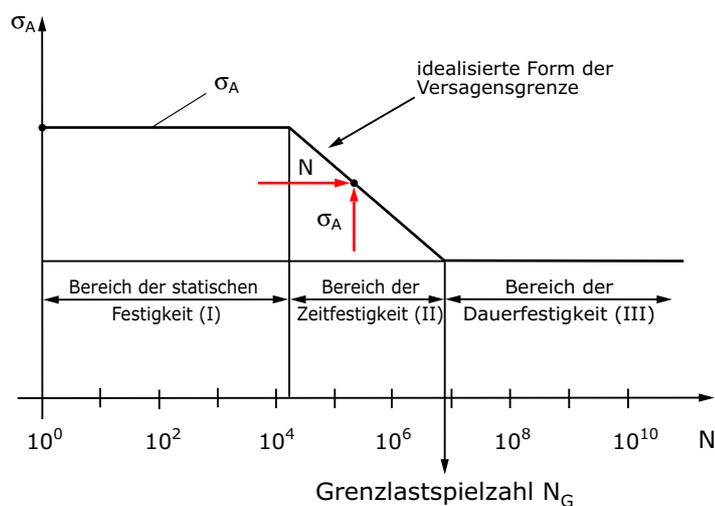


Bild (B003ermZ) Wöhlerkurve

Bemerkung: Ertragene Spannungswerte werden mit Grossbuchstaben charakterisiert, die vorliegenden Spannungswerte mit Kleinbuchstaben.

Im doppellogarithmischen Massstab zeigen sich drei idealtypische Bereiche, welche durch Geraden angenähert werden können. Man unterscheidet:

- den Bereich der statischen (ruhenden) Festigkeit ($N < 1 \dots 2 \cdot 10^4$): Bauteile, welche während ihrer **Lebensdauer** Zykluszahlen kleiner als 10^4 ertragen, werden statisch dimensioniert und σ_A

entspricht den Grenzwerten der ruhenden Beanspruchung (z. B. **Fliessgrenze** σ_F)

- den Bereich zwischen der statischen Festigkeit und der Dauerfestigkeit, den man als **Zeitfestigkeit** bezeichnet ($1 \dots 2 \cdot 10^4 < N < N_G$). Abhängig von der zu ertragenden Amplitude halten die Bauteile eine maximale Zykluszahl aus.
- den Bereich oberhalb der **Grenzlastspielzahl** N_G ($N > N_G$): Dieser Bereich wird als Dauerfestigkeit bezeichnet. Das Bauteil erträgt eine maximale Beanspruchung mit unbeschränkter Zykluszahl.

4.1 Dauerfestigkeit und Grenzlastspielzahl N_G

Verschiedene Materialien erweisen sich oberhalb einer bestimmten Zykluszahl als dauerfest, d.h. dass die maximale Spannungsamplitude σ_A eine unbeschränkte Zahl N von Zyklen ohne Versagen erträgt. Dies wird als **Dauerfestigkeit** σ_{AD} bezeichnet und die Zykluszahl, oberhalb welcher die Wöhlerkurve in eine Horizontale übergeht, als Grenzlastspielzahl N_G .

Die Grenzlastspielzahl N_G ist von Material zu Material unterschiedlich:

harter Stahl	$N_G \approx 3 \cdot 10^6$
weicher Stahl	$N_G \approx 5 \cdot 10^6$
Cu, Cu-Legierung	$N_G \approx 50 \cdot 10^6$
Leichtmetalle	$N_G \approx 30 \dots 100 \cdot 10^6 - \infty$

Tabelle (T001ermz) Grenzlastspielzahl N_G in Abhängigkeit vom Material

Leichtmetalle, wie z.B. Al, haben vielfach keine ausgeprägte Dauerfestigkeit σ_{AD} ($N_G = \infty$).

Je nach Lage von σ_m können wir Spezialfälle von σ_{AD} definieren und mit Indizes kennzeichnen:

- die reine Dauerwechselfestigkeit σ_{AD} ($\sigma_m = 0$) = σ_W (meist kurz „Wechselfestigkeit“ genannt)
- die Dauerschwellfestigkeit mit Zug σ_{AD} ($\sigma_u = 0$) bzw. mit Druck σ_{AD} ($\sigma_o = 0$) = σ_{Sch}

und mit Kennzeichnung der Belastungsart entsprechend:

- die Zug-Druck-Dauerwechselfestigkeit (meist) σ_{zdW} ,
- die Torsions-Dauerwechselfestigkeit τ_{tW} ,
- die Biege-Dauerwechselfestigkeit σ_{bW} .

Für jede Mittelspannung und jede Belastungsart entsteht eine differenzierte Wöhlerkurve.

4.2 Wahrscheinlichkeit und Streubereiche der Wöhlerkurve

Die Wöhlerkurve hat nur statistische Aussagekraft. Die Kurve sagt aus, dass die Probe zu n-% Wahrscheinlichkeit P_A die Belastung schadlos übersteht. Es muss demnach beachtet werden, für welche Wahrscheinlichkeit eine vorliegende Kurve gilt. Vielfach geben die Wechselfestigkeiten der Wöhlerkurven eine Wahrscheinlichkeit von 50% an.

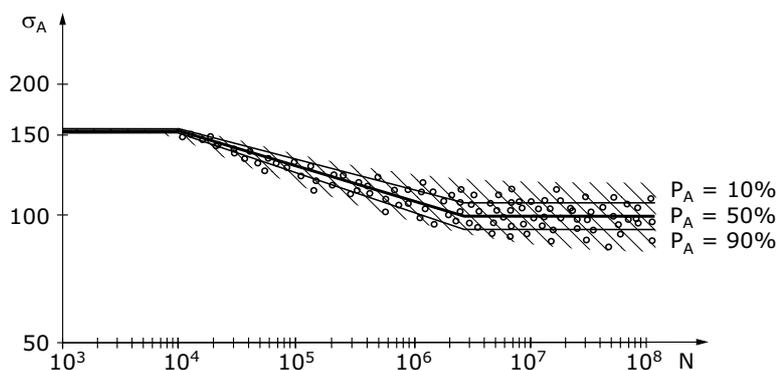


Bild (B020ermZ) Streubereich einer Wöhlerkurve doppellogarithmische Darstellung der Wöhlerkurve aus Zugschwellversuchen mit verschiedenen Wahrscheinlichkeiten P_A für das schadlose Überstehen

4.3 Schadenslinie

Die Erfahrung zeigt, dass ein Bauteil eine beschränkte Zahl von Lastwechsel mit einer Spannungsamplitude grösser als die Dauerfestigkeit ohne **Schädigung** erträgt, d.h. ohne die Dauerfestigkeit herabzusetzen.

Die **Schadenslinie** zeigt die zulässige Zahl der überhöhten Spannungsausschläge, durch welche die Dauerfestigkeit nicht beeinflusst wird.

Beispiel: Die Probe aus Bild (B004ermZ) erträgt bei Amplitude σ_{A1} 10^5 Zyklen und behält die Dauerfestigkeit σ_{DA} ohne Einbusse:

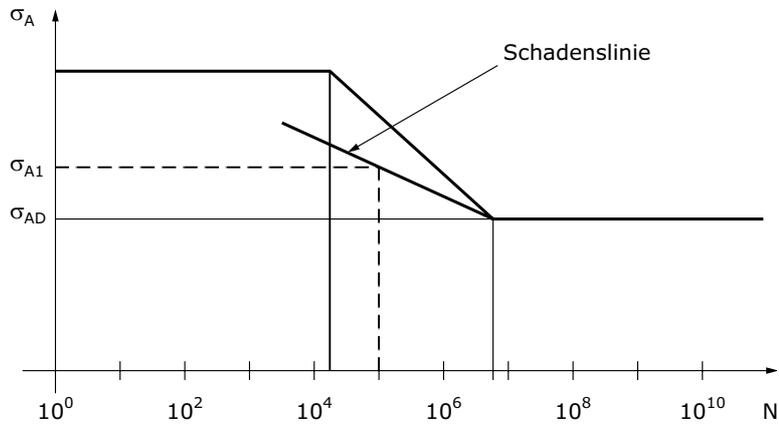


Bild (B004ermZ) Wöhlerkurve mit Schadenslinie

4.4 Einfluss der Mittelspannung auf die Wöhlerkurve

Die Wöhlerkurve ist auch abhängig von der vorliegenden Mittelspannung. Im Regelfall reduziert eine Mittelspannung im Zugbereich die Dauerfestigkeit σ_{AD} und eine Druck-Mittelspannung erhöht diese.

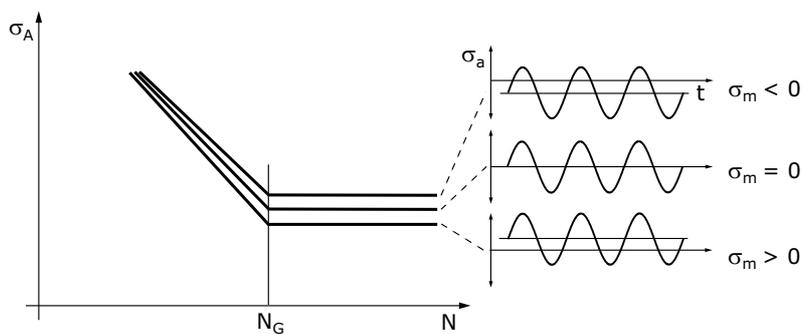


Bild (B005ermZ) Mittelspannungseinfluss auf die Wöhlerkurve

5 Versuchsaufbau, standardisierte Werte

Die **Ausschlagsfestigkeit** σ_A (N) ist von verschiedenen Grössen abhängig. Zu diesen gehören:

- der Werkstoff,
- die Spannungsart,
- die Mittelspannung,
- die Baugrösse des Teiles,
- die Bauteilform (Kerben),
- die Wärmebehandlung,
- die Oberfläche,
- die Oberflächenverfestigung.

Es ist anzustreben für das jeweilige reale Bauteil eine eigene Wöhlerkurve aufzustellen. In den meisten Fällen ist dies jedoch sehr aufwendig.

Die folgenden Bilder und Videos geben einen Eindruck von solchen Bauteilversuchen:

- [Video](#): Dauerschwingversuch von Seitenwagen Goldwing
- [Video](#): Dauerschwingversuch vom Gestell eines Rollers (Quelle: FH Biel, 2001)
- [Video](#): Dauerversuch auf Vierpunkt-Prüfmaschine (Quelle: Mathys, Bettlach)

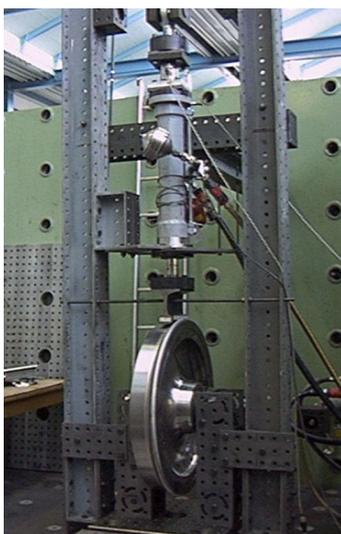


Bild (B414ermz) Versuchsmaschine für Wechselfestigkeit; Quelle: EMPA

In der Literatur finden sich einige standardisierte Werte für genormte Versuchskörper, vielfach mit den folgenden Spezifikationen:

- Zylindrischer Stab: Durchmesser $d = 10\text{mm}$
- Oberfläche: poliert
- Form: ohne Kerben

Variiert werden in diesen Messreihen:

- der Werkstoff,
- die Spannungsart (Zug-Druck, Biegung, Torsion)
- und die Mittelspannung.

Man benötigt deshalb Berechnungsanweisungen, um von diesen Werten der standardisierten Probe auf die Werte des realen Bauteils (Durchmesser, Kerbe, Oberfläche) zu schliessen.

Verschiedene Unternehmen und Institutionen bieten Dienstleistungen in der Ermüdungsmessung an (z.B. die [EMPA](#)).

6 Dauerfestigkeit

Meist interessiert nicht der gesamte Verlauf der Ermüdungsfestigkeit (Wöhlerkurve), sondern nur der Bereich der Dauerfestigkeit σ_{AD} , dies jedoch in Abhängigkeit der Mittelspannung σ_m . Diese Dauerfestigkeit σ_{AD} (im Folgenden nur noch durch σ_A bezeichnet) stellt man anhand der Schaubilder nach Haigh oder nach Smith dar.

6.1 Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh

Auf der Abszisse tragen wir die vorliegende Mittelspannung σ_m und auf der Ordinate $\sigma_A = f(\sigma_m)$ auf:

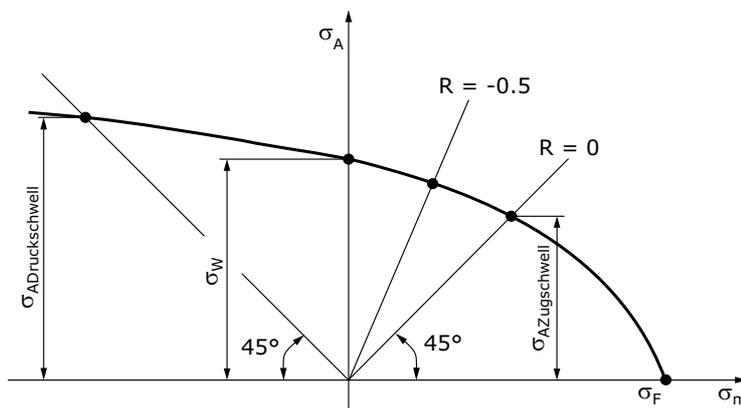


Bild (B006ermZ) Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh (σ_F = Flie遝sspannung)

Das **Dauerfestigkeitsschaubild nach Haigh** kann auch erweitert werden, indem man die Zeitfestigkeit in die Darstellung integriert. Das folgende Bild zeigt ein Messresultat für ein konkretes Bauteil (keine Standardprobe) aus einer Titanlegierung (Formzahl $\alpha_k = 3.1$). Als Lesehilfe sind zusätzlich auch die Ober- und Unterspannungen (σ_o und σ_u) eingezeichnet.

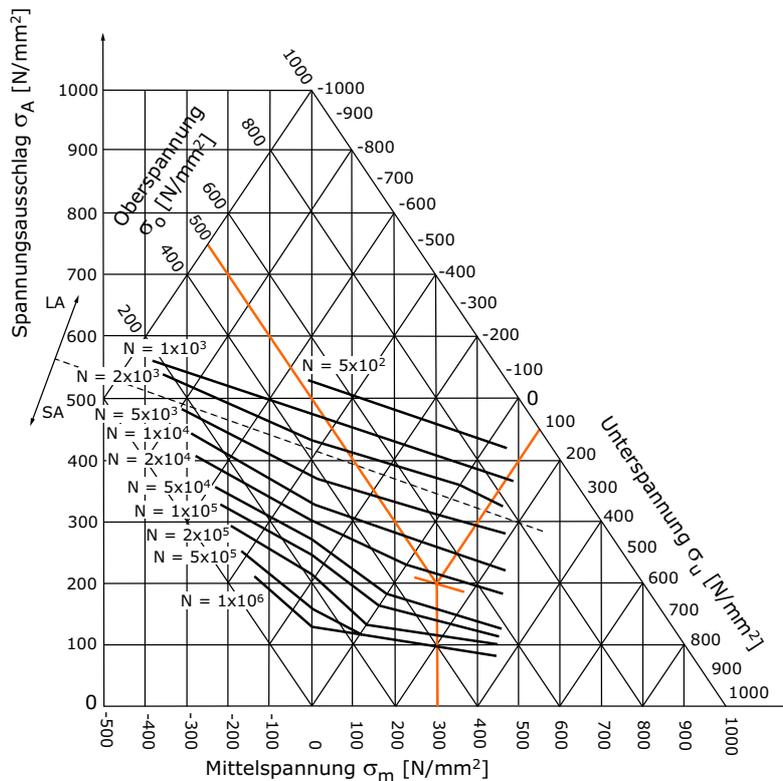


Bild (B007ermZ) Zeitfestigkeitsschaubild nach Haigh

Beispiel: In diesem Haigh-Diagramm ist das Ablesebeispiel einer Mittelspannung von 300 N/mm^2 und eines Spannungsausschlages von 200 N/mm^2 (100 N/mm^2 Unterspannung und 500 N/mm^2 Oberspannung) farblich eingetragen. Aus diesen Ausgangsgrößen lässt sich die Zyklenzahl von $N = 3 \cdot 10^4$ (die Zeitfestigkeit) ablesen, die das Werkstück erträgt.

6.2 Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith

Für viele Werkstoffe liegt eine Darstellung der Dauerfestigkeit nach Smith vor. Dabei wird die Mittelspannungslinie in die 45° -Gerade gedreht und der ertragbare Spannungsausschlag σ_A (σ_m) von dieser Gerade aus nach oben bzw. nach unten symmetrisch aufgezeichnet.

Dadurch entstehen die Ober- ($\sigma_o = \sigma_m + \sigma_A$) und die Unterspannungslinie ($\sigma_u = \sigma_m - \sigma_A$). Für den Wert $\sigma_m = 0$ kann die reine Wechselspannungsfestigkeit σ_w und für $\sigma_u = 0$ die Schwellfestigkeit $\sigma_{AZugschwell}$ abgelesen werden. Nach oben begrenzt wird der Bereich der zulässi-

gen Dauerfestigkeitswerte durch die Fließgrenze σ_F und nach unten durch die Druckfestigkeit σ_{dF} .

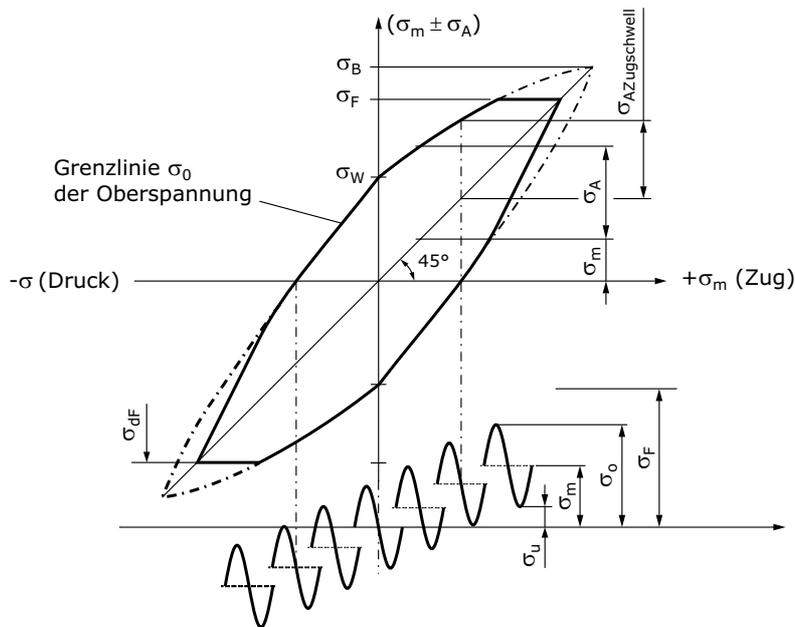


Bild (B008ermZ) Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith

Zähe Werkstoffe, wie z.B. Stahl oder Gusseisen mit Kugelgraphit (GGG), verhalten sich weitgehend symmetrisch zum Nullpunkt, d. h. die Dauerfestigkeiten sind identisch zu σ_m .

Für spröde Werkstoffe, wie z.B. Grauguss, gilt die Symmetrie zur Nulllinie nicht. Die Dauerfestigkeiten im Druckbereich sind teilweise um Faktoren höher als im Zugbereich und die Kurve wird nicht durch die Streckgrenze begrenzt, sondern durch die Druckfestigkeit σ_{dF} .

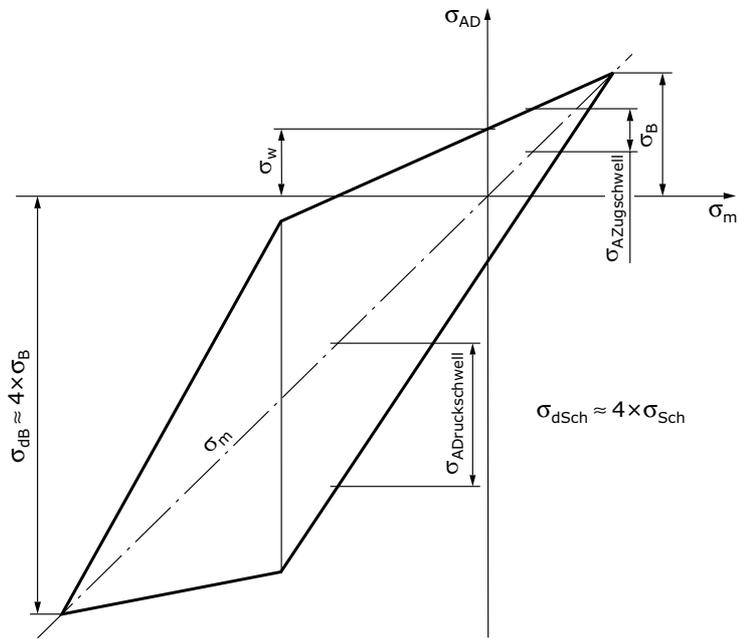


Bild (B009ermZ) Dauerfestigkeit spröder Werkstoffe

7 Bestimmung der Dauerfestigkeit und Einflussgrößen

Es ist immer anzustreben, dass σ_{AD} für das vorliegende Bauteil und die vorliegende Belastung durch Messung bestimmt wird. Vielfach sind diese Werte jedoch nicht bekannt oder es ist zu aufwendig Dauerversuche durchzuführen, so dass Werte von Standardmessungen als Basis für den konkreten Fall dienen müssen.

Für die Bestimmung der reinen Wechselfestigkeit σ_W bedient man sich bei Stahl der Näherung (DIN 743-3, Entwurf 98). Die reinen Wechselfestigkeiten können mit folgenden Formeln approximiert werden:

$$\sigma_{zdW} \cong 0,4\sigma_B \quad (7)$$

$$\sigma_{bW} \cong 0,5\sigma_B \quad (8)$$

$$\tau_{tW} \cong 0,3\sigma_B \quad (9)$$

Bemerkung:

- σ_{zdW} : reine Wechselfestigkeit unter Zug/Druckbeanspruchung
- σ_{bW} : reine Wechselfestigkeit unter Biegebeanspruchung
- τ_{tW} : reine Wechselfestigkeit unter Schubbeanspruchung (Torsion)

Im [Smith-Diagramm](#) sind die reinen Wechselfestigkeitswerte, sowie die Kurven auf unterschiedlichem Niveau enthalten.

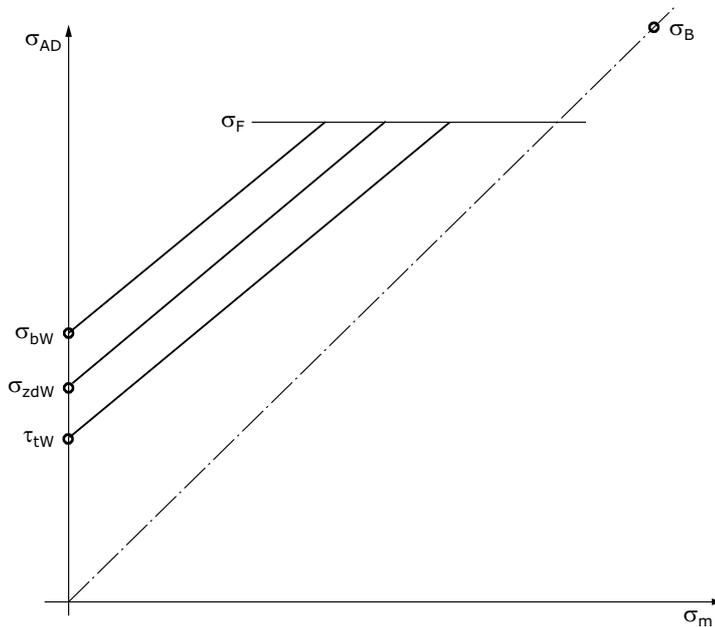


Bild (B010ermZ) Dauerfestigkeitsschaubild nach Smith

Festigkeits-Kennwerte sind immer vom Querschnitt abhängig. Meist sind die Werte für Werkstoffproben mit dem Durchmesser (**Bezugsdurchmesser**) d_B (siehe DIN-Norm 743-3) angegeben. Für andere Durchmesser muss umgerechnet werden (siehe technologischer Größeneinfluss).

Festigkeitswerte:

- Tabelle allgemeine Baustähle
- Tabelle Einsatzstähle
- Tabelle Vergütungsstähle
- Tabelle Nitrierstähle

Festigkeitswerte für allgemeine Baustähle

$d_B \leq 16$; nach DIN EN 10025

Kurzname ¹	σ_B^1 [N/mm ²] $d_B \leq 3$ mm	$\sigma_S^{1,3}$ [N/mm ²]	σ_{zdW}^2 [N/mm ²]	σ_{bW}^2 [N/mm ²]	τ_{tW}^2 [N/mm ²]
S235JR	360	235	140	180	105
S275JR	430	275	170	215	125
E295	490	295	195	245	145
S355JO	510	355	205	255	150
E335	590	335	235	290	180
E360	690	360	275	345	205

¹ nach DIN EN 10025

² Richtwerte berechnet nach Gleichung (7) bis (9)

³ gilt für Nenndurchmesser $d_B \leq 16$ mm

Tabelle (T002ermz) Festigkeitswerte nach DIN EN 10025

Festigkeitswerte für Einsatzstähle (für die Kernhärte)

$d_B \leq 11$; nach DIN 17210

Kurzname ¹	σ_B^3 [N/mm ²]	σ_S^3 [N/mm ²]	σ_{zdW}^2 [N/mm ²]	σ_{bW}^2 [N/mm ²]	τ_{tW}^2 [N/mm ²]
Ck15	750	430	300	375	225
17Cr3	1050	750	420	525	315
16MnCr5	900	630	360	450	270
20MnCr5	1100	730	440	550	330
20MoCrS4	900	630	360	450	270
17CrNiMo6 ³) (18CrNiMo7-6)	1150	830	460	575	345

¹ nach DIN 17210

² Richtwerte berechnet nach Gleichung (7) bis (9)

³ Richtwerte

Tabelle (T003ermz) Festigkeitswerte nach DIN 17210

Festigkeitswerte für Vergütungsstähle (im vergüteten Zustand)

$d_B \leq 16$; nach DIN EN 10083

Kurzname ¹	σ_B^3 [N/mm ²]	σ_S^1 [N/mm ²]	σ_{zdW}^2 [N/mm ²]	σ_{bW}^2 [N/mm ²]	τ_{tW}^2 [N/mm ²]
1 C 22	500	340	200	250	150
2 C 22	500	340	200	250	150
1 C 25	550	370	220	275	165
1 C 30	600	400	240	300	180
1 C 35	630	430	250	315	190
1 C 40	650	460	260	325	200
1 C 45	700	490	280	350	210
2 C 45	700	490	280	350	210
1 C 50	750	520	300	375	220
(1 C 60)	850	580	340	425	250
46Cr2	900	650	360	450	270
41Cr4	1000	800	400	500	300
34CrMo4	1000	800	400	500	300
42CrMo4	1100	900	440	550	330
50CrMo4	1100	900	440	550	330
36CrNiMo4	1100	900	440	550	330
30CrNiMo8	1250	1050	500	625	375
34CrNiMo6	1200	1000	480	600	360

¹ nach DIN EN 10083

² Richtwerte berechnet nach Gleichung (7) bis (9)

Tabelle (T004ermz) Festigkeitswerte nach DIN EN 10083

Festigkeitswerte für Nitrierstähle

$d_B \leq 100$; nach DIN 17211

Kurzname ¹	σ_B^1 [N/mm ²]	σ_S^1 [N/mm ²]	σ_{zdW}^2 [N/mm ²]	σ_{bW}^2 [N/mm ²]	τ_{tW}^2 [N/mm ²]
31CrMo12	1000	800	400	500	300
31CrMoV9	1000	800	400	500	300
15CrMoV59	900	750	360	450	270
34CrAlMo5	800	600	320	400	240
34CrAlNi7	850	650	340	425	255

¹ nach DIN 17211

² Richtwerte berechnet nach Gleichung (7) bis (9)

Tabelle (T005ermz) Festigkeitswerte nach DIN 17211

7.1 Einfluss der Wärmebehandlung – der technologische Grösseneinflussfaktor

Die Festigkeitswerte σ_S und σ_B gelten für den angegebenen Bezugsdurchmesser d_B . Die erreichbare Härte beim Vergüten bzw. die Kernhärte beim Einsatzhärten nimmt mit steigendem Durchmesser jedoch ab. Ein technologischer Grösseneinflussfaktor $K_1(d)$ berücksichtigt die Veränderung der Festigkeitswerte in Abhängigkeit von d , wobei für σ_G die Fließgrenze (σ_S) bzw. die Zugfestigkeit (σ_B) stehen kann:

$$\sigma_G(d) = K_1(d) \cdot \sigma_G(d_B) \quad (10)$$

Allgemeine Baustähle

$d_B = 16$

für $\sigma_S(d \leq 32)$:	$K_1(d) = 1$
für $\sigma_S(32 < d < 300)$:	$K_1(d) = 1 - 0,26 \log(d/2d_B)$
für $\sigma_S(d \geq 300)$:	$K_1(d) = 0,75$
für $\sigma_B(d)$:	$K_1(d) = 1$

Tabelle (T006ermZ) Allgemeine Baustähle; $d_B = 16$

Einsatzstähle (ohne Cr-Ni-Mo-Einsatzstähle)

$$d_B = 11$$

für $\sigma_s(d \leq 11)$ und $\sigma_B(d \leq 11)$:	$K_1(d) = 1$
für $\sigma_s(11 < d < 300)$ und $\sigma_B(11 < d < 300)$	$K_1(d) = 1 - 0,41 \log(d/d_B)$
für $\sigma_s(d \geq 300)$ und $\sigma_B(d \geq 300)$:	$K_1(d) = 0,41$

Tabelle (T007ermZ) Einsatzstähle (ohne Cr-Ni-Mo-Einsatzstähle); $d_B = 11$

Vergütungsstähle (inkl. Cr-Ni-Mo-Einsatzstähle)

$$d_B = 16$$

für $\sigma_s(d \leq 16)$ und $\sigma_B(d \leq 16)$	$K_1(d) = 1$
für $\sigma_s(16 < d < 300)$ und $\sigma_B(16 < d < 300)$	$K_1(d) = 1 - 0,26 \log(d/d_B)$
Für $\sigma_s(d \geq 300)$ und $\sigma_B(d \geq 300)$	$K_1(d) = 0,67$

Tabelle (T008ermZ) Vergütungsstähle (inkl. Cr-Ni-Mo-Einsatzstähle); $d_B = 16$

Nitrierstähle

für $\sigma_s(d)$ und σ_{Bd} :	$K_1(d) = 1$
---------------------------------------	--------------

Tabelle (T009ermZ) Nitrierstähle

Entsprechend der Minderung der statischen Festigkeitswerte reduzieren sich gleichermassen die Dauerfestigkeitswerte σ_{AD} nach (6), (7), (8).

$$\sigma_W(d) = K_1(d) \cdot \sigma_W(d_B) \quad (11)$$

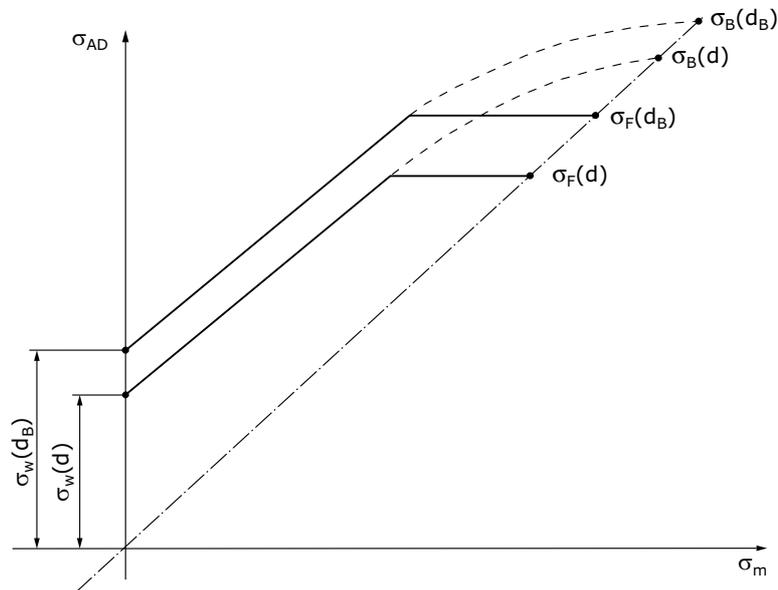


Bild (B011ermZ) Reduzierte Dauerfestigkeit

7.2 Einfluss des Spannungsgefälles infolge Bauteilgrösse – der geometrische Grösseneinflussfaktor

Der Unterschied zwischen (grösserer) Biege-Ermüdungsfestigkeit σ_{Bw} und der Zug-/Druck-Ermüdungsfestigkeit σ_{zdW} von glatten Stäben bei gleichem Probedurchmesser kann mit der makroskopischen **Stützwirkung** auf die äusseren Fasern durch die weniger belasteten inneren Fasern begründet werden.

Bei Biegung existiert im Gegensatz zu Zug-/Druckbeanspruchung ein solches **Spannungsgefälle**, sodass die Stützwirkung eintritt und die Wechselfestigkeit erhöht wird.

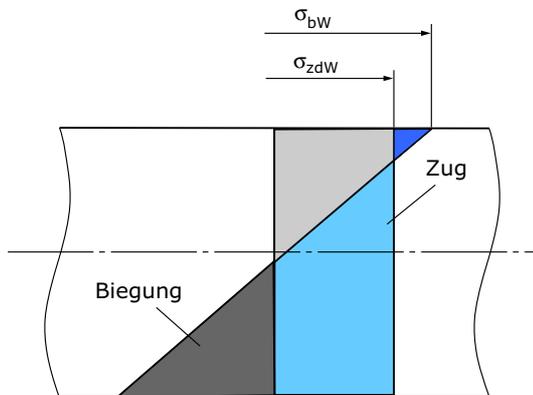


Bild (B012ermZ) Makroskopische Stützwirkung

Mit dieser Begründung ist es nahe liegend, dass die Dauerfestigkeit allgemein vom Gradient der Spannung abhängig ist.

Bei Biegung und Torsion ist das Spannungsgefälle zudem von der Grösse des Stabes abhängig (siehe Bild B800ermZ). Kleine Probeabmessungen ergeben bei gleicher maximaler Belastung am Aussenrand ein grösseres Spannungsgefälle und dadurch höhere Wechselfestigkeiten.

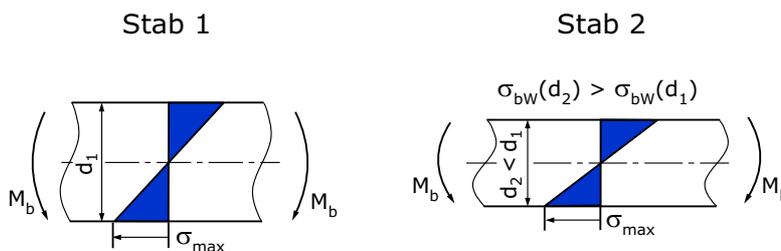


Bild (B800ermZ) Zwei Stäbe mit unterschiedlichen Durchmessern; Stab 2 besitzt grösseren Spannungsgradienten als Stab 1 und somit grössere Dauerfestigkeit

Aus diesem Grund werden die **Standardproben** für Ermüdungsversuche für Biege- und Torsionsbeanspruchung immer mit identischem Durchmesser von 10 mm durchgeführt. Bei der Zugbeanspruchung tritt kein Spannungsgefälle auf; somit ist keine Grössenabhängigkeit vorhanden.

Der **geometrische Grösseneinflussfaktor** $K_2(d)$ berücksichtigt den Einfluss auf die Wechselfestigkeit.

Der Grösseneinflussfaktor $K_2(d)$ beträgt formal:

Beanspruchungsart		
Zug-Druck	Biegung und Torsion	
$K_2(d) = 1$	für $7,5 \leq d < 150$	für $d \geq 150$
	$K_2(d) = 1 - 0,2 \cdot \frac{\log\left(\frac{d}{7,5}\right)}{\log 20}$	
		$K_2(d) = 0,8$

Tabelle (T010ermz) $K_2(d)$ je nach Beanspruchungsart

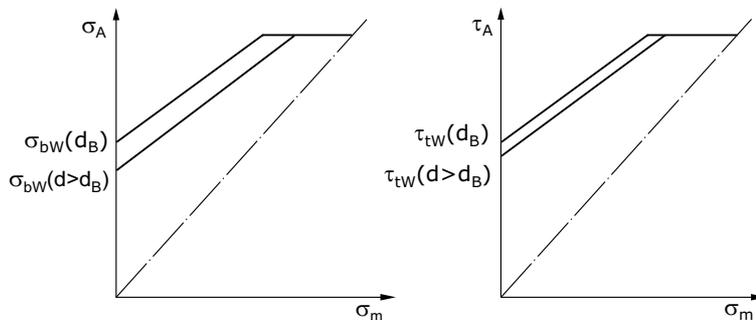


Bild (B801ermZ) Grösseneinflussfaktor bei Biege- und Torsions-Beanspruchung

7.3 Kerbeinfluss, Kerbwirkungszahl

Den markantesten Einfluss auf die Dauerfestigkeit hat die Kerbwirkung (**Kerbeinfluss**). Eine Kerbe, sei es eine bauformbedingte Kerbe, ein Steifigkeitssprung oder eine innere Verunreinigung, senkt die Dauerfestigkeitswerte stark.

Eine Kerbe erhöht den Spannungswert, ausgehend von der Nennspannung im **Kerbgrund**, um die Formzahl α_K (siehe: Sektion Kerbwirkung):

$$\sigma_{\max K} = \alpha_{\sigma, \tau} \cdot \sigma_n \quad (12)$$

Somit wäre es nahe liegend anzunehmen, dass die Festigkeit der gekerbten Probe (σ_{ADK} , wobei K die Notation für Kerbwirkung bedeutet) im Vergleich mit der Dauerfestigkeit der glatten Standardprobe (σ_{AD}), den folgenden Gesetzmässigkeiten unterliegt:

$$\left(\sigma_{ADK} = \frac{\sigma_{AD}}{\alpha_{\sigma,\tau}} \right) \quad (13)$$

Versuche zeigen jedoch, dass der Wechselbruch des gekerbten Stabes erst bei einer grösseren Wechsel-Nennspannung eintritt:

$$\sigma_{ADK} = \frac{\sigma_{AD}}{\beta_{\sigma,\tau}} \quad (14)$$

wobei:

$$\beta_{\sigma,\tau} \leq \alpha_{\sigma,\tau} \quad (15)$$

Die **Kerbwirkungszahl** $\beta_{\sigma,\tau}$ ist das Verhältnis der Ermüdungsfestigkeit der glatten (polierten) Standardprobe zur Ermüdungsfestigkeit der gekerbten Standardprobe mit gleichen Abmessungen, gleichem Werkstoff und gleicher Beanspruchungsart.

$$\beta_{\sigma,\tau} = \frac{\sigma_{AD}}{\sigma_{ADK}} \quad (16)$$

Der Unterschied zwischen $\alpha_{\sigma,\tau}$ und $\beta_{\sigma,\tau}$ wird damit erklärt, dass nicht die **Spannungsspitze** selber für das Versagen verantwortlich ist, sondern ein mittlerer Spannungswert in unmittelbarer Umgebung des Maximums. Von Bedeutung ist demzufolge die relative Steilheit des Spannungsverlaufes in der Nähe der Spannungsspitze (Kerbgrund); d.h. ein auf die Spannung bezogener Spannungsgradient (vgl. Bild B802ermZ). Dieser wird als bezogenes Spannungsgefälle G' bezeichnet.

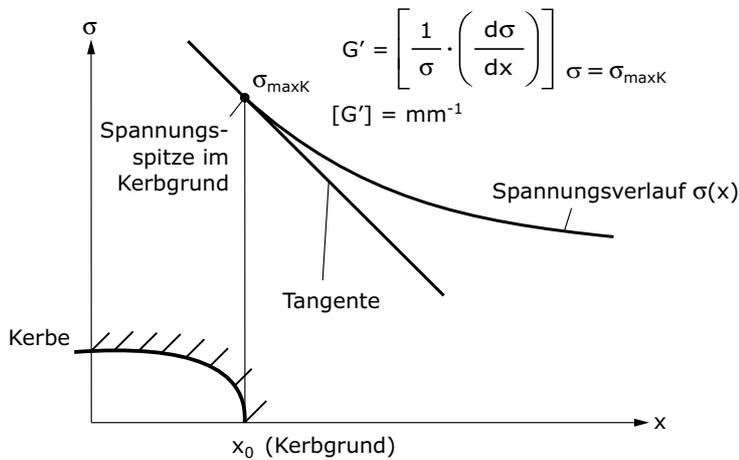


Bild (B802ermZ) Spannungsgefälle

Ein hohes lokales Spannungsgefälle ergibt einen kleineren mittleren Spannungswert in der Nähe des Maximums und somit kleinere Kerbwirkung.

Räumlich eng begrenzte Gebiete mit hohen Spannungsspitzen wirken folglich – natürlich nur relativ betrachtet – weniger wechselfestigkeitsmindernd als diese Spannungen über grössere Gebiete. Der physikalische Grund liegt darin, dass die wenig beanspruchten Metallkristalle in der Nachbarschaft der Spannungsspitze eine Stützwirkung auf die Kristalle mit hoher Spannung ausüben (mikroskopische Stützwirkung).

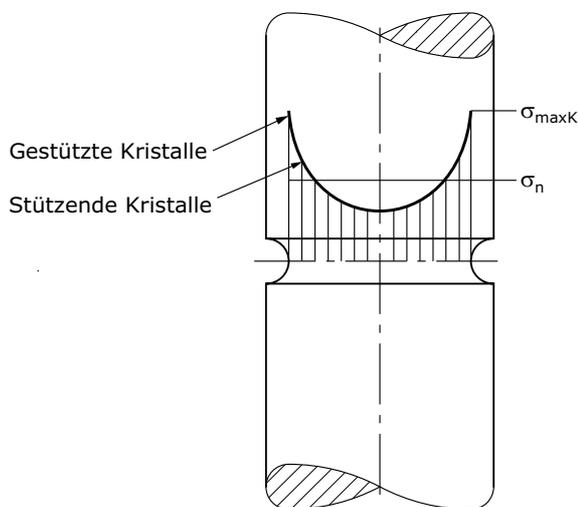


Bild (B803ermZ) Stützwirkung in der Nähe der Kerbe

Für $\beta_{\sigma,\tau}$ gilt im Weiteren:

- *nicht* von der Nennspannung abhängig
- von gleichen geometrischen Grössen abhängig wie die Formzahl $\alpha_{\sigma,\tau}$
- ebenso wie die Formzahl, unterschiedlich gross für die verschiedenen Beanspruchungsarten: Zug, Biegung, Torsion
- bei Biegung und Torsion von der Grösse des gekerbten Bauteiles abhängig
- von der Oberflächenqualität abhängig
- vom Material abhängig

7.3.1 Die experimentell bestimmte Kerbwirkungszahl

Die Kerbwirkungszahl sollte mit Vorteil anhand des realen Materials und der vorliegenden Bauteilgrösse im Experiment ermittelt werden. Für verschiedene, häufig vorkommende Formelemente wie Passfedernuten, **Presssitze**, Keilwellen, Wellen und Achsen mit Spitz- und Rechtecknuten existieren $\beta_{\sigma,\tau}$ -Werte aus umfangreichen Untersuchungen. Die angegebenen β -Werte gelten dabei für einen Bezugsdurchmesser d_B . Falls der vorliegende Durchmesser d vom Bezugsdurchmesser d_B abweicht, muss β mit dem Grösseneinflussfaktor K_3 korrigiert werden.

7.3.2 Kerbwirkungszahl für Passfeder und Presssitze

Für **Passfedern** und Presssitzen gelten für einen Bezugsdurchmesser von $d_B = 40\text{mm}$ die folgenden Kerbwirkungszahlen:

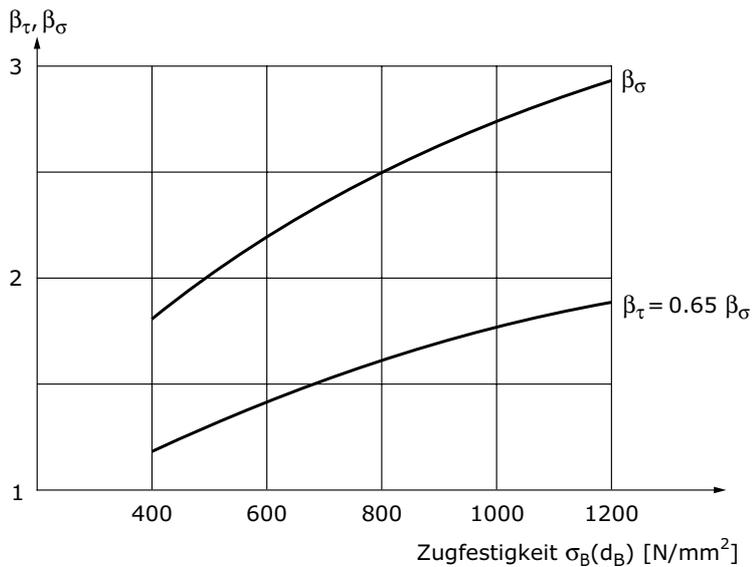


Bild (B805ermZ) Kerbwirkungszahlen für Passfedern und Presssitzen bei $d_B = 40\text{mm}$ (siehe auch DIN 743-2, Tabelle 1)

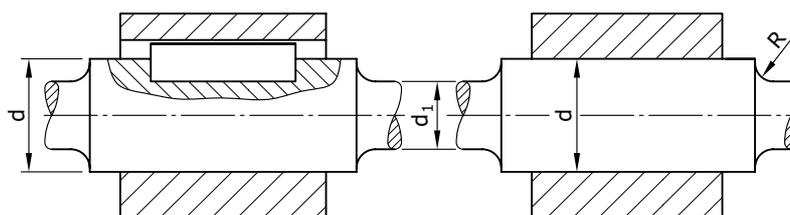


Bild (B804ermZ) Zugehörige Wellen und Nabenformen

Empfehlung für Entwurf:

$$\frac{r}{(d - d_1)} = 2 \quad \text{bzw.} \quad \frac{d}{d_1} = 1.1 \quad (17)$$

7.3.3 Kerbwirkungszahl für umlaufende Einstiche

Für umlaufende **Einstiche** mit $d_B = 15\text{mm}$ gelten:

Umlaufende Spitzkerben

Für umlaufende Spitzkerben, welche auch auf Zug-Druck, Biegung oder Torsion belastet sind, gelten soweit

$$0.05 < \frac{D-d}{d} < 0.2 \rightarrow r \sim 0,1 \text{ und } dB = 1! \quad (18)$$

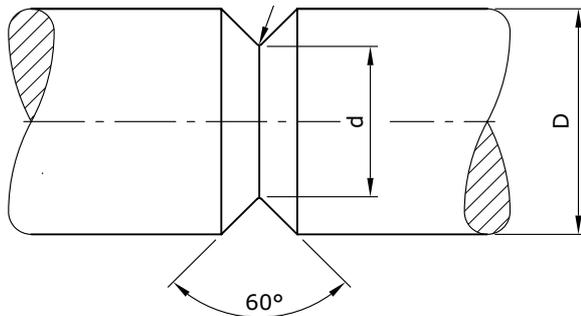


Bild (B806ermZ) Umlaufende Spitzkerbe

$$\text{Zug: } \beta_{\sigma}(d_B) = 0.109 \frac{\sigma_B(d_B)}{100} + 1.074 \quad (19)$$

$$\text{Biegung: } \beta_{\sigma}(d_B) = 0.0923 \frac{\sigma_B(d_B)}{100} + 0.985 \quad (20)$$

$$\text{Torsion: } \beta_{\tau}(d_B) = 0,8 \cdot \beta_{\sigma}(\text{Biegung}) \quad (21)$$

Rechtecknut

Für umlaufende Rechteckeinstiche gelten die folgenden Werte:

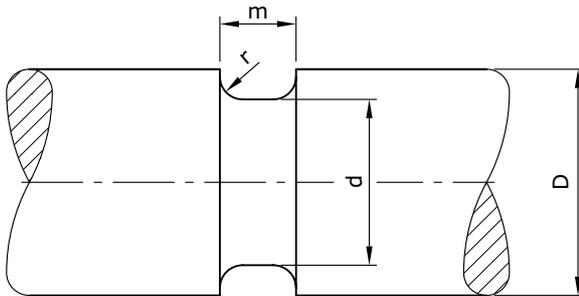


Bild (B807ermZ) Umlaufender Rechteckeinstich

$$\text{Zug: } \beta_{\sigma}(d_B) = a \cdot 0,9 \left(1,27 + 1,17 \cdot \sqrt{\frac{(D-d)}{2}} \cdot \frac{1}{r_f} \right) \quad (22)$$

$$\text{Biegung: } \beta_{\sigma}(d_B) = a \cdot 0,9 \left(1,14 + 1,08 \cdot \sqrt{\frac{(D-d)}{2}} \cdot \frac{1}{r_f} \right) \quad (23)$$

$$\text{Torsion: } \beta_{\tau}(d_B) = a \cdot \left(1,48 + 0,45 \cdot \sqrt{\frac{(D-d)}{2}} \cdot \frac{1}{r_f} \right) \quad (24)$$

Für a kann gesetzt werden:

$$\frac{m}{\frac{D-d}{2}} \geq 1,4 \Rightarrow a = 1 \quad (25)$$

$$\frac{m}{\frac{D-d}{2}} < 1.4 \Rightarrow a = 1.25 (m/r)^{-0.94} + 0.97 \quad (26)$$

r_f ist der modifizierte Kerbradius, der sich wie folgt berechnet:

$$r_f = r + 2.9\rho^* \quad (27)$$

wobei ρ^* den Strukturradius bezeichnet, der wiederum vom Material und dessen Festigkeit abhängig ist.

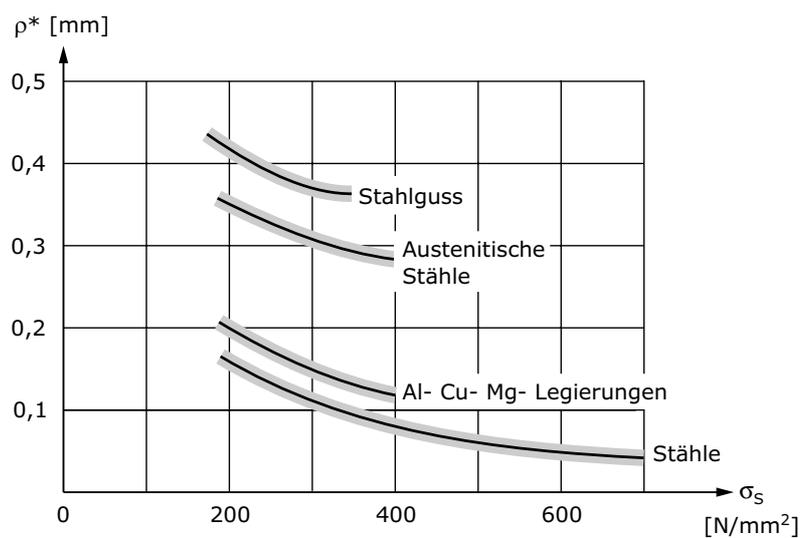


Bild (B810ermZ) Strukturradius nach Neuber (siehe auch DIN 743-2)

Einschränkung/Plafonierung

Falls innerhalb der Berechnung β_σ -Werte > 4 bzw. β_τ -Werte > 2.5 resultieren, so kann $\beta_\sigma = 4$ bzw. $\beta_\tau = 2.5$ eingesetzt werden.

7.3.4 Geometrischer Grösseneinflussfaktor auf die Kerbwirkungszahl

Die angegebenen Kerbwirkungszahlen gelten für den Bezugsdurchmesser d_B .

Der Grösseneinflussfaktor K_3 korrigiert den Wert von $\beta(d_B)$ auf $\beta(d)$ für den vorliegenden Durchmesser.

Der Grösseneinflussfaktor K_3 ist abhängig vom Durchmesser und der Formzahl $\alpha_{\sigma,\tau}$ mit:

$$K_3 = 1 - 0,2 \log \alpha_{\sigma,\tau} \cdot \frac{\log\left(\frac{d}{7,5\text{mm}}\right)}{\log 20} \quad (28)$$

falls $7.5 \leq d \leq 150 \text{ mm}$

$$K_3 = 1 - 0,2 \log \alpha_{\sigma,\tau} \quad \text{falls } d > 150 \text{ mm} \quad (29)$$

Die Kerbwirkungszahl für den vorliegenden Durchmesser wird nun korrigiert:

$$\beta_{\sigma,\tau} = \beta_{\sigma,\tau}(d_B) \frac{K_3(d_B)}{K_3(d)} \quad (30)$$

7.3.5 Kerbwirkungszahl bei bekannter Formzahl

Falls keine Kerbwirkungszahlen vorliegen, jedoch die Formzahlen bekannt sind, können diese als Basis genommen werden.

Nach Sieber ist:

$$\beta_{\sigma,\tau} = \frac{\alpha_{\sigma,\tau}}{n} \quad (31)$$

wobei n als **Stützzahl** bezeichnet wird. Für die Stützzahl n können, abhängig von der Beschaffenheit der Randschicht, folgende Werte eingesetzt werden:

Weiche Randschicht

$$n = 1 + \sqrt{G' \cdot 1\text{mm}} \cdot 10^{-\left(0.33 + \frac{\sigma_s(d)}{712 \text{ N/mm}^2}\right)} \quad (32)$$

beziehungsweise mit $\tau_\sigma(d)$ im Falle von Torsion.

harte Randschicht:

$$n = 1 + \sqrt{G' \cdot 1\text{mm}} \cdot 10^{-0.7} \quad (33)$$

Die Streckgrenze $\sigma_s(d)$ berechnet sich, wie schon gezeigt, mit

$$\sigma_s(d) = K_1(d) \cdot \sigma_s(\text{dB}) \quad (34)$$

Bei Torsion ist $\sigma_s(d)$ zu ersetzen durch $\tau_s(d)$:

$$\tau_s(d) = \frac{\sigma_s(d)}{\sqrt{3}} \quad (35)$$

G' ist das bezogene Spannungsgefälle. Für die Bestimmung von G' können Methoden der FE-Berechnung oder Näherungswerte aus der Literatur eingesetzt werden.

Für die zwei Formelemente der umlaufenden Rundnut und der abgesetzten Welle können folgende Annäherungen gemacht werden:

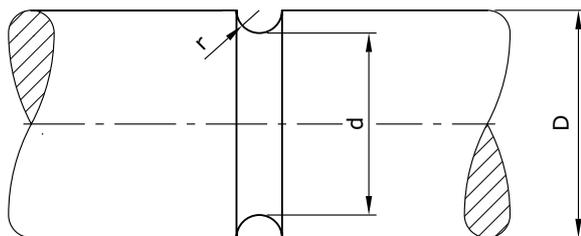


Bild (B808ermZ) Umlaufende Rundnut

$$\text{Zug-Druck, Biegung: } G' = \frac{2(1 + \varphi)}{r} \quad (36)$$

$$\text{Torsion: } G' = \frac{1}{r} \quad (37)$$

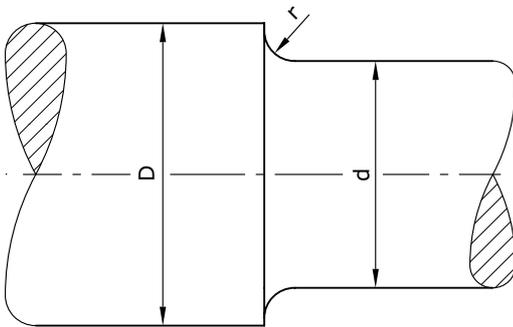


Bild (B809ermZ) Abgesetzte Welle

$$\text{Zug-Druck, Biegung: } G' = \frac{2.3(1 + \varphi)}{r} \quad (38)$$

$$\text{Torsion: } G' = \frac{1.15}{r} \quad (39)$$

Für φ setzt man darin für Geometrieverhältnisse mit:

$$\frac{d}{D} > \frac{2}{3} \text{ gilt: } \varphi = \frac{1}{2 + 4\sqrt{\frac{D-d}{2r}}} \quad (40)$$

und für Geometrieverhältnisse mit:

$$\frac{d}{D} \leq \frac{2}{3} \text{ gilt: } \varphi = 0 \quad (41)$$

7.3.6 Kerbwirkungszahl ohne vorhandene Grunddaten

Liegen weder Experimente noch Formzahlen vor, so können entweder FE-Methoden oder Messungen mit Dehnmessstreifen eine Hilfe bieten um α zu bestimmen.

Die Kerbwirkungszahl β wird dann:

$$\beta = \frac{\alpha}{n} \quad (42)$$

7.4 Einflussfaktor der Oberflächenrauheit

Die Ermüdungsfestigkeit nimmt mit zunehmender **Rauheit** ab (Kerbwirkung), wobei die relative Abnahme mit wachsender Zugfestigkeit grösser wird. Hochfeste Stähle sind besonders kerbempfindlich.

Der Einfluss der Rauheit wird mit dem Faktor K_F beschrieben:

Zug-Druck, Biegung:

$$K_{F\sigma} = 1 - 0.22 \log\left(\frac{R_z}{1\mu\text{m}}\right) \cdot \left(\log \frac{\sigma_B(d)}{20 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}} - 1\right) \quad (43)$$

$$\text{Torsion: } K_{F\tau} = 0.575 \cdot K_{F\sigma} + 0.425 \quad (44)$$

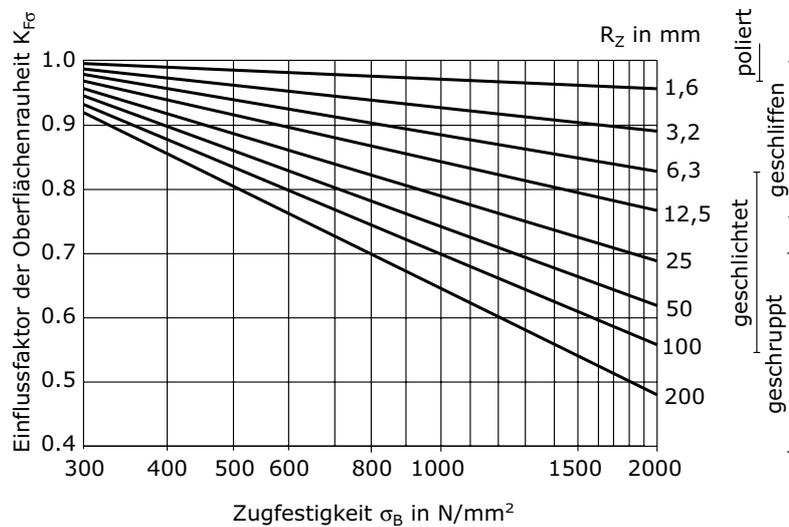


Bild (B811ermZ) Oberflächenrauheit als Einflussfaktor (siehe auch DIN 743-2)

Merke: Wenn keine glatte Oberfläche erreicht oder aufrecht erhalten werden kann, ist gewöhnlicher Stahl dem hochwertigen praktisch gleichwertig.

Durch Korrosion entsteht ebenfalls eine grobe Oberfläche, d.h. eine gewisse Rauheit, was zu einem weiteren Absinken der Ermüdungsfestigkeit führt. Auch hier sind hochfeste Werkstoffe, relativ betrachtet, stärker beeinflusst.

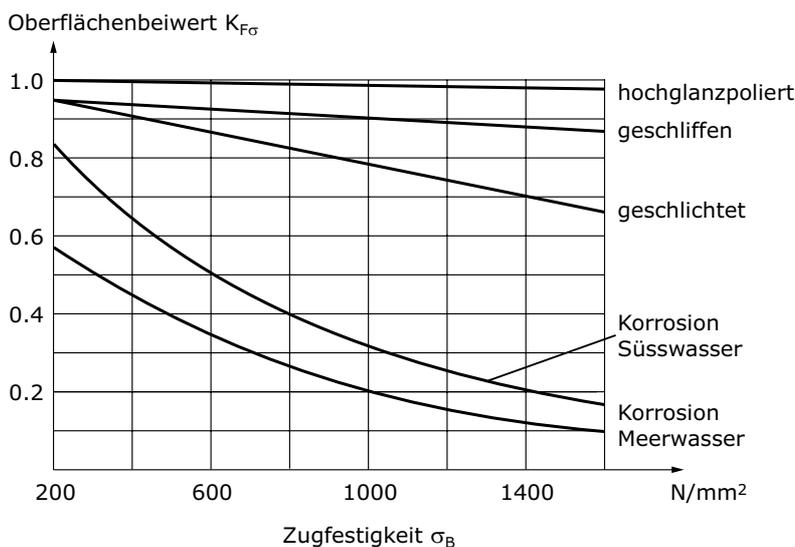


Bild (B812ermZ) Korrosionseinflüsse

Merke: Wechselbeanspruchte Teile unbedingt vor Korrosion schützen.

7.5 Einfluss der Oberflächenverfestigung

Durch Wärmebehandlungen (wie Einsatzhärten, Nitrieren oder Karbonitrieren) oder mechanische Verfahren (wie Rollen, Kugelstrahlen) können Druckspannungen in die Oberfläche der Bauteile induziert werden.

Die Oberflächenverfestigung wirkt sich positiv auf die Dauerfestigkeit aus. Gekerbte Bauteile werden dabei stärker beeinflusst als ungekerbte.

Der Einfluss der **Oberflächenverfestigung** wird im Faktor K_V zusammengefasst. Die folgende Tabelle gibt einen Überblick dazu:

Verfahren	Durchmesser	K_V (minimal)
Nitrieren	$8 < d < 25$	1.15
	$25 < d < 40$	1.1
Einsatzhärten	$8 < d < 25$	1.2
	$25 < d < 40$	1.1
Karbonitrieren	10	1.8
Rollen	$7 < d < 25$	1.2
	$25 < d < 40$	1.1
Kugelstrahlen	$7 < d < 40$	1.1

Tabelle (T011ermz) Einfluss der Oberflächenverfestigung: der Faktor K_V

Diese angegebenen K_V -Werte sind konservativ angesetzt und können vor allem bei Kerben markant (um 10% bis 80%) höher liegen.

Für $d > 40$ wird $K_V = 1$ eingesetzt (siehe auch DIN 743-2).

8 Gestaltfestigkeit bei einachsiger Beanspruchung

Die einzelnen Einflüsse auf die Dauerfestigkeit des Bauteiles wurden bis jetzt unabhängig voneinander beobachtet. Es sind dies zusammengefasst:

- der technologische Grösseneinfluss $K_1(d)$, der die Vergütbarkeit und Härbarkeit und damit die erreichbaren Festigkeitswerte $\sigma_S(d)$ und $\sigma_B(d)$ in Funktion von d berücksichtigt,
- der geometrische Grösseneinfluss $K_2(d)$, der die makroskopische Stützwirkung bei Biegung und Torsion in Funktion der Bauteilgrösse berücksichtigt,
- die Kerbwirkung β , welche die Formgebung des Bauteiles berücksichtigt (teilweise korrigiert mit K_3),
- die **Oberflächenrauheit** K_F , welche die Güte der Oberfläche berücksichtigt, und
- die Oberflächenverfestigung K_V , die noch zusätzlich die Beeinflussung der Oberflächenverfestigung einschliesst.

Innerhalb eines realen Bauteiles kommen nun alle diese Einzeleinflüsse kumuliert zusammen. Das Resultat nennt man **Gestaltfestigkeit** des Bauteiles.

Die Gestaltfestigkeit eines Bauteiles ist die ertragbare Spannung unter Berücksichtigung aller Einflüsse.

8.1 Gestalt-Wechselfestigkeit

Die reine Wechselfestigkeit eines Bauteiles des Durchmessers d wird mit allen Einflussfaktoren berücksichtigt und als **Gestalt-Wechselfestigkeit** bezeichnet.

$$\text{Zug-Druck: } \sigma_{zdWK} = \frac{\sigma_{zdW}(d_B) \cdot K_1(d) \cdot K_V}{\left(\frac{\beta_{\sigma\text{Zug}}}{K_2(d)} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right)} \quad (45)$$

$$\text{Biegung: } \sigma_{bWK} = \frac{\sigma_{bW}(d_B) \cdot K_1(d) \cdot K_V}{\left(\frac{\beta_{\sigma\text{Bieg}}}{K_2(d)} + \frac{1}{K_{F\sigma}} - 1 \right)} \quad (46)$$

$$\text{Torsion: } \tau_{tWK} = \frac{\tau_{tW}(d_B) \cdot K_1(d) \cdot K_V}{\left(\frac{\beta_\tau}{K_2(d)} + \frac{1}{K_{F\tau}} - 1 \right)} \quad (47)$$

Die Reduktion der Wechselfestigkeitswerte der polierten, ungekerbten Normprobe des Durchmessers d_B zur Gestalt-Wechselfestigkeit des realen Bauteiles ist im folgenden Smith-Bild vereinfacht dargestellt.

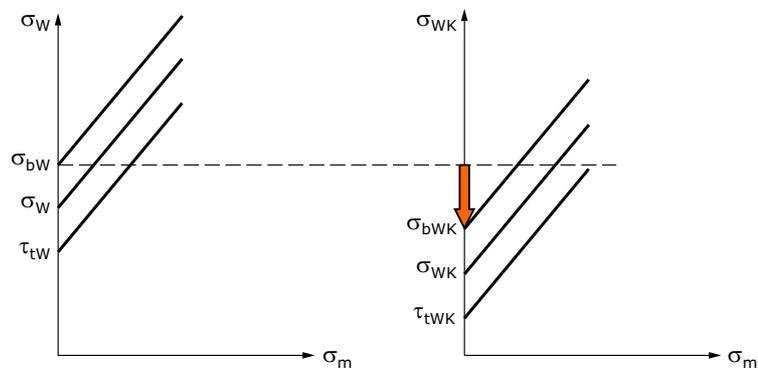


Bild (B813ermZ) Reduktion der Wechselfestigkeitswerte zur Gestalt-Wechselfestigkeit des realen Bauteiles

8.2 Einfluss der Mittelspannung

Bereits an der Wöhlerkurve ist ersichtlich, dass die Ermüdungsfestigkeit von der vorliegenden **Mittelspannung** abhängt. Ausgehend von der reinen Wechselfestigkeit oder der Gestalt-Wechselfestigkeit und der Zug- bzw. Fließfestigkeit kann das Smith-Diagramm konstruktiv angenähert werden:

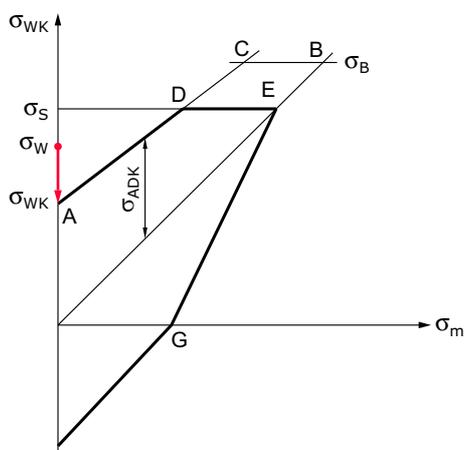


Bild (B814ermZ) Konstruktiv angenähertes Smith-Diagramm

Die konstruktive Annäherung geschieht folgendermassen:

1. σ_{WK} auf der Vertikalen abtragen (A)
2. eine 45°-Gerade ab dem Nullpunkt eintragen
3. σ_B und σ_S auf der Mittellinie abtragen (B,E)
4. $\sigma_{WK}/2$ ab σ_B abtragen (oder eine 40°-Gerade ab σ_{WK} eintragen) (C)
5. Parallele zu E mit AC schneiden (D)
6. Linien A, D, E symmetrisch zur Mittellinie abtragen (G)

Mathematisch kann diese $\sigma_{ADK}(\sigma_m)$ -Funktion angenähert werden, mit:

$$\sigma_{ADK} = \sigma_{WK} - \psi_K \cdot \sigma_m \quad (48)$$

wobei wiederum die drei Belastungsfälle Zug-Druck, Biegung und Torsion unterschieden werden müssen und ψ_K der Einflussfaktor der Mittelspannung darstellt. Im Folgenden bezeichnet σ_{Vm} die **Vergleichsmittelspannung**.

$$\text{Zug-Druck: } \sigma_{\text{zdADK}} = \sigma_{\text{zdWK}} - \psi_{\text{zd}\sigma\text{K}} \cdot \sigma_{\text{Vm}} \quad (49)$$

$$\text{Biegung: } \sigma_{\text{bADK}} = \sigma_{\text{bWK}} - \psi_{\text{b}\sigma\text{K}} \cdot \sigma_{\text{Vm}} \quad (50)$$

$$\text{Torsion: } \tau_{\text{tADK}} = \tau_{\text{tWK}} - \psi_{\text{tK}} \cdot \tau_{\text{m}} \quad (51)$$

$$\text{wobei } \tau_{\text{m}} = \frac{\sigma_{\text{Vm}}}{\sqrt{3}} \quad (52)$$

Die Einflussfaktoren ψ ist:

$$\psi_{\text{zd}\sigma\text{K}} = \frac{\sigma_{\text{zdWK}}(d)}{2K_1(d) \sigma_{\text{B}}(d_{\text{B}}) - \sigma_{\text{zdWK}}(d)} \quad (53)$$

$$\psi_{\text{b}\sigma\text{K}} = \frac{\sigma_{\text{bWK}}}{2K_1(d) \sigma_{\text{B}}(d_{\text{B}}) - \sigma_{\text{bWK}}(d)} \quad (54)$$

$$\psi_{\text{tK}} = \frac{\tau_{\text{tWK}}(d)}{2K_1(d) \sigma_{\text{B}}(d_{\text{B}}) - \tau_{\text{tWK}}(d)} \quad (55)$$

9 Gestaltfestigkeit bei mehrachsiger Beanspruchung

Die Gestaltfestigkeit der einachsigen Belastung von Bauteilen unter Berücksichtigung aller Einflussgrössen kann berechnet werden. Zum Beispiel für ein rein auf Biegung beanspruchtes Bauteil können wir die erträgliche Gestaltfestigkeit σ_{bADK} unter Berücksichtigung der Mittelspannung, der Kerbe, der Grösse und der Oberfläche berechnen und im Smith-Diagramm darstellen.

Welche Dauerfestigkeit hat nun aber ein Bauteil, das verschiedenen Spannungskomponenten (Zug-Druck, Biegung und Torsion) kombiniert ausgesetzt wird?

Falls eine der Spannungskomponenten dominiert und die anderen Grössen eher vernachlässigbar sind, ist es naheliegend, die Gestaltfestigkeitswerte der dominanten Komponente als Basis zu nehmen.

Falls dies nicht zutrifft, werden aus den Grössen der vorliegenden Spannungen Gewichte gebildet und diese auf die Gestaltfestigkeiten der einachsigen Werte angewendet.

In der Kombination erhält man die gewichtete **Vergleichs-Gestaltfestigkeit**.

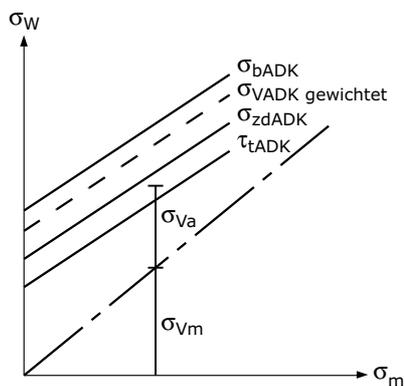


Bild (B815ermZ) Gewichtung der Gestaltfestigkeitswerte

9.1 Gewichtungsfaktoren für mehrachsige Beanspruchung

Mit den vorliegenden Spannungsausgangskomponenten σ_{zda} , σ_{ba} und τ_{ta} berechnen wir analog der Gestaltänderungshypothese des statischen Falles die Vergleichsausgangsspannung σ_{Va} :

$$\sigma_{Va}^2 = (\sigma_{zda} + \sigma_{ba})^2 + 3\tau_{ta}^2 \quad (56)$$

Bemerkung 1: Ist der Index klein a, kennzeichnet dies die vorliegende Spannung, dagegen kennzeichnet Index gross A die ertragbare Spannung.

Bemerkung 2: Es wird vereinfachend angenommen, dass die Ausgangsspannungen synchron vorliegen, auch wenn dies im realen Fall nicht zutrifft.

Diese Beziehung, beidseitig durch σ_{Va}^2 dividiert und ausmultipliziert, ergibt:

$$1 = \frac{\sigma_{za}^2}{\sigma_{Va}^2} + \frac{\sigma_{ba}^2}{\sigma_{Va}^2} + 2 \frac{\sigma_{za}\sigma_{ba}}{\sigma_{Va}^2} + 3 \frac{\tau_{ta}^2}{\sigma_{Va}^2} \quad (57)$$

Anstelle der einzelnen Terme setzen wir behelfsmässig Faktoren a_i ein:

$$1 = a_{zd}^2 + a_b^2 + 2a_{zd}a_b + a_t^2 \quad (58)$$

$$\text{wobei: } a_{zd} = \frac{\sigma_{za}}{\sigma_{Va}}; a_b = \frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{Va}}; a_t = \sqrt{3} \cdot \frac{\tau_a}{\sigma_{Va}} \quad (59)$$

9.2 Vergleichs-Gestaltfestigkeit

Diese Faktoren a_i können nun als die relativen Gewichte der einzelnen σ_{iADK} betrachtet werden (je grösser σ_{ia} ist, desto grösser wird a_i und desto stärker wird σ_{iADK} berücksichtigt).

Die Gewichtung selber erfolgt in der Beziehung der Gestaltänderungshypothese und es wird:

$$\sigma_{VADK}^2 = (a_{zd} \cdot \sigma_{zdADK} + a_b \cdot \sigma_{bADK})^2 + (a_t \tau_{tADK})^2 \quad (60)$$

9.3 Spannungskomponenten

An einem Volumenelement greifen verschiedene Spannungskomponenten an.

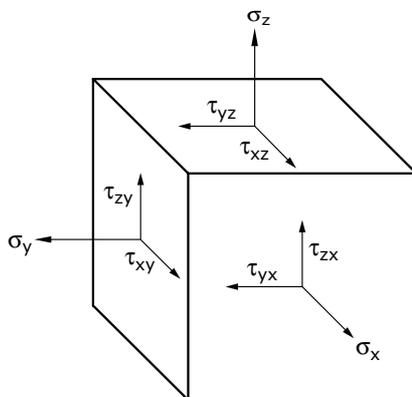


Bild (B014ermZ) Spannungskomponenten an einem Volumenelement

Im Falle der ruhenden Beanspruchung haben wir diese Spannungskomponenten in den Hauptspannungszustand transferiert und über Versagenshypthesen eine Vergleichsspannung σ_V gebildet.

Im Falle der Wechselfestigkeit kommt erschwerend dazu, dass sich diese Spannungskomponenten in der Zeit ändern, meist zyklisch. Beispiel für σ_x :

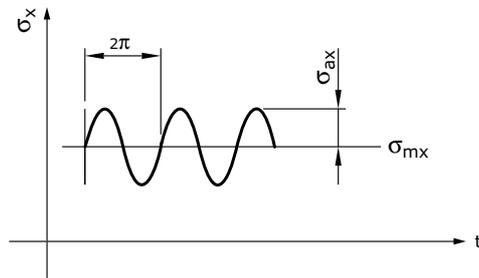


Bild (B015ermZ) Zyklische Änderung der Spannungskomponenten

Diese Darstellung der Spannung kann für jede Komponente durchgeführt werden. Jede Spannung hat dabei einen Spannungsmittelwert σ_{mi} und eine Spannungsamplitude σ_{ai} .

Vereinfachend wird angenommen, dass die Spannungsverläufe synchron sind, d.h. keine Phasenverschiebung aufweisen.

Für die Wechselfestigkeitsrechnungen benötigen wir im folgenden zwei skalare Vergleichsspannungen:

- die **Vergleichs-Mittelspannung** σ_{Vm}
- die **Vergleichs-Ausschlagsspannung** σ_{Va}

Um diese zu bilden, trennen wir gedanklich die Spannungskomponenten auf in den Mittelwert und die Amplitude.

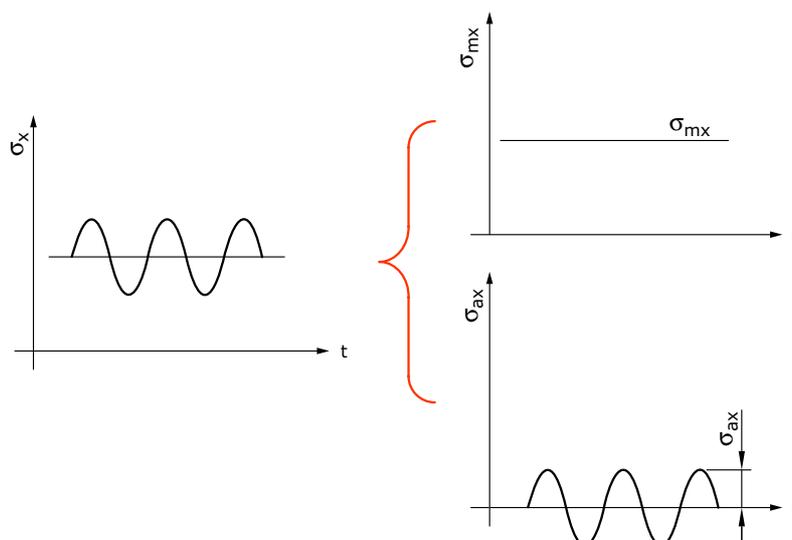


Bild (B017ermZ) Mittelwert und Amplitude als zwei Spannungskomponenten

9.4 Vergleichs-Mittelspannung nach Sines

Die einzelnen Spannungsausschläge besitzen auch meist unterschiedliche Mittelspannungswerte. Diese müssen in eine skalare Vergleichs-Mittelspannung transferiert werden.

Sines empfiehlt die einzelnen Spannungskomponenten vollständig in die Mittelspannungen und die Ausschlagsspannungen zu trennen. Für die Mittelspannungen alleine (als ob die Ausschläge 0 betragen würden) werden nun die Haupt-(Mittel-)Spannungen im Mohr'schen Spannungskreis (σ_{1m} , σ_{2m} , σ_{3m}) berechnet und davon die Summe gebildet. Man erhält damit die Vergleichs-Mittelspannung σ_{vm} .

Beispiel: Betrachten wir eine Welle, welche auf Biegung und Torsion wechselnd beansprucht ist:

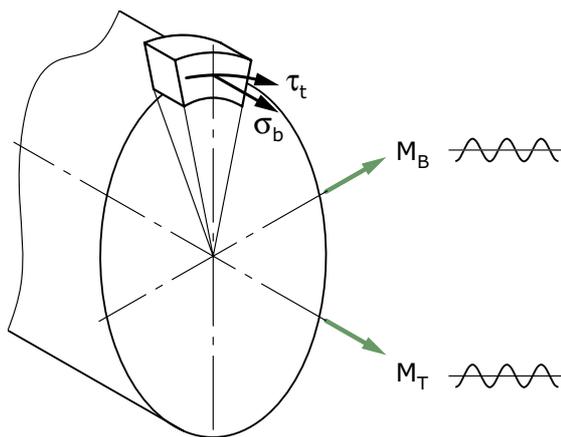


Bild (B018ermz) Welle, auf Biegung und Torsion beansprucht

Ein Volumenelement am Rand des kritischen Querschnittes erfährt wechselnde Spannungswerte:

$$\sigma_b: \sigma_{bm} \pm \sigma_{ba} \quad (61)$$

$$\tau_t: \tau_{tm} \pm \tau_{ta} \quad (62)$$

Um je einen Mittelwert sind die Ausschläge wirkend.

Für die Bestimmung der Vergleichs-Mittelspannung betrachten wir die Ausschläge nicht (als wären diese 0) und es ist:

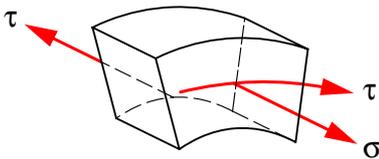


Bild (B019ermZ) Bestimmung der Vergleichs-Mittelspannung

Es gilt:

$$\sigma_b: \sigma_{bm}$$

$$\tau_t: \tau_{tm}$$

Dies ist identisch mit einer ruhend beanspruchten Welle auf Biegung und Torsion.

Die Hauptspannungen der Mittelspannungen für diesen Fall sind:

$$\sigma_{1m} = \frac{\sigma_{bm}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{bm}}{2}\right)^2 + \tau_{tm}^2} \quad (63)$$

$$\sigma_{2m} = 0 \quad (64)$$

$$\sigma_{3m} = \frac{\sigma_{bm}}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_{bm}}{2}\right)^2 + \tau_{tm}^2} \quad (65)$$

Im Mohr'schen Spannungskreis dargestellt:

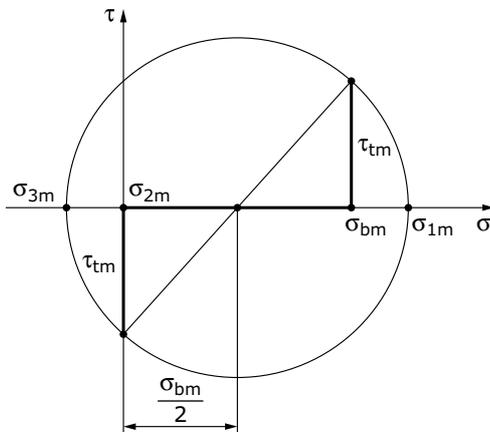


Bild (B021ermz) Mohr'scher Spannungskreis

Nach Sines ist nun in diesem Beispiel die Vergleichs-Mittelspannung die Summe der Hauptspannungen:

$$\sigma_{Vm} = \sigma_{1m} + \sigma_{2m} + \sigma_{3m} = \sigma_{bm} \quad (66)$$

9.5 Vergleichs-Ausschlagsspannung

Um die Vergleichs-Ausschlagsspannung der vorliegenden Belastung zu bestimmen, berechnen wir die Ausschlagsspannungen der einzelnen Spannungskomponenten σ_{ia} (die Mittelspannungen, um welche die Spannungskomponenten liegen, betrachten wir nicht; wir verhalten uns also, als wäre diese 0) und führen diese mit Hilfe der Gestaltänderungshypothese in eine Vergleichs-Ausschlagsspannung σ_{Va} über:

$$\sigma_{Va} = \sqrt{(\sigma_{zda} + \sigma_{ba})^2 + 3\tau_{ta}^2} \quad (67)$$

10 Nachweis der Dauerfestigkeit

Mit den Berechnungsanweisungen liegen nun das Dauerfestigkeitsdiagramm für drei einzelne Spannungskomponenten und das gewichtete Diagramm mit der Vergleichs-Ausschlagsfestigkeit σ_{VADK} (σ_{mV}) vor.

Auch sind Vergleichs-Ausschlagsspannung und Vergleichs-Mittelspannung berechnet.

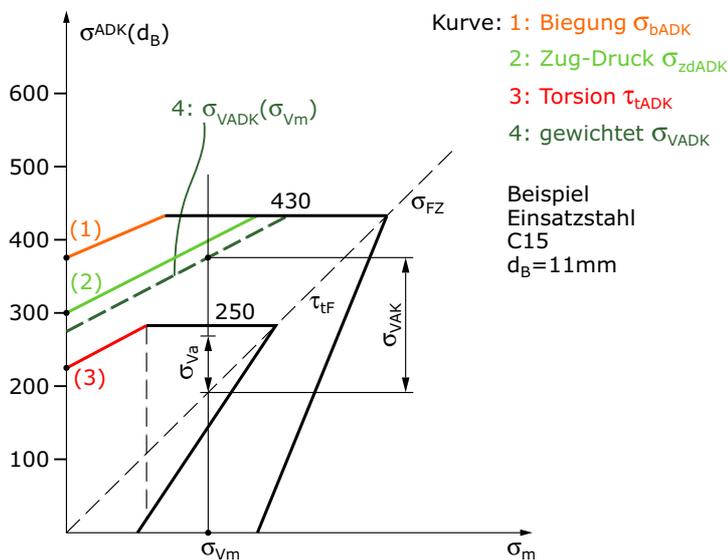


Bild (B102ermZ) Nachweis der Dauerfestigkeit von Einsatzstahl

Der Quotient aus der Vergleichs-Gestaltfestigkeit und der Vergleichs-Ausschlagsspannung an der Stelle der berechneten Vergleichs-Mittelspannung σ_{Vm} ergibt die vorhandene Sicherheit gegen Dauerbruch:

$$S_B = \frac{\sigma_{VADK}}{\sigma_{Va}} \quad (68)$$

Für Wellen muss $S_{Bmin} \geq 1.2$ gelten und bei Unsicherheiten in Belastung und Basiswerten wird dieser Sicherheitswert entsprechend erhöht. Für Sicherheitsteile sind die spezifischen Richtlinien bzw. Gesetzesvorschriften massgebend. Es werden Werte von 3 und höher verlangt.

11 Ermüdungsfestigkeit bei Mehrstufenbelastungen

In der Praxis trifft man sehr selten sogenannte **Einstufenbelastungen** (konstante Belastungsamplituden) an. Der weitaus häufigere Fall besteht aus **Lastfolgen** (mit unterschiedlichen Amplituden der zeitvariablen Lasten), die aus dem Betriebsablauf resultieren. Wir wollen uns im Folgenden, als kurzer Einblick, mit der experimentellen Ermittlung der Ermüdungsfestigkeit bei Lastfolgen beschäftigen.

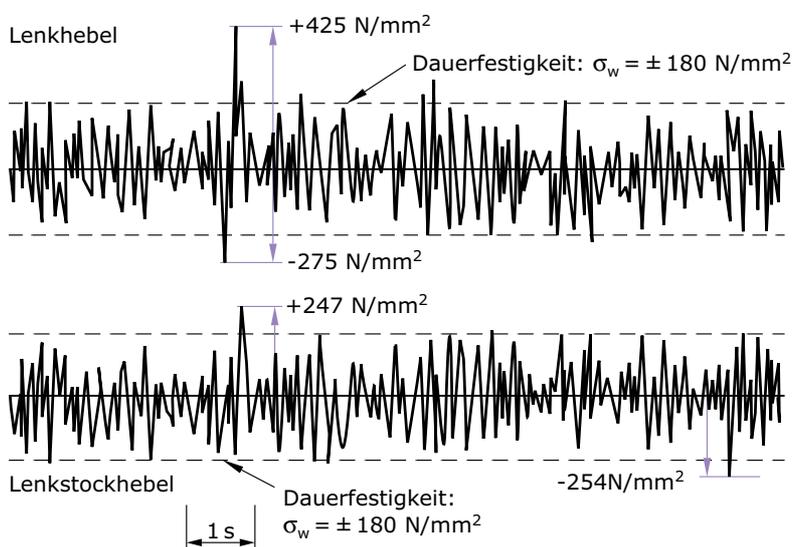


Bild (B103ermZ) Betriebsbeanspruchungen und Dauerfestigkeit von Fahrzeug-Lenkungsteilen (nach Gassner)

Ordnet man die im Betrieb eines Bauteils gemessenen Lasten der Grösse nach und trägt sie mit ihren relativen Häufigkeiten in einem halb logarithmischen Netz auf, so erhält man das **Belastungskollektiv**, eine Treppenkurve wie in Bild (B104ermZ) dargestellt.

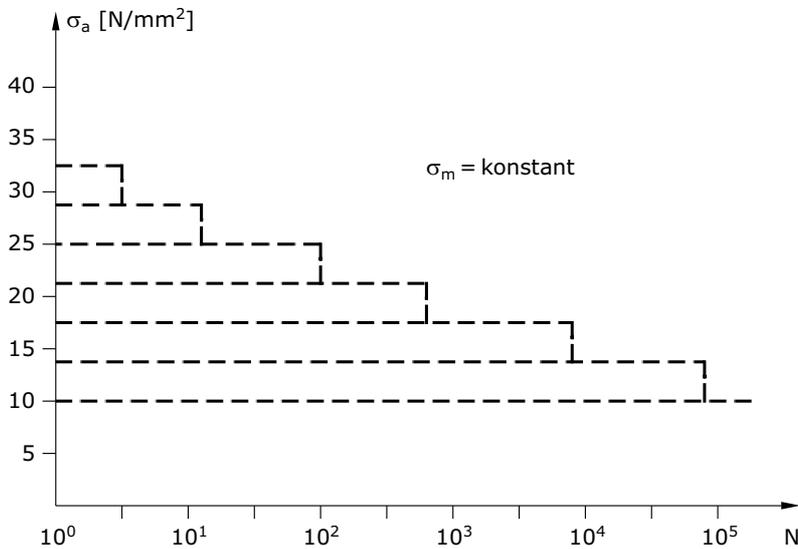


Bild (B104ermZ) Kollektiv von Biegespannungen für ein Kraftfahrzeug-Lenkungsteil

11.1 Palmgren-Miner-Regel (elementare Miner-Regel)

Basis der heute gebräuchlichen rechnerischen Lebensdauerschätzung ist die sogenannte lineare Schadensakkumulations-Hypothese, die unabhängig voneinander von Palmgren und Miner für den Bau von Wälzlagern entwickelt wurde. Dieses Verfahren ist allgemein anwendbar und hat sich z. B. im Flugzeugbau und bei der Konstruktion von Kernkraftwerken bewährt. Seine Genauigkeit ist jedoch begrenzt, weshalb häufig Versuche am Bauteil vorgenommen werden müssen.

Die **Palmgren-Miner-Regel** basiert darauf, dass die Schädigung eines Bauteils unter schwingender Belastung mit konstanter Amplitude linear mit der Anzahl der ertragenen Lastspiele zunimmt und bei Bruch den Wert $D = 1$ erreicht.

Des Weiteren wird bei Lastspielen mit unterschiedlichen Amplituden σ_{ai} unterstellt, dass Teilschädigungen D_i bei unterschiedlichen Laststufen σ_{ai} summiert werden dürfen:

$$D = \sum_i D_i = \sum_i \frac{n}{N} \quad (69)$$

wobei n_i die erwartete Lastspielzahl im Betrieb bei Laststufe σ_{ai} und N_i die Bruchlastspielzahl bei σ_{ai} gemäss Wöhler-Linie oder Haigh-Diagramm ist.

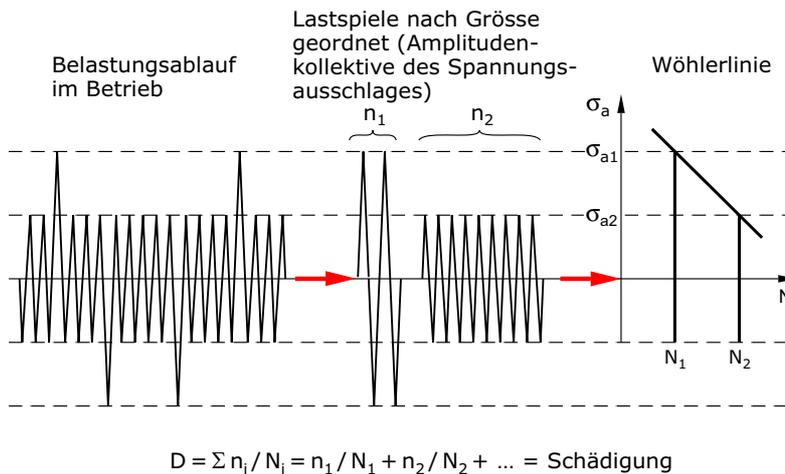


Bild (B105ermZ) Zuordnung der Lastspiele nach Miner

Die Anwendung der Palmgren-Miner-Regel ist erfahrungsgemäss mit Unsicherheiten belastet, weil mit ihrer Anwendung eine Reihe von Vereinfachungen verbunden sind, die je nach Anwendungsfall zu positiven oder negativen Abweichungen führen können. Die Vereinfachungen im Einzelnen:

- Der echte Betriebslastenablauf muss in ein Amplitudenkollektiv umgewandelt werden (siehe Bild B104ermZ). Dabei gehen zumindest Informationen über den zeitlichen Ablauf verloren.
- Diese Vernachlässigung der Reihenfolge führt dazu, dass ein eventueller Effekt aus dem Auf- und Abbau von Eigenspannungen im Kerbgrund verloren geht.
- Der Verlauf der Schädigung wird als linear unterstellt.
- Belastungswerte unterhalb der Dauerfestigkeit bleiben unberücksichtigt oder können durch eine fiktive Verlängerung der Wöhlerkurve nach unten erfasst werden.

Um die Auswirkung der Unsicherheiten einzugrenzen, verwendet man z.B. Sicherheitsfaktoren. Aufgrund umfangreicher Auswertungen weiss man heute, dass beim Versagen D nicht 1, sondern 0.2 bis 7 beträgt.

In der Vergangenheit hat es nicht an Versuchen gefehlt die Palmgren-Miner-Regel durch verschiedene theoretische Ansätze zu verbessern.

11.2 Relativ-Miner-Regel

Eine verbesserte Methode geht von der Absicht aus, das Ergebnis einer Miner-Rechnung für ein zu bemessendes Bauteil mit einem Faktor zu korrigieren, der sich aus der bekannten Lebensdauer eines vergleichbaren Bauteiles oder einer Probe unter realem Belastungsablauf ergibt.

Einen Vorteil bringt der Vergleich mit Daten von Bauteilen unter realen Betriebsbedingungen im Sinne verbesserter Treffsicherheit, da auch Einflüsse aus dem Betriebserlebnis – Zeit, Umwelteinflüsse u.a. – indirekt berücksichtigt werden.

Die Relativ-Miner-Regel geht davon aus, dass die Summe der Teilschädigungen des bekannten Bauteils, der bekannten Probe und des zu bemessenden Bauteils gleich sein müssen.

Mit

$$D = \sum_i \frac{n_i}{N_i} = \text{konst} \quad (70)$$

lässt sich dann die Lebensdauer des zu bemessenden Bauteils bestimmen.

$$n_{\text{neu}} = n_{\text{bek}} \frac{\sum_{i=1}^k (n_i/N_i)_{\text{bek}}}{\sum_{i=1}^k (n_i/N_i)} = \frac{D_{\text{bek}}}{D_{\text{neu}}} \sum r \quad (71)$$

12 Ermüdungsgerechtes Konstruieren

Durch geeignetes Gestalten der Bauteile kann die Dauerfestigkeit von Maschinenteilen wesentlich erhöht werden. Viele konstruktive Massnahmen ergeben sich direkt aus den Grundlagen der Ermüdungsfestigkeit. Diese Massnahmen zur Erhöhung der Schwingfestigkeit können wie folgt zusammengefasst werden:

- „Sanftes“ Leiten der Kräfte und Momente durch die Bauteile
- Wahl einer geeigneten Gestaltungsgeometrie des Werkstückes, damit β möglichst klein gehalten wird: Hierzu gehören neben dem Vermeiden oder der Minderung des negativen Einflusses der konstruktions- oder herstellungsbedingten Kerben auch das Verhindern der Überlagerung unterschiedlicher Kerbwirkungen. Das Vermeiden von Kerben infolge Inklusionen, Poren usw. ist von der Werkstoffauswahl und Herstellungsverfahren des Werkstoffes abhängig.
- Sicherung einer guten **Makro- und Mikrostützwirkung**
- Gewähren einer hohen Oberflächengüte
- Verminderung der Spannungsamplitude, zum Beispiel durch Vorspannen der Elemente (siehe Schraubenverbindungen)

Beispiele und praktische Hinweise sollen dies im Folgenden vertieft erläutern.

12.1 Werkstoffauswahl/Werkstoffzustand

- Materialien mit guten Fliesseigenschaften und höheren Werten der Kerbschlagzähigkeit sind vorzuziehen (z.B. Stähle mit minimalem Kohlenstoffgehalt, Stähle mit Ni und Mo). Auch bei der Wahl der Wärmebehandlungen ist die Gewährleistung der oben erwähnten Anforderungen zu beachten.
- Je feiner die Körner eines Stahls, desto höher ist dessen Festigkeit, aber gleichzeitig gefährlicher die Kerben. Aus diesem Grund wird mit der Erhöhung der Festigkeit der Einfluss von Werkstoffverunreinigungen oder Poren immer stärker. Deshalb sollte bei Stählen mit Zugfestigkeit $R_m > 1500 \text{ N/mm}^2$ Vakuumverschmelzung bevorzugt werden.
- Bei Stahlkonstruktionen sollte eine Änderung des Kohlenstoffgehaltes durch Schweißen, Schneiden und Wärmebehandlung in den Bereichen vermieden werden, in denen hohe Schwingungsbelastungen auftreten.
- Ein Abbau der Zug-Eigenstressungen durch Wärmebehandlungen wie Spannungsfreiglühen ist zu empfehlen.

- Bei Al-Legierungen ist eine Auslagerung bei Temperaturen vorzusehen, um Eigenspannungen abzubauen.
- Magnesium ist wegen seiner Korrosionsanfälligkeit und hoher Streuung der Festigkeitswerte mit besonderer Vorsicht zu verwenden.
- Titan ist nach Raumtemperatur-Umformung spannungsfrei zu glühen.

Bauteile aus geschmiedetem oder gewälztem Stahl weisen im Allgemeinen homogenere Eigenschaften auf als Gussteile und sind aus diesem Grund gegenüber den letzteren zu bevorzugen. Hier sind jedoch gewisse Vorsichtsmaßnahmen geboten:

- Bei Bauteilen mit Schmiedehaut ist diese an den Stellen, wo Schwingbruchgefahr besteht, mindestens 2.5 mm tief abzutragen.
- Bei Pressteilen, Schmiedeteilen und dicken Platten sind hohe Spannungsamplituden quer zur Faserrichtung möglichst zu vermeiden.
- Fasern von Schmiedeteilen sollten so wenig wie nötig angefräst werden. Bei der spanenden Herstellung einer Kurbelwelle aus rundem Stab ergibt sich eine wesentlich kleinere Festigkeit als bei Herstellung aus einem geschmiedeten Vorformling.

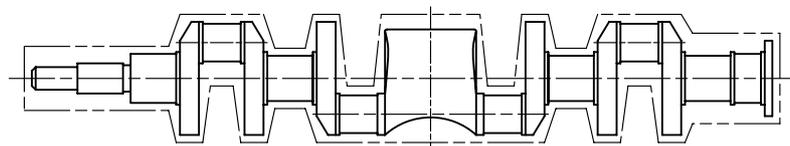
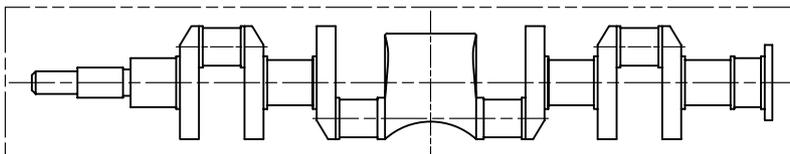


Bild (B221ermZ) Unterschiedliche Herstellmethoden für Kurbelwellen; oben: Drehteil, unten: Schmiede/Drehteil

12.2 Oberflächenbehandlung und Oberflächenschutz

- Bei schwingbruchgefährdeten Querschnitten ist auf Poren- und Rissfreiheit besonders zu achten.
- Zu vermeiden sind Riefen und Rillen (Oberflächenrauheit), die von der Bearbeitung herrühren – sie können Ausgangspunkt eines Schwinganrisses werden.
- Eine häufig angewendete Methode zur Verbesserung der Schwingfestigkeit stellt das Kugelstrahlen dar. Dabei wird die Oberfläche des Bauteils mit kleinen Stahlkugeln beschossen, um Druckeigenspannungen zu indizieren – Kugelgrösse und Aufprallgeschwindigkeit werden werkstoffabhängig variiert.

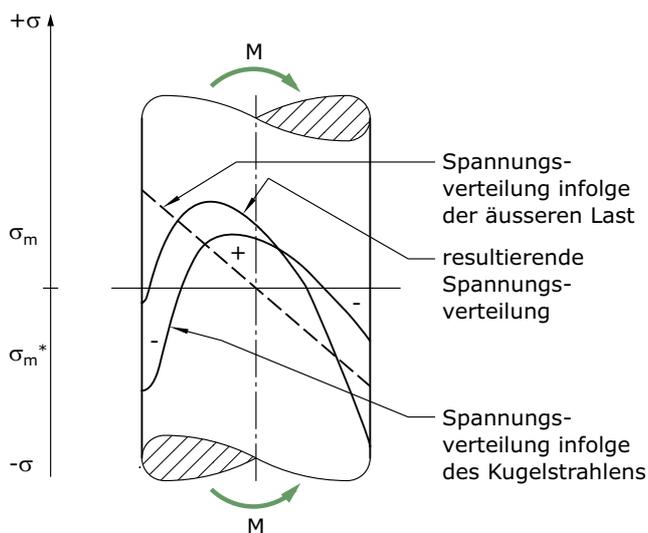


Bild (B106ermZ) Wirkung des Kugelstrahlens

- Druckeigenspannungen ergeben eine Festigkeitserhöhung bei Zugbeanspruchung und bei Biegebeanspruchung in der auf Zug beanspruchten Randzone. Die Wirksamkeit lässt sich am Beispiel einer auf Biegung belasteten Rohrklemmverbindung quantitativ demonstrieren. Man erreicht eine Steigerung der maximalen Lastamplitude von ca. 30%.

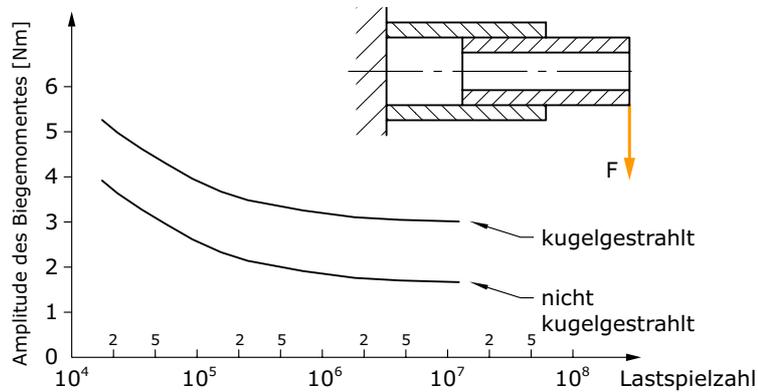


Bild (B200ermZ) Steigerung der Schwingfestigkeit durch Kugelstrahlen

Ein ähnlicher Steigerungseffekt ergibt sich bei einer Bolzenverbindung für den kugelgestrahlten Bolzen:

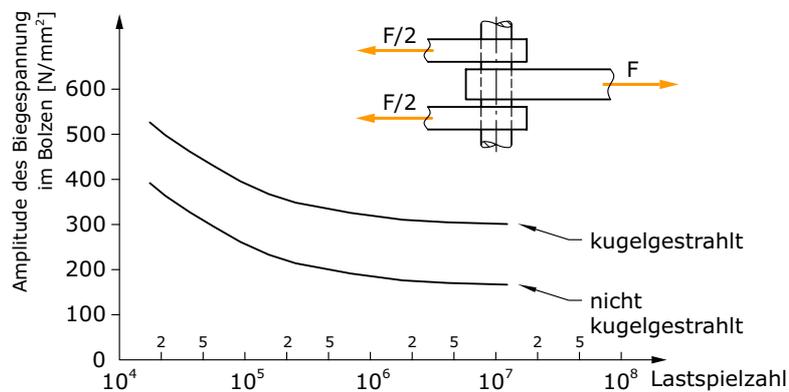


Bild (B201ermZ) Steigerung der Schwingfestigkeit durch Kugelstrahlen

Vor dem galvanischen Vernickeln oder Verchromen ist Kugelstrahlen ebenfalls zu empfehlen, insbesondere bei höherfesten Stählen, denn dadurch ist eine höhere Steigerung der Schwingfestigkeit erreichbar als durch mechanische Feinbearbeitung der Oberflächen.

Die plastische Aufweitung von Bohrungen durch Aufdornen bringt – ähnlich wie beim Kugelstrahlen – eine bleibende Druckspannung. Das Optimum der plastischen Aufweitung liegt zwischen 2 und 3%, dann liegt die Erhöhung der erträglichen Spannungsamplitude bei über 50%.

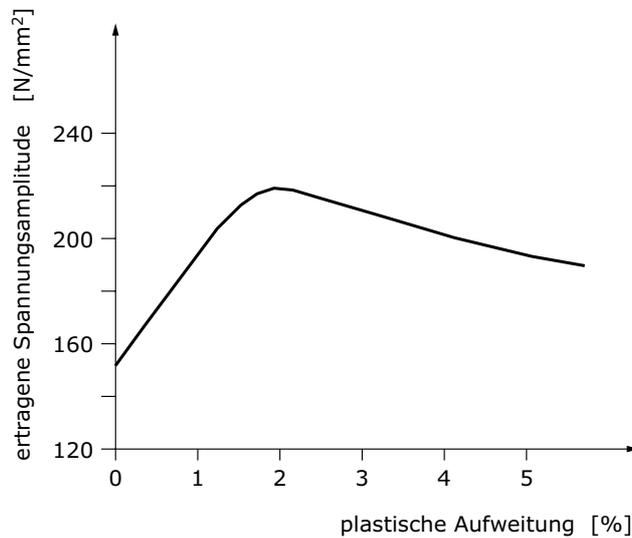


Bild (B202ermZ) Abhängigkeit der Schwingfestigkeit durch plastische Aufweitung

12.3 Gestaltung von Schweisskonstruktionen

Eine Schweissnaht bringt eine lokale Kerbwirkung. Die nach dem Schweißen bearbeitete Naht in Bild (B204ermZ) weist eine höhere Ermüdungsfestigkeit auf.

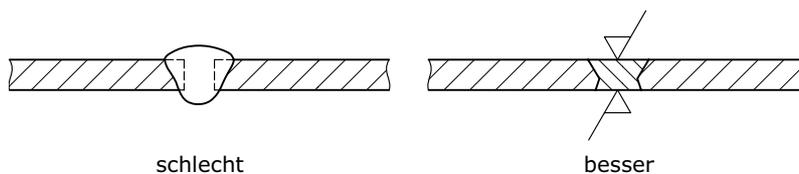


Bild (B203ermZ) Gestaltung von Schweissnähten

Für anspruchsvolle Behälter wird die Lösung b (Bild B204ermZ) für das Schweißen eines Randes gegenüber a (Bild B203ermZ) vorgezogen. Je höher der Aussenfalz, desto günstiger ist die Ermüdungsfestigkeit, aber desto aufwendiger die Herstellung.

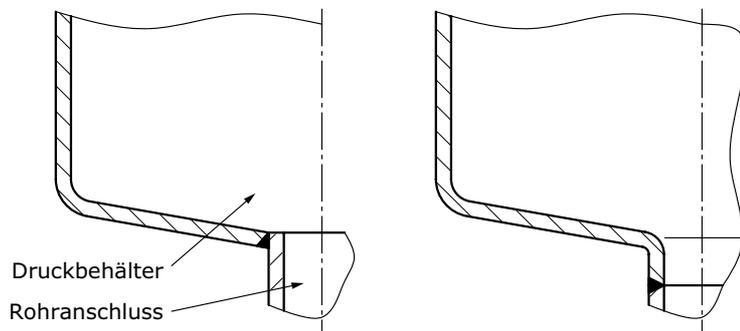


Bild (B205ermZ) Geschweisster Druckbehälter: a) Schweissverbindung mit Ecknaht
b) Schweissverbindung mit Stumpfnah

Beim Auslegerarm eines Raupenbaggers kam es zu einem Riss, ausgehend von einer geschweissten Befestigungsbuchse:



Bild (B300ermZ) Riss im Auslegergrundarm eines Raupenbaggers

Die konstruktive Lösung in Bild (B207ermZ) der Schweissverbindung A des Rohranschlusses (Bild B209ermZ) führte zur Bildung von Rissen (siehe Bild B301ermZ). Als konstruktiv bessere Lösung empfiehlt es sich, die Schweissnaht von dem gefährdeten Bereich zu entfernen (siehe Bild B207ermZ).

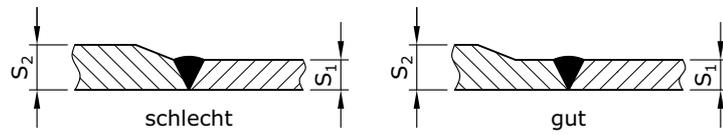


Bild (B207ermZ) a) schlechte Konstruktion der Schweissverbindung;
b) Schweissnaht wurde vom stark beanspruchten Bereich entfernt

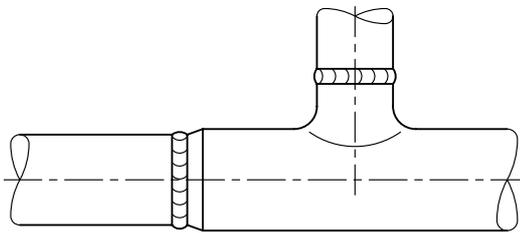


Bild (B209ermZ) Schweissnaht im hochbeanspruchten Bereich einer Rohrverzweigung
(Ansicht)

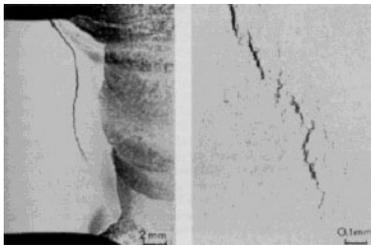


Bild (B301ermZ) Rissbildung im Grundwerkstoff in der Wärmeeinflusszone infolge Wahl der ungünstigen Lösung

12.4 Schrauben und Nietverbindungen

Hochfeste Schrauben sollten auf max. 75% von $\sigma_{0,2}$ vorgespannt werden. Es ist darauf zu achten, dass die Schrauben keine schwachen Stellen mit lokalen Kerben besitzen, an denen Risse entstehen und sich ausbreiten können.

Nützlich ist eine Bauteilverstärkung um Gewindebohrungen. Es ist wichtig, dass eine unvermeidbare Biegebeanspruchung einer Schraube nicht mit dem Gewindeauslauf zusammenfällt. Eine bessere Lösung gewährleistet jene, bei der das Biegemoment vom glatten Bolzen übernommen wird (Bild B210ermZ):

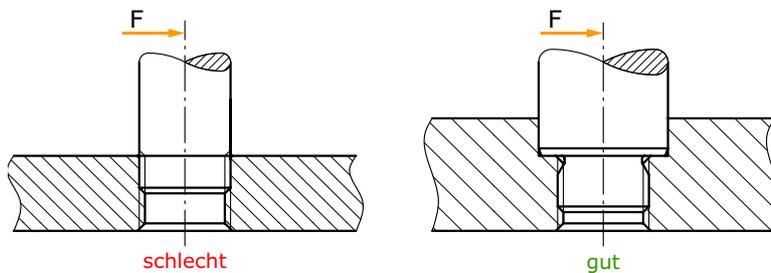


Bild (B210ermZ) Gestaltung einer Bolzenverbindung

Die Schraubenverbindungen dürfen zu keinen zusätzlichen Spannungen infolge Herstellungsabweichungen führen. Ein zu starkes Anziehen der Schraube in Bild B213ermZ wegen des zu grossen Spiels der Buchse verursacht gefährliche Biege-Einbauspannungen.

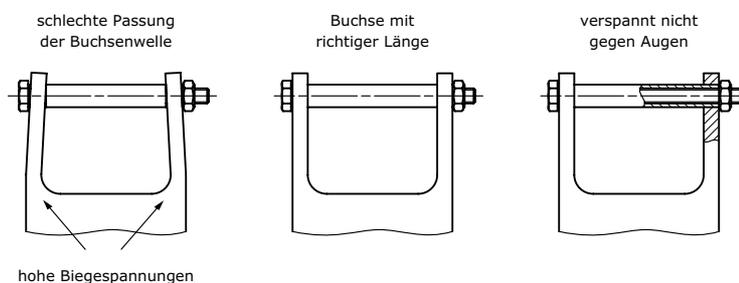


Bild (B213ermZ) Vermeidung von Einbauspannungen: schlechte Passung der Buchsenwelle (links), Buchse mit richtiger Länge (Mitte), verspannt nicht gegen Augen (rechts)

Bei Niet- oder Schraubverbindungen mit wiederholter Belastung sind symmetrische (d.h. mehrschnittige und immer mehrreihige) Fügungen zu benützen, um den schädlichen Anteil der Sekundärabiegung niedrig zu halten:

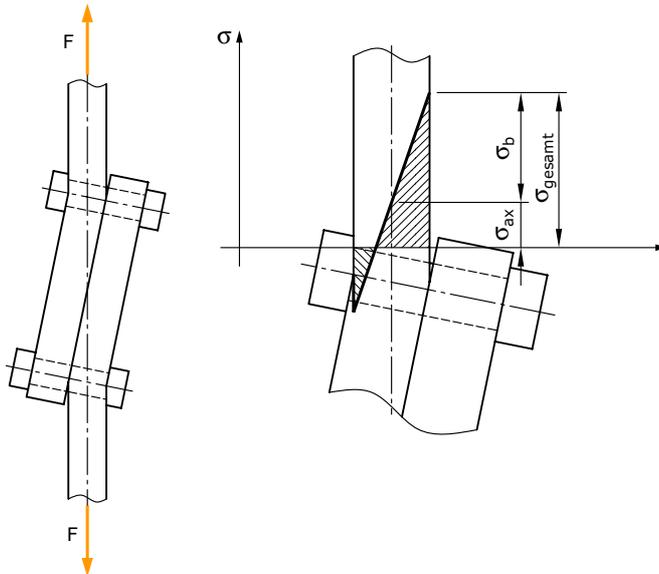
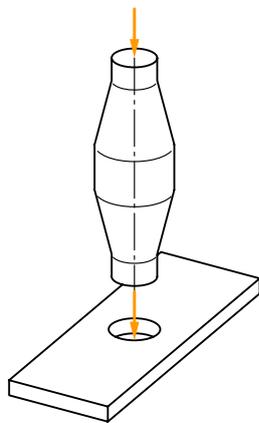


Bild (B216ermZ) Resultierende Spannung aus Sekundärabiegung in einer Fügung

Blindnieten sind bei dynamisch beanspruchten Verbindungen möglichst zu vermeiden.

Hoch beanspruchte Nietbohrungen sind plastisch durch Aufdornen aufzuweiten:



plastisches Aufweiten einer Bohrung mit einem "Übermassdorn" oder mit "Rollwerkzeug"

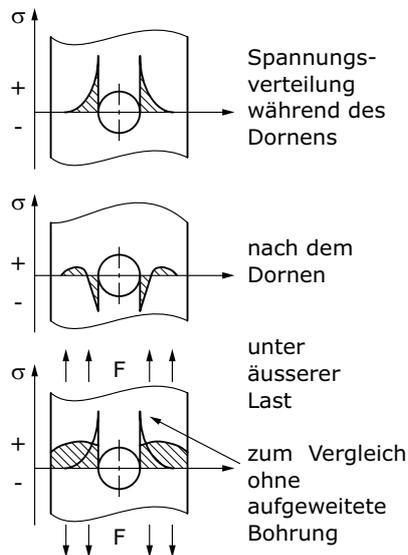


Bild (B217ermZ) Resultierende Spannung um eine plastisch aufgeweitete Bohrung

Besondere Aufmerksamkeit muss einer gleichmässigen Kraftüberleitung geschenkt werden, was durch eine geeignete Stufung erreicht werden kann. Wichtig ist, dass die erste Nietreihe nicht zu hoch belastet wird.

12.5 Allgemeine Gestaltungshinweise

Der Riss im U-Profil, welches auf Zug wechselnd beansprucht ist (Bild B302ermZ), ist infolge des erheblichen Steifigkeitssprungs entstanden:

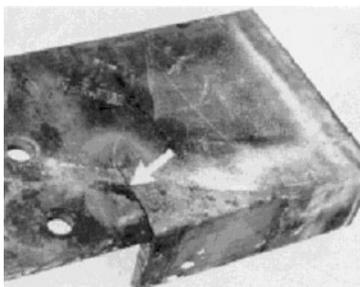


Bild (B302ermZ) Riss eines Auslegers wegen des erheblichen Steifigkeitssprungs

Der Riss des oberen Querriegels in Bild (B303ermZ) eines Sägerahmens ist infolge ungünstiger Formgebung mit Steifigkeitsunterschieden und hoher Kerbwirkung entstanden:

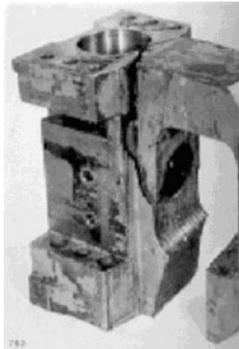


Bild (B303ermZ) Dauerbruch wegen ungünstiger Gestaltung eines Formriegels

Die Sacklöcher bilden gefährliche Kerbstellen (B218ermZ), von denen sich die Risse im ganzen Teil ausbreiten:

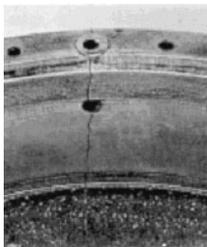


Bild (B304ermZ) Riss in Gehäuseglocke eines Drehmotorwandlers

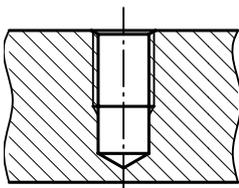


Bild (B218ermZ) Sackloch als Kerbstelle, wo der Riss entsteht

Der Längsriss in Bild B305ermZ entstand durch eine lokale Kerbe infolge einer Kennzeichnung. Der Riss breitete sich in Längsrichtung aus und führte zur völligen Zerstörung eines Generators:

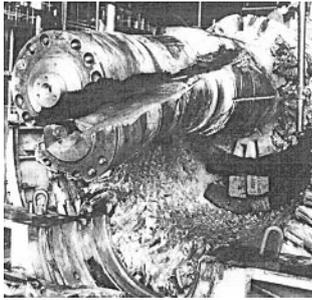


Bild (B305ermZ) Riss in Längsrichtung

Der Riss in der Führungsbuchse eines Brennkammermantels (Bild B306ermZ) entstand infolge eines zu grossen Spiels zwischen Buchse und Führungsbolzen. Schwingend beanspruchte Bauteile sollten keine Spielpassungen aufweisen:



Bild (B306ermZ) Riss infolge zu grossen Spiels Führungsbuchse-Bolzen

Die scharfkantige Passfeder eines Elektromotors in Bild B307ermZ hat den Riss verursacht, der zum Torsionsdauerbruch führte:

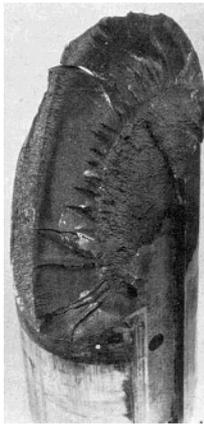


Bild (B307ermZ) Torsionsdauerbruch der Welle eines Elektromotors

Ein zu starker, lokaler Druck auf den Aussenring eines Wälzlagers in Bild B308ermZ führte zu einem Dauerbruch, wobei Bruchstücke des Aussenringes absplitterten:

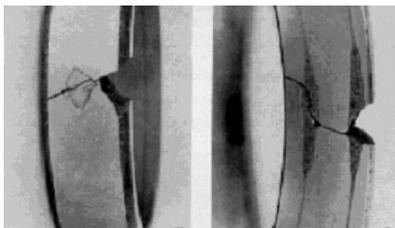


Bild (B308ermZ) Bruch in Aussenring eines Wälzlagers

13 Zusammenfassung

Im Gegensatz zu Maschinenteilen mit ruhenden Beanspruchungen neigen jene mit zeitlich veränderlichen Beanspruchungen dazu, schon bei deutlich niedrigeren Lasten (als theoretisch möglich bei rein statischer Dimensionierung) nach einer gewissen Anzahl Zyklen zu versagen. Dieser Effekt wird Ermüdung genannt. Viele Schäden an Maschinen oder Anlagen können auf Ermüdungsversagen zurückgeführt werden.

Das Versagensmodell geht von der Entstehung von Mikrorissen aus, die sich innerhalb von Millionen von Zyklen langsam ausweiten, bis es nach Überschreiten einer bestimmten Restfestigkeit zum Bruch kommt.

Das Versagen von Komponenten infolge Ermüdung gilt als besonders sicherheitsrelevant, da

- es häufig auftritt,
- die Versagensgrenze deutlich niedriger als beim Versagen durch Fließen ist,
- die Dimensionierung sehr komplex und von vielen statistischen Werten abhängig ist.

Wichtige Einflussgrößen bei der Dimensionierung von Bauteilen gegen Ermüdung sind die Bauteilgrösse, die Bauteilgeometrie (Kerben!), die Art der Beanspruchung, das Material, die Oberflächengüte sowie die Verfestigung durch Wärmebehandlung.

Verständnisfrage 1

Muss eine Ermüdungsfestigkeitsberechnung alternativ zu einer statischen Festigkeitsberechnung erfolgen oder zusätzlich?

Verständnisfrage 2

Was ist eine druckschwellige Belastung? Geben Sie ein Beispiel aus dem Maschinenbau an.

Verständnisfrage 3

1. Welche Werte werden in einem Wöhler-Diagramm aufgetragen? Wieso erfolgt die Darstellung meist in einem doppel-logarithmischen Massstab?
2. Wo ungefähr befinden sich charakteristische Bereiche und Werte?

Verständnisfrage 4

In einer Materialwerttabelle für Wechselfestigkeiten finden Sie folgende Angabe: σ_A ($\sigma_m = 0$; N_G ; 90%) = $\pm 235 \text{ N/mm}^2$. Wie interpretieren Sie diese?

Verständnisfrage 5

Beim Einfahren Ihrer neu entwickelten und gebauten Anlage haben Sie bewusst einige Anfahrzyklen bei höherer Belastung durchgeführt, als später vorliegen wird. Besteht nun die Möglichkeit, dass kritische Teile gefährdet sind oder schon eine Schädigung erfahren haben?

Verständnisfrage 6

Für das Material aus der Verständnisfrage 4 finden Sie lediglich Angaben für eine Mittelspannung 0. In Ihrem Fall liegt aber eine Zug-Schwellbelastung vor. Welchen Wert setzen Sie für σ_A ein?

Verständnisfrage 7

Zählen Sie die wichtigsten Einflussgrößen auf die Ausschlagsfestigkeit auf.

Verständnisfrage 8

Für die Darstellung der Dauer-Wechselfestigkeiten existieren im Wesentlichen zwei Diagrammtypen. Welche sind dies und welche Werte werden aufgetragen?

Verständnisfrage 9

In vielen Materialwert-Tabellen finden Sie bei den Werten für Dauerfestigkeiten den Wert σ_W . Welcher Wert ist dies und was ist zu beachten?

Verständnisfrage 10

Sie finden in einer Tabelle σ_W , also die reine Wechselfestigkeit. Sie brauchen aber die Werte für eine Biegebelastung. Sind die Werte höher oder tiefer einzusetzen? Wieso? Wieviel?

Verständnisfrage 11

Für ein Bauteil von $d = 40 \text{ mm}$ aus **Vergütungsstahl** und unter Zug-Druckbelastung haben Sie die Zugfestigkeit σ_B und Fließgrenze in einer Tabelle gefunden $\sigma_B = 750 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_F = 550 \text{ N/mm}^2$, wobei in der

Tabelle ein Bezugsdurchmesser $d_B = 16$ mm erwähnt ist. Sie benötigen aber die Wechselfestigkeit. Berechnen Sie diese. Zeichnen Sie dazu das Smith-Diagramm.

Verständnisfrage 12

Wie erklären Sie einem Kollegen bzw. einer Kollegin den Einfluss der Kerben auf die Wechselfestigkeit? Verwenden Sie Begriffe des Kraftflusses, der Stützung usw.

Verständnisfrage 13

Die Erklärung aus der Frage 12 befriedigt Ihren Kollegen bzw. Ihre Kollegin nicht, weil dies nur für spröde Materialien gelte. Zähre Materialien würden solche Spannungsspitzen abbauen und nicht auf Kerben reagieren. Was meinen Sie dazu?

Verständnisfrage 14

Für das Bauteil, das Sie zu dimensionieren haben, finden Sie nur eine Formzahl α , aber keine Informationen über die Kerbwirkungszahl β . Wie gehen Sie vor?

Verständnisfrage 15

Für die Gestaltung einer Welle haben Sie zwei verschiedene Vergütungsstähle zur Auswahl, einen mit höheren und einen mit tieferen Festigkeitswerten. Sie gedenken die Oberfläche durch Drehen zu schlichten. Was ist zu beachten bzw. zu diskutieren?

Verständnisfrage 16

Was verstehen Sie unter dem Begriff der Gestaltfestigkeit?

Verständnisfrage 17

Sie finden in der Literatur Angaben über die Wechselfestigkeit unter Zug-Druck, Biegung und Torsion. In Ihrem vorliegenden Belastungs- und Dimensionierungsfall haben Sie aber Komponenten der Spannungsausschläge in allen drei Komponenten. Wie bestimmen Sie die Gestaltfestigkeit dieser kombinierten Belastung? Zeigen Sie den Vorgang in einem Ablaufdiagramm.

Die folgenden Werte haben Sie schon berechnet:

$$\sigma_{zdADK} = 300\text{N/mm}^2 \quad (72)$$

$$\sigma_{bADK} = 340\text{N/mm}^2 \quad (73)$$

$$\tau_{tADK} = 180\text{N/mm}^2 \quad (74)$$

Ihre Ausschlagsspannungen betragen:

$$\sigma_{ba} = 190\text{N/mm}^2 \quad (75)$$

$$\sigma_{zda} = 0\text{N/mm}^2 \quad (76)$$

$$\tau_{ta} = 100\text{N/mm}^2 \quad (77)$$

Berechnen Sie σ_{VADK}

Verständnisfrage 18

Eine drehende Welle ist auf Biegung (Richtung konstant) und konstante Torsion beansprucht. Wie gross ist in diesem Fall die Vergleichsmittelspannung?

Achtung: Versetzen Sie sich gedanklich auf ein Volumenelement am äusseren Umfang und drehen Sie sich mit der Welle verbunden mit. Wie ändern sich die Spannungen für das Volumenelement während einer Drehung?

Antwort 1

Falls $n > 10^4$ muss die Festigkeitsrechnung für beide Versagensfälle (Fließen/Bruch und Ermüdung) berechnet und nachgewiesen sein.

Antwort 2

Maschinenständer mit wechselnder Belastung:

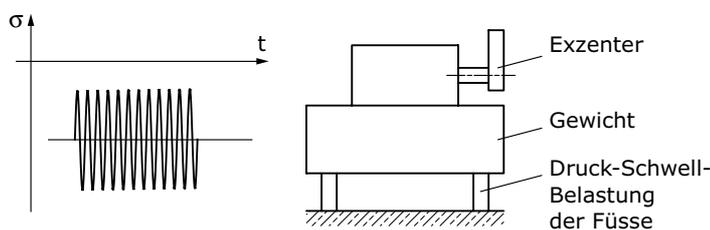


Bild (B620ermZ) Druckschwellende Belastung

Antwort 3

- Aufgetragen wird die maximale Belastungsamplitude σ_A zur Anzahl der ertragbaren Belastungszyklen N .
- In der doppel-logarithmischen Darstellung ergeben sich ange-nähert drei Geraden als idealisiertes Wöhler-Diagramm.
- Man unterscheidet:
 - statische Bereiche bis ungefähr 10^4 Zyklen
 - Zeitfestigkeitsbereiche bis rund $5 \cdot 10^6$ (von Material abhän-gig)
- Dauerfestigkeitsbereiche $N > 5 \cdot 10^6$ (von Material abhängig)

Antwort 4

Es handelt sich um die Angabe einer Ausschlags-Dauerfestigkeit (Spannungsamplitude, welche eine unbeschränkte Anzahl Zyklen erträgt). Die Messwerte gelten für eine Mittelspannung 0, also reine Wechselfestigkeit und mit einer statischen Überlebenswahrscheinlichkeit von 90%.

Antwort 5

Um dies exakt zu beantworten müssten die Anzahl der Zyklen und die entsprechende Belastung in das Wöhler-Diagramm eingezeichnet und mit der Schadenslinie verglichen werden. Solange die Belastung unter

der Schadenslinie liegt, ist das Bauteil immer noch dauerhaft und nicht gefährdet.

Antwort 6

Die ertragbare Ausschlagspannung ist von der Mittelspannung abhängig. Bei einer Mittelspannung im Zugbereich nimmt die ertragbare Belastbarkeit ab (siehe dazu auch das Smith-Diagramm mit der oberen Begrenzungsgerade von rund 40° Steigung). Der angegebene Wert für $\sigma_m = 0$ müsste demnach noch angemessen reduziert werden. Sie können dies durch eine Konstruktion des Smith-Diagramms annähern. Je näher die Mittelspannung zur Fließgrenze rückt, desto enger wird die Ausschlagsamplitude.

Antwort 7

- Werkstoff
- Spannungsart
- Mittelspannung
- Bauteilform (Grösse)
- Bauteilform (Kerben)
- Wärmebehandlung
- Oberflächengüte (Rauheit)
- Oberflächenverfestigung (Eigenspannungen)

Antwort 8

Für die Darstellung der Dauerfestigkeit werden Darstellungen nach Haigh und nach Smith verwendet.

- nach Haigh: Ausschlagspannung σ_A zu Mittelspannung σ_m
- nach Smith: gleiche Darstellung, wobei σ_A von der 45°-Diagonalen aus nach oben und unten abgetragen wird.

Antwort 9

Es ist die Angabe der reinen Wechselfestigkeit, also bei $\sigma_m = 0$.

Zusätzlich ist zu überprüfen, für welche Probenqualität (Grösse, Oberfläche und Belastungsart etc.) dieser Wert aufgenommen wurde. Wenn nichts angegeben ist, kann von $d = 10$ mm, poliert, Zug-Druckbelastung ausgegangen werden.

Antwort 10

Höher; durch die makroskopische Stützwirkung (Spannungsgradient) ergeben sich rund 25% höhere Werte.

Antwort 11

Das Vergüten ist abhängig von der Bauteilgrösse. Grössere Bauteile erhalten im Kern tiefere Festigkeitswerte. Dies wird durch eine Minderung der Festigkeitswerte berücksichtigt.

$$\sigma_G(d) = \sigma_G(d_B) \cdot K_1; \text{ für uns } \sigma_B(d) = \sigma_B(d_B) \cdot K_1 \quad (78)$$

Die Wechselfestigkeit kann über σ_B berechnet werden:

$$\sigma_W = 0.4 \cdot \sigma_B(d) = 0.4 \cdot \sigma_B(d_B) \cdot K_1 \quad (79)$$

somit

$$\sigma_W(d) = 0.4 \cdot 750 \cdot (1 - 0.261 \log d/d_B) = 269 \text{ N/mm}^2; K_1 = 0.9 \quad (80)$$

Smith-Diagramm:

$$\sigma_B(d_B) = 750 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_F(d_B) = 550 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_B(d) = 675 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_W(d_B) = 300 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_W(d) = 270 \text{ N/mm}^2$$

Antwort 12

Eine Kerbe wirkt als Kraftflussstörung. Der Kraftfluss wird umgelenkt oder eingeengt. Eine Kraftflussstörung ergibt eine Verdichtung der Kraftlinien, was mit einer Erhöhung der Spannung an dieser Stelle gleichzusetzen ist. Die Ermüdung des Bauteiles ist von dieser Spannungserhöhung abhängig. Mindernd wirkt sich aus, dass nicht die Spannungsspitze ausschlaggebend ist, sondern ein durchschnittlicher Wert in der Nähe der Spitzenbelastung (Stützwirkung).

Antwort 13

Die Aussage stimmt nur für die ruhende Belastung, aber nicht für die Wechselfestigkeit. Dauerermüdung von Bauteilen ist stark von der Kerbwirkung abhängig, unabhängig davon, ob das Material zäh oder spröd ist.

Antwort 14

Sie wissen, dass $\beta < \alpha$ ist und nehmen $\beta = \alpha$ an (konservative Lösung), oder Sie bestimmen β aus α mit $\beta = \alpha/n$ und versuchen n (mit Hilfe vertiefender Literatur) anzunähern.

Antwort 15

Der Oberflächenbeiwert nimmt bei Erhöhung der Festigkeitswerte und identischer Oberflächengüte stark ab. Es würde sich lohnen abzuklären, ob nicht das Material mit dem tieferen Festigkeitswert und geschliffener Oberfläche eine gesamthaft bessere Lösung darstellt.

Antwort 16

Unter Gestaltfestigkeit versteht man die Wechselfestigkeitswerte eines realen Bauteiles unter Berücksichtigung aller realen Gegebenheiten wie Gestalt, Kerbwirkung, vorliegender Belastungsart, Oberfläche etc.

Antwort 17

Eine erste (konservative) Möglichkeit besteht darin den tiefsten Wert (Zug-Druck) als Basis zu nehmen. Exakter mitteln Sie die vorliegenden Spannungsausschläge mit der Vergleichs-Gestaltfestigkeit. Vorgehen:

1. Berechnung der Gewichte a_{zd} , a_b , a_t
2. Berechnung der gewichteten Vergleichs-Gestaltfestigkeit:

$$\sigma_{VADK} = \sqrt{(a_{zd} \cdot \sigma_{zdADK} + a_b \cdot \sigma_{bADK})^2 + a_t \cdot \tau_{tADK}} \quad (81)$$

Konkret:

$$\sigma_{Va} = \sqrt{\sigma_{ba}^2 + 3\tau_{ta}^2} = 257\text{N/mm}^2 \quad (82)$$

$$a_b = 0.74 \quad (83)$$

$$a_t = 0.67 \quad (84)$$

$$\sigma_{\text{VADK}} = \sqrt{(0.74 \cdot 340)^2 + (0.67 \cdot 180)^2} = 279 \text{ N/mm}^2 \quad (85)$$

Die Sicherheit ist recht klein:

$$S = \frac{\sigma_{\text{VADK}}}{\sigma_{\text{Va}}} = \frac{279}{257} = 1.1 \quad (86)$$

Antwort 18

Die Spannungsverläufe für ein umlaufendes Element sind:

Biegespannung:

$$\sigma_{\text{mb}} = 0 \text{ N/mm}^2 \quad (87)$$

$$\sigma_{\text{ab}} = \frac{M_{\text{B}}}{W_{\text{B}}} \quad (88)$$

Bemerkung: Wenn das Volumenelement oben ist, spürt es Zugspannung; 90° gedreht keine Biegespannung; unten angekommen Druckspannung...

Torsionsspannung:

$$\tau_{\text{tm}} = \frac{M_{\text{T}}}{W_{\text{p}}} \quad (89)$$

$$\tau_{\text{at}} = 0 \quad (90)$$

Bemerkung: Das Volumenelement spürt immer dieselbe Schubspannung auf dem Weg von 0 bis 2π .

Die Mittelspannungsberechnung nimmt nur die Mittelspannung und lässt die Amplituden unbeachtet. Wir haben somit nur τ_{tm} (identisch mit einer reinen Torsionsbeanspruchung).

$$\sigma_{Vm} = \sigma_{1m} + \sigma_{2m} + \sigma_{3m} = 0 \quad (91)$$

Im Smith-Diagramm liegen wir also bei $\sigma_{Vm}=0$.

Relevante Cases

- [Getriebe](#)
- [Riementrieb](#)

Publikationsverzeichnis – Literatur

- [1] DIN 743-1 bis 3. Teil (1998): Tragfähigkeitsberechnung von Wellen und Achsen (Entwurf); Berlin
- [2] Issler, Lothar; Ruoss, Hans und Häfele, Peter (1997): Festigkeitslehre – Grundlagen; 2. Auflage, Springer-Verlag
- [3] Issler, Lothar; Ruoss, Hans und Häfele, Peter (2004): Festigkeitslehre – Grundlagen; 2. korrigierter Nachdruck, Springer-Verlag
- [4] Steinhilper, Waldemar und Röper, Rudolf (2000): Maschinen- und Konstruktionselemente Band 1: Grundlagen der Berechnung und Gestaltung; 4. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg

Publikationsverzeichnis – Weblinks

- EMPA: <http://www.empa.ch>
- Mathys Medical Ltd.: <http://www.mathysmedical.ch/>

Übersicht Maschinenelemente

Autor: Prof. Dr. M. Meier

1 Überblick

Motivation

Betrachten Sie ihr Fahrrad und dessen Baugruppen bzw. Bauteile. Viele Baugruppen davon sind standardisiert oder genormt. Zählen Sie solche Baugruppen auf! Was ist für den Hersteller und für Sie als Benutzer der Vorteil solcher genormter Maschinenelemente?

Welche Baugruppe oder Baugruppen würden Sie nicht als Maschinenelement bezeichnen?

Lernziele

Die Studierenden sollen:

- den Begriff Maschinenelemente,
- die Vor- und Nachteile der Verwendung von Maschinenelementen,
- die gebräuchlichsten Gliederungen der Maschinenelemente und
- die Klassierung von Verbindungen kennen lernen.

Erste Beispiele sollen ergänzend vorgestellt werden.

Einleitung

Man ist in der Produkt-Entwicklung bestrebt, auf existente Lösungen zurückzugreifen. Existente Lösungen für Bauteile oder Bauteilgruppen können im eigenen Unternehmen oder extern am Zuliefermarkt gefunden werden.

Die Gründe sind, dass existente, vielfach sogar genormte Lösungen

- am Markt erprobt (\Rightarrow reduziertes Risiko),
- in grossen Mengen hergestellt (\Rightarrow günstiger),
- austauschbar sind (Lieferantenwechsel bei genormten Teilen),
- die eigene Lagerhaltung reduzieren und
- die Entwicklungszeit minimieren.

Es gibt aber auch Nachteile: So beschränken sich existente Lösungen häufig auf wenige, gezielt optimierte Funktionen. Eine Bauteil- oder Funktionsvereinigung ist meist nicht möglich und muss durch eine Kombination mehrerer **Funktionsträger** realisiert werden.

Bei Massenprodukten, dort wo die eigene Stückzahl sehr gross ist, kann der sonst gültige Grundsatz: „*Verwendung von standardisierten Lösungen wo immer möglich*“ in Frage gestellt werden.

Maschinenelemente sind standardisierte oder genormte, nicht weiter zerlegbare Bauteile für Maschinen, Apparate, Geräte, Vorrichtungen oder, allgemein, technische Systeme. Konstruktionselemente sind

funktionstechnische Systeme/Baueinheiten für technische Konstruktionen. Sie bestehen aus mehreren Bauteilen (Maschinenelementen), die in ihrer Kombination eine standardisierte oder genormte Einheit bilden und sich von der Funktion her gesehen nicht weiter zerlegen lassen.

An vielen Literaturstellen wird diese exakte Unterscheidung nach „Maschinen-“ und „Konstruktionselementen“ nicht vorgenommen, sondern allgemein die Bezeichnung „Maschinenelemente“ als Oberbegriff für beide Elemente-Gruppen benutzt. Diese Vereinfachung wird auch im Folgenden angewendet, d. h. ein „Maschinenelement“ kann bestehen aus:

- einem Teil (z. B. Schraube, Mutter, Feder etc.),
- mehreren Teilen (z. B. Wälzlager, Ringfeder-Spannelement, Gleitringdichtung etc.), die funktionell eine Einheit bilden.

Maschinenelemente werden von spezialisierten Firmen hergestellt.

Komplexe Maschinen oder Fahrzeuge bestehen in der Regel aus einer Vielzahl von Maschinenelementen. Bild B001umeZ verdeutlicht dies anhand eines Motorrads.



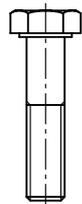
Bild (B001umeZ) Maschinenelemente am Motorrad

Dabei kommen in zunehmenden Masse nicht nur mechanische, sondern auch elektrische/elektronische bzw. pneumatische/hydraulische Elemente, sowie deren Kombinationen, sogenannte „mechatronische Komponenten“, zum Einsatz. Auch diese können zu den Maschinenelementen gezählt werden. Das funktions- und kostengerechte Konstruieren von und mit Maschinenelementen ist daher als wichtige Kompetenz eines Produktentwicklers/Konstrukteurs anzusehen.

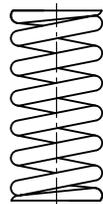
2 Systematische Einteilung der Maschinenelemente

Da Maschinenelemente bestimmte Funktionen erfüllen, bietet sich für ihre systematische Einteilung eine Gliederung nach diesen Funktionen an, aber auch nach **Wirkprinzip** und Gestaltung. Vielfach werden die Maschinenelemente unterteilt in:

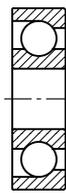
- Verbindungen
 - Klebverbindungen
 - Lötverbindungen
 - Schweißverbindungen
 - Schraubenverbindungen
 - Nietverbindungen
 - Bolzen- und Stiftverbindungen
- Federn
- Achsen und Wellen
- Wellen-Naben-Verbindungen
- Lager
- Dichtungen
- **Mechatronische Komponenten**
- Kupplungen
- Zahnräder und Zahnradgetriebe
- **Hülltriebe**
- Hydraulische Komponenten



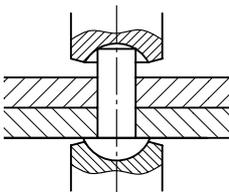
Schraube



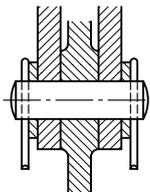
Feder



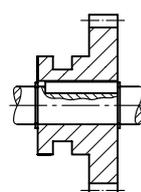
Wälzlager



Nietverbindung



Bolzenverbindung



Welle-Nabe-Verbindung

Bild (B002umeZ) Einige Beispiele für Maschinenelemente

Die folgenden Abschnitte beschreiben für einige Gruppen von Maschinenelementen exemplarisch diese systematische Einteilung anhand kennzeichnender Merkmale.

2.1 Systematische Einteilung der Verbindungen

Viele der Maschinenelemente erfüllen als Haupt- oder Nebenfunktion „Verbinden“; so verbindet z. B. eine Schraube zwei beliebige Bauteile oder ein Niet zwei flächige Bauteile oder eine Kupplung zwei Wellen.

In diesem vorgelagerten Überblick soll deshalb eine Klassifizierung des Begriffes „Verbinden“ erfolgen. Je nach ihrer Funktion sind die Teile einer Maschine fest miteinander verbunden, oder sie können sich in vorbestimmten Freiheitsgraden zueinander bewegen. Damit ergibt sich eine erste Klassifikation in:

- feste mechanische Verbindungen und
- bewegliche mechanische Verbindungen.

Die Verbindungen werden vielfach nach ihrer Lösbarkeit:

- lösbar,
- bedingt lösbar und
- unlösbar

bzw. nach ihrer Art der Kraftübertragung (Wirkprinzip):

- stoffschlüssig,
- formschlüssig und
- reibschlüssig

klassiert.

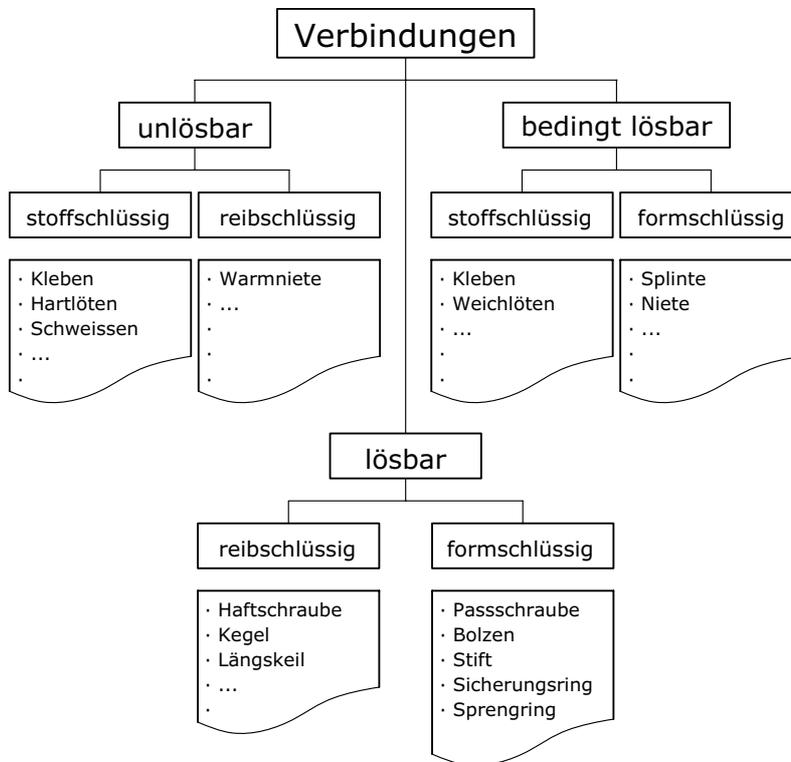


Bild (B003umeZ) Systematische Einteilung der Verbindungen

Stoffschlüssige Verbindungen liegen vor, wenn die zu übertragenden Kräfte infolge Kohäsion (z. B. bei Schweissverbindungen) oder Adhäsion (z. B. bei Klebeverbindungen) übertragen werden. Stoffschlüssige Verbindungen können:

- geschweisst,
- gelötet oder
- geklebt sein.

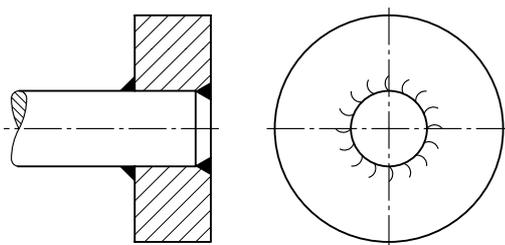


Bild (B004umeZ) Beispiel einer stoffschlüssigen Verbindung

Eine formschlüssige Verbindung entsteht durch das Ineinandergreifen von Bauteilkonturen der Verbindungswirkflächen in Richtung der Kräfte.

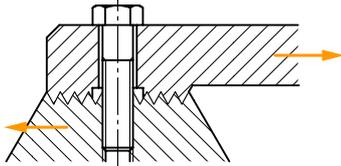


Bild (B005umeZ) Beispiel einer lösbaren formschlüssigen Verbindung

Reibschlüssige Verbindungen (vielfach auch kraftschlüssige Verbindungen genannt) liegen vor, wenn die zu übertragenden Kräfte mittels Reibungskraften übertragen werden (z. B. Klemmverbindungen).

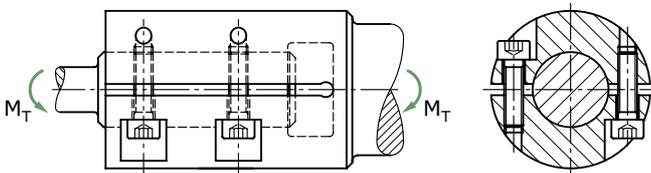


Bild (B006umeZ) Beispiel einer lösbaren reibschlüssigen Verbindung (Klemmverbindung)

Im Weiteren existieren verschiedenste Kombinationen wie beispielsweise formkraftschlüssig (z. B. eingetriebener Nasenkeil, vgl. untenstehendes Bild) und formstoffschlüssig (z. B. Schrauben, welche mit flüssigem Kunstharz wie beispielsweise Loctite gesichert sind) oder form- und reibschlüssige Verbindungen.

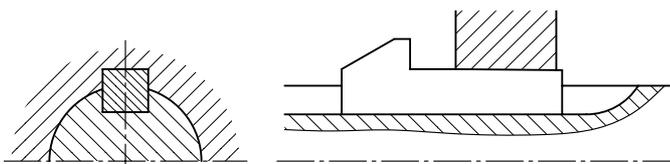


Bild (B007umeZ) Beispiel einer formkraftschlüssigen Verbindung (Keilverbindung)

2.2 Systematische Einteilung der Federn

Federn können nach ihrem Werkstoff und der Beanspruchungsart unterschieden werden.

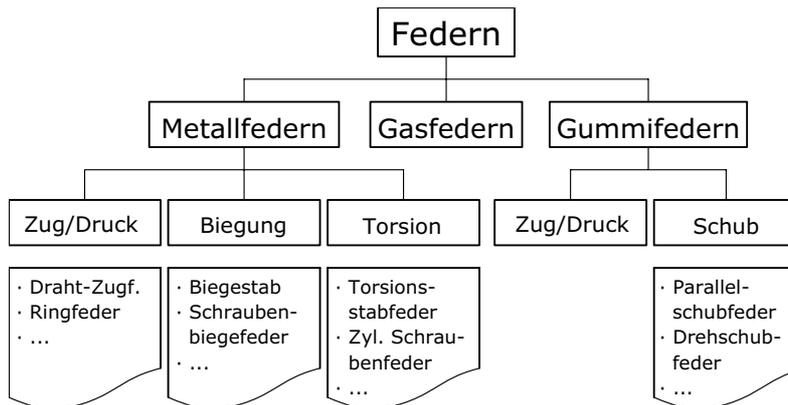


Bild (B008umeZ) Systematische Einteilung der Federn

2.3 Systematische Einteilung der Achsen und Wellen

Bei Achsen und Wellen handelt es sich um sehr ähnliche Elemente. Die Unterscheidung kann nach Funktion und Belastung erfolgen:

Achsen

- können ruhend, schwingend oder umlaufend sein,
- übertragen Kräfte,
- übertragen keine Drehmomente.

Wellen

- sind umlaufend und
- übertragen Drehmomente.

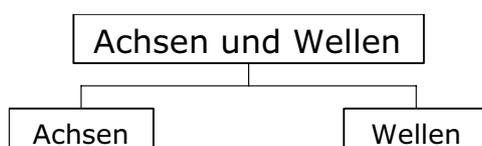


Bild (B009umeZ) Systematische Einteilung der Achsen und Wellen

2.4 Systematische Einteilung der Wellen-Naben-Verbindungen

Die Wellen-Naben-Verbindungen können nach ihrer Kraftübertragung eingeteilt werden.

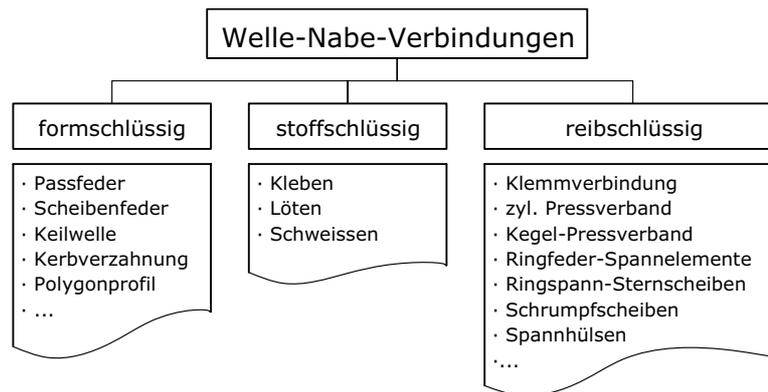


Bild (B010umeZ) Systematische Einteilung der Wellen-Naben-Verbindungen

2.5 Systematische Einteilung der Lagerungen

Lagerungen können hinsichtlich der **Kinematik** der Kontaktpartner und der Wirkrichtung der Lagerkraft unterschieden werden. Weitere Untergliederungen für Gleitlager können nach deren Wirkprinzip erfolgen.

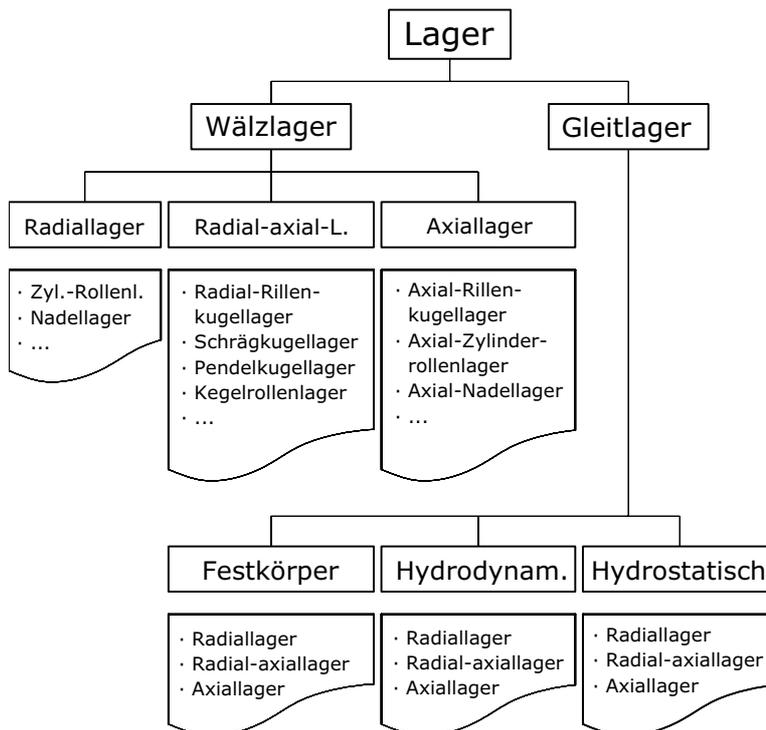


Bild (B011umeZ) Systematische Einteilung der Lager

2.6 Systematische Einteilung der Dichtungen

Dichtungen können nach der Bewegung der abzudichtenden Bauteile und der Art der Berührung unterteilt werden.

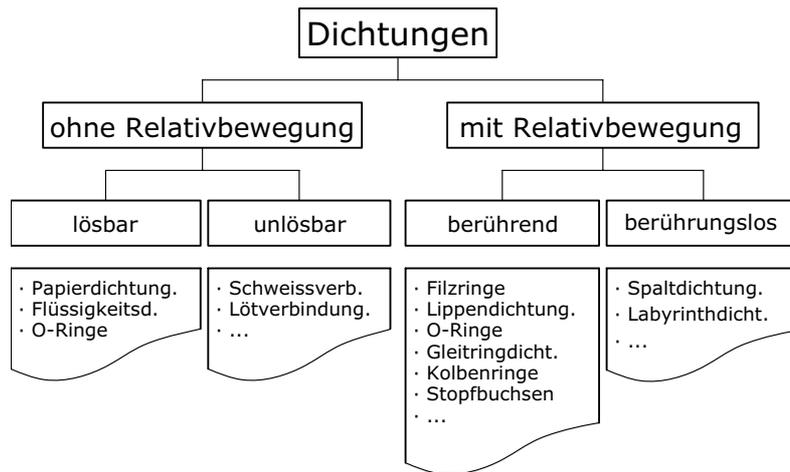


Bild (B012umeZ) Systematische Einteilung der Dichtungen

3 Zusammenfassung

Maschinenelemente sind standardisierte oder genormte, nicht weiter zerlegbare Bauteile für Maschinen bzw. technische Systeme. Sie können systematisch eingeteilt werden in Verbindungen, Federn, Achsen und Wellen, [Stifte-Bolzen-](#), [Niet-Verbindungen](#), [Lager](#), [Schrauben](#), Dichtungen, mechatronische Komponenten, Kupplungen, Zahnräder und Zahnradgetriebe, Hülltriebe und hydraulische Komponenten.

Verständnisfrage 1

Erklären Sie kurz den Begriff „Maschinenelemente“ und geben Sie Beispiele dazu!

Verständnisfrage 2

Wie werden Verbindungen nach ihrem Wirkprinzip der Kraftübertragung klassiert? Geben Sie die dazugehörigen Beispiele an!

Verständnisfrage 3

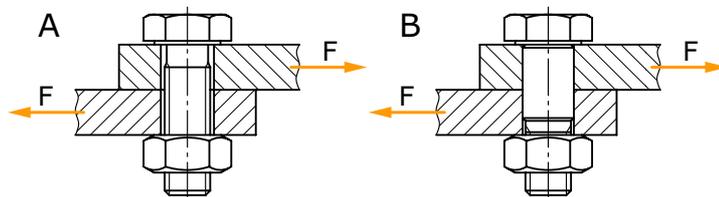


Bild (B013umeZ) Zwei Schraubverbindungen

Betrachten Sie die beiden Schraubverbindungen! Was ist der wesentliche Unterschied? Argumentieren Sie für die eine oder andere Lösung!

Verständnisfrage 4

Was ist der wesentliche Unterschied zwischen einer Achse und einer Welle?

Verständnisfrage 5

Was sind Wellen-Naben-Verbindungen?

Verständnisfrage 6

Wie werden Lagerungen hauptsächlich gegliedert?

Antwort 1

Einzelteile wie z. B. Schrauben, Sicherungsringe oder Baugruppen, welche eine funktionelle Einheit darstellen wie z. B. Wälzlager, Kupplungen oder Getriebe, die meist in grossen Stückzahlen, standardisiert oder sogar genormt, von spezialisierten Firmen hergestellt und vertrieben werden.

Antwort 2

- stoffschlüssige Verbindungen, z. B. Schweißen
- formschlüssige Verbindungen, z. B. Stifte, Bolzen
- reibschlüssige Verbindungen, z. B. Presssitz

Antwort 3

- Die Verbindung A ist eine reibschlüssige Verbindung; die Schraube baut eine Normalkraft zwischen den Bauteilen auf und daraus resultiert eine Reibkraft, welche grösser sein muss als F.
- Die Verbindung B ist eine formschlüssige Verbindung. Die **axiale** Schraubkraft hat nur eine sichernde Funktion. Die Kraft F wird hauptsächlich über die **Passschraube** mit Schubbeanspruchung übertragen. (Die vorliegende Schraubkraft unterstützt durch einen zusätzlichen Reibschluss).

Argumentation pro A:

- einfache Fertigung (keine engen Toleranzen)
- günstiges Normteil

Argumentation contra A:

- grössere Konstruktion
- unsichere Reibwerte

Argumentation pro B:

- sicherer
- effizienter (kleine Schraube genügt)

Argumentation contra B:

- aufwendigere Fertigung (Passung)
- teure Passungsschraube

Antwort 4

Eine Welle überträgt Drehmomente, Achsen nur Kräfte.

Antwort 5

Alle Verbindungen, die den Kraft-Moment-Fluss zwischen einer Welle und dem damit verbundenen Bauteil (Nabe) realisieren. Beispiele sind:

- **Presssitz** zwischen Zahnrad (Nabe) und Welle
- **Passfeder** zwischen Kupplungsscheibe (Nabe) und Welle

Antwort 6

Die Gliederung erfolgt in **Wälz-** und **Gleitlager**.

Relevante Cases

- **Elektromotor**

Stift- und Bolzenverbindung

Autor: Prof. Dr. Markus Meier

1 Überblick

Motivation

Bolzen und **Stifte** werden in verschiedenen Anwendungen eingesetzt. In der Darstellung eines Zylinders (Bild B028sbvZ) erkennt man die Problemstellung, Bauteile gelenkig miteinander zu verbinden. Vielfach müssen grosse Kräfte übertragen werden, wobei aber die Bauteile selbst ein möglichst kleines Gewicht aufweisen sollten. Die Gestaltung, die Materialwahl und die Dimensionierung von Bolzen bzw. von Stiften müssen diese verschiedenen Ansprüche möglichst optimal erfüllen.

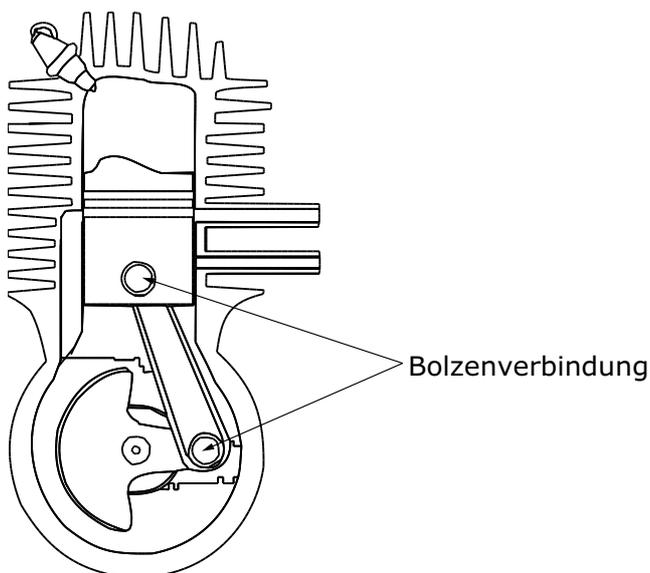


Bild (B028sbvZ) Kolben, Kolbenstange und Kurbelwelle.

Lernziele

Die Studierenden sollen:

- die Gliederung und die Grundformen der Stifte und Bolzen kennen
- die Dimensionierungsgrundlagen ausgewählter Verbindungstypen verstehen

und damit

- in der Lage sein einfache Stift- und Bolzenverbindungen selber zu gestalten und zu dimensionieren

Einleitung

Stifte und Bolzen gehören zu den kostengünstigen, vielfach angewendeten Verbindungsbauteilen, um zwei Teile beliebiger Form, fest oder beweglich zueinander zu fixieren bzw. zu lagern.

Stifte und Bolzen existieren in einer Vielzahl von genormten Ausführungen. Als Unterscheidung zwischen Bolzen und Stiften gilt:

- Bolzen: Durchmesser zur Länge eher grösser, meist beweglich, gesichert, teilweise mit Kopf oder Gewinde
- Stifte: Durchmesser zur Länge eher klein, meist fest, zylindrisch oder kegelförmig

Stifte und Bolzen gehören zu den lösbaren, **formschlüssigen**, teilweise auch **reibschlüssigen** (vor allem bei Stiften) Verbindungen.

Die Einteilung der Stiftverbindungen erfolgt nach ihrer geometrischen Form.

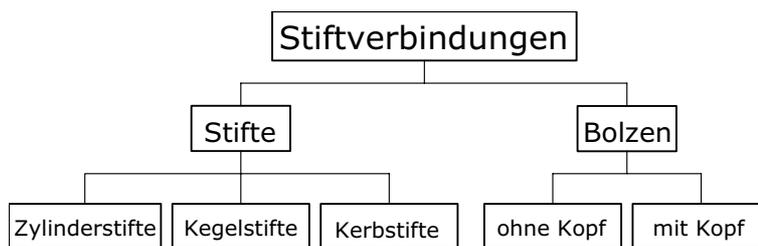


Bild (B001sbvZ) Systematische Einteilung der Stiftverbindungen

2 Stiftverbindungen

Stiftverbindungen sind meist feste Verbindungen, wobei ein Stift mit Übermass in ein Teil oder in zwei zu verbindende Teile mit Bohrung eingedrückt wird.

Mögliche Funktionen von Stiften sind:

- Lagefixierung von Bauteilen zueinander zur reproduzierbaren Montage,
- Kraftübertragung durch Formschluss von Nabe auf Welle, Hebel, Ring auf Wellen,
- Sicherungen von Verschraubungen,
- Befestigung von Zugfedern, Seilen, Ketten,
- Scharnierstifte,
- Befestigung von Schildern, Deckeln (**Kerbnägeln**) oder
- Kraftbegrenzung zwischen zwei Teilen (**Scherstift**).

Beispiele

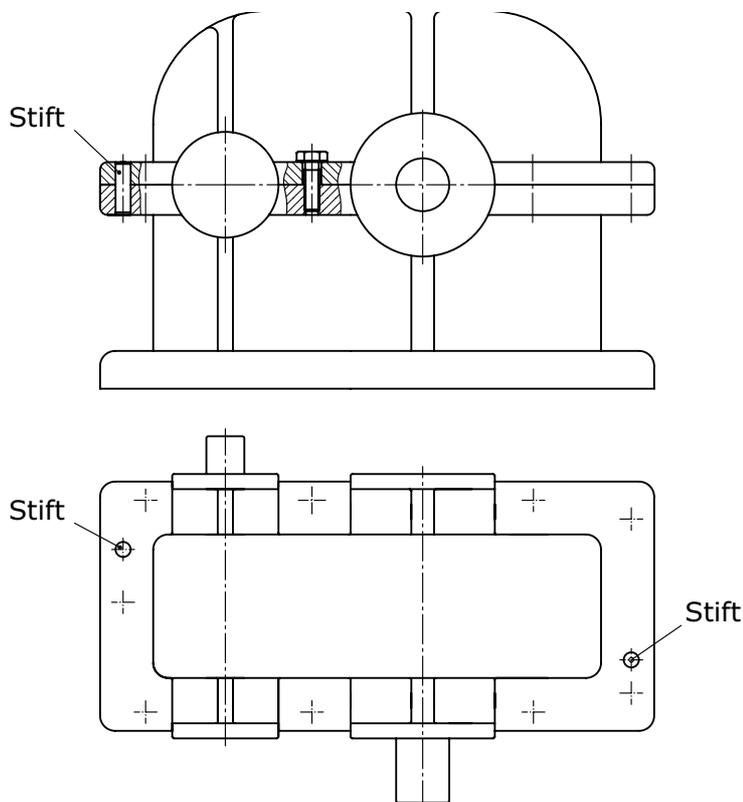


Bild (B002sbvZ) Lagesicherung am Beispiel eines Getriebekastens.

Hinweis: Die Stifte sollten nicht symmetrisch angeordnet werden, um zu verhindern, dass die beiden Gehäusehälften des Getriebes falsch zusammengesetzt werden.

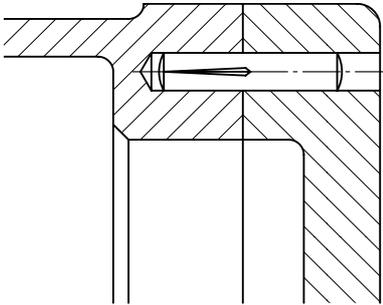


Bild (B003sbvZ) Lagepositionierung mit Kerbstift zum einfachen Montieren, -Demontieren

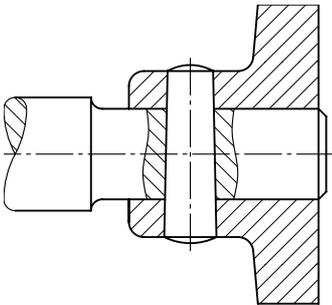


Bild (B004sbvZ) Welle-Nabe-Verbindung mit Kegelstift

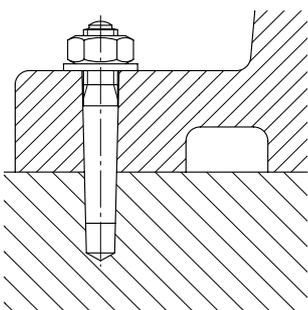


Bild (B005sbvZ) Verbindung zweier Bauteile mit Kegelstift mit Gewindezapfen

2.1 Normung, Ausführung, Material

Ihrer Form nach unterscheidet man grundsätzlich zwischen **Zylinderstiften**, **Kegelstiften**, **Kerbstiften** und **Spannstiften** bzw. **-hülsen**. Viele weitere Formen und Kombinationen sind erhältlich.

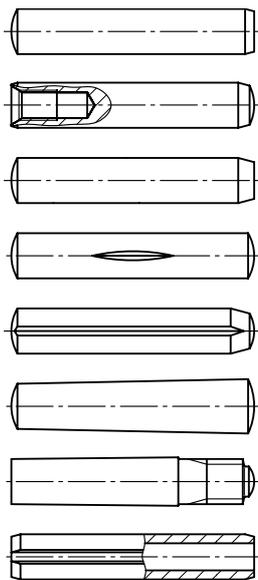


Bild (B006sbvZ) Eine Auswahl der Grundformen der wichtigsten Stifte

Stifte werden in ungehärteter Ausführung aus Automatenstahl (9SMnPb28k) oder aus höherwertigen Baustählen E295 (St50), E335 (St60) bzw. Vergütungsstahl C35 oder Kunststoff hergestellt. Eine Sonderstellung nehmen Spannstifte bzw. Spannhülsen ein, welche aus **Federstahl** gefertigt sind.

Der Stift sollte im Allgemeinen härter als das Grundmaterial sein.

2.1.1 Zylinderstifte (DIN EN ISO 22338)

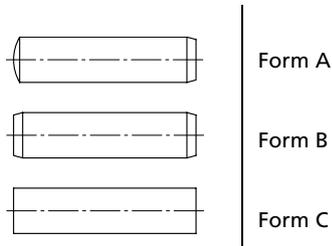


Bild (B007sbvZ) Zylinderstifte

Zylinderstifte werden unterteilt in:

	Ø-Toleranz	Form
Zylinder mit kugelige Kuppe	m6	A
Zylinder mit angefaster Kuppe	h8	B
Zylinder mit glatter Kuppe	h11	C

Tabelle (T001sbvZ) Unterteilung Zylinderstifte

Es existieren weiche, einsatzgehärtete (Typ B) und durchgehärtete (Typ A) Stifte. Die Bohrung muss geriebene Qualität aufweisen (H7).

2.1.2 Kerbstifte (DIN EN 28739 ff)

Kerbstifte besitzen am Umfang 3 Wülste, welche sich in die Bohrung eintreiben und diese verspannen. Für die Bohrung genügt Bohrqualität H11 und die Herstellung ist somit günstig.

Es existieren viele verschiedene Ausführungen:

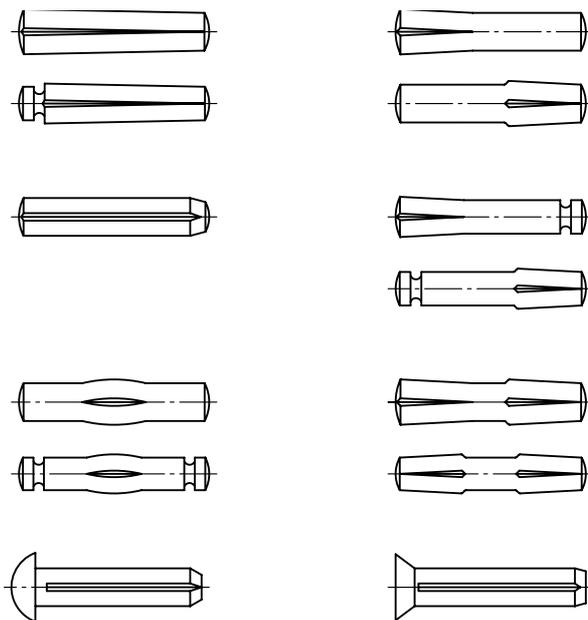


Bild (B008sbvZ) Kegelkerbstifte (mit/ohne Hals), Passkerbstifte, Zylinderkerbstift, Passkerbstifte (mit Hals), Knebelkerbstifte, Doppelkerbstifte, Kerbnägel

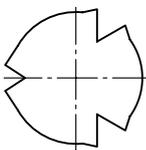


Bild (B036sbvZ) Querschnitt eines Kerbstiftes

Die Kerbstifte sind rüttelfest (im Gegensatz zu Zylinder- und Kegelstiften) und können nur wenige Male wiederverwendet werden.

2.1.3 Kegelstifte (DIN EN 22339)

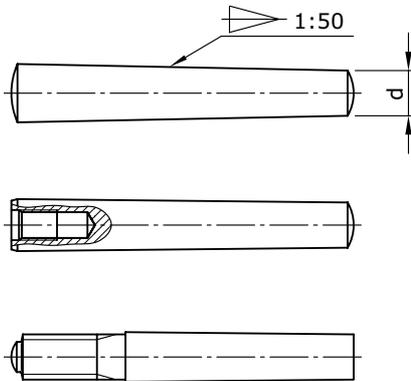


Bild (B009sbvZ) Verschiedene Formen von Kegelstiften

Eigenschaften:

- Anzug 1:50
- Für wiederholte, einfach lösbare Verbindungen (die Teile zentrieren sich auch bei möglicher Abnutzung der Bohrung)
- Bohrung gerieben
- Anwendung vergleichsweise teuer

Kegelstifte sind erhältlich mit Durchmessern von 0,5 mm–50 mm; ohne Gewinde oder mit Innen- oder Aussengewinde für das Demonstrieren.

2.1.4 Spannstifte und Spannhülsen

Spannstifte sind geschlitzte Hülsen oder teilweise auch gerollte Hülsen (Spiralspannstifte). Man unterscheidet die leichte Ausführung (DIN EN 7346), bei welcher die Wandstärke $0.1 d$ beträgt und die schwere Ausführung (DIN EN 28752) mit $0.2 d$. Die Hülsen haben im unverspannten Zustand ein Übermass von 0,2–0,5 mm. Bauteile, welche auch zur Lagerung von Zapfen eingesetzt werden, bezeichnet man als Spannbuchsen und bestehen meist aus abriebfestem Federstahl 55Si7. Die aufnehmende Bohrung wird in Qualität H12 hergestellt und ist kostengünstig.

2.2.1 Modellierung

Der Stift kann frei gelegt werden und die Reaktionskräfte als Summe eines Momentes (M) und einer Querkraft (F) modelliert werden.

Die Reaktionskraft F kann als konstant verteilter Druck p_q modelliert werden:

$$p_q = \frac{F}{A_{\text{Projektion}}} = \frac{F}{d \cdot b} \quad (1)$$

Das Reaktionsmoment als lineare Funktion eines Druckes p_b , wobei

$$M = F \cdot \left(h + \frac{b}{2}\right) = 2d \cdot b \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} p(x) x dx \quad (2)$$

modelliert werden.

$$p_b = \frac{F \left(h + \frac{b}{2}\right)}{d \frac{b^2}{6}} = \frac{6F \left(h + \frac{b}{2}\right)}{d \cdot b^2} \quad (3)$$

Die beiden flächenverteilten Druckkräfte superponieren sich über x und das Maximum ist bei $x = b/2$ unter der Einspannung:

$$p_{\text{max}} = p_b + p_q = \frac{4F(1,5 \cdot h + b)}{d \cdot b^2} \quad (4)$$

Bemerkung: Dieser Modellierung setzen wir voraus, dass die Einspannung eine gewisse Nachgiebigkeit aufweist. Falls die Einspannung sehr starr wäre, dann müsste das Moment und die Querkraft direkt am oberen Rand modelliert werden.

2.2.2 Dimensionierung

Die kritischen Bauteile und Querschnitte sind:

- der Steckstift, der direkt oberhalb der Einspannung auf Biegung und Querkraft und
- die Bohrung, die direkt unterhalb der Oberfläche auf Flächenpressung (Leibungsdruck, Lochleibung) mit p_{bmax} beansprucht wird.

Stift

Die **Biegespannung** im Stift, oberhalb der Einspannung beträgt:

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{F \cdot h}{\pi \cdot \frac{d^3}{32}} = \frac{32 \cdot F \cdot h}{\pi \cdot d^3} \quad (5)$$

die **Schubspannung** an der selben Stelle:

$$\tau_q = \frac{F}{A} = \frac{4F}{d^2 \pi} \quad (6)$$

und für die **Vergleichsspannung** muss gelten:

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau_q^2} < \sigma_{zul} \quad (7)$$

Eine weitere kritische Stelle stellte die Bohrung dar. Es muss sichergestellt werden, dass die Flächenpressung die zulässige Grenze nicht überschreitet.

Bohrung

Hier liegt eine einachsige **Druckspannung (Flächenpressung)** vor.

$$\sigma_V = -\sigma_z = p_{max} \leq p_{zul} \quad (8)$$

Angaben für zulässige Festigkeitswerte siehe [zulässige Festigkeitswerte für Stifte und Bolzen](#).

2.3 Dimensionieren von Querstift mit Drehmomentbelastung

Einfache Welle-Nabenverbindungen können mittels Querstift realisiert werden:

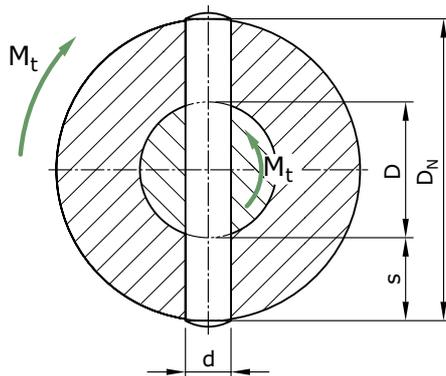


Bild (B013sbvZ) Querschnitt mit Drehmomentbelastung

2.3.1 Entwurfsrichtlinien

Für die Grobgestaltung der Verbindung werden die folgenden Richtwerte empfohlen:

$$d/D = 0,2 - 0,3$$

$$D_N/D \approx 2 \text{ Stahl/Stahl}$$

$$D_N/D \approx 2,5 \text{ Guss/Stahl}$$

2.3.2 Modellierung

Das Moment M_t der Welle ist im Gleichgewicht mit dem Moment M_t der Nabe.

Der Stift kann freigelegt werden und die Kräfte als verteilte Flächenkräfte modelliert werden.

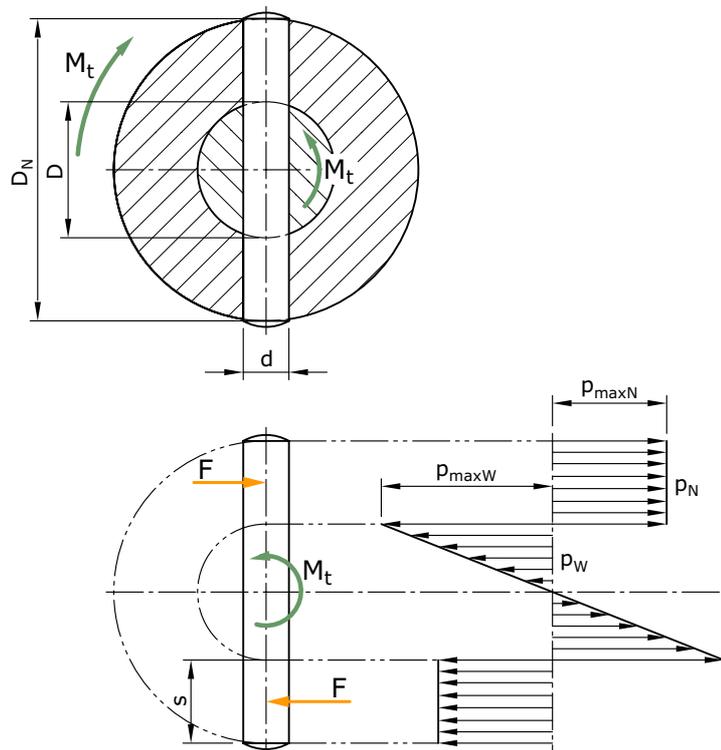


Bild (B014sbvZ) Verteilte Flächenkräfte am Stift

Die Belastung in der Nabe kann als konstant verteilter Druck, jene in der Welle als im Abstand r lineare Funktion modelliert werden.

Nabe

$$M_t = 2dp_N \int_{\frac{D}{2}}^{\frac{D_N}{2}} r \cdot dr = 2p_N d \left(\frac{D_N^2}{4} - \frac{D^2}{4} \right) \quad (9)$$

$$p_N = \frac{4M_t}{d \cdot (D_N^2 - D^2)} = p_{\max N} \quad (10)$$

Welle

$$M_t = 2d \int_0^{\frac{D}{2}} \frac{p_{\max W}}{D} \cdot r \cdot r dr = \frac{4d}{D} p_{\max W} \left. \frac{r^3}{3} \right|_0^{\frac{D}{2}} \quad (11)$$

$$p_{\max W} = \frac{6M_t}{dD^2} \quad (12)$$

2.3.3 Dimensionierung

Der Querstift wird in der Trennebene auf Scherung und Biegung beansprucht.

Scherung

$$\tau_q = \frac{F}{A} = \frac{M}{D} \cdot \frac{4}{\pi d^2} = \frac{4M}{D\pi d^2} \quad (13)$$

Biegung

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} = \frac{M_t \cdot s}{2(D+s)} \cdot \frac{32}{d^3 \pi} = \frac{16M_t \cdot s}{Dd^3 \pi} \quad (14)$$

Vergleichsspannung

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_b^2 + 3\tau_q^2} < \sigma_{zul} \quad (15)$$

Die Bohrung der Nabe als auch der Welle wird auf Flächenpressung beansprucht und muss überprüft werden:

$$P_{\max N} < P_{zulN} \quad (16)$$

$$P_{\max W} < P_{zulW}$$

2.4 Dimensionierung von Längsstiften mit Drehmomentbelastung

Stifte können auch längs in die Verbindung der Welle und Nabe eingetrieben werden.

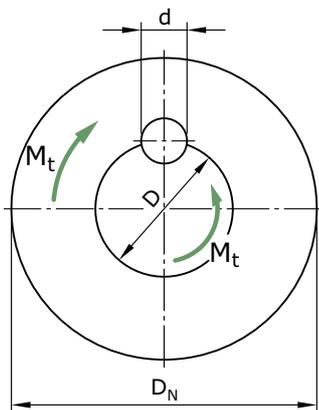


Bild (B015sbvZ) Wellen-Naben-Verbindung mit Längsstift

2.4.1 Modellierung

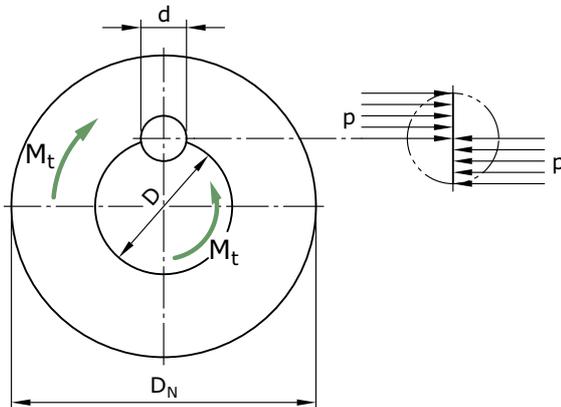


Bild (B016sbvZ) Momentübertragung durch eine Längsstift-Verbindung

Das Moment M wird aufgenommen durch Flächenpressung auf dem halben Stiftsegment:

$$M_t = \frac{p \cdot d}{2} \cdot \frac{l \cdot D}{2} \quad (17)$$

und p wird somit:

$$p = \frac{4M}{d l D} \quad (18)$$

2.4.2 Dimensionierung

Der Stift erfährt eine Flächenpressung und eine Abscherbeanspruchung.

Die Bohrung der Wellenseite als auch Nabenseite muss auf Flächenpressung überprüft werden.

Stift

Die Flächenpressung ergibt eine Druckspannung:

$$\sigma_z = -p = -\frac{4M}{dI_D} \quad (19)$$

Die **Scherspannung** beträgt:

$$\tau_q = \frac{F}{A} = \frac{2M}{Ddl} = \frac{p}{2} \quad (20)$$

Die Vergleichsspannung ist:

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_z^2 + 3\tau^2} < \sigma_{zul} \quad (21)$$

Bohrung

Für die Bohrung muss gelten:

$$\begin{aligned} p &< p_{zulN} \\ p &< p_{zulW} \end{aligned} \quad (22)$$

Angaben für zulässige Festigkeitswerte siehe [zulässige Festigkeitswerte für Stifte und Bolzen](#).

2.5 Dimensionieren von Flanschstiften mit Drehmomentbelastung

Stiftverbindungen werden auch zur Drehmomentübertragung zwischen Flanschen eingesetzt:

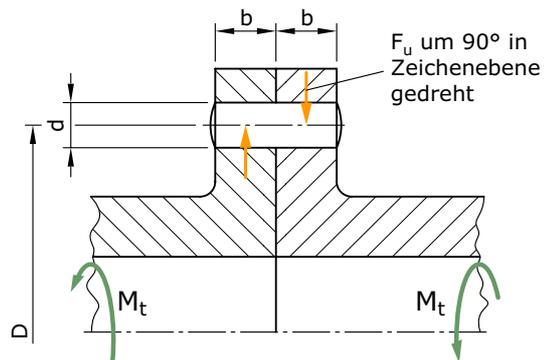


Bild (B017sbvZ) Flanschstift mit Drehmomentbelastung

2.5.1 Modellierung

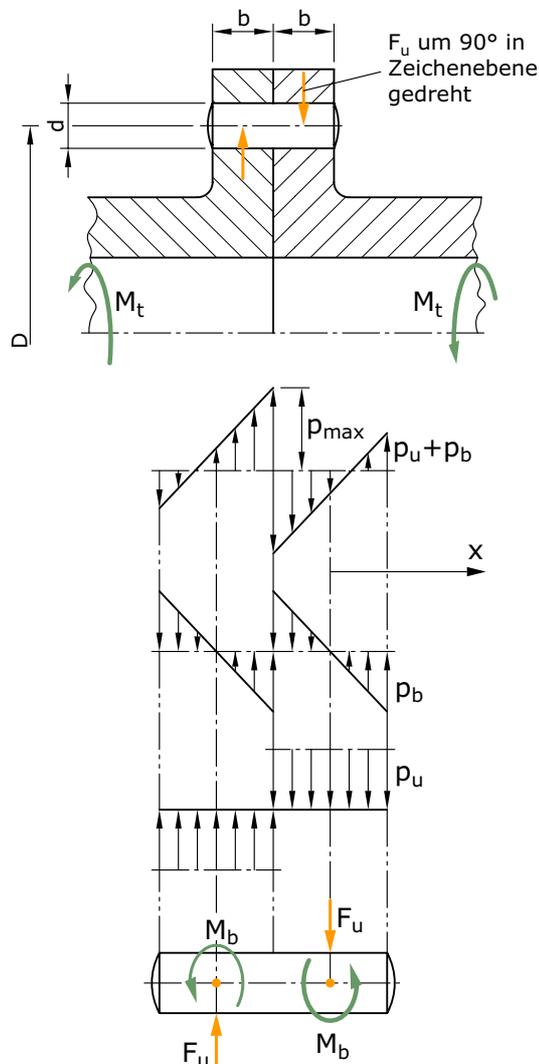


Bild (B018sbvZ) Modellierung von Flanschstiften

Wenn man annimmt, dass die Verbindung im Flansch nachgiebig ist, dann kann die Umfangsbelastung als Einzelkraft F_u oder als konstant über der Breite b verteilten Druck p_u modelliert werden. Zwei gleich grosse Momente M_b erwirken das Momentgleichgewicht. Diese Momente können mit einer linearen Druckverteilung innerhalb von b modelliert werden.

$$p_b(x) = \frac{p_b}{\frac{b}{2}} \cdot x \quad (23)$$

Die Umfangkraft F_U pro Stift ist:

$$F_U = \frac{2M_t}{D \cdot z} \quad (24)$$

und die Flächenpressung p_U :

$$p_U = \frac{F_U}{bd} \quad (25)$$

Die Biegemomente M_b halten das Momentengleichgewicht:

$$2F_U \frac{b}{2} = 2M_b \quad (26)$$

$$M_b = F_U \frac{b}{2} \quad (27)$$

Mit $p_b(x)$ ergibt sich:

$$M_b = \frac{p_b}{\frac{b}{2}} d \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} x^2 dx = \frac{p_b}{\frac{b}{2}} d \frac{1}{3} x^3 \Big|_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \quad (28)$$

$$M_b = \frac{p_b db^2}{6} \quad (29)$$

Eingesetzt in Momentengleichgewicht:

$$M_b = \frac{p_b db^2}{6} = \frac{F_u b}{2} \Rightarrow p_b = \frac{3F_u}{bd} \quad (30)$$

2.5.2 Dimensionieren

In der Trennebene ist Biegebelastung identisch Null, so dass der Stift an dieser Stelle nur auf Scherung beansprucht wird

$$\tau_q = \frac{F_u}{A} = F_u \frac{4}{d^2 \pi} \quad (31)$$

und die Vergleichsspannung mit der [Schubspannungshypothese](#)

$$\sigma_V = 2\tau_q < \sigma_{zul} \quad (32)$$

Die Bohrungen der Fläche sind in der Nähe der Trennstelle mit P_{max} beansprucht und es ist zu prüfen, dass $p_{max} < p_{zul}$.

Falls die Flansche aus verschiedenen Materialien bestehen, ist der Nachweis für beide durchzuführen.

Bemerkung: Falls die Flansche als starre Einspannungen modelliert werden, dann schieben sich die Umfangkräfte gegen die Trennebene und die Momente M_b werden Null.

Angaben für zulässige Festigkeitswerte siehe [zulässige Festigkeitswerte für Stifte und Bolzen](#).

3 Bolzenverbindungen

Bolzen sind formschlüssige, lösbare Verbindungselemente, die entweder als starre Verbindungen (Passbolzen), meist als bewegliche Verbindungen (z. B. Gelenkbolzen, Kupplungsbolzen) oder als Lagerungen (Lagerbolzen, eigentliche Achsen) verwendet werden. Vielfach ist ein Teil starr und das zweite Teil beweglich gestaltet. Weiter werden bei beweglich gelagerten Bolzen langsame und schnelle Bewegung unterschieden.

Bolzen benötigen im Gegensatz zu Stiften in der Regel Sicherungselemente gegen Herausfallen oder Herausgleiten (z. B. infolge Vibration). Dies kann beispielsweise durch Sicherungsringe, **Splinte** u. ä. verhindert werden.

Die Funktionen der Bolzen können sein:

- Bauteile (z. B. Hebel) gelenkig zu verbinden (Gelenkbolzen),
- Kräfte zu übertragen,
- rotierende oder pendelnde Bauteile zu lagern und
- Scharnierteile zu verbinden.

Beispiele

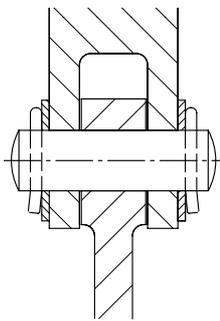


Bild (B019sbvZ) einfache Gelenkverbindung; Bolzen beidseits mit Splint gesichert; Gabel und Stange mit Lossitz h11/D10

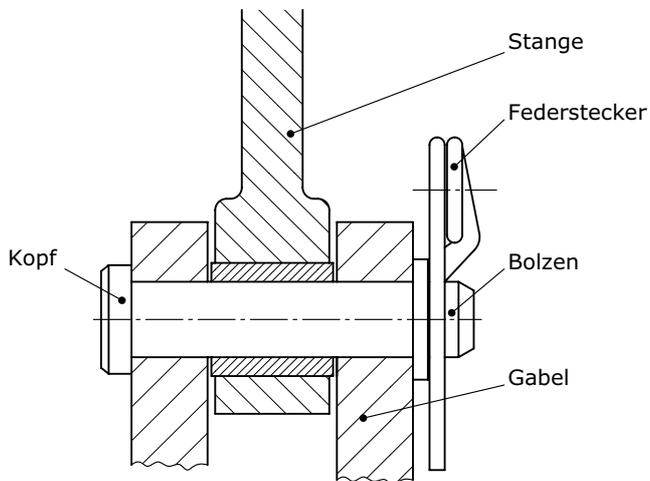


Bild (B020sbvZ) Hochbelastetes Gelenk; Bolzen mit Kopf und Splintloch; axial gesichert mit Federstecker; Spannbuchse in Gabel gepresst (Verschleisschutz)

3.1 Normung, Ausführung, Material

Die genormt erhältlichen Bolzen lassen sich in Bolzen ohne Kopf und Bolzen mit Kopf unterteilen. Die Durchmesserstufung ist bis Durchmesser 36 identisch mit den Schrauben.

Eine weitere Unterteilung erfolgt in Bolzen ohne Splintloch (Typ A) und mit Splintloch (Typ B) bzw. mit oder ohne Gewindezapfen (DIN 1445).

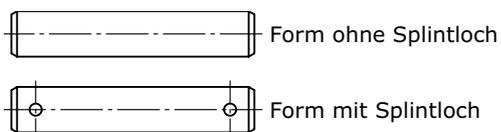


Bild (B021sbvZ) Grundformen von Bolzen ohne Kopf

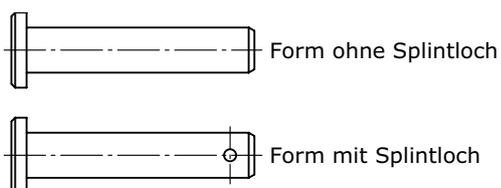


Bild (B022sbvZ) Grundformen von Bolzen mit Kopf

Die Durchmesser der Bolzen werden vorwiegend in h11 gestaltet, aber auch andere Toleranzausführungen wie z.B. engere Tolerierung sind möglich (f8).

Die bevorzugte Materialwahl für Bolzen sind **Automatenstähle** (9SMnPb28K). Hoch belastete Bolzen werden auch aus **Vergütungs- und Einsatzstählen** gefertigt (z.B. C45, 16MnCr5). Hochbelastete Bolzen können gehärtet und geschliffen sein.

Für die Längssicherung werden vielfach Sicherungselemente wie Splinte oder **Federstecker** eingesetzt



Bild (B023sbvZ) Sicherungselemente: Splint (links), Federstecker (rechts)

3.2 Dimensionierung von Stangen-, Gabel- bzw. Bolzenverbindung

Eine vielfach verwendete Verbindung ist die gelenkig gelagerte Kraftübertragung mittels Bolzen.

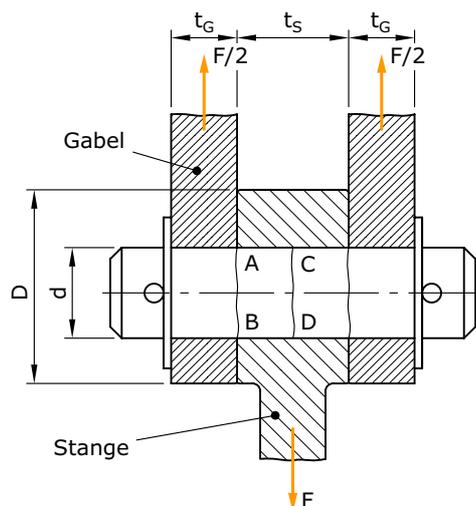


Bild (B024sbvZ) Gestaltung und bemessung der Bolzenverbindung; Kritische Querschnitte A–B und C–D

3.2.1 Entwurfsrichtlinien

Anhaltswerte für die Gestaltung, um eine möglichst gleichmässige Beanspruchungsverteilung zu erreichen:

	Gleitende Paarung	Feste Paarung
t_s/d	1,6	1,0
t_G/d	0,6	0,5

Tabelle (T002sbvZ) Entwurfsrichtlinien

Wobei die höheren Werte eher für gleitende Paarungen und die tieferen Werte für feste Paarungen gelten.

$D = 2-2,5 d$ für Stahl und Stahlguss

$D = 3-3,5$ für Gusseisen

Die Bolzen sollen, um den Verschleiss zu minimieren bzw. **Anfressen** zu verhindern, immer aus dem härteren Material gewählt werden. Für den ersten Entwurf empfehlen sich die folgenden Richtmasse für Toleranzen der Bohrungen in Funktion des Bolzendurchmessers:

Spielsitz: D10/h11 oder HB/f8

Festsitz: ZB11/h11

Zu beachten ist auch die Werkstoffpaarung hinsichtlich der **Kontaktkorrosion**. Bei bewegten Lagerungen werden Gleitbuchsen aus Pb-, Sn-Bronze oder PE ins Bauteil eingesetzt oder eine **Spannbuchse** eingepresst.

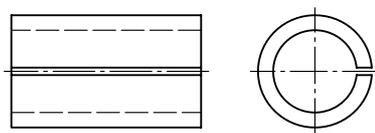


Bild (B025sbvZ) Spannbuchse für einfache Lagergestaltungen

3.2.2 Modellierung

Die Bolzenverbindung kann, abhängig von den Lagerungsbedingungen in Stange und in Gabel, unterschiedlich modelliert werden. Siehe die exemplarische Darstellung dieses Themas in der Sektion: Grundlagen des Dimensionierens.

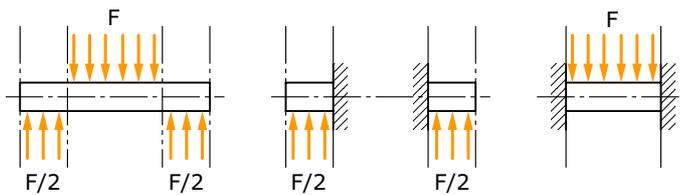


Bild (B026sbvZ) Links: Bolzen in Stange und Gabel aufliegend und biegeelastisch. Mitte: Bolzen in Stange starr eingespannt. Rechts: Bolzen in Gabel starr eingespannt

Praktische Annahme

Vielfach wird die erste Modellierung angewendet und der Kraft-, Momentverlauf ist:

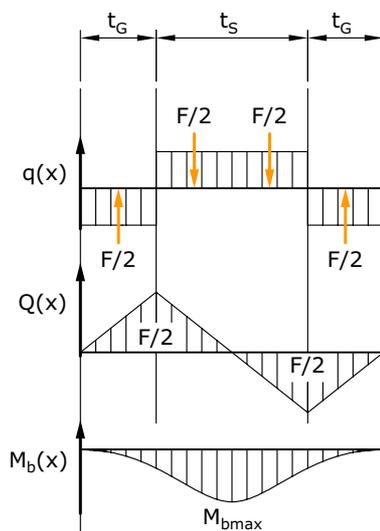


Bild (B027sbvZ) Modellierung als Einzelkräfte oder als verteilte Belastungen

Das maximale Moment in der Mitte des Bolzen (Schnitt C–D), unabhängig davon ob die Stangenkraft als zwei symmetrische Einzelkräfte oder als eine verteilte Last $q(x)$ modelliert wird, beträgt:

$$M_{b(c-d)} = M_{bmax} = \frac{F}{4} \left(t_G + \frac{t_S}{2} \right) \quad (33)$$

und an der Stelle A–B:

$$M_{b(A-B)} = M_x = \frac{F}{2} \cdot \frac{t_G}{2} = \frac{F t_G}{4} \quad (34)$$

Kritischer Querschnitt A–B

Im Trennquerschnitt wirkt eine Biegespannung und Scherspannung

$$\sigma_x = \frac{M_{b(A-B)}}{W_y} = \frac{F t_G / 4}{d^3 \pi / 32} \quad (35)$$

$$\tau_{xy} = \frac{F/2}{A} = \frac{F/2}{d^2 \pi / 4} \quad (36)$$

$$\sigma_V = \sqrt{\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2} < \sigma_{zul} \quad (37)$$

Bemerkung: Die Flächenpressung, welche zusätzlich von der Gabel auf den Bolzen wirkt, wird in der Praxis nicht berücksichtigt.

Kritischer Querschnitt C–D

In der Mitte des Bolzens herrscht eine Biegespannung und die Schubspannung ist Null.

$$\sigma_x = \frac{M_{b(C-D)}}{W_y} = \frac{F}{4} \cdot \left(t_G + \frac{t_S}{2} \right) \quad (38)$$

$$\sigma_V = \sigma_x < \sigma_{Zul} \quad (39)$$

Bemerkung: Teilweise wird in der Praxis die Biegebeanspruchung der Stelle C–D und die Schubspannung der Stelle A–B in dieselbe Vergleichsspannung eingesetzt.

3.2.3 Flächenpressung in Gabel- und Stangenbohrung

Ungeachtet obiger Überlegungen zu Einspannung und Kraftangriff rechnet sich die Flächenpressung (Leibungsdruck):

Gabel

$$p = \frac{F/2}{t_G \cdot d} < p_{zulG} \quad (40)$$

Stange

$$p = \frac{F}{t_S \cdot d} < p_{zulS} \quad (41)$$

Angaben für zulässige Festigkeitswerte siehe [zulässige Festigkeitswerte für Stifte und Bolzen](#).

4 Zulässige Festigkeitswerte für Stifte und Bolzen

Für die Vergleichsspannungen der Stifte und Bolzen gilt:

$$\sigma_{\text{zul}} = \frac{\sigma_F}{S_F} \quad (42)$$

mit der **Fließgrenze**: σ_F und
der **Sicherheitszahl** gegen Fließen S_F

$$S_F = 1,5-2,0$$

Für Kerbstifte wird empfohlen, die zulässigen Spannungswerte auf 70% zu reduzieren.

Für die Bohrungen bei festen Verbindungen (keine drehende Bewegung) gilt, dass die zulässige Flächenbelastung p_{zul} auf die Bruchgrenze σ_B bezogen wird:

- Für **ruhende Belastung**: $p_{\text{zul}} \leq 0,4 \sigma_B$,
- für **schwellende Belastung**: $p_{\text{zul}} \leq 0,3 \sigma_B$ und
- für **wechselnde Belastung**: $p_{\text{zul}} \leq 0,2 \sigma_B$.

Bemerkung: Falls der Stift das schwächere Material darstellt, muss auch dort die Flächenpressung überprüft werden (unabhängig von anderen Spannungen)

Die zulässigen Werte schliessen auch die Flächenpressung infolge der Einspannverhältnisse mit ein.

Bei gleitenden Verbindungen ($v\text{-relativ} > 0$) ist die Abriebfestigkeit des Lagers die limitierende Grösse und die maximale Flächenbelastung muss nochmals reduziert werden. Die Bolzen sollten eine Oberflächenqualität von $Ra \approx 0,4 \mu\text{m}$ aufweisen.

	Gleitpartner (Lager-/Bolzenwerkstoff)	P_{zul} in N/mm ²
bei Trockenlauf (wartungsfrei)	Bifo-Lager/St	150
	Iglidur X/St gehärtet	150
	Iglidur G/St gehärtet	80
	DU-Lager/St	60
	Sinterbronze mit Festschmierstoff/St	80
	Verbundlager (Laufschicht PTFE)/St	30
	PA oder POM/St	20
	PE/St	10
	Sintereisen, ölgetränkt (Sint-B20)/St	8
bei Fremdschmierung	Tokatbronze/St	100
	St gehärtet/St gehärtet	16
	Cu-Sn-Pb-Legierung/St gehärtet	10
	Cu-Sn-Pb-Legierung/St	8
	GS/St	7
	Pb-Sn-Legierung/St	3 (7)

Tabelle (T001sbzZ) Empfohlene Flächenbelastungen drehender Bolzen-Verbindungen

5 Zusammenfassung

Stift- und Bolzenverbindungen stellen eine zumeist lösbare Art von Verbindung zwischen unterschiedlichen Bauteilen dar. Ihr Einsatzgebiet erstreckt sich sowohl auf die Sicherung von Bauteilen als auch auf die Verbindung. Durch ihre einfache Form und den geringen Aufwand bei den Bauteilen (Bohrung) sowie die umfassende Normung sind sie relativ leicht auszulegen.

Stifte sind eher dünn (kleines Verhältnis von Durchmesser zu Länge) und werden mit Festsitz in den zu verbindenden Teilen eingesetzt. Dadurch entfallen zusätzliche Sicherungselemente. Es gibt verschiedene Arten von Stiften, u.A. zylindrische, kegelige oder geschlitzte Stifte, aber auch sog. Spannstifte (auch Spannhülsen genannt). Stifte sind auf Scherung und je nach Bauteilgeometrie auch auf Biegung oder Flächenpressung zu dimensionieren. Die zugehörige Bohrung wird auf Flächenpressung untersucht. Der Stift sollte aus einem härteren Material bestehen als die verbundenen Bauteile.

Bolzen sind dicker als Stifte, und immer von zylindrischer Form. Es gibt Bolzen mit und ohne Kopf, und meistens werden sie gegen Herausfallen gesichert, z. B. durch Splinte. Bolzen werden mit Spielpassung in einem oder mehreren der verbundenen Bauteile eingesetzt und sollten aus einem härteren Werkstoff hergestellt sein als diese. Ihr Anwendungsgebiet beinhaltet starre und bewegliche Verbindungen sowie Lagerungen. Bei der Dimensionierung sind verschiedene Modellierungen möglich, oft wird der **konservativste Ansatz** mit Auflage in den Bauteilen und Biege-Elastizität verwendet. Der Bolzen sollte auf Biege- und Scherspannung untersucht werden, die Lagerung (Gabel und Stange) auf Flächenpressung in der Bohrung.

Stifte, welche Bauteile zueinander positionieren, brauchen normalerweise nicht auf ihre Festigkeit überprüft werden.

Verständnisfrage 1

Welches sind die Unterschiede zwischen Stiften und Bolzen?

Verständnisfrage 2

Was sind Kerbstifte?

Verständnisfrage 3

Woran erkennt man unterschiedliche Stiftqualitäten und was sind deren Durchmesser-Toleranzen?

Verständnisfrage 4

Was sind Spannstifte und aus welchem Material sind diese gefertigt?

Verständnisfrage 5

Welche Bolzenformen werden unterschieden?

Verständnisfrage 6

Wie werden Bolzen axial gesichert?

Verständnisfrage 7

Von welchen Grössen ist die zulässige Flächenpressung eines Materials abhängig?

Antwort 1

Stifte sind eher schlankere, rotationssymmetrische Bauteile, die meist eine feste Verbindung darstellen.

Bolzen sind im Durchmesser bzw. in der Länge eher grösser und stellen meist eine gelenkige Verbindung dar.

Antwort 2

Stifte, die auf dem Durchmesser 3 Wülste eingeformt haben, welche sich in die Bohrung eintreiben lassen und den Stift formschlüssig verankern.

Antwort 3

An der Körperform der Stifte. Die

- kugelige Form (A) ist von der Qualität m6, die
- angefastete Form (B) von der Qualität h8 und die
- glatte Form (C) von der Qualität h11.

Antwort 4

Spannstifte haben die Form eines dünnwandigen Zylinderrohrs und sind längs aufgeschlitzt. Die Hülsen sind aus Federstahl hergestellt und verspannen die Teile durch radiale Ausdehnung.

Antwort 5

- Bolzen ohne/mit Kopf,
- Bolzen ohne/mit Splintloch und
- Bolzen ohne/mit Gewinde.

Antwort 6

Durch Splinte oder Federstecker, teilweise auch lediglich mit Festsitz.

Antwort 7

Von der Belastungsart: ruhend, schwellend, wechselnd –
und von der relativen Bewegung: fest, gleitend.

Relevante Cases

- [Bolzen-Verbindung](#)

Publikationsverzeichnis – Weblinks

- <http://www.wilde-trading.de/>
- <http://www.intec-industrietechnik.de/>
- <http://www.brueser-industrie.de/>
- <http://www.bossard.com/group/en>
- <http://www.hsf-online.de/>
- <http://www.iew-gmbh.de/>

Nietverbindungen

Autor: Prof. Dr. Markus Meier

1 Überblick

Motivation

Obschon die Nietverbindung durch Schweißen und Kleben in vielen Anwendungsfeldern verdrängt wird, werden z.B. Flugzeugrümpfe nach wie vor genietet. Tausende von Nietstellen übertragen die Kräfte und gewährleisten die Sicherheit in der Luft.



Bild (B201nivZ) Nieten im Flugzeugbau (Quelle: www.bae.regional.co.uk/44.html)

Lernziele

Die Studierenden sollen:

- die wichtigsten Nietformen und Verfahren,
- die Eignung und Einsatzzwecke der Nietverbindung,
- den Herstellprozess des Warm- und Kaltnietens,
- die Dimensionierung von **kraft-** und **formschlüssigen** Verbindungen sowohl des Niets als auch der zu verbindenden Bauteile kennen
- einfache Dimensionierungsaufgaben selbständig durchführen können sowie
- einige Gestaltungsrichtlinien kennenlernen.

Einleitung

Die Nietverbindung ist eine unlösbar bzw. bedingt lösbar (Zerstörung des Niets) Verbindung. Sie wird in der Regel als feste Verbindung ausgeführt, in Einzelfällen werden auch bewegliche, führende Verbindungen eingesetzt.

Nietverbindungen sind meist formschlüssige Verbindungen, bei geeigneter Ausführung (Warmnietung) ist auch Kraftübertragung durch Kraftschluss anteilmässig oder vollständig möglich.

Nietverbindungen übertragen Kräfte und Momente (bei Momenten sind mehrere Niete erforderlich).

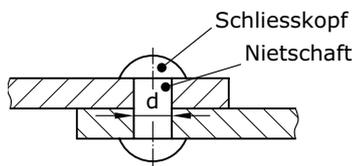


Bild (B001nivZ) Nietverbindung

2 Normung, Ausführung, Materialien

Die Abbildung (B002nivZ) stellt einige wichtige Nietarten dar. Nietköpfe weisen oft die gleichen Kopfformen wie Schrauben auf.

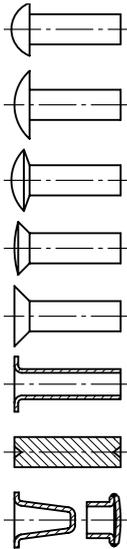


Bild (B002nivZ) Nietarten

2.1 Nietwerkstoffe

Nietwerkstoffe sollen gut umformbar sein und bestehen meist aus Stahl, Kupfer, Kupferlegierungen, Aluminium und Al-Legierungen. Der Werkstoff soll so gewählt werden, dass keine **Kontaktkorrosion** mit dem Bauteil auftritt und der Einfluss ungleicher Wärmedehnung beachtet wird.

Wenn die eine Seite der Nietung nicht zugänglich ist, werden **Blindnietssysteme** (Rohrniete, Sprengniete) eingesetzt, wobei der Niet mit einem Dorn verbunden ist, über welchen die Schliesskraft indirekt auf den Niet übertragen wird und der Dorn bei einer Sollbruchstelle abbricht.

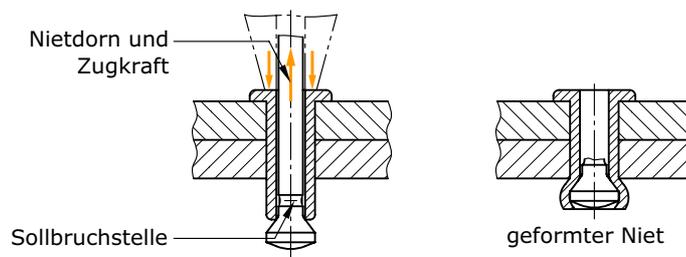


Bild (B003nivZ) Prinzip einer Blindnietung

2.2 Clinchen (Durchsetzfügen)

Clinchen (engl.: to clinch) ist ein relativ neues Verfahren, welches sich am Prinzip des Nietens anlehnt. Anstelle eines Niets wird umformtechnisch das eine Blechmaterial in das zweite eingeformt. Es entsteht dabei ein Formschluss ohne zusätzlich notwendige Füge­teile. Clinchen ist für Blechverbindungen geeignet.

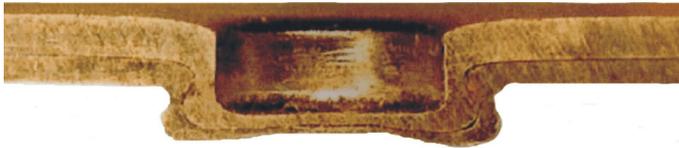


Bild (B004nivZ) Schliffbild eines St14 Clinchpunktes zwischen einem 1.5 mm und einem 1 mm Blech

Nieten werden selten einzeln verwendet, sondern meist in Gruppen: man unterscheidet einreihige, zweireihige oder mehrreihige Nietungen. Des Weiteren wird unterteilt in Überlappungs­nietung und Laschennietung und entsprechend der Anzahl Blechtrennstellen unterscheiden wir einschnittige und zweischnittige Verbindungen.

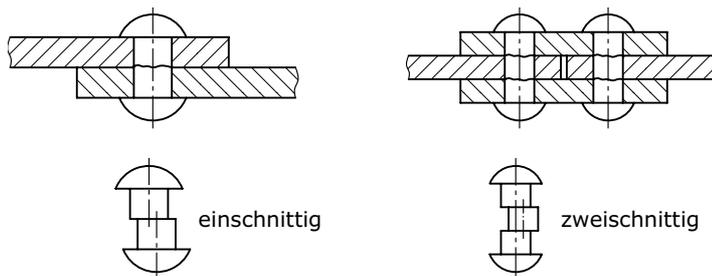


Bild (B005nivZ) Links: einreihige Überlappungs­nietung (einschnittig); rechts: zweireihige Laschennietung (zweischnittig)

Im Weiteren existieren eine Vielzahl unterschiedlicher Systeme, um mehrere Bleche oder Muttern mit Blechkomponenten zu verbinden. Siehe dazu Hersteller-Kataloge.

3 Anwendung und Eignung

Anwendungen

- Kraftverbindung im Stahlbau, Leichtmetallbau, Flugzeugbau, Bremsen, Kupplungen
- dichte Kraftverbindung im Kessel- und Rohrleitungsbau
- dichte Verbindung im Behälter- und Leitungsbau
- Heftverbindung an Blechteilen, Flugzeugbau, Fahrzeugbau

In weiten Anwendungsgebieten wurde die Nietverbindung durch die stoffschlüssigen Schweiß- und Klebeverbindungen verdrängt. Schweißverbindungen sind meist kostengünstiger, aber die damit einhergehenden Erwärmung kann für Werkstoffe kritisch sein!

Vorteile

- Keine Wärmebeeinflussung der Bauteile, wie z. B. Aufhärten oder Gefügewandlungen (Nieten wird aus diesem Grunde noch heute in sicherheitsrelevanten Teilen des Flugzeugbaus bevorzugt)
- kein thermisches Verziehen
- Anwendbar, wo Schweißen durch die Materialpaarung technisch nicht möglich ist: unterschiedliche Materialien, zu starke Blechdickenunterschiede, nicht schweisbare Werkstoffe
- bei schlechter Zugänglichkeit (Blindnieten)
- Verbindung ist u. U. notfalls lösbar durch Zerstören des Niets
- Niet ist gut kontrollierbar

Nachteile

- das Nieten ist vergleichsweise aufwändiger, kostenintensiver
- das Bauteil ist durch Löcher geschwächt
- die Kraftflüsse sind meist stark ausgelenkt und somit auch Kerbwirkungen vorhanden
- meist schwere Konstruktionen (z. B. kein **Stumpfstoss** möglich)
- hervorragende Nietköpfe
- lösen nur durch Abschleifen oder Abmeisseln der Köpfe möglich

4 Herstellung

- Zu verbindende Teile werden gebohrt und entgratet.
- Vorgefertigter Niet wird eingesetzt.
- Zu verbindende Teile werden zusammengefasst.
- Schliesskopf wird geschlagen. (Schlagen, Pressen, Taumeln)
- Stahlните mit mehr als 10 mm Durchmesser werden warm geschlagen.
- Kleinere Stahlните sowie Messing-, Kupfer- und Leichtmetall-nite werden kalt geschlagen.

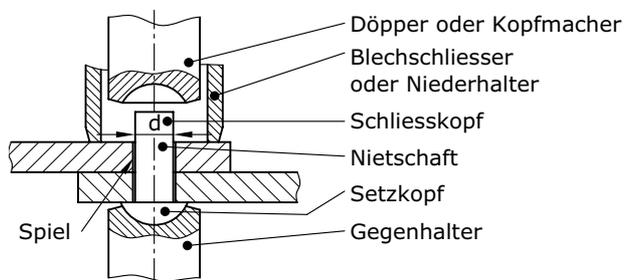


Bild (B006nivZ) Herstellung

4.1 Warmnietung

Der Niet wird im rotglühenden Zustand geschlagen. Beim Abkühlen verkürzt sich der Schaft und baut durch die Behinderung der Bauteile eine Längskraft (und somit Längsspannung bis dicht unter die Fließgrenze) auf. Diese bewirkt eine Normalkraft zwischen den Bauteilen und somit auch einen Kraftschluss (kraftschlüssige Nietverbindungen). Der Nietdurchmesser füllt nach dem Abkühlen das Nietloch nicht mehr vollständig aus und es entsteht, sobald der **Reibschluss** erschöpft ist, ein Schlupf. Im dynamischen Belastungsfall erfährt der vorgespannte Niet nur einen Teil der dynamischen Belastung. (wie Schraubenverbindung)

Die Übertragungskapazität des Niets durch Reibung ist nur schwierig berechenbar. Aus diesem Grunde wird im praktischen Fall der Niet auf Formschluss dimensioniert.

4.2 Kalt Nietung

Der Niet füllt durch Stauchen das Loch vollständig aus und erzeugt eine zusätzliche Lochpressung. Der erzielbare Reibschluss ist gering. Die Kraftübertragung erfolgt durch Formschluss.

5 Dimensionierung von Nietverbindungen

Die Kraftübertragung in Nietverbindungen kann kraft- oder formschlüssig erfolgen.

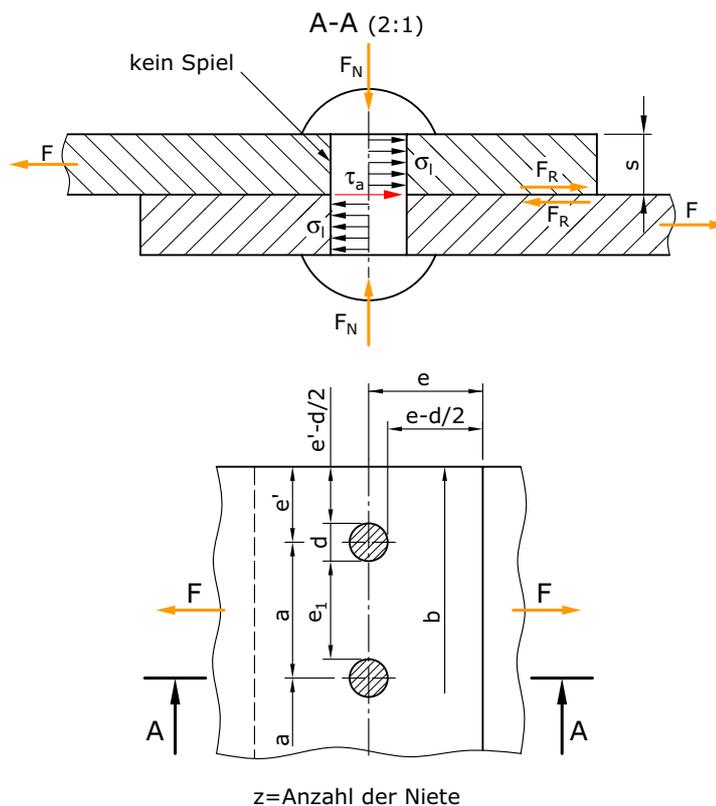


Bild (B007nivZ) Kraftübertragung einer Nietverbindung

Kraftübertragung

1. Der warmgeschlagene Niet steht infolge Schrumpfung unter der Vorspannkraft F_N . Die Reibkraft $F_R = F_N \mu_0$ ermöglicht die Übertragung der Kraft F .
⇒ Kraftschlüssige Nietverbindungen
2. Ist die Vorspannkraft F_N zu klein oder nicht vorhanden, z. B. da der Niet kalt geschlagen wurde und somit $F_R \approx 0$, dann wird die Kraft F durch **Leibungsdruck** σ_l und **Scherspannung** τ_a übertragen.
⇒ Formschlüssige Nietverbindungen

5.1 Entwurfsrichtlinien

Durch die Bohrungen für Niete werden die Bauteile (Bleche, Profile, Flacheisen) geschwächt. Der **Restquerschnitt** muss die Belastung übertragen. Man definiert das Schwächungsverhältnis:

$$V = \frac{A_n}{A} = \frac{\text{Nutzquerschnitt}}{\text{Vollquerschnitt}} = \frac{(b - z \cdot d) \cdot s}{b \cdot s} = \frac{b - z \cdot d}{b} \quad (1)$$

Da z und nicht d bekannt sind, setzt man beim Entwurf zunächst:

$$V = 0.7 - 0.85$$

Richtwerte für den Nietdurchmesser d' vor dem Schlagen

Stahlbau:

$$d': 1.3 s \leq d' \leq 3 s$$

Leichtmetallbau:

$$d': 1.5 s \leq d' \leq 2.5 s$$

Richtwerte für a und e , e'

Stahlbau und Kranbau:

$$a: 15 s \text{ bzw. } 6 d \geq a \geq d$$

$$e: 8 s \text{ bzw. } 4 d \geq e \geq 2 d$$

$$e': \geq \frac{1}{2} a$$

Leichtmetallbau:

$$a: 6 d \geq a \geq 2.5 d$$

$$e: \geq 2 d$$

$$e': \geq 2 d$$

bei unterschiedlichen Blechstärken ist s_{\min} einzusetzen.

5.2 Dimensionierung kraftschlüssiger Nietverbindungen

Kraftschlüssige Nietverbindungen werden v. a. im Kesselbau eingesetzt. Hier muss die Verbindung fest und dicht sein, es darf kein Gleiten auftreten. Daher muss die Bedingung eingehalten werden:

$$z \cdot F_R = z \cdot F_N \cdot \mu_0 \geq F \quad (2)$$

$$F_N = \sigma_z \cdot A_N = \sigma_z \cdot \frac{d^2 \pi}{4} \quad (3)$$

$$F_R = \mu_0 \cdot \sigma_z \cdot A_N = k_n \cdot A_N \quad (4)$$

Bei hellrot glühend geschlagenen Stahlnieten erreicht die Zugspannung nahezu die Fließgrenze. Damit wird:

$$k_n = \mu_0 \cdot \sigma_z \approx \mu_0 \cdot \sigma_F \quad (5)$$

Durch Werkstoff- und Bauvorschriften sind Maximalwerte für k_n festgelegt worden, z. B.:

$$k_n \leq 70 \text{ N/mm}^2 \text{ für Niete aus Ust 36-1 (S 235),}$$

$$k_n \leq 80 \text{ N/mm}^2 \text{ für Niete aus RSt 44-2 (S 275).}$$

Die Anzahl der erforderlichen Niete ergibt sich dann aus:

$$z = \frac{F}{A_N \cdot k_n} \quad (6)$$

Bei mehrschnittigen Verbindungen:

$$z = \frac{F}{A_N \cdot k_n \cdot n} \quad (7)$$

wobei: n = Schnittigkeit

Ist die Temperatur, bei welcher der Niet geschlagen wird, genau bekannt, lässt sich die Zugspannung im Niet berechnen.

Bei der Abkühlung des Niets tritt an die Stelle der Wärmeausdehnung eine elastische Dehnung, die sich etwa hälftig auf Niet und Blech verteilt.

Damit wird die elastische Dehnung des Niets:

$$\varepsilon_N = \frac{\alpha \cdot \Delta t}{2} = \frac{\alpha}{2} (t_s - t_u) \quad (8)$$

wobei:

t_s = Temperatur beim Schlagen

t_u = Umgebungstemperatur

α = Längenausdehnungskoeffizient

$$\varepsilon_N = \frac{\sigma_z}{E} \rightarrow \sigma_z = \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot E}{2} \leq \sigma_F \quad (9)$$

5.3 Dimensionierung formschlüssiger Nietverbindungen

Da die Zugspannung durch Wärmespannungen im Niet schwer zu erfassen ist, und Niete vielfach kalt geschlagen werden, berechnet man im Stahlbau, Maschinenbau und Leichtmetallbau Nietverbindungen meist als formschlüssige Verbindungen.

Die zulässigen Beanspruchungswerte sind so festgelegt, dass ein gewisser Kraftschlussanteil berücksichtigt ist.

Nietverbindungen werden auf

- Beanspruchung des Niets (Scherspannung, Flächenpressung) und auf
- Beanspruchung der Bauteile (Lochleibung, Normalspannung zwischen den Nieten, Scherspannung zum Rand, Biegebeanspruchung bei Überlappnietung) dimensioniert.

Die Biegebeanspruchung, welche im Niet zusätzlich vorhanden ist, wird bei Nietberechnungen vernachlässigt.

5.3.1 Beanspruchung der Niete

Scherspannung: (Einschnittig)

$$\tau_a = \frac{F}{A_N \cdot z} = \frac{F}{\frac{d^2 \pi}{4} \cdot z} \leq \tau_{azul} \quad (10)$$

Flächenpressung:

$$\sigma_l = \frac{F}{d \cdot s \cdot z} \leq \sigma_{lzul} \quad (11)$$

Bemerkung: Bei mehrschnittigen Laschenverbindungen mit u.U. unterschiedlichen s ergeben sich unterschiedliche Spannungswerte in den verschiedenen Querschnitten und Flächen.

Eine optimale Ausnutzung der Niete ergibt sich, wenn

$$\sigma_l = \sigma_{lzul} \text{ und gleichzeitig } \tau_a = \tau_{azul} \text{ ist.}$$

Dies ist der Fall, wenn d wie folgt bestimmt wird:

$$F_{Niet} = \tau_{azul} \cdot \frac{\pi}{4} d^2 = \sigma_{lzul} \cdot d \cdot s \quad (12)$$

$$d = 4 \cdot \frac{S}{\pi} \cdot \frac{\sigma_{lzul}}{\tau_{azul}} \quad (13)$$

Die erforderliche Anzahl Niete ergibt sich dann zu

$$z = \frac{F}{d \cdot s \cdot \sigma_{lzul}} \quad (14)$$

oder zu

$$z = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2 \cdot \tau_{azul}} \quad (15)$$

Bemerkung: Angaben für zulässige Festigkeitswerte siehe „[Zulässige Festigkeitswerte für Niete](#)“.

5.3.2 Beanspruchung der Bauteile

Die Bauteile (zu verbindende Teile, u. U. Laschen) werden verschiedentlich beansprucht:

Lochleibung

Identisch der Flächenpressung auf den Niet existiert als Reaktionskraft die Lochleibung in der Bohrung. Die Spannung ist demnach gleich gross:

$$\sigma_l = \frac{F}{d \cdot s \cdot z} \leq \sigma_{lzul} \quad (16)$$

Bei mehrschnittigen Verbindungen muss dies für jedes Bauteil F_i , s_i erfolgen.

Für σ_{lzul} können (falls identisches Material) dieselben Werte wie für den Niet eingesetzt werden.

Normalspannung (Reissen)

Das Bauteil ist durch die Bohrungen geschwächt und die Normalspannung im Blechteil zwischen den Nietbohrungen muss überprüft werden.

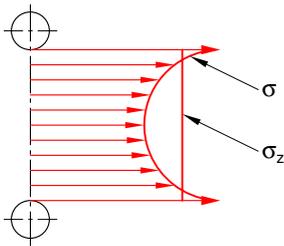
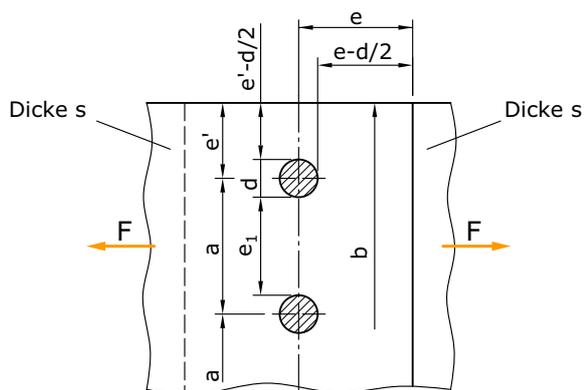


Bild (B009nivZ) Normalspannung im Blechteil



$z = \text{Anzahl der Niete}$

Bild (B008nivZ) Masse der Verbindung

Mit den Massbezeichnungen aus Bild (B008nivZ) wird die Normalspannung zwischen den Nietbohrungen (konstant modelliert):

$$\sigma_z = \frac{F}{(b - z \cdot d) \cdot s} \leq \sigma_{zul} \quad (17)$$

Scherspannung (Ausreißen)

Zwischen den Nieten und dem Blechrand muss sichergestellt werden, dass der Niet nicht ausreißt.

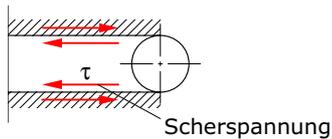


Bild (B010nivZ) Scherspannung zwischen Niet und Blechrand

Die Scherspannung beträgt:

$$\tau = \frac{F}{2 \cdot z \cdot e \cdot s} \leq \tau_{zul} \quad (18)$$

Bemerkung: Angaben für zulässige Festigkeitswerte siehe „Zulässige Festigkeitswerte für Niete“.

Biegebeanspruchung bei Überlappnietung

Bei Überlappnieten kommt zusätzlich zur Längsspannung σ_z noch eine Biegespannung der Blechteile hinzu:

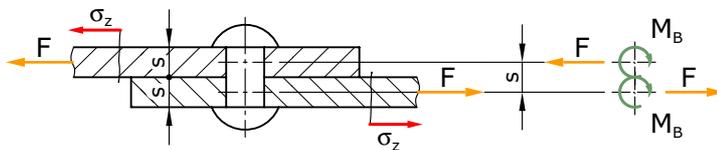


Bild (B011nivZ) Gestaltung einer Nietverbindung

$$M_b = \frac{F \cdot s}{2} \quad (19)$$

$$W_b = \frac{b \cdot s^2}{6} \quad (20)$$

$$\sigma_B = \frac{M_b}{W_b} = \frac{3 \cdot F \cdot s}{b \cdot s^2} = \frac{3 \cdot F}{b \cdot s} \quad (21)$$

$$\text{mit } \sigma_z = \frac{F}{b \cdot s} \text{ ist } \sigma_B = 3 \cdot \sigma_z \quad (22)$$

Praktisch wird σ_B geringer; $\sigma_B = 0.6 - 1.4 \sigma_z$ aus Messungen bekannt.

Das Biegemoment hat Verformung und Zugbelastung des Nietes zur Folge.

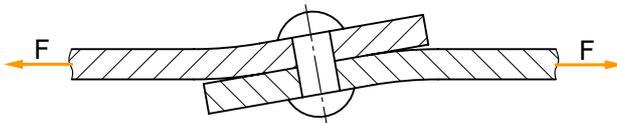


Bild (B012nivZ)

Korrekterweise müsste nun σ_z aus Zug und Biegung superponiert werden, und die maximale Normalspannung daraus mit der zulässigen Spannung verglichen werden. Dies erfolgt in der Praxis meist nicht, dafür werden die σ_{zul} entsprechend reduziert.

5.4 Dimensionierung momentenbelasteter Nietverbindungen

Ist eine Nietverbindung durch ein äusseres Moment oder durch ein äusseres Moment und eine Kraft belastet, so ist zu untersuchen, wie sich diese Belastung auf die einzelnen Niete verteilt.

Die Belastung des am höchsten beanspruchten Niets muss bestimmt und der Berechnung zugrunde gelegt werden.

Man bestimmt die Belastung aus Moment und Kraft getrennt und setzt sie zu einer Resultierenden zusammen.

In einem ersten Schritt werden die äusseren Kräfte und Momente auf den Flächenmittelpunkt der Nietgruppe reduziert. Von dort werden die Kräfte und Momente auf die einzelnen Schnitte der Niete verteilt. Bei den Kräften gehen wir davon aus, dass die Niete die Kraft gleichmässig verteilt übernehmen.

Das Moment bewirkt eine Verdrehung des angeschlossenen Bauteils um den Schwerpunkt des Nietbildes. Die Beanspruchung eines Niets ist proportional der an seinem Platz auftretenden relativen Verschiebung der Bauteile zueinander, diese ist wiederum proportional dem Abstand vom Drehpunkt.

Der Anteil des Moments pro Niet wird also als Einzelkraft modelliert, deren Betrag abhängig ist vom Abstand des Niets zum Mittelpunkt.

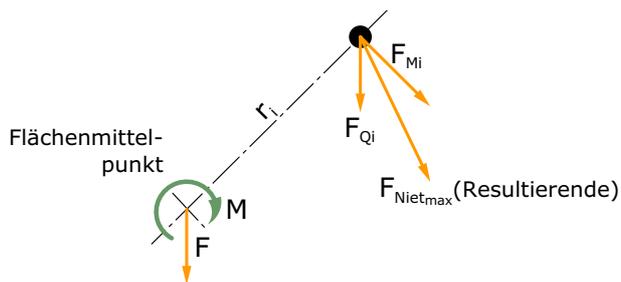


Bild (B013nivZ) Kräfte und Momente reduziert auf Flächenmittelpunkt und verteilt auf einzelnen Niet i

$$F_{Qi} = \frac{F}{Z} \quad (23)$$

$$F_{Mi} = \frac{M \cdot r_i}{\sum r_i^2} \quad (24)$$

$$\bar{F}_{Niet} = \bar{F}_{Qi} + \bar{F}_{Mi} \quad (25)$$

$$F_{Niet \max} = \max |\bar{F}_{Niet}| \quad (26)$$

Rechnerisch können zwei Fälle auseinandergehalten werden: Entweder sind alle Niete auf einem Teilkreis mit dem Radius r angeordnet oder nicht.

5.4.1 Niete auf einem Teilkreis angeordnet

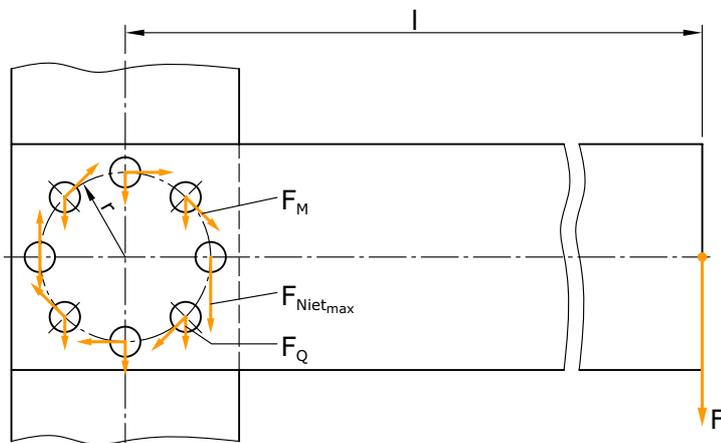


Bild (B014nivZ) Auf Teilkreis angeordnete Niete

Das Moment verteilt sich:

$$F_M = \frac{(F \cdot l) \cdot r}{r^2 \cdot z} = \frac{F \cdot l}{r \cdot z} \quad (27)$$

Die Kraft F verteilt sich:

$$F_Q = \frac{F}{z} \quad (28)$$

Dies sind die Einzelbelastungen auf einen Niet.

Die maximale Resultierende erhält derjenige Niet, bei dem die beiden Kräfte in dieselbe Richtung weisen (skalare Addition).

$$F_{\text{Niet}_{\text{max}}} = F_M + F_Q = \frac{F \cdot l}{r \cdot z} + \frac{F}{z} = \frac{F}{z} \left(1 + \frac{l}{r} \right) \quad (29)$$

5.4.2 Niete nicht auf einem Teilkreis angeordnet

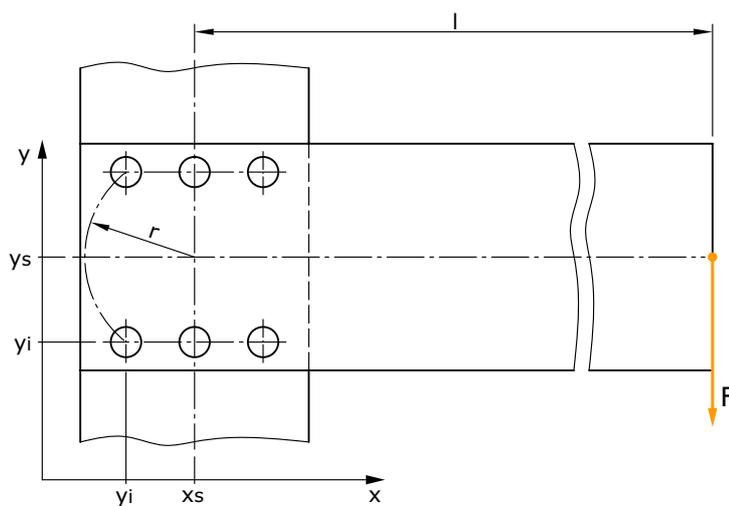


Bild (B015nivZ) Doppellaschen-Nietverbindung, $n = 2$

1) Schwerpunkt des Nietbildes bestimmen:

$$x_s = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z x_i \quad (30)$$

$$y_s = \frac{1}{z} \sum_{i=1}^z y_i \quad (31)$$

2) Schwerpunktsabstand r_i aller Niete bestimmen.

3) Nietbelastung aus dem Moment bestimmen:

$$F_{Mi} = \frac{M \cdot r_i}{\sum_z r_i^2} = \frac{F \cdot l \cdot r_i}{\sum_z r_i^2} \quad (32)$$

4) Nietbelastung aus der Querkraft bestimmen:

$$F_{Qi} = \frac{F}{z} \quad (33)$$

5) Es ist die grösste resultierende Nietkraft durch vektorielle Addition zu bestimmen.

$$\bar{F}_{\text{Niet}_{\max}} = \max |\bar{F}_{Mi} + \bar{F}_{Qi}| \quad (34)$$

Achtung: Richtung der Kräfte beachten!

Die Festigkeitsberechnungen sind dann wieder analog der Angaben in Kapitel „[Dimensionierung formschlüssiger Nietverbindungen](#)“.

5.5 Gestaltungsrichtlinien von Nietverbindungen

- Zugbeanspruchung des Niets wegen nicht sicher erfassbarer **Eigenspannung** möglichst vermeiden.
- Jedes Bauteil muss mit mindestens zwei Nieten angeschlossen werden, damit drehfeste Verbindung gewährleistet ist.
- Bei Überlappungsniertung Biegemoment beachten; es tritt in den Bauteilen Biegespannung und Verformung auf.
- Doppelaschennietung bevorzugen, da kein Biegemoment auftritt und ein günstigeres Schwächungsverhältnis erzielbar ist.
- Die Nietverbindung in Bild B016nivZ mit 2 x 5 Nieten ist das Schwächungsverhältnis für die Bauteile günstig, für Laschen ungünstig. Verstärkung der Laschen gegenüber dem Bauteil verursacht nur unwesentlichen Materialaufwand, siehe Bild (B016nivZ).
- Anhaltswert: $s_1 = s_2 \gg 0.7 - 0.8s$
- Mit Rücksicht auf Knickung des Niets beim Schlagen bei Doppelaschennietung und anderen mehrschichtigen Verbindungen Formel 35 wählen!
- Bei Fachwerken sollen **Nietlinien**, **Schwerlinien** der Stäbe und **Schwerachsen** der Nietbilder möglichst zusammenfallen, um zusätzliche Biegebeanspruchungen der Stäbe zu vermeiden, siehe Bild (B017nivZ).
 $L_1, L_2, L_3, L_4 =$ Netzlänge
Bezüglich der Schwerachse der Nietbilder ist diese Forderung bei U-Profilen und Flachstäben leicht zu erfüllen.
Bei Winkelprofilen muss meist davon abgewichen werden, da die Niete nicht dicht genug am hochstehenden Schenkel angebracht werden können.
- Nicht mehr als 6 Niete in Krafrichtung hintereinander vorsehen, da sonst nicht mehr mit gleichmässiger Aufteilung der Kraft gerechnet werden kann. Bei Wechsellast nicht mehr als 5 Niete vorsehen.
- L-Profile machen eventuell die Anordnung eines Beiwinkels erforderlich.

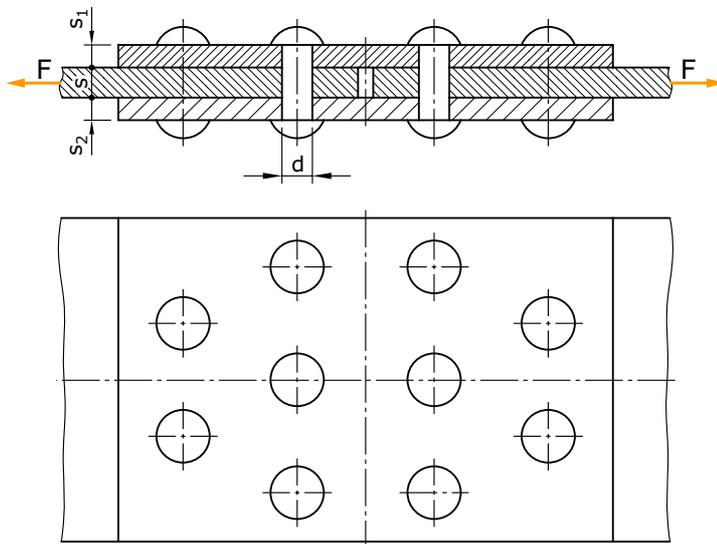


Bild (B016nivZ) Verbindung mittels Knotenblech

$$\sum s_i \leq 4 \cdot d$$

(35)

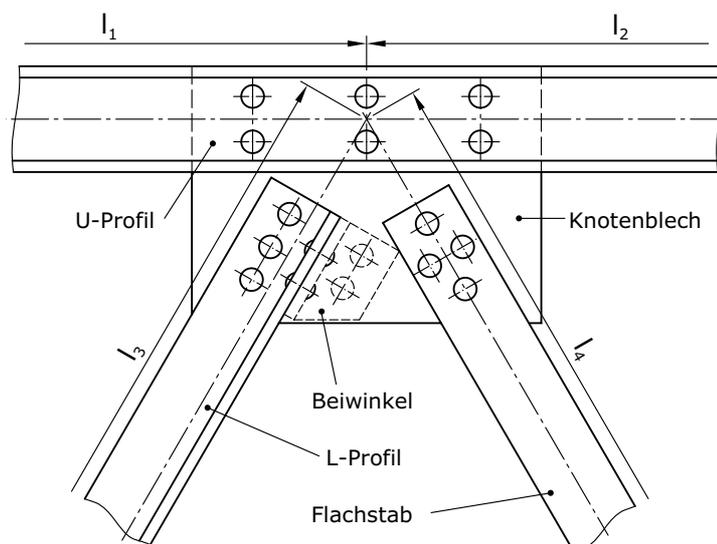


Bild (B017nivZ) Fachwerk mit Nietverbindungen

6 Zusammenfassung

Obwohl der Einsatz von Nieten in vielen Feldern reduziert wird, sind Nietverbindungen immer noch häufig anzutreffen und bei bestimmten Anwendungen nicht ersetzbar. Gegenüber Schweiß- und Klebeverbindungen haben Nieten oft Vorteile, z. B. ihre Kontrollierbarkeit oder die Möglichkeit, **heterogene** Materialpaarungen zu fügen. Nieten können notfalls gelöst werden und die Bauteile werden nicht thermisch belastet. Nieten sind jedoch relativ aufwendig, oft schwer und bewirkt mitunter durch die Nietlöcher eine Schwächung der Bauteile.

Nieten werden für Kraftverbindungen, dichte Verbindungen oder Heftverbindungen eingesetzt. Oft erlauben es Blindnieten, Bauteile an Stellen zu verbinden, die mit anderen Verfahren nicht zugänglich wären. Nieten werden warm oder kalt geschlagen, teils auch mit Spezialwerkzeugen gepresst oder getaumelt.

Kaltgeschlagene Nieten werden für formschlüssige Verbindungen benutzt, bei Warmnieten kann man auch einen Kraftschluss erreichen. Für den Entwurf von Nietverbindungen ist zu beachten, dass fast immer mehrere Nieten zusammen eine Verbindung sichern. Hierbei spielen die Anzahl Reihen, die Schnittigkeit der Verbindung und die Geometrie eine Rolle (Überlappnietung, Laschennietung, Benutzung von Beiwinkeln).

Bei der Dimensionierung werden meist formschlüssige Verbindungen angenommen. Der Niet ist also auf eine Beanspruchung durch Scherspannung und Flächenpressung auszulegen, während die Bauteile durch Lochleibung, Normalspannung zwischen den Nieten, Scherspannung zum Rand hin und Biegung bei Überlappnietung beansprucht werden. Zugbeanspruchung der Nieten ist zu vermeiden.

Verständnisfrage 1

Was ist der Unterschied und welche sind die Vor-/Nachteile einer Überlapp- bzw. Laschennietung?

Verständnisfrage 2

Was ist eine Blindnietung?

Verständnisfrage 3

Welche sind die wichtigsten Vorteile der Nietverbindung?

Verständnisfrage 4

Welche Nieten werden kalt geschlagen?

Verständnisfrage 5

Werden kaltgeschlagene Niete auf Kraftschluss oder Formschluss dimensioniert?

Verständnisfrage 6

Auf welche Beanspruchungen wird der Niet dimensioniert?

Verständnisfrage 7

Auf welche Beanspruchungen werden die Bauteile dimensioniert?

Verständnisfrage 8

Was ist der Nachteil einer Überlappnietung in Bezug auf Spannungen?

Antwort 1

Bei Überlappnietung werden die Bauteile direkt übereinander verbunden. Vorteil: wenig Material; Nachteil: Biegebeanspruchung von Niet und Bauteil.

Bei Laschennietung werden die Bauteile in Flucht angeordnet und mittels Laschen verbunden. Vorteil: keine Biegebeanspruchung, Kraft auf zwei Schnitte verteilt; Nachteil: mehr Bauteile, grösseres Gewicht.

Antwort 2

Falls die Verbindung nur auf einer Seite zugänglich ist, wird ein Hohl-
niet gesetzt und durch einen Dorn an der nicht zugänglichen Seite umgeformt.

Antwort 3

- keine Wärmebeeinflussung der Bauteile
- kein Verzug
- auch bei nicht schweisbaren Materialpaarungen möglich
- kontrollierbar

Antwort 4

- Stahlniet < 10 mm
- Leichtmetall- und Buntmetallniete

Antwort 5

- Formschluss

Antwort 6

- Flächenpressung und Schubbeanspruchung

Antwort 7

- Lochleibung
- Reißen durch Normalspannung zwischen Nieten
- Ausreißen durch Scherung vom Niet zum Rand
- Bei Überlappnietung zusätzlich auf Biegung

Antwort 8

Der Niet und als Reaktion die Bauteile erhalten zusätzlich ein Biegemoment und verformen sich. Eine weitere Konsequenz ist eine unerwünschte Zugbelastung des Nietes.

Relevante Cases

- „[Niet-Verbindung](#)“

Publikationsverzeichnis – Literatur

- [1] Binz, H.: Skriptunterlagen; Uni-Stuttgart
- [2] DIN 124 (1993): Halbrundniete. Nenndurchmesser 10 bis 36 mm; Beuth Verlag, Berlin
- [3] DIN 302 (1993): Senkniete. Nenndurchmesser 10 bis 36 mm; Beuth Verlag, Berlin
- [4] DIN 660 (1993): Halbrundniete. Nenndurchmesser 1 bis 8 mm; Beuth Verlag, Berlin
- [5] DIN 661 (1993): Senkniete. Nenndurchmesser 1 bis 8 mm; Beuth Verlag, Berlin
- [6] DIN 662 (1993): Linsenniete. Nenndurchmesser 1.6 bis 6 mm; Beuth Verlag, Berlin
- [7] DIN 674 (1993): Flachrundniete. Nenndurchmesser 1.4 bis 6 mm; Beuth Verlag, Berlin
- [8] DIN 675 (1993): Flachsenkniete (Riemenniete). Nenndurchmesser 3 bis 5 mm; Beuth Verlag, Berlin
- [9] DIN 7331 (1993): Hohlните zweiteilig; Beuth Verlag, Berlin
- [10] DIN 7340 (1993): Rohrniete aus Rohr gefertigt; Beuth Verlag, Berlin
- [11] DIN 7341 (1993): Nietstifte; Beuth Verlag, Berlin
- [12] Decker, Karl-Heinz (2000): Maschinenelemente. Funktion, Gestaltung und Berechnung; 15. Auflage, Carl Hanser Verlag

- [13] Niemann, Gustav; Winter, H. und Höhn, B. (2001): Maschinenelemente Band 1. Konstruktion und Berechnung von Verbindungen, Lagern, Wellen; 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York
- [14] Steinhilper, Waldemar und Röper, Rudolf (1996): Maschinen- und Konstruktionselemente Band 3: Elastische Elemente, Achsen und Wellen – Dichtungstechnik – Reibung, Schmierung, Lagerung; 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York

Publikationsverzeichnis – Weblinks

- www.bae.regional.co.uk/44.html

Publikationsverzeichnis – weitere relevante Dokumente

- [Checkliste Festigkeitswerte für Niete](#)

Lagerungen

Autor: Prof. Dr. Markus Meier

1 Überblick

Motivation

Die Räder ihres Fahrrades sind sowohl vorne als auch hinten in der Gabel bzw. der Nabe gelagert. Als Fahrer/-in haben sie unbewusst viele Erwartungen an diese Lager.

- Die Anlaufreibung wie auch die Reibung beim Fahren sollen gering sein.
- Die gesamte Lagerung soll leicht sein.
- Sie erwarten hohe Steifigkeit im Verschieben entlang und Kippen quer zur Achse.
- Die Lagerung soll langlebig sein.
- Die Wartung soll minimal, wenn nicht sogar unnötig sein.
- ...

Welcher Lagerungstyp, welche Anordnung der Lagerung wird sich eignen?



Bild (B000lagZ) Rear Freehub Shimano XTR (Quelle: <http://bike.shimano.com>)

Lernziele

Die Studierenden

- kennen die Klassierung der Lagerungstypen im Allgemeinen,
- überblicken die Eigenschaften der unterschiedlichen Lagerklassen der Wälzlager,
- verstehen bzw. interpretieren Einbauanordnungen und Passungen von Wälzlagern,
- sind in der Lage Wälzlager sowohl statisch als auch dynamisch zu dimensionieren,
- kennen verschiedene Schmierungs- und Dichtungskonzepte sowie

- die Klassierung und die wichtigsten Eigenschaften von Gleitlagern.

Einleitung

Lager dienen der Führung umlaufender Maschinenteile – Räder, Achsen, Wellen – in bezug auf ruhende Maschinenteile. In Erfüllung dieser Funktion übertragen sie Kräfte zwischen ruhenden und bewegten Maschinenteilen. Dies können äussere Kräfte als auch innere Kräfte, welche z. B. durch Wärmeausdehnung resultieren, sein.

Fasst man geradlinige Bewegungen als Rotationen um unendlich weit entfernte Mittelpunkte auf, so gehören auch Geradfürungen zu den Lagern.

Die Klassierung von Lagerungen erfolgt meist in:

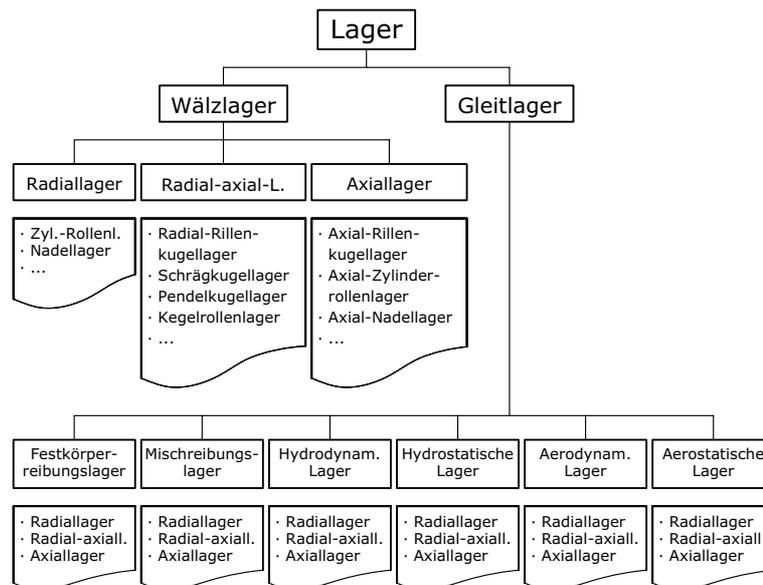


Bild (B001lagS) Systematische Einteilung der Lager

2 Wälzlager

Prinzipieller Aufbau

Wälzlager bestehen in der Regel aus einem Innenring, einem Außenring, mehreren **Wälzkörpern** und einem Käfig. Die Wälzkörper sind zwischen dem Innen- und Außenring angeordnet und rollen in den Laufbahnen der Ringe ab. Dabei werden sie von dem Käfig geführt und auf Abstand zueinander gehalten. Bild (B002lagS) verdeutlicht diesen prinzipiellen Aufbau eines Wälzlagers am Beispiel eines Rillenkugellagers.

Wälzlager werden meist als vollständige Baugruppen bestehend aus diesen Einzelteilen angeboten. In zunehmendem Maße werden auch Dichtungen und Schmierstoffe in die Lager integriert, so dass diese Elemente ebenfalls als Bestandteile der Lager anzusehen sind.

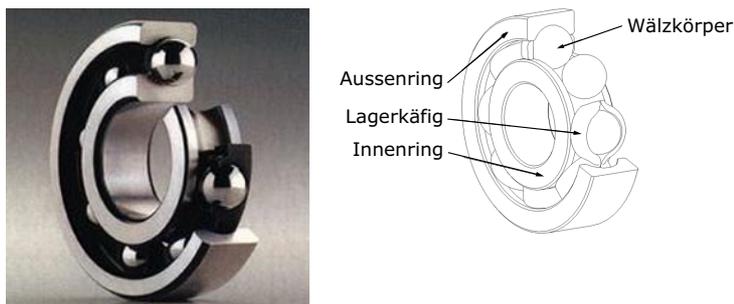


Tabelle (T001) mit Bild (B002lagS) Rillenkugellager und Bild (B003lagZ) Prinzipieller Aufbau eines Wälzlagers

Bis auf die Wälzkörper können bei einer Wälzlagerung alle oben aufgeführten Bestandteile entfallen. So kann z. B. bei geringem radialem Bauraum auf einen oder beide Lagerringe verzichtet werden. Laufbahnen und Borde müssen dann in die Welle bzw. das angrenzende Außenteil mit entsprechender Genauigkeit, Material- und Oberflächengüte integriert werden. Ein anderes Beispiel sind vollrollige Zylinderrollenlager, bei denen kein Käfig verwendet wird. Hierdurch wird es möglich, mehr Rollen im Lager unterzubringen und dadurch die radiale Tragfähigkeit zu erhöhen.

2.1 Wälzkörper

Als Wälzkörper dienen Kugeln, Rollen, Nadeln ...

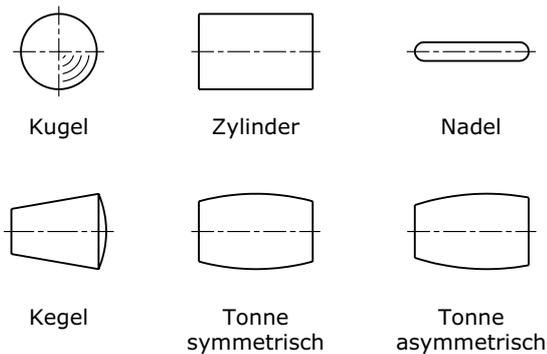


Bild (B004lagS) Wälzkörperformen

Die Wälzkörper haben die Aufgabe, Kräfte zwischen Innen- und Außenring zu übertragen. Um eine hohe Tragfähigkeit des Lagers zu erreichen, sind folgende Maßnahmen zweckmäßig:

- Möglichst viele und möglichst große Wälzkörper vorsehen!
- Kleine Toleranzen der Wälzkörper, dafür Wälzkörper nach Toleranzklassen sortieren und innerhalb eines Lagers nur Wälzkörper einer Toleranzklasse verwenden!
- Nadelrollen an den Enden leicht ballig ausführen, um Kanten tragen zu vermeiden!

Ein typischer Werkstoff für Wälzkörper und Ringe ist der niedrig legierte, durchhärtende Chromstahl 100Cr 6, Werkstoffnummer 1.3505.

Für Anwendungen bei höheren Temperaturen werden Vergütungsstähle eingesetzt, wie z. B. 44Cr2. Bei noch höheren Temperaturen werden warmfeste Stähle wie 80MoCrV4216 bevorzugt. Bei Anforderungen wie beispielsweise **Korrosionsfestigkeit** werden entsprechende Stähle eingesetzt, wobei jedoch reduzierte Belastbarkeit (a_2 , siehe später) beachtet werden muss. Im Weiteren existieren Lager aus Kunststoffen, **Keramik**, Glas, **Karbid**, etc. Siehe auch: [Wälzlager aus keramischen Materialien](#)

2.2 Lagerringe

Die Lagerringe führen die Wälzkörper in Drehrichtung. Die Axialkraftübertragung/Führung erfolgt durch Laufbahnritzen, Borde und schräge Laufbahnflächen, wie in Bild (B005lagS) ersichtlich.

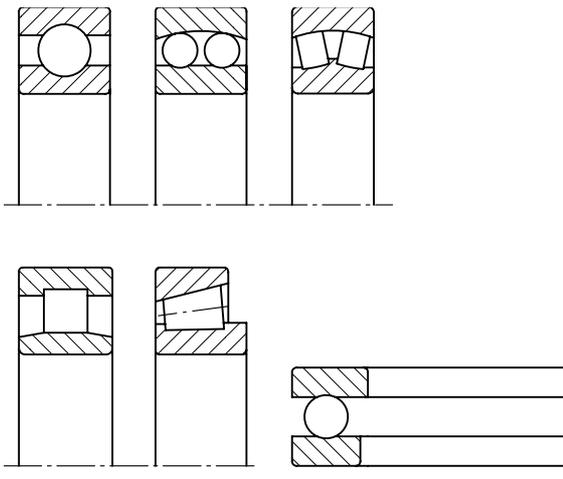


Bild (B005lagz) Lagerringe mit Laufflächen und Borden

Bei Zylinderrollenlagern und **Nadellagern** werden meistens nur an einem Ring Borde vorgesehen, so dass ein Ausgleich von Wellendehnungen im Lager möglich ist.

Bei zerlegbaren Wälzlagern, wie z. B. Vierpunkt- oder Kegelrollenlager, können beide Ringe getrennt und mit festen Passungen eingebaut werden.

2.3 Käfige

Die Käfige haben folgende Aufgaben:

- Wälzkörper voneinander getrennt halten, damit sie nicht aneinander reiben.
- Wälzkörper in gleichem Abstand halten, um gleichmäßige Lastverteilung sicherzustellen.
- Bei zerlegbaren Lagern das Herausfallen der Wälzkörper verhindern.
- Die Wälzkörper in der unbelasteten Zone des Lagers führen
- Käfige sollen *keine* Kräfte übertragen.

Nach ihrer Herstellungsart unterscheidet man Käfige in Blechkäfige (B110–111lagS) und Massivkäfige (B112–113lagS), die meist aus Messing, glasfaserverstärkten Kunststoffen oder Stahl gefertigt werden.



Bild (B110lagS)
a) Nietkäfig für Rillenkugellager



Bild (B111lagS)
b) Fensterkäfig für Pendelrollenlager



Bild (B112lagS)
a) Genieteteter Massivkäfig aus Messing für Rillenkugellager



Bild (B113lagS)
b) Fensterkäfig aus glasfaserverstärktem Polyamid für Zylinderrollenlager

Tabelle (T002) Bild 110Lags-111Lags:Blechkäfige aus Stahl, Bild112-113:Massivkäfige

2.4 Klassierung der Wälzlager

Für die verschiedenen Anforderungen stehen zahlreiche Wälzlagerbauarten mit genormten Hauptabmessungen zur Verfügung.

Wälzlager werden unterschieden nach:

- der Hauptbelastungsrichtung:
 - **Radiallager**: Nenndruckwinkel 0° – 45°
 - **Axiallager**: Nenndruckwinkel 45° – 90°
- Art der Wälzkörper:
 - Kugellager
 - Rollenlager

Bild (B008lagS) gibt einen Überblick über die wichtigsten Wälzlagerbauarten nach dieser Einteilung.

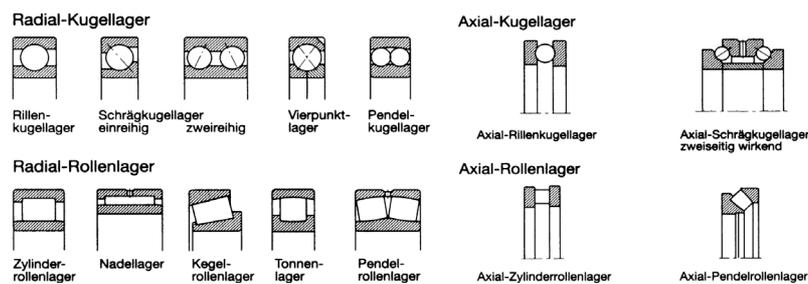


Bild (B008lagS) Wälzlagerbauarten [7]

Seitens der Anwendung von Kugel- und Rollenlagern ergibt sich ein wesentlicher Unterschied:

- Kugellager: geringere Belastbarkeit, höhere Drehzahleignung
- Rollenlager: höhere Belastbarkeit, geringere Drehzahleignung

2.5 Wälzlagerbauarten und Eigenschaften

Wälzlager gibt es in unterschiedlichsten Bauformen. Sie unterscheiden sich vor allem in den Wälzkörpern und der Ringgestaltung. Damit verbunden sind die unterschiedlichen Leistungs-Eigenschaften (Kräfteaufnahme, Drehzahl, ...). Im Folgenden sollen diese Eigenschaften in einer Übersichtstabelle zusammengefasst werden.

Lagerart	kegelige Bohrung										
	nicht zerlebar bzw. zerlegbar										
	Loslager										
	Festlager										
	zulässige Schiefstellung										
	Vibrations- und Stossbelastbarkeit										
	hohe Steifigkeit										
	geringes Reibmoment										
	geringes Geräuschniveau										
	hohe Laufgenauigkeit										
	hohe Drehzahl										
Rillenkugellager	4	3	4	4			1	<	>		
Schräggugellager	3	3	3	3				>			
Schräggugellager zweireihig	2	2		2	1			<	>		
Gepaarte Schräggugellager	3	3	1	1	2	2		<	>		
Pendelkugellager	2			1		0	3	<	>		>
Zylinderrollenlager Bemerkung: NU,N	4	3	1	1	2	2	1		<	>	
NJ-Zylinderrollenlager Bemerkung: NJ,NF	3	2	1		2	2		>		>	
NUP-Zylinderrollenlager Bemerkung: NUP, NP, NH	3	1	1		2	2		<		>	
Zylinderrrollenlager Zweireihig Bemerkung: NNU, NN	3	3	1		3	2		<	>	>	>
Nadellager	3		1		2	2			<	>	
Kegelrollenlager Bemerkung: Paarweise	3	3		2	2	1	>		>		
Axialrillenkugellager	1	1					0	>		>	
Axialrillenkugellager mit Unterlegscheibe	1						3	>		>	
Axialschräggugellager zweireihig	3	3			2	0	0	<		>	
Axialzylinderrollenlager	1				3	3	0	>		>	
Axialpendelrollenlager und Axialnadellager	1				3	3	3	>		>	
Pendelrollenlager	2				3	3	3	<	>		>

Bild (B094lagZ) Wälzlagerauswahl (NTN-Wälzlager, www.hydrrel.ch);

4, 3, 2, 1: abnehmend geeignet; 0: ungeeignet!

<>: Axiale Verschiebbarkeit in beiden Richtungen möglich

>: Axiale Verschiebbarkeit nur in einer Richtungen möglich

Im Lauf der Lagerentwicklung wurden von Lagerherstellern ausser einer Reihe grundsätzlicher Lagerbauformen für jede Bauform noch eine Vielzahl Varianten entwickelt, wie z. B. Lager mit verschiedenen Lagerdichtungen, mit Ringnut für **Sprengringe** und mit verschiedenen breiten Wälzringen. Nachfolgend werden nur die grundsätzlichen Bauformen beschrieben. Varianten sind aus den Firmenkatalogen zu entnehmen.

2.5.1 Rillenkugellager einreihig

Das einreihige Rillenkugellager stellt wegen seiner hohen radialen und axialen Tragfähigkeit und seiner Eignung für höchste Drehzahlen die am häufigsten verwendete Lagerbauform dar. Es ist nicht zerlegbar und nur in geringem Masse einstellbar, so dass eine ausreichende **Flucht**genauigkeit der Lagersitzstellen gefordert werden muss.



Bild (B009lagS) Rillenkugellager

Eigenschaften

- nehmen radiale und axiale Kräfte auf
- sind für hohe Drehzahlen geeignet
- sind nicht zerlegbar
- vielseitig verwendbar
- preiswert
- ist die am meisten verwendete Lagerbauart
- mit berührungslosen Dichtungen (ZR-Deckscheiben)
- mit berührenden Dichtungen (RSR-Dichtscheiben) lieferbar

2.5.2 Rillenkugellager zweireihig

Das zweireihige Rillenkugellager nimmt bei gleichen Ringdurchmessern noch grössere radiale und axiale Kräfte auf als das einreihige Rillenkugellager, bei etwas tiefer liegender Drehzahlgrenze. Es ist nicht geeignet, Winkelfehler auszugleichen und kommt deshalb bei der Lagerung biegeweicher Wellen und/oder in weichen Strukturen nicht in Frage.

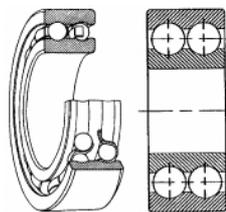


Bild (B010lagZ) Doppelreihiges Rillenkugellager

2.5.3 Schulterkugellager

Der Innenring hat die gleiche Geometrie wie der des Rillenkugellagers. Der Aussenring hat nur eine Schulter; im tiefsten Punkt geht die Rille in eine zylindrische und anschliessend in eine nach aussen sich öffnende, konische Laufbahn über, wodurch das Lager zerlegbar ist. Schulterkugellager sind radial und in einer Richtung axial belastbar. Sie werden paarweise eingebaut und mit geringem Spiel gegeneinander angestellt. Schulterkugellager werden im Allgemeinen nur in kleineren Abmessungen hergestellt.

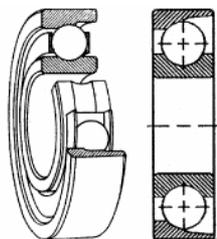


Bild (B011lagZ) Schulterkugellager

2.5.4 Schrägkugellager einreihig

Bei diesem Lager verläuft die Richtung der Kräfte (**theoretische Wirklinie**) zwischen Kugeln und Wälzbahnen unter einem Winkel von 20° und mehr zur Radialebene. Schrägkugellager sind nur in einer Richtung axial belastbar; in dieser Richtung sind sie jedoch höher belastbar als Rillenkugellager. Sie werden überwiegend dort verwendet, wo bei höheren Drehzahlen grössere Axialbelastungen aufzunehmen sind. Sie werden in der Regel paarweise eingebaut und gegeneinander angestellt. Schrägkugellager sind nicht zerlegbar.

Eine Variante des Schrägkugellagers ist das **Spindellager**, welches vor allem für die Lagerung schnell laufender Arbeitsspindeln von Werkzeugmaschinen entwickelt wurde. Es unterscheidet sich von den normalen Schrägkugellagern durch den Druckwinkel, die Toleranzklasse und die Käfigausführung.

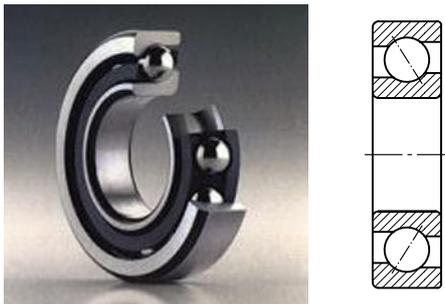


Bild (B012lagS) Einreihiges Schrägkugellager

Eigenschaften

- nehmen Axialkräfte nur in einer Richtung auf
- werden normalerweise gegen ein zweites, spiegelbildlich angeordnetes Lager angestellt
- sind nicht zerlegbar
- besondere Ausführung: Spindellager v.a. für schnelllaufende Arbeitsspindeln von Werkzeugmaschinen (hohe Genauigkeit und spezielle Käfigausführung)

2.5.5 Vierpunktlager

Vierpunktlager gehören geometrisch zur Lagerbauart der einreihigen Schrägkugellager. Es nimmt jedoch Axialkräfte in beiden Richtungen auf. Seine Tragfähigkeit ist wesentlich höher als die des einreihigen Schrägkugellagers. Die Kontur der Laufbahnen von Innen- und Außenring besteht aus Kreisbögen, die Spitzbögen bilden. Der Innenring der Vierpunktlager ist geteilt, wodurch sich eine grosse Anzahl von Kugeln unterbringen lässt.

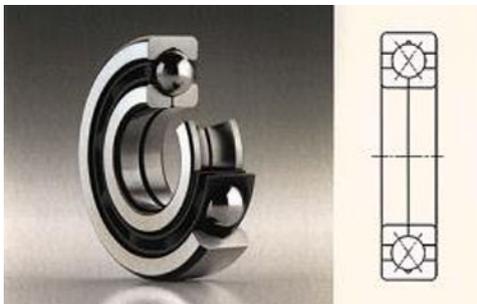


Bild (B013lagS) Vierpunktlager

Eigenschaften

- Zählen zu den einreihigen Schrägkugellagern, die Axialkräfte in beide Richtungen und geringe Radialkräfte aufnehmen.
- Der Innenring ist geteilt: Dadurch lassen sich viele Kugeln unterbringen.
- Der Außenring mit Kugelkranz und die Innenringhälften können getrennt eingebaut werden.

2.5.6 Schrägkugellager zweireihig

Zweireihige Schrägkugellager entsprechen in ihrem Aufbau einem Paar von zwei einreihigen Schrägkugellagern. Im Anlieferungszustand haben sie kein oder nur geringes Lagerspiel. Daher sind zu enge Einbaupassungen zu vermeiden. Die zweireihigen Schrägkugellager zeichnen sich durch hohe radiale und axiale Belastbarkeit aus und sind besonders geeignet für starre axiale Führung.

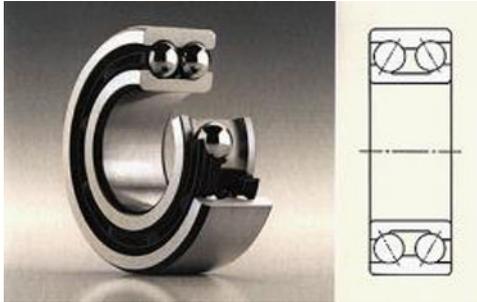


Bild (B014lagS) Zweireihiges Schrägkugellager

2.5.7 Pendelkugellager

Beim Pendelkugellager ist die Wälzbahn im Aussenring kugelig geschliffen. Dadurch ist das Lager pendelnd einstellbar und somit unempfindlich gegen Wellendurchbiegung und Fluchtfehler bis $\sim 4^\circ$. Die ungünstigen Berührungsverhältnisse der Kugeln am Aussenring werden durch eine grosse Kugelzahl nahezu ausgeglichen, so dass das Lager nur eine etwas geringere Tragfähigkeit hat als ein Rillenkugellager mit den gleichen Abmessungen.

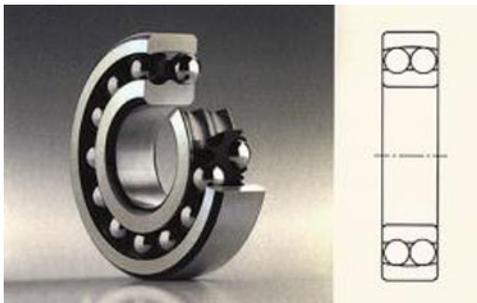


Bild (B015lagS) Pendelkugellager

Eigenschaften

- zweireihiges Lager mit hohlkugeliger Außenringbahn
- winkeleinstellbar
- unempfindlich gegen Fluchtfehler, Wellendurchbiegungen und Gehäuseverformungen
- nicht zerlegbar

2.5.8 Zylinderrollenlager mit vorwiegend radialer Belastung

Zylinderrollenlager können hohe radiale Kräfte, jedoch geringere bis keine Axialkräfte, eher nur noch als Führungskräfte zu bezeichnen, aufnehmen.

Die Rollen und Wälzbahnen (Rollbahnen) von Zylinderrollenlagern sind in ihrer Grundform zylindrisch. Sie können auch schwach ballig geschliffen werden, wodurch die Lager in geringem Masse einstellbar werden. Je nach Vorhandensein und Anordnung der Borde an den Laufringen und – in besonderen Fällen – der Verwendung von Winkelringen, werden die Lager nach Bauarten (entsprechend untenstehenden Abbildungen) unterschieden in:

- Die Bauarten N (Aussenring ohne Borde) und NU (Innenring ohne Borde) werden als Loslager eingesetzt und können keine Axialkräfte aufnehmen.
- Die Bauart NJ (Innenring mit nur einem Bord) wird als Stützlager (Axialkraft nur in Bordrichtung aufnehmbar) unter Zusatz eines Winkelringes HJ als Festlager verwendet.
- Die Bauart NUP (Aussen- und Innenring jeweils mit Bord) wird als Festlager verwendet und kann in beiden Richtungen Axialkräfte aufnehmen.

Sämtliche Bauformen des Zylinderrollenlagers haben eine hohe radiale Tragfähigkeit. Zylinderrollenlager sind zerlegbar und erleichtern dadurch in vielen Fällen den Ein- und Ausbau und erlauben auch bei eng eingepassten Laufringen einen Längenausgleich zwischen Welle und Gehäuse. Sie werden „austauschbar“ und „nicht austauschbar“ hergestellt. Bei der austauschbaren Ausführung können die abziehbaren Ringe gleicher Lager beliebig untereinander ausgetauscht werden.

Für bestimmte Konstruktionen stehen auch Zylinderrollenlager zur Verfügung, deren **Rollenkranz** unmittelbar auf der gehärteten Welle oder direkt auf der gehärteten Gehäusebohrung läuft (Zylinderrollenkranze).

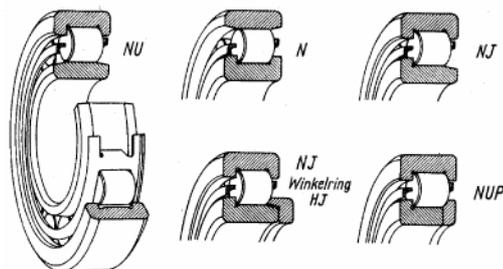


Bild (B016lagZ) Rollenlager unterschiedlichster Ausführung

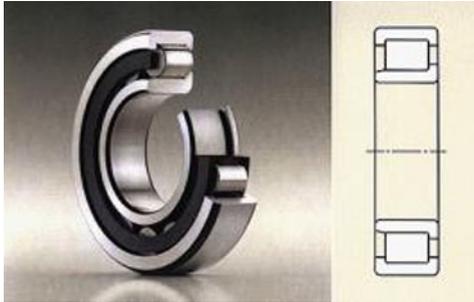


Bild (B017lagS) Zylinderrollenlager

Eigenschaften

- zerlegbar
- beide Ringe können fest gepasst werden
- verschiedene Ausführungen unterscheiden sich durch die Anordnung der Borde
- radial sehr hoch belastbar
- Axialbelastung nur bei NUP oder NJ möglich
- vollrollige Zylinderrollenlager eignen sich für besonders hoch beanspruchte Lagerstellen und niedrige Drehzahlen

2.5.9 Kegelrollenlager

Die Laufflächen der Rollkörper und Ringe sind Kegelmantelflächen. Der Rollkörperkranz wird am hohen Bord des Innenringes geführt. Kegelrollenlager sind hoch belastbar, radial und einseitig axial belastbar und erlauben eine feinfühligere Regulierung des Spiels. Die Zerlegbarkeit der Lager ermöglicht einen einfachen Ein- und Ausbau. Kegelrollenlager werden gewöhnlich paarweise eingebaut.

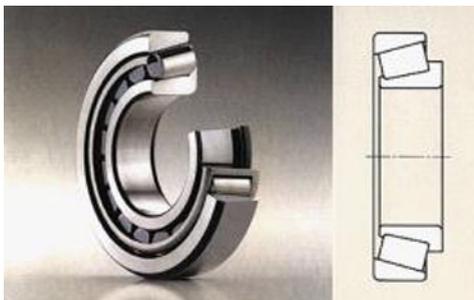


Bild (B018lagS) Kegelrollenlager

Eigenschaften

- zerlegbar
- IR und AR können getrennt eingebaut werden
- axiale Kräfte nur in eine Richtung möglich
- normalerweise zweites, spiegelbildlich angeordnetes Kegelrollenlager zur Gegenführung erforderlich
- höhere Tragfähigkeit bei geringeren Drehzahlen als Schrägkugellager

2.5.10 Tonnenlager einreihig

Die Wälzbahn im Aussenring von einreihigen Tonnenlagern ist kugelig geschliffen. Die Rollen sind tonnenförmig. Dadurch ist das Lager unempfindlich gegen Fluchtfehler und kann sich auf Wellendurchbiegung einstellen. Es kann sehr hohe, auch stossartig wirkende Radialkräfte aufnehmen; die axiale Tragfähigkeit ist dagegen gering.

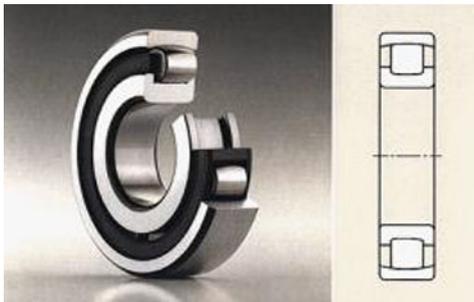


Bild (B019lagS) Tonnenlager

Eigenschaften

- einreihiges, winkeleinstellbares Rollenlager
- besonders geeignet für hohe radiale Belastungen (auch stoßartig) und Ausgleich von Fluchtfehlern
- robuste Konstruktion
- axiale Tragfähigkeit gering
- nicht zerlegbar
- können um 4° aus Mittellage geschwenkt werden

2.5.11 Pendelrollenlager zweireihig

Das Pendelrollenlager hat wie das einreihige Tonnenlager eine kugelige Wälzbahn im Aussenring und tonnenförmige Rollkörper, deren Achsen jedoch zur Wellenachse geneigt sind. Dadurch können Pendelrollenlager neben hohen Radialkräften auch Axialkräfte in beiden Richtungen übertragen. Die Lager sind pendelnd einstellbar, unempfindlich gegen Fluchtfehler und für schweren Betrieb geeignet.

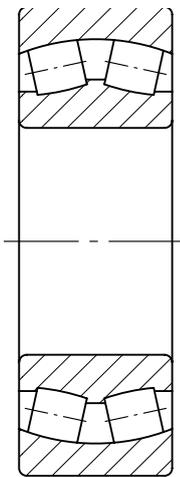


Bild (B020lagZ) Pendelrollenlager

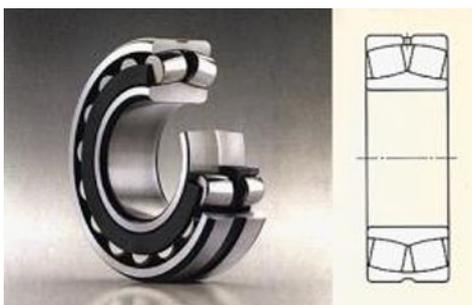


Bild (B021lagS) Pendelrollenlager

Eigenschaften

- für schwerste Beanspruchungen geeignet
- 2 Reihen symmetrischer Tonnenrollen, die sich in hohlkugeligem AR-Laufbahn zwanglos einstellen

- gleichen Fluchtfehler und Wellendurchbiegungen aus
- in Folge enger Anschmiegung zwischen Rollen und Laufbahnen gleichmäßige Spannungsverteilung und hohe Tragfähigkeit

2.5.12 Nadellager

Das Nadellager besteht aus einem oder zwei Laufringen (nur Aussenring oder Aussenring mit Innenring) und dem Nadelkranz mit einem Käfig, der eine grosse Anzahl Nadelrollen führt und gegen Herausfallen sichert. Es hat eine hohe radiale Tragfähigkeit bei geringer Bauhöhe. Axiale Tragfähigkeit ist nicht vorhanden.

Eine Variante des Nadellagers ist der nur in einem Käfig gehaltene und geführte ein- oder zweireihige Nadelkranz. Er läuft direkt auf der Welle und im Gehäuse, wodurch die Anforderungen an das Material und die Oberflächenhärte von Welle und Gehäuse sehr hoch sind (siehe Wellenmaterial).

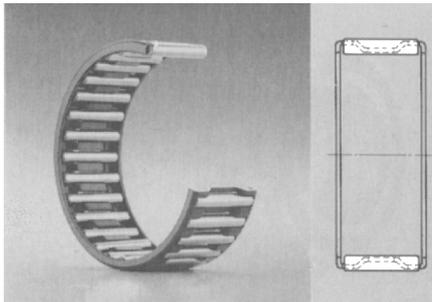


Bild (B022lag5) Nadellager

Eigenschaften

- als **Loslager** einsetzbar
- zerlegbar
- hohe Tragfähigkeit bei geringer Bauhöhe
- Außenring kann Schmiernut und Schmierbohrung besitzen

2.5.13 Axial-Rillenkugellager

Axial-Rillenkugellager sind in axialer Richtung hoch belastbar. Radialkräfte können von diesen Lagern nicht aufgenommen werden.

Der Kugelkranz der Axial-Rillenkugellager läuft zwischen einer sogenannten **Wellenscheibe** und einer **Gehäusescheibe**. Die Laufrillen dieser Scheiben sind so angeordnet, daß die Richtung der Kräfte zwischen Kugeln und Laufbahnen parallel zur Lagerachse verläuft. Die Lager sind mit Rücksicht auf die Zentrifugalkräfte der Kugeln nur für einen begrenzten Drehzahlbereich geeignet. Die gebräuchlichen Bauformen weisen Scheiben mit ebenen Auflageflächen auf und erfordern deshalb eine winkelrechte Lage der Auflageflächen an Welle und Gehäuse. Daneben gibt es für einen beschränkten Anwendungsbereich auch Lagerreihen mit kugeligen Gehäusescheiben und Unterlagsscheiben zum Ausgleich von Winkelfehlern.

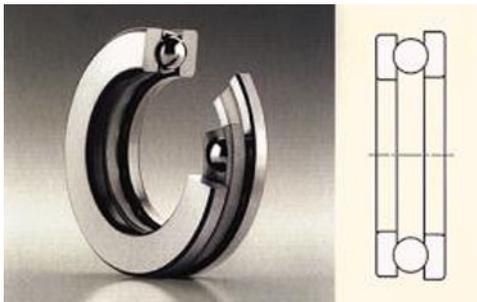


Bild (B023lagS) Axial-Rillenkugellager

Eigenschaften

- nur für rein axiale Belastung geeignet

2.5.14 Axial-Zylinderrollenlager



Bild (B024lagS) Axial-Zylinderrollenlager

Eigenschaften

- starre, sehr tragfähige und relativ stoßunempfindliche Lagerungen
- keine Radialkräfte möglich
- axiale Mindestkraft
- nicht winkeleinstellbar
- zerlegbar

2.5.15 Axial-Pendelrollenlager

Das Axial-Pendelrollenlager zeichnet sich durch seine hohe axiale Tragfähigkeit aus. Wegen der schräg zur Wellenachse verlaufenden Druckrichtung kann es auch beträchtliche Radialkräfte aufnehmen. Die Wälzbahn der Gehäusescheibe ist kugelig, die Wälzkörper sind tonnenförmig. Dadurch kann sich das Lager pendelnd einstellen und ist somit unempfindlich gegen Fluchtfehler.

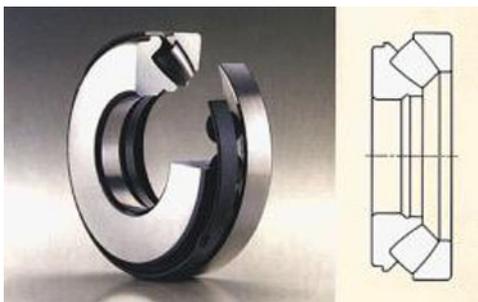


Bild (B025lagS) Axial-Pendelrollenlager

Eigenschaften

- für große Axialkräfte und relativ hohe Drehzahlen geeignet,
- auch radial belastbar (max. 55% der Axialkraft),
- unsymmetrische Tonnenrollen
- gleichen Winkelfehler aus (max. 3°)

2.5.16 Lineare Wälzlagerführung

Für Aufgaben der Linearführung können gleichsam Wälzlager verwendet werden, unterteilt in

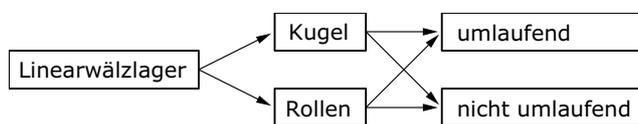


Bild (B026lagZ) Einteilung der linearen Wälzlager

Bei den nicht umlaufenden Lösungen macht der Kugelkranz den halben Weg der Kugelhülse und der Hub ist somit begrenzt. Diese Lager sind entsprechend für kürzere Wege geeignet. Die umlaufenden Kugeln bzw. Rollen sind in einem Käfig mit integrierter Rückführung der Wälzkörper. Diese konstruktive Lösung ergibt grössere Lager-schuhe. Diese axialen Lagerungen sind sehr genau und hoch belastbar.

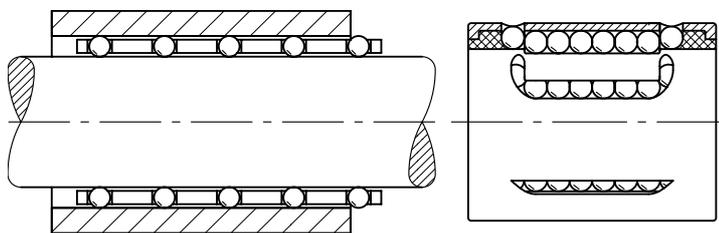


Bild (B027lagZ) Linear-Wälzlager mit Kugeln; links: nicht umlaufend rechts: umlaufend

2.6 Wälzlager aus keramischen Materialien

Keramische Werkstoffe bieten aufgrund ihrer spezifischen Eigenschaften große Vorteile für Bauteile schnellaufender Wälzlager. Tabelle T004lagS zeigt dies anhand eines Vergleichs Stahl zu Siliziumnitrid.

Wälzlagerwerkstoff	Stahl	Siliziumnitrid
Druckfestigkeit	880	3000
Zugfestigkeit [MPa]	800	800
Elastizitätsmodul [Gpa]	210	310
Härte [HV 10]	700	1700
Spezifischer Widerstand [Ωcm]	$25 \cdot 10^{-8}$ (Leiter)	10^{14} (Nichtleiter)
Dichte [g/cm^3]	7,7	3,2
Wärmedehnungskoeffizient [$10^{-6} \cdot \text{K}^{-1}$]	12	30

Tabelle (T004lagS) Vergleich Wälzlagerwerkstoff Stahl – Siliziumnitrid

Durch die wesentlich geringere Dichte der Keramik können die Fliehkräfte der Wälzkörper deutlich verringert werden.

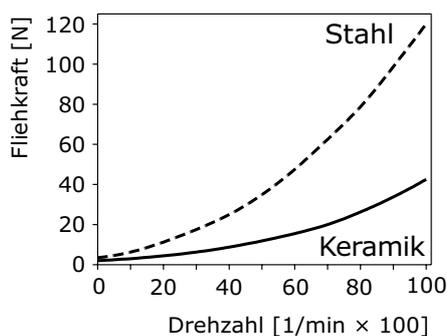


Bild (B028lagS) Fliehkräfte in Stahl- und Keramik-Lager

Es werden verschiedene Lager-Bauformen mit keramischen Bauteilen und den daraus resultierenden Vorteilen angeboten:

- Vollkeramiklager:
 - Laufringe und Wälzkörper aus Keramik,
 - geringes Gewicht,
 - für sehr hohe Drehzahlen geeignet,

- gute Korrosionsbeständigkeit,
- nicht magnetisch,
- widerstandsfähig bis 1000 °C.
- **Hybridlager:**
 - Laufringe aus Stahl, Wälzkörper aus Keramik,
 - für sehr hohe Drehzahlen geeignet,
 - sehr verschleißfest,
 - elektrisch nicht leitend,
 - Speziallager für Temperaturen bis 500 °C,
 - Lebensdauer bis zehnmal länger als Stahllager.

2.7 Anordnung, Gestaltung und Einbau von Wälzlägern

Axiale Festlegung der Lager

Bei der axialen Festlegung der Lager ist darauf zu achten, dass die Abstände der Lagersitze auf der Welle und im Gehäuse wegen Fertigungstoleranzen häufig nicht exakt übereinstimmen. Darüber hinaus kann Erwärmung im Betrieb zu Abstandsveränderungen führen. Die Lagerung muss so gestaltet werden, dass trotz dieser Einflüsse keine unzulässigen axialen Verspannungen oder zu großes Axialspiel der Lager entstehen.

Unter dem Gesichtspunkt der axialen Führung der Wellen unterscheidet man:

- Fest-Loslagerung: exaktere Konstruktion, Welle ist in axialer Richtung praktisch spielfrei.
- Angestellte Lagerung (Stütz-Traglagerung): kostengünstigere Konstruktion, Lagerspiel oder Vorspannung ist einzustellen, geringes Spiel oder spielfrei.
- Schwimmende Lagerung: kostengünstigste Konstruktion, Welle hat axiales Spiel, häufig leichter montierbar.

Fest-Loslagerung

Loslager:

- hat keine Führungsaufgabe in axialer Richtung,
- ermöglicht axiale Bewegung durch Gleitbewegungen der Lagerringe im Gehäuse, auf der Welle oder durch axiale Relativbewegung zwischen Wälzkörpersatz und Laufbahn bei Zylinderrollenlagern und Nadellagern,
- nimmt Radialkräfte auf,
- Zahl der Loslager auf einer Welle wird nur durch statische Überlegungen beschränkt, normalerweise nur ein Loslager.

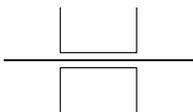


Bild (B029lagZ) Symbole für Loslager

Loslager durch Gestalt realisiert: Die axiale Verschiebung erfolgt zwischen Innenring und Wälzlager.

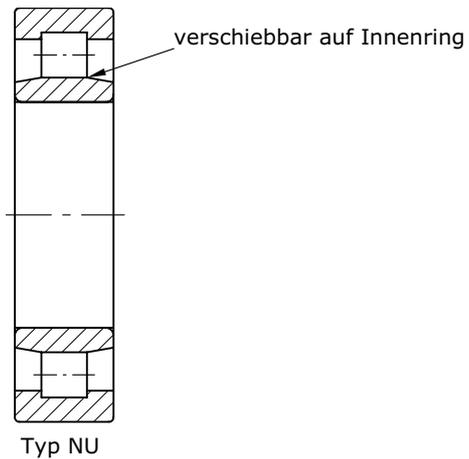


Bild (B030lagZ) Loslager durch Gestalt (Lagertyp) realisiert, z.B. Zylinderrollenlager

Loslager durch Gestaltung der **Wirkflächen**: die axiale Verschiebbarkeit ist durch Schiebsatz zwischen Aussenring und Gehäusebohrung realisiert

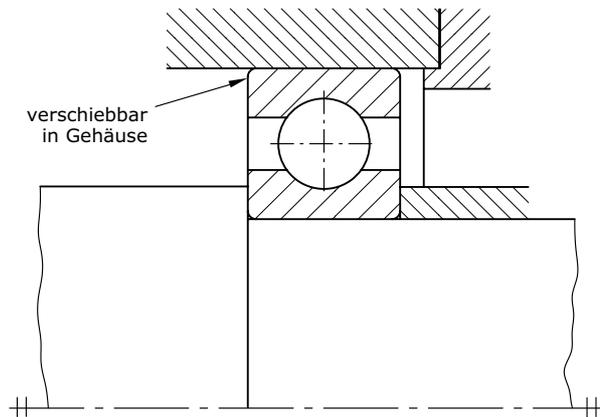


Bild (B031lagZ) Loslager durch Gestalten der Wirkflächen realisiert

Festlager:

- Führt die Welle axial in beide Richtungen.
- Nimmt Radial- und Axialkräfte auf.
- Bei Fest-Loslagerung nur ein Festlager auf der Welle (Axialverspannungen, z.B. durch thermische Ausdehnung vermeiden).



Bild (B032lagZ) Symbole für Festlager

Festlager durch Gestalten der Wirkfläche:

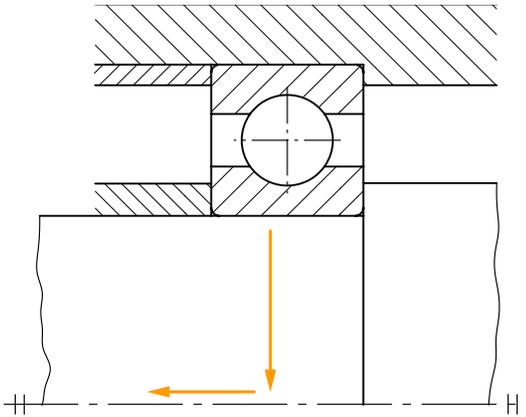


Bild (B033lagZ) Festlager durch Gestalten der Wirkfläche

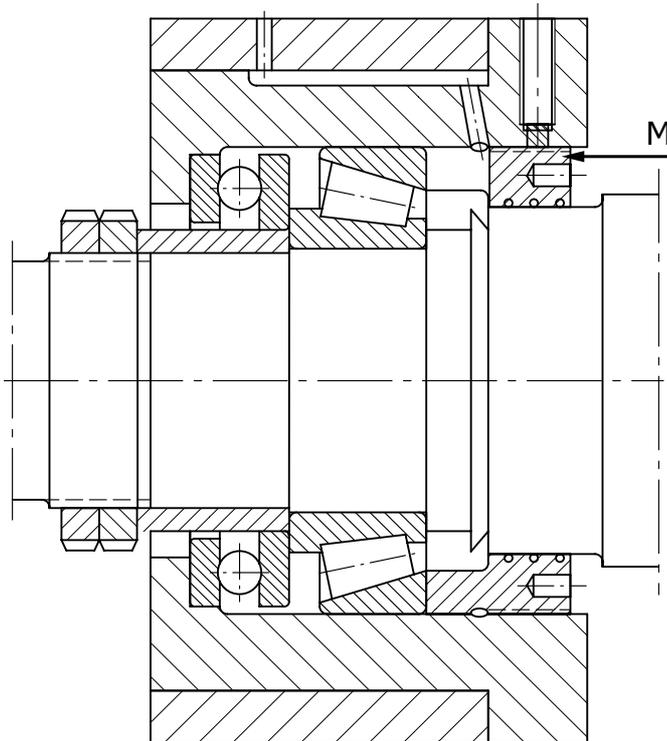


Bild (B034lagz) Beispiel: Festlagerung einer Welle zu Führungszwecken, Axial-Rillenkugellager mit Kegelrollenlager [6]

In einer Fest-Loslagerung übernimmt eines der Lager die Funktion des Festlagers, das andere die Funktion des Loslagers:

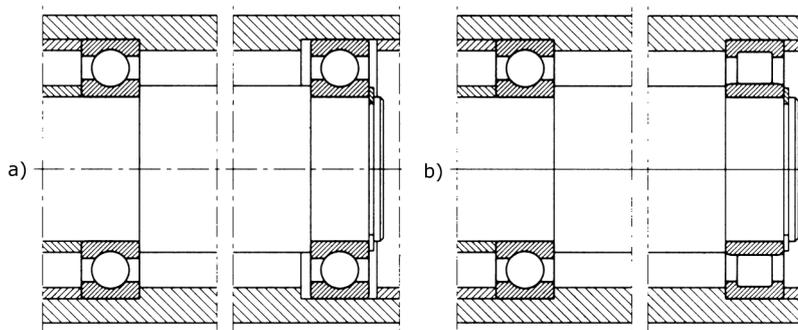


Bild (B035lagS) a) Fest-Loslager mit zwei Rillenkugellager; das rechte Lager ist, infolge Anordnung, das Loslager; b) Fest-Loslager mit Rillen- und Zylinderrolle; das rechte Lager ist, infolge Gestalt, das Loslager

Angestellte Lagerung; Stütz-/Traglagerung

Stützlager:

- führt die Welle axial in einer Richtung.
- nimmt eventuell Kräfte auf.
- bei angestellter Lagerung (Stütz-Traglagerung) stets zwei Stützlager mit entgegengesetzter Stützrichtung vorsehen!

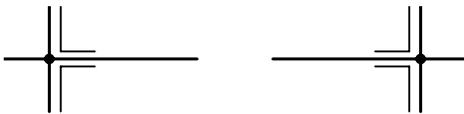


Bild (B036lagZ) Stützlager – Symbolik

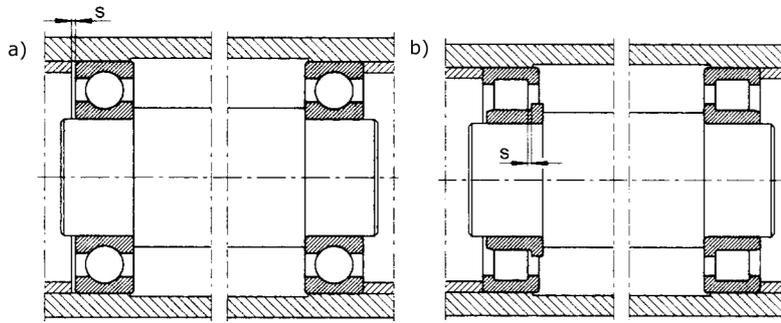


Bild (B037lagS) Beispiele: Lagerung einer Welle in Stütz-Traganordnung mit Axialspiel s :
a) Rillenkugellager; b) Zylinderrollenlager [7]

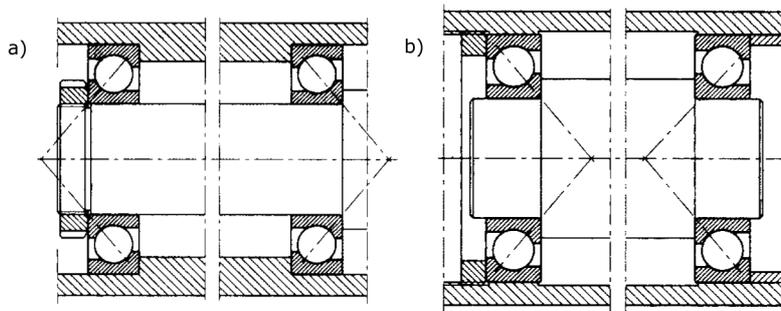


Bild (B038lagS) Beispiel: Angestellte Lagerung einer Welle:
a) O-Anordnung; b) X-Anordnung [7]

Fest-/Loslager durch Wirkflächen realisiert

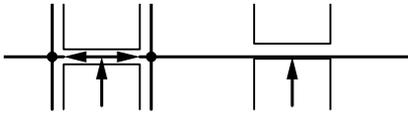


Bild (B127lagZ) Fest-/Loslager durch Wirkflächen realisiert – Symbolik

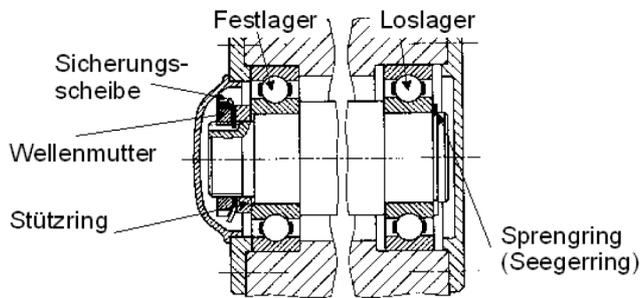


Bild (B039lagZ) Beispiel von Fest-/Loslager durch Wirkflächen realisiert

Fest-/Loslager durch Lagertyp realisiert

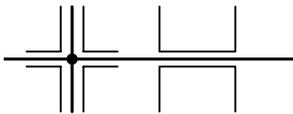


Bild (B128lagZ) Fest-/Loslager durch Lagertyp realisiert – Symbolik

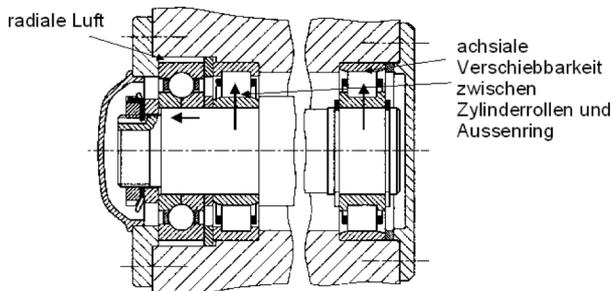


Bild (B040lagZ) Beispiel von Fest-/Loslager durch Lagertyp realisiert

Stützenordnung

Für die Betriebslasten ist die Lastaufnahme eindeutig, jedoch nicht für innere Kräfte.

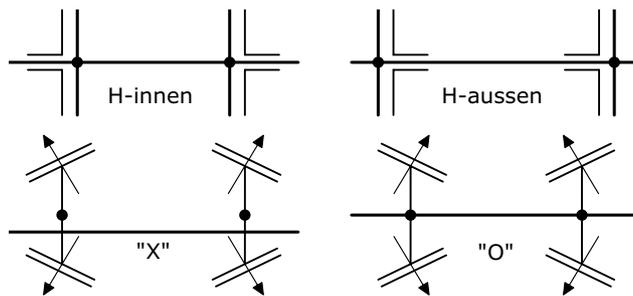


Bild (B129lagZ) Stützenordnung – Symbolik

Beispiel einer „0“-Stützenordnung (Bemerkung: negative Längsdehnungswelle oder positive Längsdehnungsgehäuse ergeben nicht eindeutige Belastung)

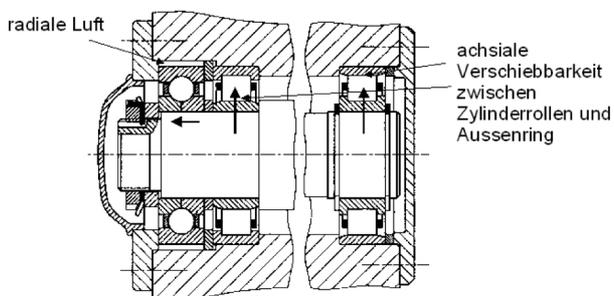


Bild (B041lagZ) Beispiel Stützenordnung

Schwimmende Lager

Dieses Lager ist günstig, in diesem Lager ist die Welle zwar gesichert, jedoch nicht exakt positioniert.



Bild (B042lagZ) Schwimmendes Lager – Symbolik

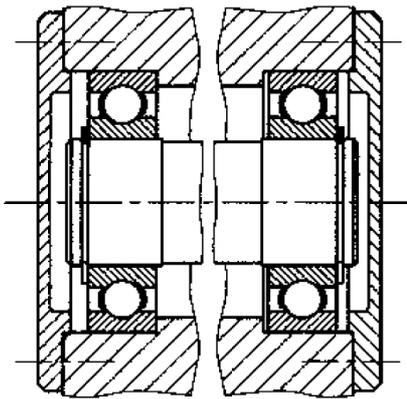


Bild (B042lagZ) Beispiel einer schwimmenden Lagerung

2.7.1 Die Passungswahl

Die Passung kann an Innen- oder Aussenring lose oder fest sein. Gründe für das eine oder andere sind:

- Gründe für feste Passung an Innen- und Außenring:
 - einfachste und sicherste Befestigung in Umfangsrichtung,
 - volle Unterstützung der Ringe auf ganzem Umfang,
⇒ bestmögliche Tragfähigkeit des Lagers.
- Notwendigkeit einer losen Passung:
 - Erleichterung beim Einbau,
 - axiale Verschiebbarkeit von Loslagern.

Das lose Lager kann gestalterisch entweder am Innenring oder am Aussenring angeordnet werden. Entscheidend ist, an welchem Ring sich die umlaufende Krafrichtung relativ zum angrenzenden Bauteil ändert (Umfanglast). Eine relative Änderung der Krafrichtung zwischen Ring und Bauteil führt zu kleinsten minimalen Verschiebungen (**Schlupf**) in den betreffenden Wirkflächen, was zur langsamen Zerstörung (Reibermüdung, „Passungsrost“) des Bauteiles führt.

- Falls sich die Krafrichtung relativ zum Bauteil nicht ändert, spricht man von Punktlast.

Grundsatz

Das Festlager wird an dem Ring realisiert, welcher die Umfangskraft erfährt.

Tabelle (T003lagS) verdeutlicht die Belastungsfälle von Lagerringen und die daraus resultierenden Empfehlungen für die Passungswahl.

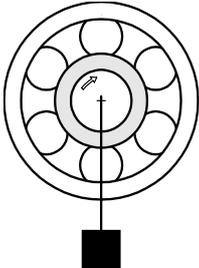
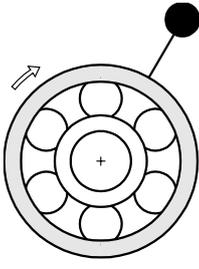
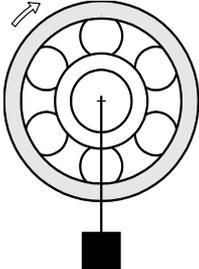
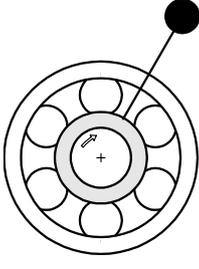
Bewegungsverhältnisse	Beispiel	Schema	Belastungsfall	Passung
<p>Innenring rotierend</p> <p>Außenring steht still</p> <p>Lastrichtung unveränderlich</p>	<p>Welle mit Gewichtsbelastung</p>	 <p>Gewicht</p>	<p>Umfangslast für den Innenring</p>	<p>Innenring: feste Passung notwendig</p>
<p>Innenring steht still</p> <p>Außenring rotiert</p> <p>Lastrichtung rotiert mit dem Außenring</p>	<p>Nabenlagerung m. großer Unwucht</p>	 <p>Unwucht</p>	<p>Punktlast für den Außenring</p>	<p>Außenring: lose Passung zulässig</p>
<p>Innenring steht still</p> <p>Außenring rotiert</p> <p>Lastrichtung unveränderlich</p>	<p>Kfz-Vorderrad</p> <p>Laufrolle (Nabenlagerung)</p>	 <p>Gewicht</p>	<p>Punktlast für den Innenring</p>	<p>Innenring, lose Passung zulässig</p>
<p>Innenring rotiert</p> <p>Außenring steht still</p> <p>Lastrichtung rotiert mit dem Innenring</p>	<p>Zentrifuge Schwingesieb</p>	 <p>Unwucht</p>	<p>Umfangslast für den Außenring</p>	<p>Außenring, feste Passung notwendig</p>

Tabelle (T009lagS) Passungswahl in Abhängigkeit von der Lagerring-Belastung

Gemäss Norm sind die Wälzlager am Innen- und Aussenring mit Einheitsbohrung bzw. Einheitswelle toleriert:

Wälzlager	Bauteile	lose.....fest
Aussenring h5/h6	Gehäuse	FP
Innenring K6	Welle	fr

Tabelle (T010lagZ) Normen Wälzlager

Grundsatz

Je grösser die Umfangskraft, je stärker die Stösse, je grösser das Lager, desto strammer soll die Tolerierung des Festsitzes sein.

2.7.2 Axiale Lagerbefestigung, Lagerluft und Lageranstellung

Die Passung als Festsitz genügt nicht immer, um die Lager axial zu fixieren und grosse axiale Kräfte aufzunehmen. **Wellenschultern** und **Gehäuseschultern** dienen der axialen Fixierung. In Fällen nicht zu grosser Axialkräfte und ohne Anforderung an eine Lageranstellung (siehe weiter unten) werden Sprengringe bzw. Gehäusedeckel eingesetzt. Bei grösseren Axialkräften durch **Wellenmuttern** mit Sicherungsblechen:

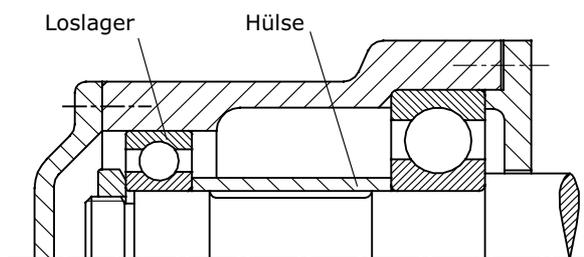


Bild (B043lagZ) Einbaubeispiel

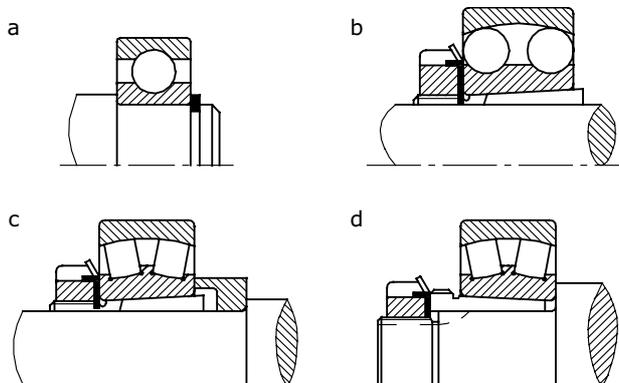


Bild (B044lagZ) Weitere konstruktive Möglichkeiten für Wälzlagerbefestigung:
a: Befestigung mit Sicherungsring; b: mit Spannhülse;
c: mit Spannhülse und Stützring; d: mit Abziehhülse

Lagerluft

Unter **Lagerluft** wird die in radial (**Radialluft** δ) oder axial (**Axialluft** ϱ) mögliche, kraftlose Verschiebung der Wälzlagerringe im nicht eingebauten Zustand verstanden. Im eingebauten Zustand nimmt die Lagerluft infolge Passungsübermass und Lagerausdehnung (infolge Erwärmung) bzw. durch aktive Lageranstellung (siehe weiter unten) ab.

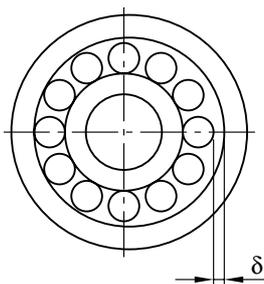


Bild (B045lagZ) Radialluft

Um eine höhere Lagersteifigkeit und genauere Führung zu erzielen, meistens kombiniert mit reduziertem Laufgeräusch und sogar erhöhter Lebensdauer, werden Lager in bestimmtem Ausmass vorgespannt (gezielte innere Kraft).

Zur Anstellung werden z. B. wiederum fein einstellbare (Feingewinde) Wellenmuttern verwendet oder **Passscheiben** zwischen Lager-

deckel und Gehäuse. Die Einstellung erfolgt meist durch die Erfahrung der Monteure bzw. durch Messung des Drehmomentes im Leerlauf (Lagerreibmoment).

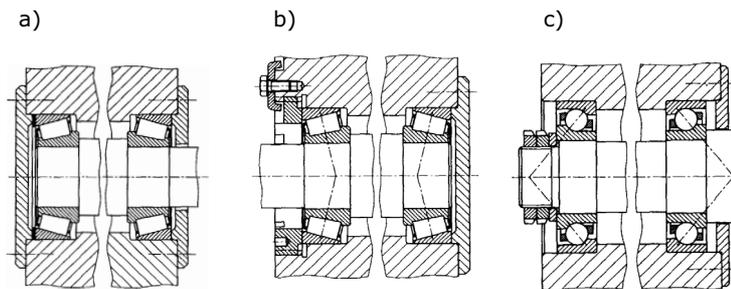


Bild (131lagZ) a) Vorgespanntes Lager mittels Passscheibe unter Gehäusedeckel;
b) Vorgespanntes Stützlager durch Gewinding;
c) Vorgespanntes Stützlager mittels Wellenmutter

2.8 Lagerdimensionierung

Wälzlager werden in zweierlei Hinsicht dimensioniert: Einerseits wird die statische Tragfähigkeit überprüft und andererseits die Lebensdauer des Lagers berechnet.

Statische Belastbarkeit

Steht das Wälzlager im Stillstand oder erfährt Schwenk-, langsame Drehbewegung oder aber auch schwere Stösse, so muss dieser auf die statische Belastbarkeit überprüft werden.

Die maximale ertragbare statische Belastbarkeit wird mit der **statischen Tragzahl** C_0 festgelegt und entspricht der Belastung, bei welcher die Summe der Verformung der Wälzkörper Δd_w und Laufbahnen Δd_r 0.1‰ des Wälzkörperdurchmessers d_w erreicht.

$$\frac{\Delta d_w + \Delta d_r}{d_w} = 0.0001 \quad (1)$$

d_w = Durchmesser Wälzkörper

d_r = Durchmesser Ring

Dabei entsteht eine maximale **Hertz'sche Flächenpressung** von ca.:

- 4600 N/mm² bei Pendelkugellagern,
- 4200 N/mm² bei allen anderen Kugellagern,
- 4000 N/mm² bei allen Rollenlagern.

Die zugrunde liegende Theorie ist die **Hertz'sche Pressung**.

Dynamische Belastbarkeit

Die Dimensionierung belasteter, umlaufender Wälzlager erfolgt nach Lebensdauer. Die Lebensdauer der Wälzlager unterliegt einer starken statistischen Streuung.

Üblicherweise wird die Lebensdauer von Wälzlager mit L bezeichnet. Als Index wird die Zahl der bis zu diesem Zeitpunkt ausgefallenen Lager in Prozent angehängt. L_{10} bedeutet, dass bis zu diesem Zeitpunkt 10% der Lager ausgefallen sind bzw. einen Schaden erlitten haben. Diese Grenzbelastung ist die **dynamische Tragzahl** C .

Diese Tragzahlen C_0 und C sind in den Lagerkatalogen, abhängig von den Lagertypen und Grösse, gegeben.

2.8.1 Die statische Belastbarkeit

Ausgehend von der äusseren Belastung können über Gleichgewichtsbedingungen die Kräfte auf jedes einzelne Lager bestimmt werden.

Lager werden radial F_r und axial F_a belastet. Die radiale Kraft F_r ist die vektorielle Summe der Kraft in y- und z-Richtung

$$F_r = \sqrt{F_{ry}^2 + F_{rz}^2} \quad (2)$$

Die äussere Lasten sind dabei auf den **Druckmittelpunkt** (Schnittpunkt der Drucklinien mit der Mittellinie) der Welle zu beziehen.

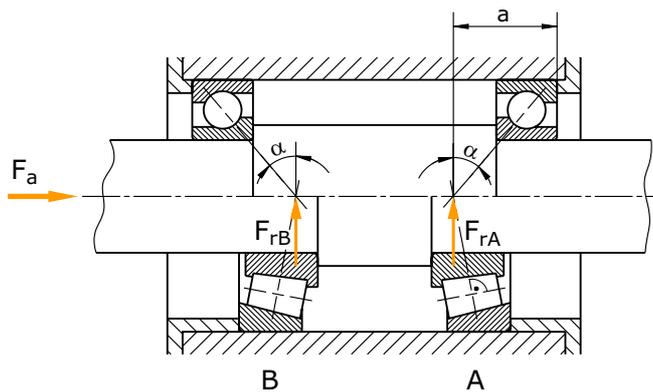


Bild (B049lagS) Wellenlagerung mit Schrägkugellagern oder Kegelrollenlagern

Die Radialbelastungen greifen in den Druckmittelpunkten der Lager an. Das Maß a ist Katalogen zu entnehmen. Bilden die Drucklinien der Lager ein „X“, wird die Anordnung „X-Anordnung“ genannt. Sind die Lager um 180° verdreht eingebaut, spricht man von „O-Anordnung“.

Die statische Vergleichsbelastung wird als „**statische äquivalente Belastung**“ bezeichnet und beträgt:

$$P_o = X_o \cdot F_r + Y_o \cdot F_a \quad (3)$$

X_o = Radialfaktor statisch

Y_o = Axialfaktor statisch

X_0 und Y_0 sind in den Lagerkatalogen tabellarisch, abhängig von Lagertyp und Grösse, festgehalten.

Die notwendigen Lagergrössen im statischen Fall berechnen sich mit:

$$C_o \geq f_s \cdot P_o \quad (4)$$

wobei f_s die statische Tragsicherheit darstellt.

Die **Tragsicherheit** f_s ist abhängig von der Betriebsart (ruhig, normal, stossbelastet) und der Anforderung an die **Laufruhe** (gering, normal, hoch):

		Betriebsart	Anforderungen Laufruhe
von	$f_s \geq 0.7-1.0$	ruhig	gering
zu	$f_s \geq 1.0-1.5$	normal	normal
bis	$f_s \geq 1.5-2.5$	stossbelastet	hoch

Tabelle (T011lagZ) Tragsicherheit f_s

Genaue Richtlinien lassen sich in Lagerkatalogen der Anbieterformen nachschlagen.

2.8.2 Die dynamische Belastbarkeit

Wiederum ausgehend von der identischen äusseren Belastung:

$$F_r \text{ und } F_a \quad (5)$$

berechnet man die **dynamische äquivalente Belastung**:

$$P = X \cdot F_r + Y \cdot F_a \quad (6)$$

wobei:

F_r = radiale Lagerbelastung

F_a = axiale Lagerbelastung

X = Radialfaktor dynamisch (Lieferantenkatalog)

Y = Axialfaktor dynamisch (Lieferantenkatalog)

Mit C bezeichnet man die dynamische Tragzahl (Belastung) eines Lagers. Bei dieser Belastung erträgt ein Lager 10^6 Umdrehungen **nominell**.

Die Lebensdauer eines Lagers in Mio-Umdrehungen wird mit L_w bezeichnet. Als Index w wird die %-Zahl der statistisch ausfallenden Lager bezeichnet. L_{10} z. B. heisst, dass statistisch 10% der Lager bei der vorliegenden Belastung bei der L -Mio Umdrehungen ausgefallen sind.

Lebensdauergleichung

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^p \quad (7)$$

wobei:

L_{10} = Lebensdauer in Mio. Umdrehungen (10% Ausfall)

C = dynamische Tragzahl (aus Katalog)

P = äquivalente dynamische Lagerbelastung

p = **Lebensdauerexponent**

$p = 3$ für Kugellager (Punktberührung)

$p = 10/3$ für Rollenlager (Linienberührung)

Wenn die Lebensdauer in Stunden gesucht ist, erfolgt die Umrechnung:

$$L_h = \frac{10^6}{60 \cdot n} \cdot \left(\frac{C}{P}\right)^p \quad (8)$$

wobei:

n = Umdrehungen pro Minute (U/min)

Umgekehrt kann die notwendige dynamische Tragzahl aus gesuchter Lebensdauer L und Belastung P berechnet werden.

$$C \geq L_{10}^{1/p} \cdot P \quad (9)$$

Als Anforderung der Bauteile ist meist die Lebensdauer in Stunden und nicht die Anzahl Drehzahlen vorgegeben. Die erwartete Lebensdauer von Produkten kann dabei sehr unterschiedlich sein. Eine grobe Hilfe ergibt Bild B050lagZ.

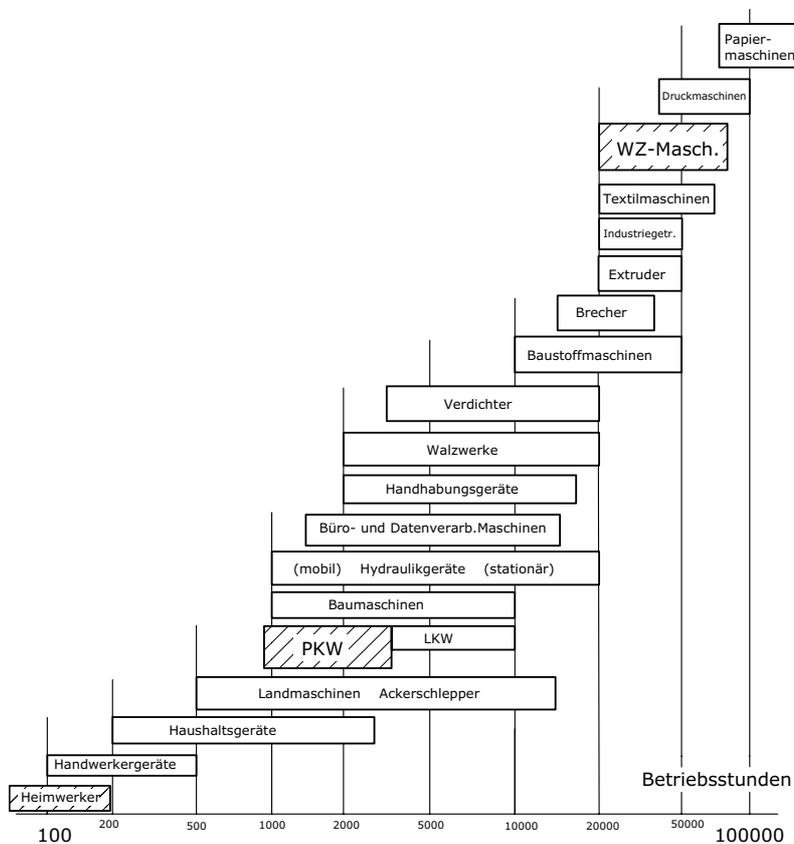


Bild (B050lagZ) Erwartete Lebensdauer

Zeitlich veränderliche Belastungen und Drehzahlen

Wälzlager werden oft mit zeitlich veränderlichen Belastungen und Drehzahlen beaufschlagt, wie in B051lagS beispielhaft dargestellt. In diesen Fällen muss eine mittlere Belastung P_m bzw. eine mittlere Drehzahl n_m bestimmt werden.

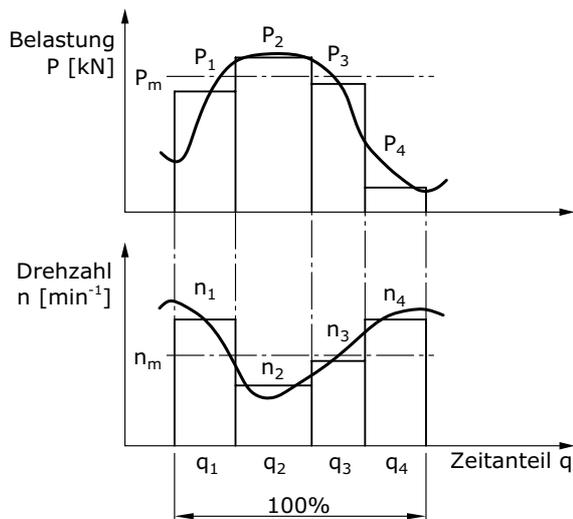


Bild (B051lagS) Zeitlich veränderliche Belastungen und Drehzahlen

Ist die Belastung eines Lagers zeitlich veränderlich, so muss bei der äquivalenten dynamischen Lagerbelastung die mittlere Belastung P_m wie folgt berücksichtigt werden:

$$P_m = \sqrt[3]{P_1^3 \cdot \frac{q_1}{100} + P_2^3 \cdot \frac{q_2}{100} + \dots} \text{ [kN]} \quad (10)$$

wobei:

P_1, P_2, \dots = einzelne Belastungen, die zeitweise auftreten

q_1, q_2, \dots = Wirkungsdauer in %

Bei zeitlich veränderlichen Drehzahlen wird analog P_m bestimmt:

$$P_m = \sqrt[3]{P_1^3 \cdot \frac{n_1}{n_m} \cdot \frac{q_1}{100} + P_2^3 \cdot \frac{n_2}{n_m} \cdot \frac{q_2}{100} + \dots} \text{ [kN]} \quad (11)$$

Die mittlere Drehzahl n_m ist:

$$n_m = n_1 \cdot \frac{q_1}{100} + n_2 \cdot \frac{q_2}{100} + \dots \text{ [min}^{-1}\text{]} \quad (12)$$

wobei:

n_1, n_2, \dots = einzelne Drehzahlen, die zeitweise auftreten.

n_m = mittlere Drehzahl

2.8.3 Modifizierte Lebensdauer

Die **nominelle Lebensdauer** L oder L_h basiert auf normalen Betriebsbedingungen. In der modifizierten Lebensdauerberechnung nach DIN ISO 281 [4] werden zusätzlich zur Belastung der Einfluss spezieller Lagerausführungen und weiterer wichtiger Betriebsbedingungen berücksichtigt. Darüber hinaus kann die Lebensdauer für andere Erlebenswahrscheinlichkeiten berechnet werden. Die **Erlebenswahrscheinlichkeit** beträgt $(100-w)\%$ und wird für spezielle Lagerausführungen bzw. bestimmte Betriebsbedingungen modifiziert.

Mit dem Wert für L_{10} nach Gleichung (12) gilt für die modifizierte Lebensdauer L_{na} :

Die nominelle Lebensdauer basiert auf einer statischen Lebenswahrscheinlichkeit von 90%, übliche Wälzlager-Werkstoffe und normale Betriebsbedingungen. Falls im konkreten Fall die Verhältnisse davon abweichen, rechnet man mit einer modifizierten Lebensdauer:

$$L_{na} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \cdot L_{10} \quad (13)$$

bzw.:

$$L_{10\text{mod}} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 \left(\frac{C}{P}\right)^p \quad (14)$$

wobei:

a_1 : erwartete Lebenswahrscheinlichkeit

für $W=90\%$ ist: $a_1 = 1$

für $W=95\%$ ist: $a_1 = 0.6$

für $W=99\%$ ist: $a_1 = 0.2$

a_2 : Abschlag für Wälzlagerwerkstoffe mit reduzierter Qualität (Hersteller konsultieren)

a_3 : Betriebsbedingungen wie Temperatur, Schmutz oder schlechte Wartbarkeit.

für $T = 150\text{ °C}$ ist: $a_3 = 1$

für $T = 300\text{ °C}$ ist: $a_3 = 0.2$

a_2 und a_3 hängen meistens zusammen und werden dadurch häufig zu a_{23} zusammengefasst.

Dauerfeste Wälzlager

Wälzlager können unter folgenden Voraussetzungen **dauerfest** sein:

- höchste Sauberkeit im Schmierpalt
- vollständige Trennung der Rollkontakte durch Schmierfilm
- Belastung entsprechend $C_0/P_0 \geq 8$

2.8.4 Maximale Drehzahl

Die Wälzkörper beschreiben Massenkräfte, welche durch leichte Formabweichung zu Unwucht führen können. Ab einer bestimmten Drehzahl nimmt auch das Lagergeräusch zu und führt zu Rattern. Auch die Wärmeentwicklung, welche durch die vorhandene Lagerreibung entsteht, limitiert die Drehzahl nach oben. Spezielle Lager erreichen sehr hohe Drehzahlen. In jedem Fall muss der Lieferant bzw. der Katalog konsultiert werden.

2.8.5 Schmierung von Wälzlagern

Die Schmierung der Lager dient dazu, den direkten Kontakt zwischen Wälzkörper und Ringe zu vermeiden, teilweise auch Wärme abzuführen (Ölschmierung) und Korrosionsschutz zu erlangen. Grundsätzlich eignen sich Fett- und Ölschmierung, wobei Fettschmierung in der Anwendung einfacher ist (einfachere Dichtung), aber auch tiefere Anforderungen erfüllt. Vermehrt werden auch Festschmierstoffe wie z. B. Sulfide eingesetzt.

Fettschmierung

Wie erwähnt ist Fettschmierung einfacher als Ölschmierung, besonders infolge der einfachen Abdichtung. Einschränkungen ergeben sich dabei durch die Drehzahlgrenze und die Einsatztemperatur.

Für einfachste Anwendungen verwendet man Lager, welche schon vom Lieferanten mit Fett gefüllt sind und beidseitig mit Lagerdeckeln abgedichtet sind.

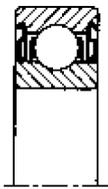


Bild (B052lagZ) Wälzlager mit Werksschmierung und Lagerdeckel

Lager mit höheren Anforderungen werden von aussen für Fettwechsel zugänglich gemacht. Gemäss Lieferantenempfehlung werden die Lager nachgefettet. Zu beachten ist, dass der Fettzutritt (Fettnippel) in der Nähe der Lagerringe konstruiert wird, so dass ein guter Fettaus-tausch zwischen Frischfett und gebrauchtem Fett erfolgt und der Aus-tritt des gebrauchten Fettes über die Lagerdichtung gewährleistet ist.

Zusätzlich zu beachten ist, dass der Einfüllraum nicht zu gross gestaltet wird, so dass dort nicht grössere **Walkbewegungen** entstehen.

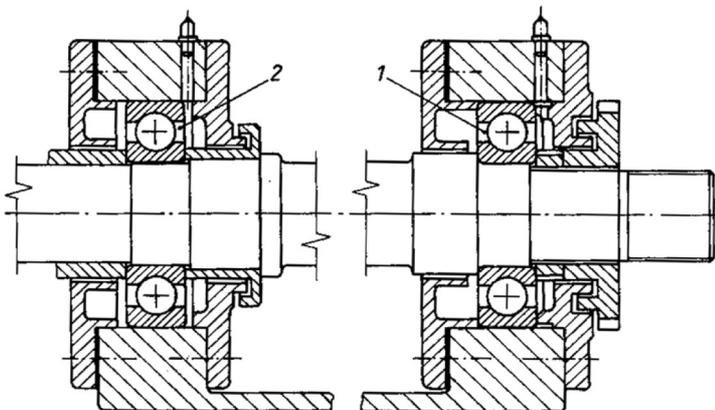


Bild (B053lagZ) Gestaltung von Fettschmierungen

Ölschmierung

Diese empfiehlt sich bei höheren Anforderungen an die Höhe der Drehzahl, wenn das Abführen der Wärme notwendig ist oder auch, wenn schon bei benachbarten Baugruppen eine Ölschmierung vor-liegt.

Die Wahl des Öls richtet sich nach der Drehzahl und dem mittleren Lagerdurchmesser (Geschwindigkeit in der Wirkfläche Wälzkörper/

Wälzring). Je höher diese Werte sind, desto tiefere **Viskosität** wird eingesetzt.

Die einfachste konstruktive Gestaltung ist die Öлтаuchschmierung. Dabei sollte der am tiefsten liegende Wälzkörper etwa zur Hälfte im Schmieröl eingetaucht sein.

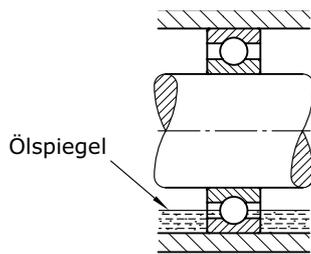


Bild (B054lagZ) Öl-Schmierung eines Wälzlagers

Bei höheren Anforderungen wird eine Öleinspritzlösung eingesetzt. Eine exakt dosierte Ölmenge (teilweise mit Luft vermischt) wird in die Wälzkörperöffnung gespritzt. Dabei muss ein Ölrücklauf eingebaut werden. Von dort gelangt das Öl zurück zur Pumpe.

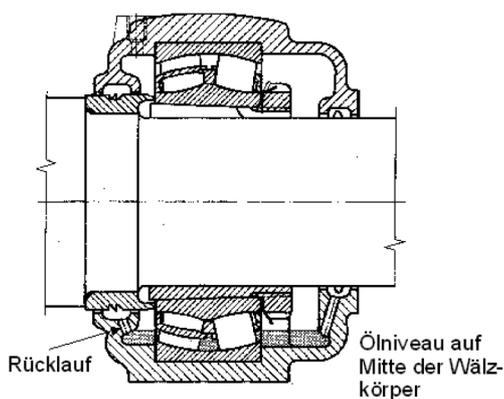


Bild (B055lagZ) Gestaltung einer ölgeschmierten Lagerung

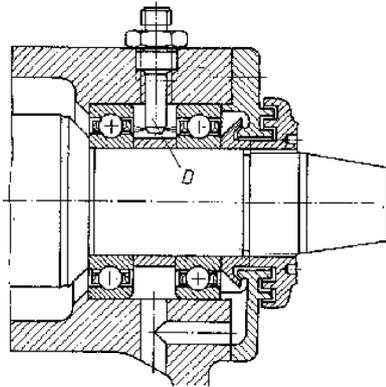


Bild (B056lagZ) Gestaltung einer direkten Öleinspritzung

2.8.6 Lagerdichtung

Dichtungen erfüllen die Anforderungen:

- Schutz vor Schmutzeintritt und
- Schutz vor Schmiermittelaustritt

bei einer gegebenen Drehzahl und erwarteten Lebensdauer. Unterschieden wird in schleifende und nicht schleifende Dichtungen.

Nicht schleifende Dichtungen

Die Dichtwirkung wird durch einen oder mehrere enge Spalten realisiert. Damit ist eine unbegrenzte Lebensdauer gegeben. Diese Dichtungen werden meist bei fettgeschmierten, teilweise aber auch bei ölgeschmierten Lagern mit hoher Drehzahl eingesetzt.

Nicht schleifende Dichtungen existieren in verschiedensten Komplexitätsgraden, von einfachen **Spaltdichtungen** zu **Rillendichtungen** bis zu **Labyrinthdichtungen**, welche radial als auch axial angeordnet sein können. Eine billige Dichtung ist die Lamellenlösung, wobei einfach gestaltete Tiefziehteile hintereinander geschachtelt sind.

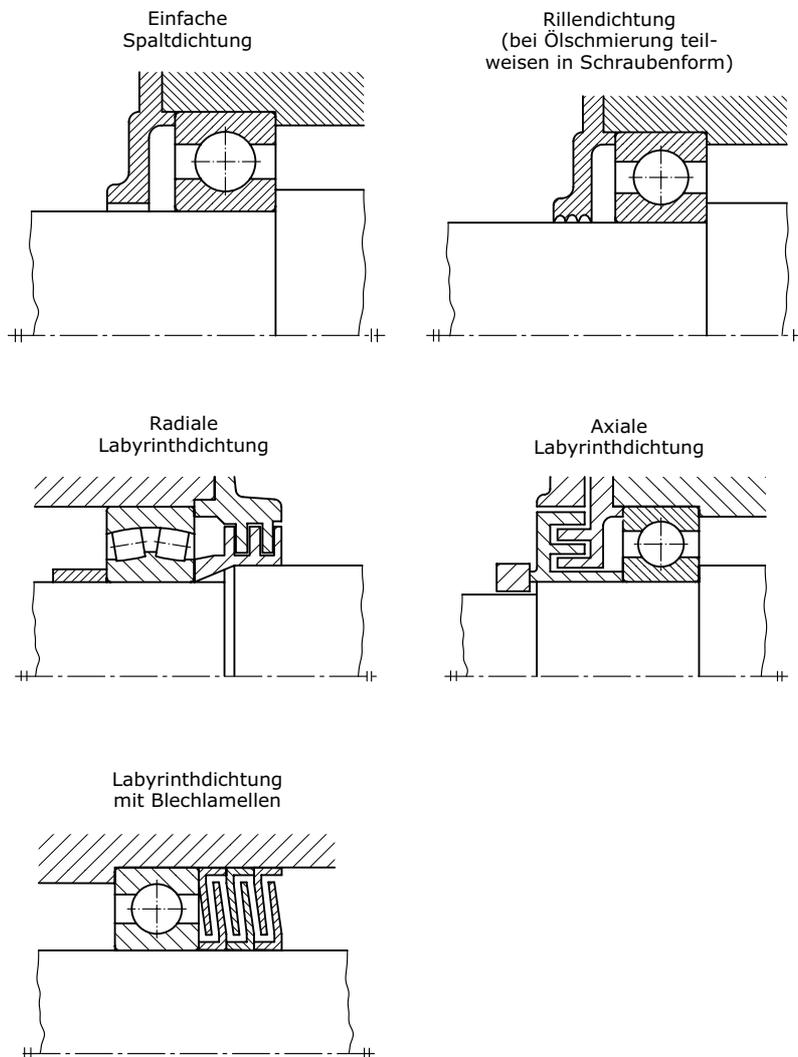


Bild (132lagZ) Verschiedene Gestaltungsvarianten von nichtschleifenden Dichtungen

Bei ölgeschmierten Lagern werden teilweise auch schraubenförmig angeordnete Rillendichtungen verwendet, welche durch die Steigung der Rillen und der Drehrichtung der Welle das Öl wieder gegen das Lager fördern.

Schleifende Dichtungen

Schleifende Dichtungen haben immer einen Kontakt zwischen den Wirkflächen und somit eine Relativbewegung. Dies bedingt, dass die Wirkflächen enge Oberflächengüte aufweisen (N6). Schleifende Dichtungen haben eine eingeschränkte Lebensdauer und sind auch nicht für höhere Drehzahlen geeignet (Reibwärme).

Auch hier existieren viele verschiedene Handelsprodukte, von der einfachen Filzdichtung (bis rund 4m/s und max. 100°C) zu Dichtlippen aus **Elastomer**. Die Elastomersorte definiert den Einsatzzweck. Zur verletzungsreifen Montage wird die Welle mit rund 15° **angefast**.

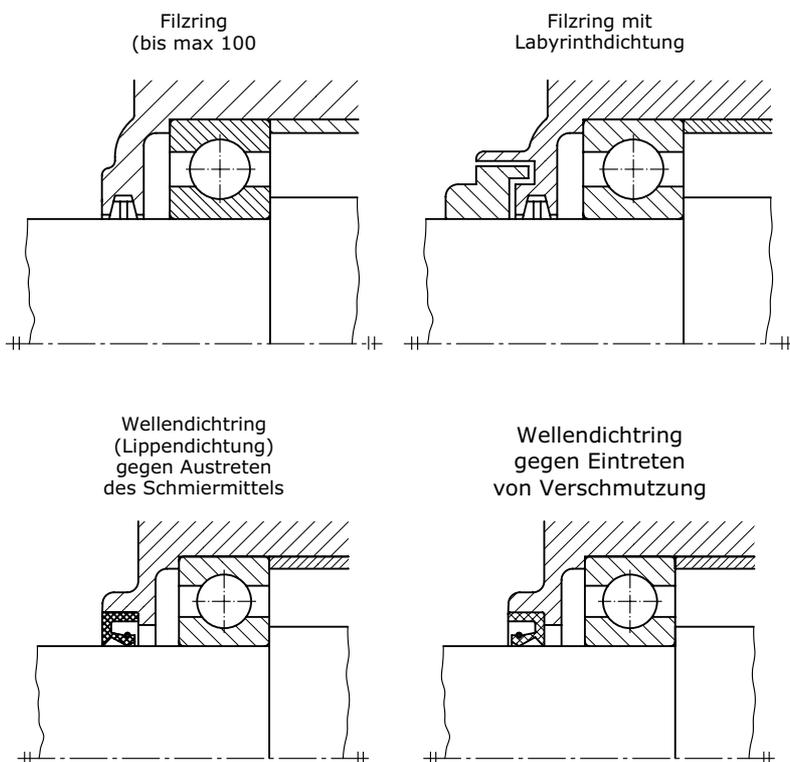
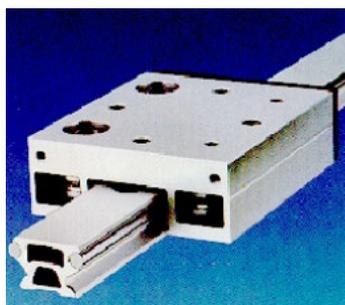


Bild (133lagZ) Verschiedene Gestaltungsvarianten von schleifenden Dichtungen

2.8.7 Linearführungen

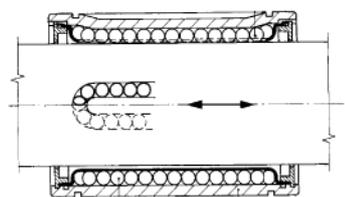
Neben rotativen Lagern existieren auch eine grosse Anzahl von Maschinenelementen für die translatorische Führung. Auch hier basiert die Wahl auf den Anforderungen von einfachen Rundstangen bis zu Kugelumlaufführungen zu Gewindetriebe.



Linearlager mit Laufrollen



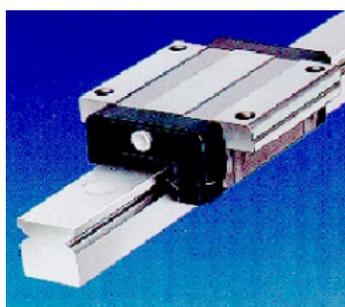
Wellenführung mit Kugelbüchsen



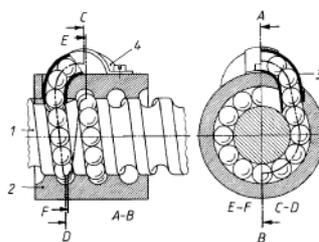
Kugelanordnung in Kugelbüchse



Gewindetrieb



Linearführung mit Kugelumlaufschuh



Kugelanordnung in Gewindetrieb
(Kugelumlaufspindel)

Tabelle (T012) Linearführungen

3 Gleitlager

Allgemeines

Im Gegensatz zu Wälzlagern (rotativ oder linear) haben **Gleitlager** keine Wälzkörper zwischen den relativ bewegten Bauteilen, sondern werden so gestaltet, dass sich die Wirkflächen in unmittelbarem Kontakt bzw. Nähe befinden. Zwischen den Wirkflächen können drei verschiedene Reibungsmechanismen unterschieden werden:

- Festkörperreibung: Ohne Schmiermittel reiben die Wirkflächen direkt aufeinander.
- Mischreibung: Teilweise sind die Wirkflächen voneinander getrennt (Flüssigkeitsreibung) und teilweise direkt im Kontakt (Festkörperreibung)
- Flüssigkeitsreibung: Die Wirkkörper sind durch einen Schmierfilm vollständig getrennt; der Verschleiss ist somit auf Null reduziert und tiefe Reibwerte sind erreichbar.

Beim Gleiten fester Körper aufeinander tritt Reibung und Verschleiß auf. Im Hinblick auf Wirkungsgrad und Lebensdauer ist dies unerwünscht. Lagerungen, bei denen bewegte und ruhende Maschinenteile unmittelbar aufeinander gleiten, sind nur begrenzt einsetzbar.

Im Bereich kleiner Geschwindigkeiten und Belastungen kann unter Umständen der Einsatz reibungs- und verschleißmindernder Werkstoffe ausreichen. In Frage kommen Kunststoffe wie z. B. **PTFE** und sogenannte "selbstschmierende" Werkstoffe, welche die guten Gleiteigenschaften von Graphit und **Molybdändisulfid** usw. ausnutzen.

3.1 Einteilung

Für die Einteilung der Gleitlager gibt es verschiedene Sichten:

Einteilung nach dem Funktionsprinzip

- **Festkörperreibungslager:** keine Schmierung, Festkörperreibung
- **Mischreibungslager:** Mangelschmierung, Mischreibung
- **Hydrodynamische Lager:** Vollschrnerung, Welle und Lagerschale im Betrieb durch flüssigen Schmierfilm getrennt, innerer Druckaufbau durch fluiddynamische Effekte.
- **Hydrostatische Lager:** Vollschrnerung, Welle und Lagerschale im Betrieb und im Stillstand durch flüssigen Schmierfilm getrennt, Druckaufbau durch Pumpe
- **Aerodynamische Lager:** Vollschrnerung, Welle und Lagerschale im Betrieb durch gasförmigen Schmierfilm getrennt, innerer Druckaufbau
- **Aerostatische Lager:** Vollschrnerung, Welle und Lagerschale im Betrieb und im Stillstand durch gasförmigen Schmierfilm getrennt, Druckaufbau durch Pumpe

Einteilung nach dem Schmierstoff

- Nicht geschmierte Lager,
- feststoffgeschmierte Lager,
- fettgeschmierte Lager,
- ölgeschmierte Lager,
- wassergeschmierte Lager und
- gasgeschmierte Lager.

Einteilung nach dem Werkstoff (-aufbau) der Lagerschale

- Monometallische Werkstoffe: Weißmetalle (z.B. Zinn, Zink, Nickel, Blei, Wismut), Rotguss (z.B. Kupferbronze, Sinterbronze, Massivbronze, Zinnbronzen, Bleibronze), Leichtmetalle (z.B. Aluminiumbronze)
- Zweischichtwerkstoffe: Metall-Kunststoff-Verbund (z.B. Stahlrücken mit Gleitschicht aus PVDF, PTFE), Metall-Metall-Verbund (z.B. Stahlrücken mit Gleitschicht aus Bleibronze-Verbundmaterial)
- Mehrschichtwerkstoffe: Metall-Kunststoff-Verbund (z.B. St + Sinterbronze + (PTFE + Pb))
- Thermoplastische Compounds: Bestehen aus einer Kunststoffmatrix, in die Füllstoffe und Festschmierstoffe homogen eingebunden sind. Die Füllstoffe sorgen für die erforderliche mecha-

nische Festigkeit und je nach Typ für eine hohe Verschleißfestigkeit, eine verbesserte Wärmeabfuhr oder für elektrostatische Leitfähigkeit. Die Festschmierstoffzusätze ermöglichen niedrige Reibungszahlen (z. B. PBT + Bronzepulver + PTFE).

- Faserverstärkte Kunststoffverbundwerkstoffe: z. B. verschleißfestes Harz verstärkt mit organischen Fasern und modifizierten Gleitzusätzen.
- Keramik

In T006lagS sind Kennwerte unterschiedlicher Gleitlagerwerkstoffe zusammengestellt. Gleitlagerwerkstoffe sind in unterschiedlichsten Werkstoffkombinationen erhältlich. Detailliertere Informationen über den jeweiligen Werkstoff sind von den Materiallieferanten oder Gleitlagerherstellern zu beziehen.

zulässige Flächenbelastung p - dynamisch [N/mm ²]							
zulässige Flächenbelastung p - statisch [N/mm ²]							
minimale Temperatur T _{min} [°C]							
maximale Temperatur T _{max} [°C]							
Reibungszahl μ							
maximale p · v [N/mm ² m/s = W/mm ²]							
max. Gleitgeschwindigkeit v [m/s]							
Werkstoffe							
Kupferlegierung CuSn 12, Fettgeschmiert	2,5	2,8	0,09–0,15	140	-40	200	100
Kupferlegierung CuSn 8, Fettgeschmiert	2,5	2,8	0,06–0,15	150	-40	120	40
Ölgetränkte Sinterbronze SINT B 50 (DIN 1850) bzw. SINT A50 (ISO 2795). Tränkungsgruppe 1, Trocken oder Ölgeschmiert	10	10	0,08–0,12	90	-5	10	5
Stahl-Bleibronze-Verbundmaterial St + CuPb10Sn10, Öl- oder Fettgeschmiert	2,5	2,8	0,05–0,12	150	-40	300	140
Metall-Kunststoff-Verbundmaterial St + Sinterbronze + (PTFE + Pb), Trocken	2,5	1,8	0,02–0,25	280	-200	250	140
PTFE Laufschrift + Füllstoffe (erdalkalische Metalle + Polymerfasern), Trocken	2,5	1,0	0,04–0,25	280	-200	250	140
PBT + Bronzepulver + PTFE (Spritzgegossenes thermoplastisches Festkörperreibungsmaterial mit homogen eingemischten Zusatzstoffen)	1	0,8	0,08–0,15	100	-40	70	35
PAI + Graphit + PTFE (Spritzgegossenes thermoplastisches Festkörperreibungsmaterial)	2,5	4	0,1–0,15	260	-200	150	75
Verschleißfestes Harz verstärkt mit organischen Fasern und modifiziert mit Gleitzusätzen	0,66	0,17	0,25–0,5	100	-40	45	-

Bild (B095lagS) Technische Eigenschaften unterschiedlicher Gleitlagewerkstoffe

Einteilung nach der Kraftrichtung

- Radiallager, Querlager (Traglager): für radiale Kräfte
- Axiallager, Längslager (Spurlager): für axiale Kräfte

3.2 Festkörperreibungslager

Trocken laufende Gleitlager werden insbesondere bei niedrigen Lasten und Geschwindigkeiten eingesetzt. Im Betrieb tritt Festkörperreibung auf. Aufgrund ihrer geringen Kosten und ihrer Wartungsfreiheit werden sie häufig in der Feinwerktechnik, z. B. in Haushaltsgeräten und Büromaschinen, oder im Landmaschinenbau verwendet. Ihr Einsatz bietet sich auch dort an, wo eine mögliche Verschmutzung durch austretenden Schmierstoff unerwünscht oder unzulässig ist, wie z. B. in der Nahrungsmittelindustrie, Pharmazie oder Textilindustrie.

Anforderungen an die Lagerung

Verschiedene Anforderungen werden an die Lagerung gestellt:

- guter Verschleisswiderstand,
- tiefe Reibwerte,
- gute Belastbarkeit,
- gute **Anschmiegsamkeit** (bei leicht schiefer Welle),
- gute **Notlaufeigenschaft**,
- gut benetzbar,
- wenig Wärmeausdehnung,
- geringes Quillen (bei Kunststoff) und
- gute Wärmeleitung.

Lagermaterial

Als Lagermaterialien eignen sich:

- *Gusseisen*: Der eingelagerte Graphit ergibt eine gute Notlaufeigenschaft. Das Material wird vorwiegend als Massivlager eingesetzt (keine eigentliche Lagerschale, sondern direkt in Gehäuse integriert). Z. B.: GG-20.
- *Sintermetalle*: Die Sintermetalle sind aus Fe, Cu, Sn, Zn und teilweise mit Pb-Pulver oder Graphitzusatz. Der grosse Vorteil liegt darin, dass der Werkstoff Öl aufsaugen kann und dieses über Saugwirkung der Wirkfläche überträgt.
- *Kupferlegierungen (Bronze)*: Diese besitzen gute Gleit- und Notlaufeigenschaften bei gutem Verschleisswiderstand. Es werden CuSn, CuPb, CuZn und CuAl sowohl als Guss als auch Knetlegierungen verwendet. Viele Normbuchsen sind aus diesen Materialien gefertigt.
Vielfach handelt es sich dabei um mehrschichtige Verbundlager. Z. B.: G-CuSn10Zn

- *Blei- und Zinnlegierungen:* Mit hervorragenden Gleiteigenschaften, aber reduzierter Tragfähigkeit eignen sich diese Materialien für Verbundlager als Tragschicht.
- *Kunststoff:* Kunststoffe werden häufig als Trockenlauflager eingesetzt. Gut beachtet werden muss die schlechte Leitfähigkeit. Auch hier werden vielfach lediglich dünne Schichten aufgetragen.

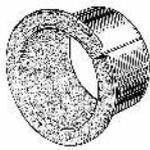


Bild (B072lagS) Beispiel Kupferlegierung: Bronze-Lagerbuchse

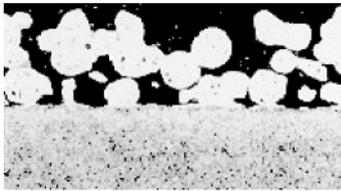


Bild (B073lagZ) Beispiel Blei- und Zinnlegierung: Bleiversetzte Schicht auf Stahlträger

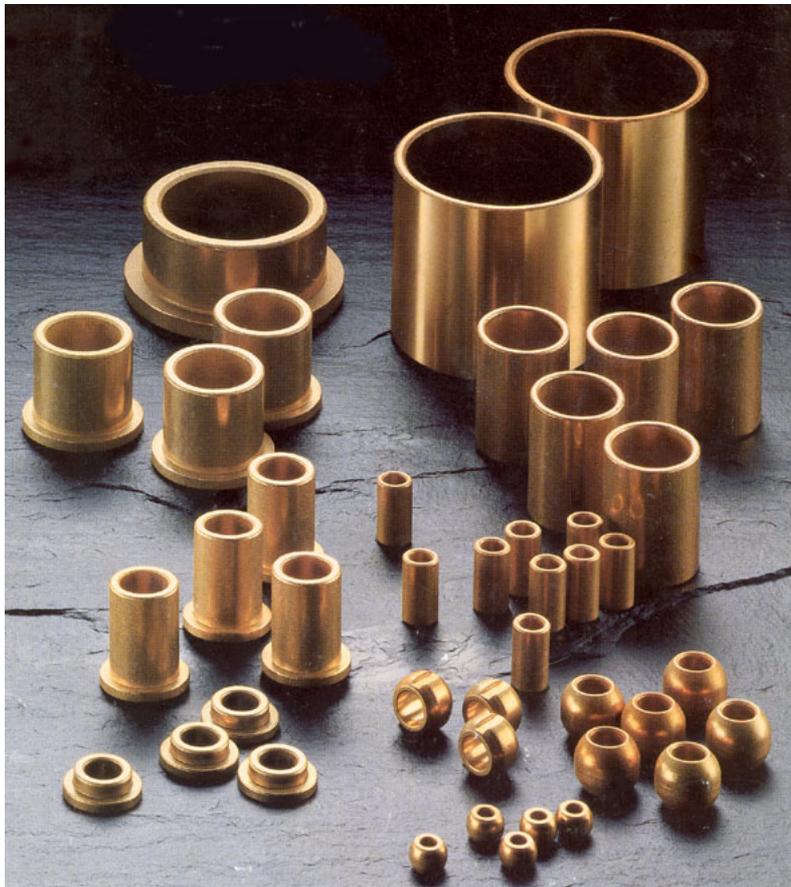


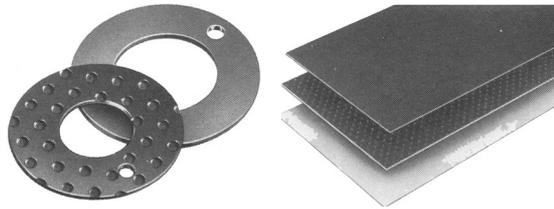
Bild (B058werZ) Selbstschmierende Sinterbüchsen (Bild: Looser, Métafram)

Viele Hersteller haben bereits eine große Anzahl an standardisierten Bauteilen in ihrem Angebot, die je nach Material als zylindrische Buchsen, **Bundbuchsen**, **Anlaufscheiben** oder **Gleitstreifen** lieferbar sind (siehe B074lagS). Entsprechende Lager sind in DIN 1850-3 bis DIN 1850-6 genormt [3]. Natürlich können über den Fachhandel auch Sonderformen bezogen werden.



a) zylindrische Buchsen

b) Bundbuchsen



c) Anlaufscheiben

d) Gleitstreifen

Tabelle (T014lagz) Bilder (B114–117lagS) Festkörperreibungslager

Das einfachste Lager erhalten wir als genormte Lagerbuchse:

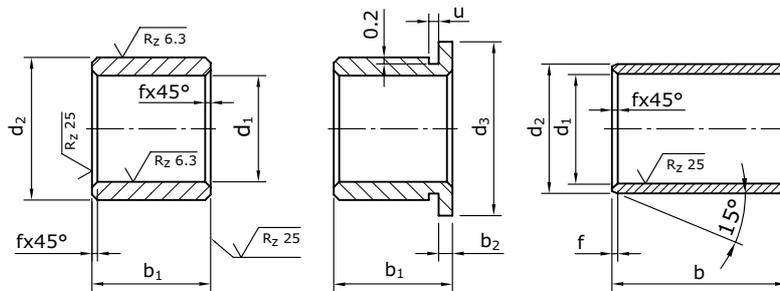


Bild (B075lags) Auswahl genormter Lagerbuchsen

Für Lager mit oszillierenden Schwenkbewegungen werden in weiten Bereichen des Maschinenbaus **Gelenklager** (B076lagS), bestehend aus Außen- und Innenring mit sphärischen Gleitflächen, eingesetzt (**Kalottenlager**).

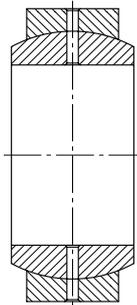


Bild (B076lagS) Radial-Gelenklager

Wellenmaterial

Das Wellenmaterial wird hauptsächlich durch die Belastung der Welle bestimmt. Meist wird Stahl gewählt. Damit ist auch der Grundsatz erfüllt, dass die Welle härter ist als das Lager (Lager wechseln ist günstiger als Wellen ersetzen). Es eignen sich sowohl Einsatz- als auch Vergütungsstähle vor allem infolge der **Härte** und **Abriebfestigkeit** bei grosser **Zähigkeit** für die notwendige **Wechselfestigkeit**. An die Feinheit der Wellenoberfläche wird immer eine hohe Anforderung gestellt.

3.2.1 Trockenlaufende Sinterlager

Das Material eines trockenlaufenden Sinterlagers (z. B. Bronze, Eisen oder Nickel Matrix) ist hoch verdichtet und mit gleichmäßig eingelagertem Festschmierstoff (z. B. Graphit, **Wolframdisulfid** u. a.) versehen [8]. Sie werden deshalb auch feststoffgeschmierte Lager genannt. Die Lager eignen sich für niedrige Gleitgeschwindigkeiten und hohe Belastungen, sind **stick-slipfrei**, zeichnen sich durch hohe Temperatur- und Korrosionsbeständigkeit aus, sind relativ unempfindlich gegen Verunreinigungen und **Kantenpressungen** und können bei Bedarf gut mechanisch bearbeitet werden.

Trockenlaufende Sinterlager sind in ähnlichen Bauformen wie Festkörperreibungslager erhältlich, vgl. B074lagS [5].

3.2.2 Fettgeschmierte Lager

Zur Reduzierung des Reibwiderstandes oder zur Erhöhung der Lebensdauer können Lager mit Fett geschmiert werden. Hierbei sind Schmierlöcher, Schmiernuten oder Schmiertaschen vorzusehen, die als Fettreservoir dienen (siehe [Kapitel 3.3.5](#)).

3.2.3 Schmierstoffgetränkte Sinterlager

Dies sind meist Lager aus Sinterbronze, bei denen der Werkstoff mit Öl getränkt wurde. Der Lagerwerkstoff ist porös und besitzt eine relativ raue Oberfläche. Die Lager kommen bei wartungsfreien Anwendungen mit relativ kleiner **spezifischer Belastung** und großer Gleitgeschwindigkeit zum Einsatz. Infolge der Ölschmierung liegen die Betriebstemperaturen der schmierstoffgetränkten Lager unter denen der Festkörperreibungslager. Sie werden ebenfalls in ähnlichen Bauformen wie die in B074lagS dargestellten Festkörperreibungslager angeboten [5].

3.2.4 Gestaltung von trocken oder mit Mangelschmierung umlaufenden Lager

Bei trocken oder mit Mangelschmierung umlaufenden Lagern ist es wichtig, die am besten geeigneten Gleitlagerwerkstoffe auszuwählen und die Gleitflächen so zu gestalten, dass eine Vergrößerung des ohnehin vorhandenen Verschleißes vermieden wird.

Eine Anpassung an belastungsbedingte Verformung ist in der Regel durch Einlauf (Verschleiß), evtl. auch durch plastische Verformung möglich.

Wie eine Betrachtung der Reibungszahlen sehr schnell zeigt, ist die Anwendung solcher Lager mit Rücksicht auf die Erwärmung auf kleine Belastungen und Geschwindigkeiten beschränkt.

Wenn die Lager mit Öl oder Fett geschmiert werden sollen, werden Schmierlöcher, Schmiernuten oder Schmiertaschen in der Lagerschale vorgesehen. Diese dienen als Zuführung oder als Reservoir für den Schmierstoff. Für die Gestaltung der Schmierlöcher, Schmiernuten und Schmiertaschen sei auf die Normen DIN 1494-3 [2], DIN 1850-4 bis DIN 1850-6 [2] und DIN ISO 3547-3 [5] verwiesen.

Berechnung

Die Berechnung der Festkörperreibungslager erstreckt sich auf die Lagertemperatur, die mechanische Belastbarkeit (siehe [Sektion Stift- und Bolzenverbindungen](#)), den Verschleiß und damit auf die Lebensdauer. Da der sichere Betrieb dieser Lager maßgebend durch die Wär-

meabfuhr bei noch zulässiger Lagertemperatur bestimmt wird, werden die Einsatzgrenzen durch Werte angegeben. In B077lagS sind Kräfte und Geschwindigkeiten am Festkörperreibungslager dargestellt.

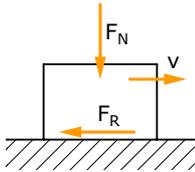


Bild (B077lagS) Kräfte am Festkörperreibungslager

Für Festkörperreibungslager gilt das **Coulomb'sche Reibungsgesetz**:

$$F_R = \mu \cdot F_N \quad (15)$$

Aus den Grössen:

ω : Winkelgeschwindigkeit,

$r = d/2$: **Lagerschalenbohrungsradius**,

F_N : Lagerlast und

μ : **Reibungszahl**.

kann die Verlustleistung P_V , welche in Wärme gewandelt wird, berechnet werden:

$$P_V = \mu \cdot \omega \cdot r \cdot F_N \quad (16)$$

Die Reibungszahl μ ist abhängig von der Werkstoffpaarung und muss aus gegebenen Tabellen oder durch Versuche bestimmt werden.

Die Festigkeitsberechnung beschränkt sich meist auf die Nachprüfung der zulässigen mittleren Flächenpressung:

$$p_m = \frac{F_N}{b \cdot d_w} \quad (17)$$

wobei:

b = Lagerschalenbreite innen

Anhaltswerte für zulässige Flächenpressungen (siehe: [zulässige Festigkeitswerte für Stifte und Bolzen](#)).

3.2.5 Entwurfsrichtlinien

Um eine gute und gleichmässige Tragfähigkeit über der Breite des Lagers zu gewährleisten, wird eine folgende Breiten-/Durchmesser-Empfehlung gegeben:

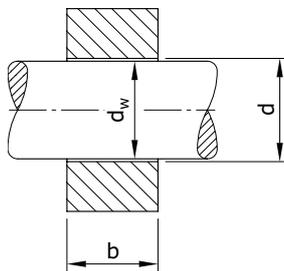


Bild (B078lagZ) Breiten-/Durchmesser Empfehlung

$$\frac{d}{d_w} = 0.5 \dots 0.8 \dots 1.2 \quad (18)$$

Tendenziell ergeben schmale Lager einen grösseren Schmierstoffverbrauch (Schmierstoff tritt seitwärts aus), die Lagertemperatur ist tiefer (Wärme wird über Schmiermittel abgeführt) und die Verkantungsgefahr kleiner. Andererseits ertragen breitere Lager eine grössere Belastung ohne Schaden.

Für das Lagerspiel:

$$\psi = \frac{d - d_w}{d_w} \quad (19)$$

wird rund 0,3–0.5% empfohlen.

3.3 Hydrodynamische Gleitlager

Bei einem hydrodynamischen Gleitlager liegt bei der Drehzahl $n=0$ die Welle im direkten Kontakt mit dem Lagerwerkstoff. Bei $n>0$ hebt die Welle ab und die rotierende Welle schwimmt auf einem unter Druck stehenden Ölpolster, das sich aufgrund der Rotation zwischen außermittig laufender Welle und Lagerschale bildet, siehe B079lagS.

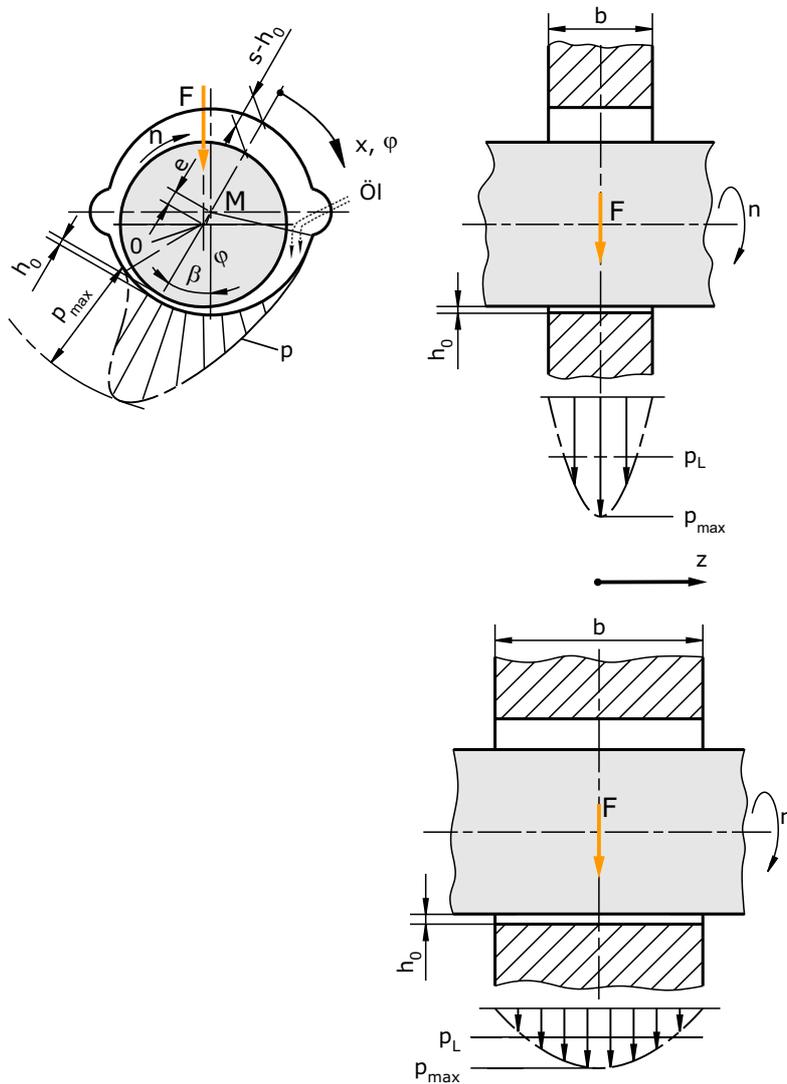


Bild (B079lagS) Druckverläufe bei verschiedenen Lagerbreiten

Der Schmierstoff wird durch die Relativbewegung zwischen Welle und Lagerschale in den konvergenten Lagerspalt gefördert, wodurch ein Staudruck aufgebaut wird. Oberhalb einer bestimmten Drehzahl, der Übergangsdrehzahl, wird dieser so groß, dass Lagerschale und Welle vollkommen getrennt werden und ein hydrodynamischer Schmierzustand vorliegt.

Neben der Geschwindigkeit nehmen die Viskosität des Schmierstoffs und die Lagerbelastung Einfluss auf den Schmierzustand. Niedrige Geschwindigkeit und hohe Lagerbelastung erfordern einen dickflüssigen Schmierstoff. Der hochviskose Schmierstoff bildet einen dickeren Schmierfilm. Der dickere Schmierfilm trennt die Reibkörper bei niedriger Geschwindigkeit eher als ein dünner Schmierfilm.

Bei hoher Geschwindigkeit und niedriger Belastung schwimmt die Welle leichter auf dem Schmierfilm auf, d. h. die Reibkörper trennen sich leichter. Eine ausreichende Schmierfilmdicke ergibt sich aus dem höheren Staudruck. In diesem Fall ist ein dünnflüssiger Schmierstoff zu bevorzugen, da dieser eine geringere innere Reibung besitzt. Die Reibungsverluste bleiben kleiner und es entsteht weniger Wärme.

In B079lagS sind Druckverläufe bei verschiedenen Lagerbreiten qualitativ dargestellt. Bei konstanter Last steigt mit abnehmender Lagerbreite (Fläche) sowohl der mittlere als auch der maximale Druck im Lager an. Bei der Konstruktion des Lagers ist darauf zu achten, dass die Bildung des Schmierstoffpolsters nicht behindert oder gestört wird. Deshalb sollten z. B. Nuten für die Schmierstoffzufuhr in der Druckzone vermieden werden, da sie einen Zusammenbruch des Schmierdrucks bewirken. Ausnahmen können unter Umständen bei schnelllaufenden, sehr gering belasteten Lagern gemacht werden.

Störungen des Druckverlaufs können auch infolge von Fehlern bei der Fertigung oder Montage sowie unsymmetrischer Krafteinleitung oder unsymmetrischer Bauweise auftreten.

Bei Schiefstellung der Welle oder Wellendurchbiegung infolge eines zu schwach dimensionierten Zapfens entstehen Kantenpressungen mit hohen Spitzendrücken und meist auch metallischer Berührung, was zu Heißlaufen, Verschleiß und möglicherweise zum **Fressen** des Lagers führt, vgl. B080lagS.

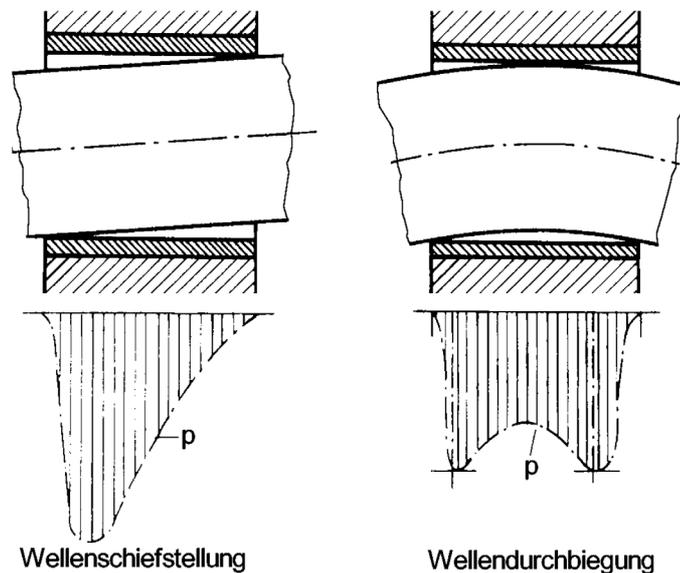


Bild (B080lagS) Ursachen für Störungen des Druckverlaufs

Um eine günstige Öldruckverteilung über der Lagerbreite und damit optimale Tragkraft zu erzielen, ist ein paralleler Schmierpalt über der Breite anzustreben.

3.3.1 Reibung im hydrodynamischen Gleitlager

Da beim hydrodynamischen Lager Welle und Lagerschale durch den Schmierfilm getrennt sind, ist die Reibung des Lagers im Betrieb nahezu unabhängig von Werkstoff und Oberflächenbeschaffenheit. Die Reibung ist aber stark abhängig von der **dynamischen Viskosität** η des Schmierstoffs, der Gleitgeschwindigkeit und der Dicke des Schmierstofffilms.

Die vollständige Trennung von Welle und Lagerschale ist beim Anfahren und Auslaufen der Welle nicht gegeben, da hier der Schmierfilm auf- bzw. abgebaut wird und daher die erforderliche Tragfähigkeit nicht aufbringen kann. Es findet Mischreibung statt. Im **Reibungszahldiagramm** (Stribeck-Kurve, siehe B081 und O82lagS) ist dieses Gebiet durch das Abfallen der Reibungszahl mit steigender Drehzahl gekennzeichnet.

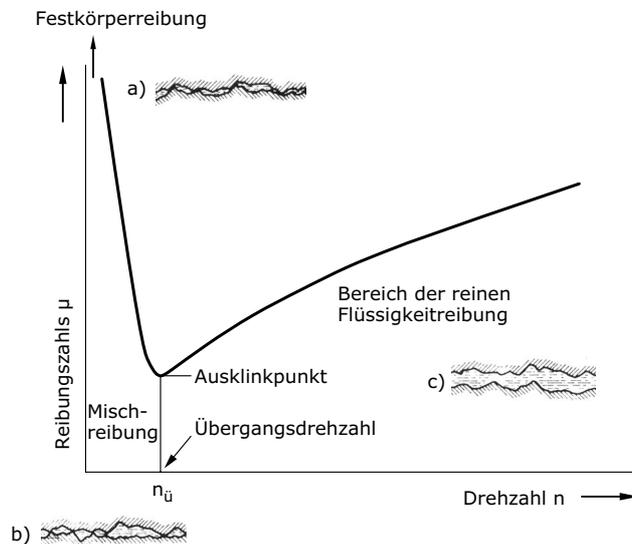


Bild (B081lagS) Reibungsverlauf. Gleitflächenabstand bei:
a) Festkörperreibung, b) Mischreibung, c) Flüssigkeitsreibung

Der Übergang von Misch- zur Flüssigkeitsreibung findet am tiefsten Punkt der Reibungskurve, dem Ausklinkpunkt, statt. Die zugehörige Drehzahl ist die Übergangsdrehzahl $n_{\ddot{u}}$.

Im Mischreibungsgebiet tritt meist großer Verschleiß auf, der dadurch verringert werden kann, dass dieser Bereich möglichst schnell durchfahren wird. Dies kann im allgemeinen durch eine niedrige Übergangsdrehzahl erreicht werden.

Im Gebiet der Flüssigkeitsreibung nimmt der Reibungszahl mit steigender Drehzahl (steigendes Schergefälle) zu.

B082lagS zeigt Reibungszahlen eines Ringschmierlagers nach Striebeck [10] mit $d = 70$ mm in Abhängigkeit der Drehzahl und der mittleren Pressung.

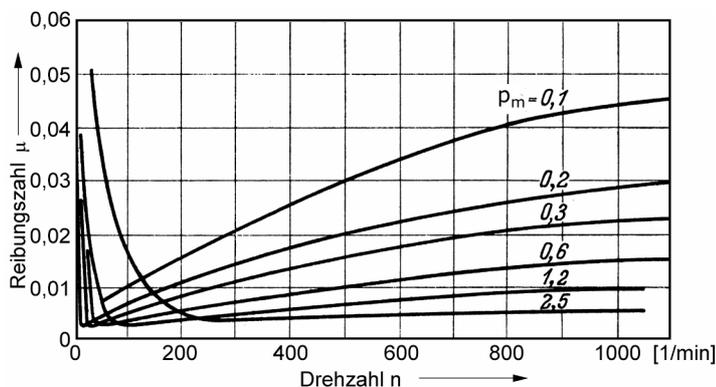


Bild (B082lagZ) Reibungszahlen nach Stribeck/Stribeck-Kurve
(Ringschmierlager d = 70 mm)

Um ein Lager betriebsicher zu konstruieren, wird die Drehzahl rechts von $n_{\ddot{u}}$ festgelegt.

Mit der Höhe der dynamischen Viskosität η , der Geschwindigkeit, der Belastung und der Lagerbreite nimmt auch die Reibarbeit im Lager und damit die Erwärmung des Lagers zu. Es muss sichergestellt sein, dass die Wärme über:

- Wärmeleitung in den Bauteilen,
- durch aktive Kühlung der Lagerschalen und
- durch Rückführung und Kreislauf des Schmiermittels sicher gestellt ist.

3.3.2 Gestaltung hydrodynamische Radiallager

Der Lagerzapfen ist kreiszylindrisch, „hart“, mit großer Formgenauigkeit, angemessener Durchmesser toleranz und geringer Rauheit auszuführen. Die Form der Lagerschale richtet sich nach der Größe der **Sommerfeldzahl**. Die Sommerfeldzahl bezeichnet eine charakteristische Größe für Gleitlager:

$$S_0 = \frac{\rho_m \cdot \Psi^2}{\eta \omega} \quad (20)$$

wobei:

ρ_m : mittlerer Druck: $\rho_m = F/(b \cdot d)$

Ψ : relatives Lagerspiel $\Psi = (d - d_w)/d_w$

η : Viskosität

ω : Winkelgeschwindigkeit

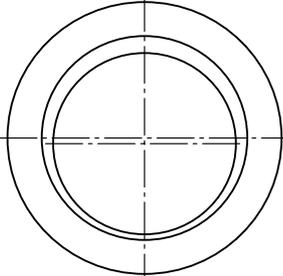
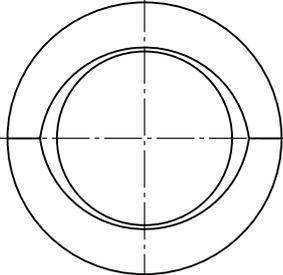
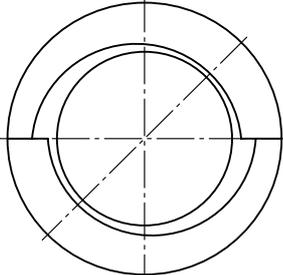
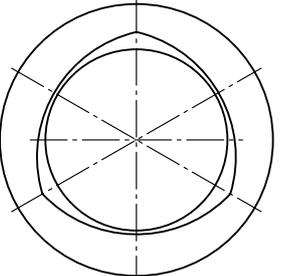
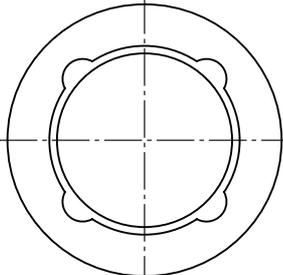
	<p>a) Übliche kreisrunde Lagerschale</p>
	<p>b) Lagerschalenformen mit Zitronenspiel für instabile Lager ($S_o \leq 0,3$)</p>
	<p>c) Lagerschalenformen mit versetztem Zitronenspiel für instabile Lager ($S_o \leq 0,3$)</p>
	<p>d) Mehrflächengleitlager mit dreiliniger Anlage</p>
	<p>e) Mehrflächengleitlager mit vierliniger Anlage</p>

Tabelle (T015) Bilder (B122-126lagS) Hydrodynamische Radiallager

- Im **Schwerlastbereich** $S_0 > 1$ genügen in der Regel kreiszylindrische Lagerschalen, vgl. B083lagS a).
- Im **Schnelllaufbereich** $S_0 < 1$ sind mit zunehmender Annäherung an den instabilen Bereich $S_0 < 0,3$ **Mehrflächengleitlager** zu bevorzugen siehe B083lagS b) bis e).

Lagerschalenformen mit versetztem **Zitronenspiel** sind nur in einer Drehrichtung wirksam.

Bei Mehrflächenlagern werden die inneren Radien der Lagerschalen lokal größer ausgeführt als der Wellenzapfen. Dadurch entsteht an mehreren Stellen ein Druckaufbau, aber auch höhere Verluste.

Während An- und Auslauf ist Mischreibung nicht zu vermeiden. Daher sollte die Lagerschale als Verschleißteil austauschbar sein.

Da Lagerwerkstoff teuer ist und nur geringe Festigkeit besitzt, wird oft nur eine dünne Schicht in die Lagerschale eingebracht. Dabei ist eine gute Haftung zwischen Lagermetall und Lagerschale wichtig. Unter Umständen müssen Schwalbenschwanznuten vorgesehen werden.

Anhaltswerte für Schichtdicken

- Weißmetall: 2–5 mm, abhängig von d .
- Bronze: aufgegossen oder gespritzt: 2–5 mm, abhängig von d
als Büchse eingepresst: 0,1 bis 0,2 d

Weitere Gestaltungshinweise für die Lagerschalen

- Lagerschale im Lager- bzw. Maschinenkörper gegen Verdrehung und axiale Verschiebung sichern.
- Für Schmierstoff-Zuführung Schmiertaschen und Kanäle vorsehen. Schmiertaschen nie in belastete Zone legen.
- Bei Durchbiegung oder Verlagerung der Welle unter Last muss die Lagerschale selbsteinstellend oder gelenkig sein oder eine elastische Unterstützung bzw. biegeeweiche Lagerschale verwendet werden.

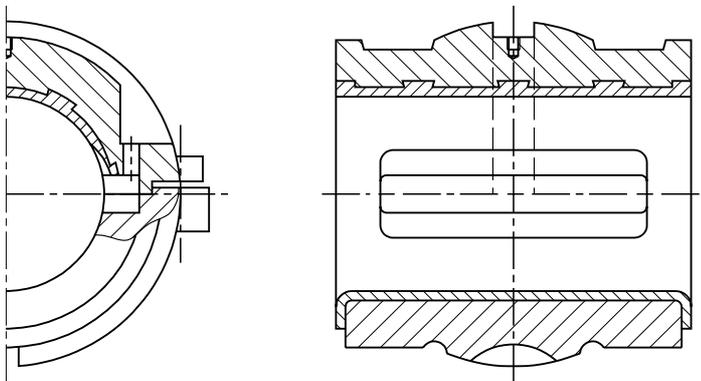


Bild (B084lagS) Selbsteinstellende Lagerschale mit kugeliger Auflage

Lager als Bestandteil einer Maschine

Die Gestaltung beschränkt sich auf die Lagerschale und deren Aufnahme im Maschinenkörper. Ausgangspunkt sind Zapfen und Wand. Ölkanäle und Schmiertaschen sind vorzusehen. In B085lagS sind einige konstruktive Lösungen für geteilte und ungeteilte Maschinenkörper dargestellt.

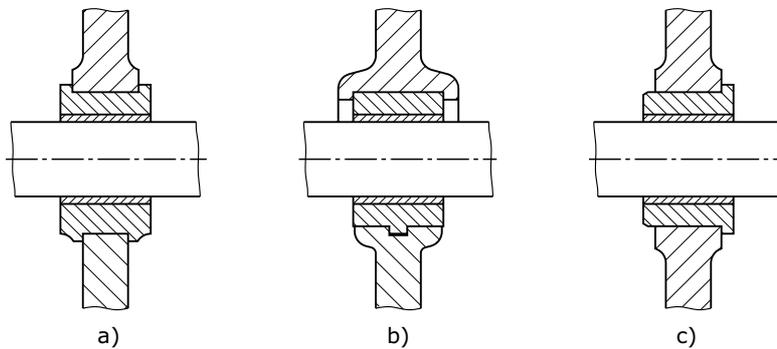


Bild (B085lagS) Lagerschalen-Gestaltung bei geteilten und ungeteilten Maschinenkörpern. a) Umgreifende Lagerschale, Maschinenkörper geteilt, b) Eingelegte Lagerschale, Maschinenkörper geteilt, c) Eingepresste Lagerbüchse, Maschinenkörper ungeteilt, evtl. axiale Sicherung erforderlich.

Lager als selbstständige Einheit

Falls das Lager eine selbständige Einheit bilden soll, muss ein Lagerkörper konstruiert werden, der mehrere Aufgaben erfüllt:

- Lagerkraft ableiten,
- Ölvorrat aufnehmen und
- Lager abdichten.

3.3.3 Gestaltung hydrodynamische Axiallager

- Anlaufbund bzw. Stirnfläche mit großer Formgenauigkeit eben und rechtwinklig zur Wellenachse mit geringer Rauigkeit ausführen.
- Stützfläche in Segmente auflösen und Keilflächen einarbeiten oder Segmente als Kippsegmente ausbilden.
- Drehrichtung beachten, bei **Reversierbetrieb** Sondermaßnahmen vorsehen, die unter Umständen die Belastbarkeit nachteilig beeinflussen.
- Bei kleinen Drehzahlen Durchmesser größer wählen.

In B134lagS–B139lags und B087lagS sind einige Beispiele für die Ausführung von Axiallagern zusammengestellt:

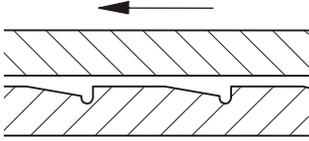


Bild (B134lags)
a) Einringplatte mit Nuten

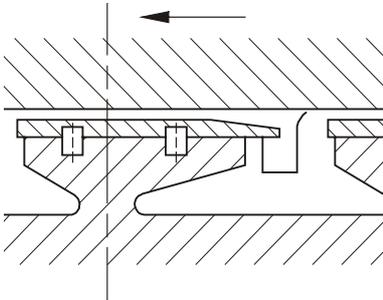
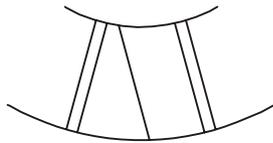


Bild (B135lags)
b) Einringplatte mit elastischen
Tragstücken und Abstreifern

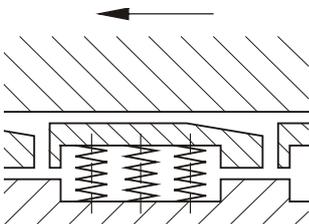


Bild (B136lags)
c) Kippsegmente auf
Schraubenfedern

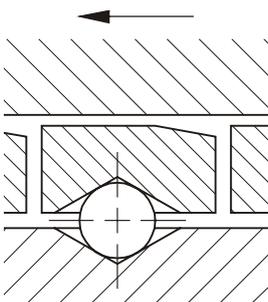


Bild (B137lags)
d) Kippsegmente mit Zwischenkugel

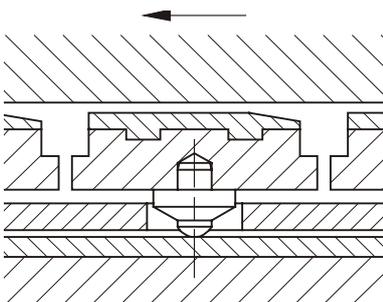


Bild B(138lags)
Kippsegmente mit balliger Auflage

Tabelle (T016) Bilder (B134-139lags) Gestaltung der Axial-Gleitlager

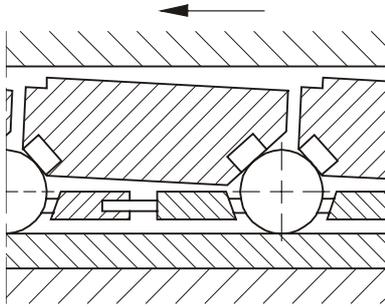


Bild B(139lags)
f) Abstützkugeln zwischen
den Segmenten

Tabelle (T016) Bilder (B134-139lagS) Gestaltung der Axial-Gleitlager

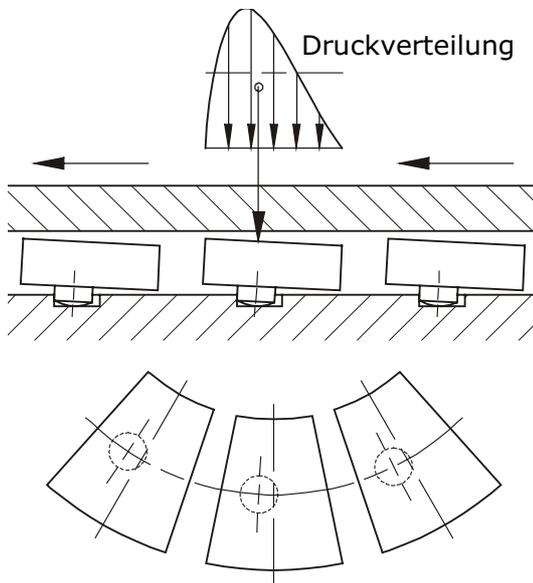


Bild (B087lagS) Axiallager

3.3.4 Gaslager

In diese Gruppe von Lagern passen die Luftlager. Durch Düsen oder poröses Lagermaterial wird ein Luftkissen erzeugt und ein berührungsloses Gleichgewicht erzielt. Die Belastbarkeit ist geringer (von der Fläche abhängig), die Reibung jedoch minimal. Tonnenschwere Lasten, ganze Maschinen können mit Luftlagern transportiert werden.

3.3.5 Magnetlager

Auf einem anderen physikalischen Prinzip beruhen die Magnetlager. Hier wird das Lagerspiel (berührungslos) durch Magnetkräfte, geregelt oder ungeregelt, aufrecht erhalten. Magnetlager genügen höchsten Ansprüchen und werden z. B. in kinetischen Schwungrädern eingesetzt. Wesentliche Forschungsarbeit im Bereiche dieser Magnetlager wurde an der ETH in Zürich erbracht.

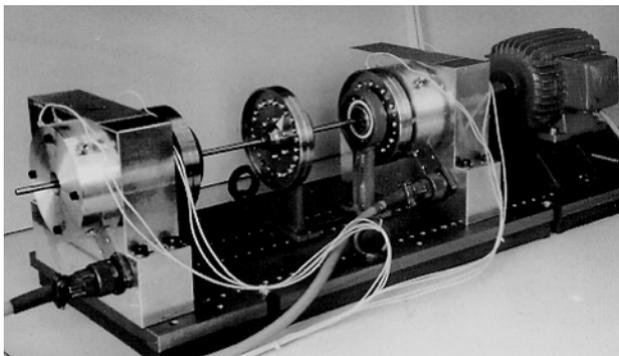


Bild (B088lagz) Versuchsaufbau für Magnetlagerung (Inst. für Robotik ETH-Zürich)

In einer erweiterten Forschungsrichtung wird versucht, den Elektromotor und die magnetische Lagerung (beides beruht auf dem gleichen physikalischen Prinzip) zu kombinieren (Funktions-, Bauteilvereinigung).

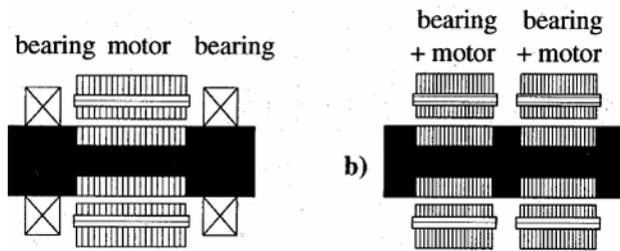


Bild (B089lagZ) Rechts Kombination der Lagerung und des Antriebes

3.3.6 Lineares Gleitlager

Auch für lineare Führungssysteme können z. B. Lagerbuchsen eingesetzt werden. Fertige Lösungen existieren, wie es das folgende Beispiel zeigt:

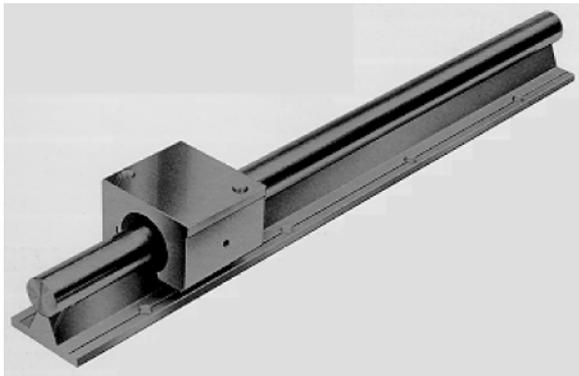


Bild (B090lagZ) Lineares Gleitlager; ein Führungswagen mit eingelegten Lagerbuchsen gleitet auf einer gehärteten Präzisionswelle

3.4 Hydrostatische Gleitlager

Um die Nachteile der hohen Reibung und des Verschleißes beim Anlaufen der hydrodynamischen Lager zu vermeiden, kann man hydrostatische Lager einsetzen. Bei diesen Lagern wird die Welle durch den hydrostatischen Druck des in das Lager gepumpten Öls angehoben. Das bedeutet, dass schon bei Stillstand des Lagers die metallische Berührung zwischen Zapfen und Lagerschale aufgehoben ist. Dabei ist wichtig, dass der erforderliche Öldruck im Betrieb immer erhalten bleibt, selbst wenn die Pumpe ausfallen sollte, um Schäden zu vermeiden. Hierfür bieten sich z. B. Druckspeicher an.

3.4.1 Radiallager

B091lagS zeigt den prinzipiellen Aufbau eines hydrostatischen Radiallagers im Schnitt und als Abwicklung.

Infolge unterschiedlicher Spaltweiten bei der Auslenkung der Welle und Drosselstellen in der Ölzuführung bilden sich Druckdifferenzen zwischen den Kammern aus. Die Resultierende der Kammerdruckkräfte hält der äußeren Belastung F das Gleichgewicht.

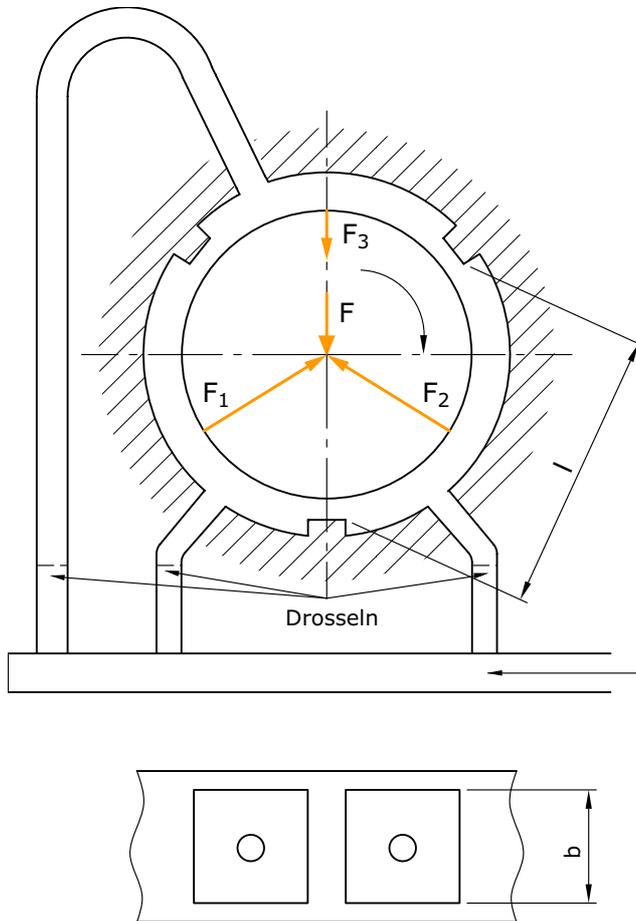


Bild (B091lagS) Hydrostatisches Radiallager; a) im Schnitt, b) abgewickeltes Lager

Es gilt:

$$\sum \vec{F}_i = \vec{F} \quad (21)$$

Der Öldruck muss mindestens betragen:

$$p = \frac{F}{b \cdot l} \quad (22)$$

wobei:

b = Lagertaschenbreite

l = Sehnenlänge der Tasche

Je höher der Druck, desto steifer die Lagerung.

3.4.2 Axiallager

In B092lagS sind verschiedene Ausführungen von hydrostatischen Axialagern wiedergegeben.

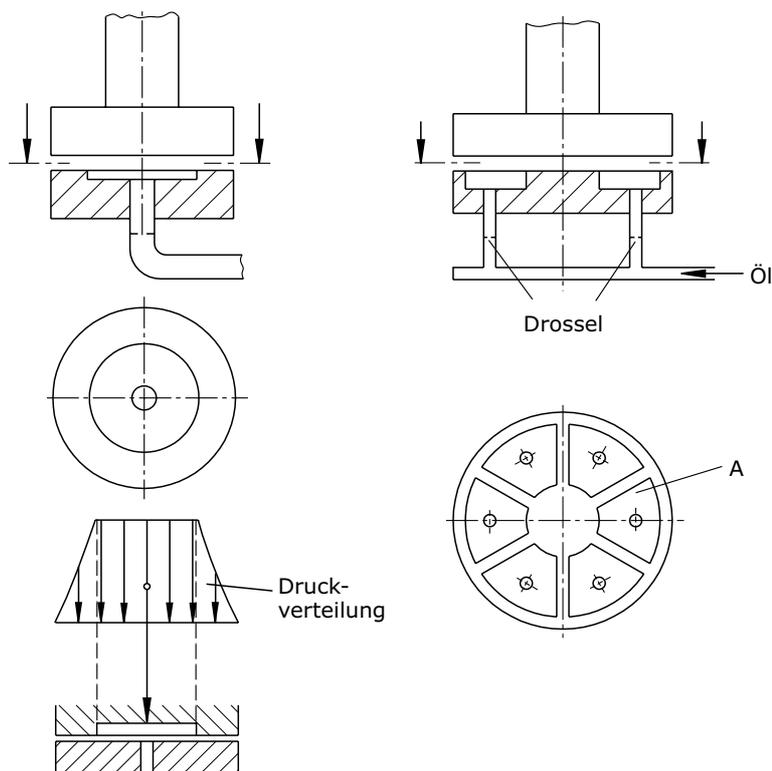


Bild (B092lagS) a) Einfach ausgeführtes Axiallager;
b) Axiallager mit mehreren Drucktaschen

Für den Öldruck gilt hier:

$$p \geq \frac{F}{\sum A} \quad (23)$$

Beispiel eines radialen hydrostatischen Lagers

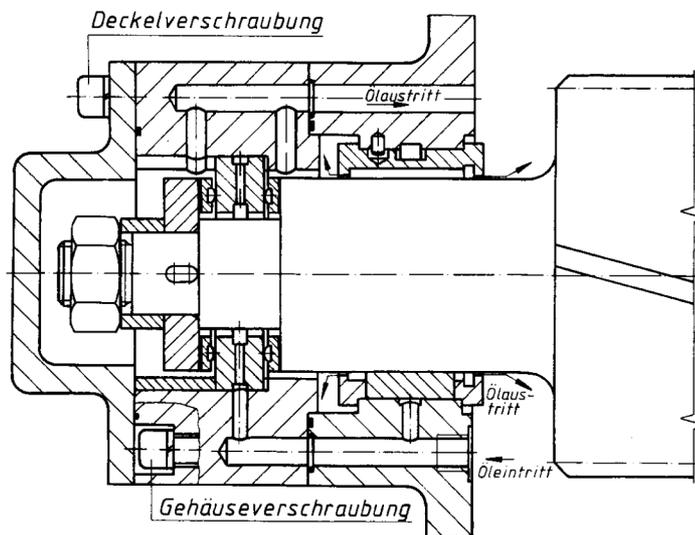


Bild (B093lagZ aus Roloff/Matek) Gestaltung eines hydrostatischen Lagers

4 Lagerauswahl, Bewertung

Jede Lagergestaltung ergibt einen umfangreichen gesamtheitlichen Entscheidungsprozess über Lagerart, Gestaltung, Lagertyp, Baugrößen, Schmierung und Dichtung.

Als Basis für den gedanklichen Entscheidungsprozess dienen uns die gegebenen Anforderungen an die Lagerung – Anforderungen wie Belastung, Belastungsart in Richtung, Belastungsdauer, Drehzahl, Gleichmässigkeit, der vorhandene Bauraum, die Montierbarkeit und Wartbarkeit, die Zuverlässigkeit, die Umfeldbedingungen etc.

Bevorzugt man für die gestellte Aufgabe eine Gleitlagerung oder eine Wälzlagerung? Mit der folgenden Übersicht soll hier eine Entscheidungshilfe gegeben werden.

Vorteile der Wälzlager

- geringere Anlaufreibung ($\mu \approx 0,002-0,006$)
- geringerer Einfluss der Drehzahl auf die Betriebsreibung
- kein Einlauf erforderlich
- kein Einfluss des Wellenwerkstoffes auf das Betriebsverhalten
- geringe Ansprüche an Schmierstoffart und -menge
- größere Tragfähigkeit bezogen auf Lagerbreite
- genormte Abmessungen.

Nachteile der Wälzlager

- stärkeres Lagergeräusch
- Empfindlichkeit gegen Erschütterungen im Stillstand
- Drehzahl nach oben begrenzt
- geteilte Lager nur bedingt möglich.

Vorteile der Gleitlager

- Schwingungs-, stoß- und geräuschkämpfender Schmierfilm
- wenig empfindlich gegen Erschütterungen
- wenig empfindlich gegen Staubzutritt (bei Fett)
- geringes Lagerspiel möglich
- große Toleranzen möglich, wenn großes Lagerspiel zulässig
- einfacher Aufbau
- geringer radialer Bauraum
- konstruktiv anpassungsfähig (integrierbares Bauteil)
- geteilt ausführbar (v. a. bei Radiallagern wichtig)
- für sehr hohe Drehzahlen geeignet

- bei vollhydrodynamischem/vollaerostatischem Dauerbetrieb und bei hydro-/aerostatischen Lagern praktisch kein Verschleiß
- bei großen Abmessungen kostengünstiger als Wälzlager

Nachteile der Gleitlager

- Schmierfilm erst durch Gleitbewegung gebildet → Festkörperreibung beim Anlauf,
- hohe Anlaufreibungszahl (außer bei hydrostatischen und aerostatischen Lagern),
- eventuell Einlauf erforderlich,
- bei trocken oder mit Mangelschmierung laufenden Gleitlagern tritt während der gesamten Gebrauchsdauer Verschleiß auf,
- bei hydrodynamischen und aerodynamischen Gleitlagern tritt beim Anlaufen Verschleiß auf,
- größerer Schmierstoffbedarf als Wälzlager,
- Aufwand für Förderung, Filterung und Kühlung des Schmierstoffs,
- größere Baubreite als bei Wälzlagern.

Zusammenfassung

Die folgenden groben Auswahlrichtlinien können genannt werden:

- Wälzlager eignen sich bei:
 - durchschnittlichen Anforderungen an Genauigkeit und für wartungsarme Lagerungen.
 - Lagerungen mit kleinem Anlaufmoment.
- Gleitlager bevorzugen bei:
 - „Dauerläufern“ hoher Drehzahl, hoher Lebensdauer und hoher radialer Belastung (Turbinen, Generatoren),
 - Lagerungen mit grossen Schlägen, Vibrationen und unruhigem Lauf (Stangen, Pressen) und
 - „billigen“ Lagerungen ohne grosse Ansprüche (Trockenlager).

Direkter Vergleich

	Gleitlager	Wälzlager
Anlaufreibung	höher	geringer (0.002–0.006)
Reibung	von Typ abhängig	von Typ abhängig
Reibung in Funktion der Drehzahl	stark abhängig	geringer Einfluss
Wärmeentwicklung	meist grösser (von Typ abhängig)	kleiner
Tragfähigkeit in Funktion der Lagerbreite	grösser	kleiner
radiale Teilbarkeit	möglich	nicht möglich
Preis	von Typ abhängig	von Typ abhängig
Drehzahlgrenze	höher	beschränkt
axiale Belastungsaufnahme	schlechter	besser
Geräuschentwicklung	geringer	höher
Erschütterung, Stösse im Stillstand	unempfindlicher	empfindlicher
radialer Platzbedarf	geringer	grösser
radiales Lagerspiel	genauer	von Typ abhängig
Schmutzempfindlichkeit	geringer	grösser
Bauvolumen	geringer	grösser
radiale Dämpfung	vorhanden	schlechter
Einlaufzeit	notwendig	entfällt
Verschleiss	abhängig von Typ	gering
Anforderung an Wellenmaterial	abhängig	keine (Innenring)
Schmiermittelbedarf	grösser (abhängig von Typ)	geringer

Tabelle (T017lagZ) Vergleich Gleit- und Wälzlager

Auch dieser Entscheidungshilfe ist mit Vorsicht zu begegnen. Am Markt existieren eine Vielzahl von Typen mit spezifischen Vorteilen. Im Entscheidungsfall sei auf die entsprechenden Lieferantenkataloge verwiesen.

5 Zusammenfassung

Wenn Lagerungs-Alternativen gesucht werden, muss der Anforderungskatalog genauestens studiert werden. Wesentliche Anforderungen für die Auswahl von Lagern sind z. B.:

- maximale Drehzahl,
- Drehzahlbereiche (über Betriebszeiten),
- Achs- oder Wellenbelastungen (einschl. Gewichte),
- Lagerstösse,
- Achs- oder Wellenverformungen,
- Einbaugenauigkeiten,
- Strukturweichheiten,
- maximale Betriebstemperaturen,
- Betriebstemperaturbereiche (-zyklen),
- geforderte Mindest-Lebensdauer,
- Sand, Staub,
- Spritzwasser (Seegang, Geländefahrt ...) oder
- Salz-/Nebelatmosphäre.

Ist eine Achse oder Welle zu lagern, sind folgende Überlegungen anzustellen:

- Wälz- oder Gleitlagerung sind abhängig von Lager-, Transport-, Betriebsverhältnissen, insbesondere Lagerbelastung, Betriebsrauigkeit (Stösse), Drehzahlbereich und maximaler Drehzahl, maximalen Betriebstemperaturen bzw. Betriebstemperaturbereichen und -zyklen.
- Die erforderlichen Freiheitsgrade festlegen, d. h. für die Lagerung einer Achse oder Welle ist zu überlegen, welche Lagerstelle in axialer Richtung führen soll (Festlager) und welche sich infolge Wärmeausdehnungen oder Strukturweichheit axial frei einstellen darf (Loslager). Ferner ist zu überlegen, welcher Versatz zwischen den Lagern und welche Wellendurchbiegung (Pendellager) zugelassen und durch welche Lagerbauform diese aufgenommen werden kann.
- Zerlegung aller äusseren Belastungen in axiale und radiale Komponenten, verteilt auf die Lagerstellen. Achtung: Nicht jedes Lager nimmt jede Belastungskomponente auf!
- Qualitative Festlegung der einfachsten und billigsten Lagertypen entsprechend der charakterist. Leistungseigenschaften.
- Festlegung der Lagerschmierung.
- Wahl der Lagerabdichtung in Abhängigkeit von den Umweltbedingungen und dem gewählten Schmiermittel.
- Überprüfen der Wärmeabfuhr.

Verständnisfrage 1

Ordnen Sie die verschiedenen Lagerungsarten in die unterschiedlichen Hauptgruppen.

Verständnisfrage 2

Bezeichnen Sie die einzelnen Bestandteile eines Wälzlagers.

Verständnisfrage 3

Benennen Sie folgende Wälzlagerbauarten.

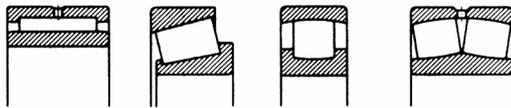


Bild (B140lagz) Wälzlagerbauarten

Verständnisfrage 4

Analysieren Sie die folgende Wälzlagerlösung und geben Sie Eigenschaften der Lösung an, diskutieren Sie die Montage.

Verständnisfrage 5

Skizzieren Sie eine Velo-Radlagerung; vergleichen Sie mit realen Konstruktionen.

Verständnisfrage 6

Nach welchen Gesichtspunkten wählen Sie die Passungen eines Wälzlagers? Was wählen Sie bei folgenden Konstruktionen vorzugsweise?

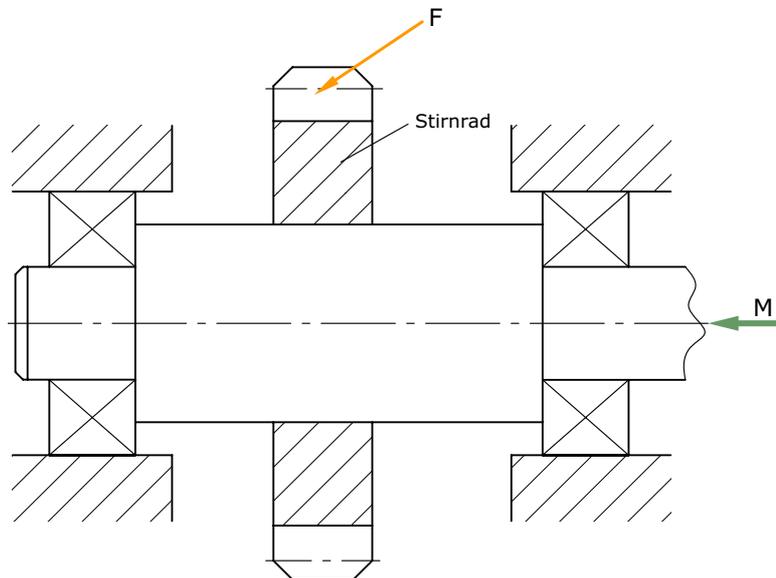


Bild (B101lagz) Welle mit Stirnrad

Verständnisfrage 7

Sie haben bei einem Loslager eine radiale Kraft von 10'000 N; das Lager selber wird nur statisch beansprucht und unterliegt auch sonst geringen Anforderungen. Wie gehen Sie prinzipiell und rechnerisch vor, um dieses Lager zu bestimmen?

Verständnisfrage 8

Was definiert der C-Wert der dynamischen Berechnung?

Verständnisfrage 9

Wie berechnet man die nominelle Lebensdauer L_{10} eines Lagers und was bedeutet diese?

Verständnisfrage 10

Auf wie viele Betriebsstunden werden Haushaltmaschinen (Abwaschmaschinen, Kochherd) in der Regel ausgelegt?

Verständnisfrage 11

Was ist die modifizierte Lebensdauer und welche weiteren Faktoren schliesst diese ein?

Verständnisfrage 12

Welche unterschiedlichen Dichtkonzepte existieren und in was unterscheiden sich diese? Geben Sie Vor- und Nachteile an.

Verständnisfrage 13

Was sind Kugelumlaufspindeln?

Verständnisfrage 14

Gruppieren Sie die Gleitlagertypen und nennen Sie Eigenschaften.

Verständnisfrage 15

Was sind Vor- und Nachteile von Festkörper-Reibungslager. Nennen Sie geeignete Materialien und Bauformen.

Verständnisfrage 16

Wie würden Sie die Wärmeentwicklung in einem Sinterlager prinzipiell berechnen?

Verständnisfrage 17

Nennen Sie die unterschiedlichen Bereiche des Reibverhaltens eines hydrodynamischen Lagers.

Verständnisfrage 18

Was bezeichnet die Übergangsdrehzahl?

Verständnisfrage 19

Wieso soll man das Lager genügend weit rechts von n_{ij} betreiben?

Verständnisfrage 20

Wie ändert sich die Reibung von hydrodynamischen Lagern, wenn sich die Belastung erhöht?

Verständnisfrage 21

Was ist der wesentliche Vorteil eines hydrostatischen Lagers, was der Nachteil?

Antwort 1

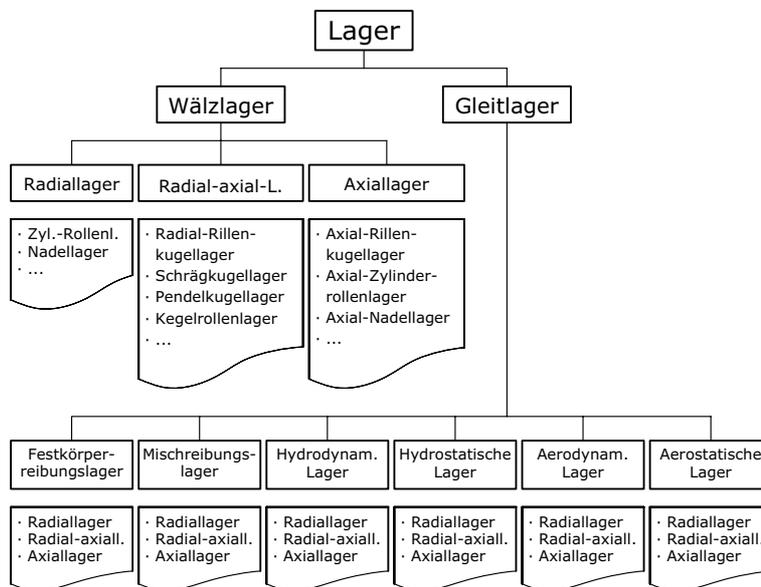


Bild (B001lagS) Systematische Einteilung der Lager

Antwort 2

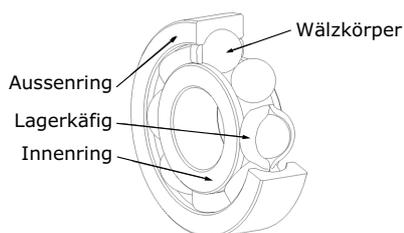


Bild (B003lagZ) Prinzipieller Aufbau eines Wälzlagers

Antwort 3

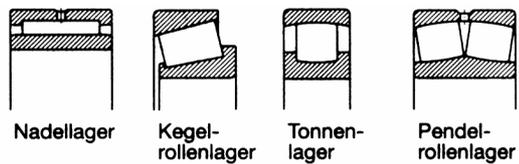


Bild (B141lagZ) Wälzlagerbauarten

Antwort 4

Fest-/Loslager-Lagerung mit zwei Kugellagern. Linkes Lager lose, rechtes fest.

Antwort 5

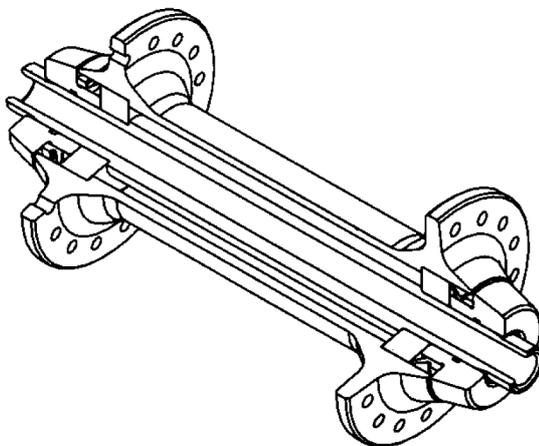


Bild (B200lagZ) Fahrrad-Vorderradlager; Quelle: DT Swiss, Biel, <http://www.dtswiss.com/de/naben-onyx.html>; Fabrikat: Onyx Vorderrad light

Antwort 6

Die Passung kann an Innen- oder Aussenring lose oder fest sein.

Gründe für feste Passung an Innen- und Außenring:

- einfachste und sicherste Befestigung in Umfangsrichtung
- volle Unterstützung der Ringe auf ganzem Umfang
⇒ bestmögliche Tragfähigkeit des Lagers

Gründe für eine losen Passung:

- Erleichterung beim Einbau
- axiale Verschiebbarkeit von Loslagern

Das lose Lager kann gestalterisch entweder am Innenring oder am Aussenring angeordnet werden. Entscheidend ist, an welchem Ring sich die umlaufende Krafrichtung relativ zum angrenzenden Bauteil ändert (Umfanglast). Eine relative Änderung der Krafrichtung zwischen Ring und Bauteil führt zu kleinsten minimalen Verschiebungen (Schlupf) in den betreffenden Wirkflächen, was zur langsamen Zerstörung (Reiberermüdung, „Passungsrost“) des Bauteiles führt.

Falls sich die Krafrichtung relativ zum Bauteil nicht ändert, spricht man von Punktlast.

Grundsatz: Das Festlager wird an dem Ring realisiert, welcher die Umfangskraft erfährt.

Antwort 7

Wälzlager werden in zweierlei Hinsicht dimensioniert: Einerseits wird die statische Tragfähigkeit überprüft und andererseits die Lebensdauer des Lagers berechnet.

Theorie: Kap 2.9: „statische Belastbarkeit“

Antwort 8

C bezeichnet die Belastung, bei der die nominelle Lebensdauer 1 Million Umdrehungen beträgt.

Antwort 9

Die nominelle Lebensdauer wird durch folgende Formel berechnet:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^p \quad (24)$$

Sie berechnet die Anzahl Mio.-Umdrehungen bei der, statistisch gesehen, 10% der Maschinen ausgefallen sind.

Antwort 10

Die erwartete Lebensdauer von Haushaltgeräten beträgt 3000 bis 10000 Betriebsstunden.

Antwort 11

Im Gegensatz zu der nominellen (idealen) Lebensdauer L ist die modifizierte Lebensdauer L_{na} näher an der Wirklichkeit, da sie noch verschiedene (reale) Faktoren mitberücksichtigt. Diese sind:

- Erwartete Lebenswahrscheinlichkeit (L ist auf 90% normiert)
- Abschlag für Wälzlagerstoffe mit reduzierter Qualität
- Spezielle Betriebsbedingungen wie hohe Temperaturen, Schmutz sowie schlechte Wartbarkeit

Antwort 12

Nichtschleifende Dichtungen:

Diese Dichtungsart basiert auf der Wirkungsweise einer oder mehrerer hintereinandergeschalteter engen Spalten.

- Fast unbegrenzte Lebensdauer
- verschiedene Komplexitätsgrade möglich

Schleifende Dichtungen:

Bei dieser Dichtungsart ist immer ein Kontakt zwischen den Wirkflächen gegeben.

- eingeschränkte Lebensdauer
- nicht für höhere Drehzahlen geeignet

Antwort 13

Linearführung

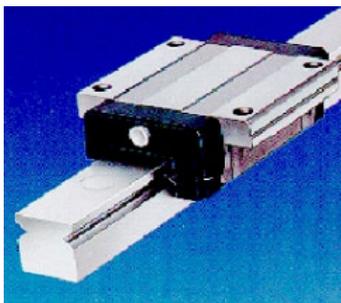


Bild (B070lagZ) Kugelanordnung in Gewindetrieb

Antwort 14

Einteilung nach dem Funktionsprinzip:

- Festkörperreibungslager: keine Schmierung, Festkörperreibung
- Mischreibungslager: Mangelschmierung, Mischreibung

- Hydrodynamische Lager: Vollschnierung, Welle und Lager-
schale im Betrieb durch flüssigen Schmierfilm getrennt, innerer
Druckaufbau

Einteilung nach dem Schmierstoff:

- Nicht geschmierte Lager
- Feststoffgeschmierte Lager
- Fettgeschmierte Lager
- Ölgeschmierte Lager
- Wassergeschmierte Lager
- Gasgeschmierte Lager

Einteilung nach dem Werkstoff bzw. Werkstoffaufbau der Lager-
schale:

- Monometallische Werkstoffe:
 - Weißmetalle (z. B. Zinn, Zink, Nickel, Blei, Wismut),
 - Rotguss (z. B. Kupferbronze, Sinterbronze, Massivbronze,
Zinnbronzen, Bleibronze),
 - Leichtmetalle (z. B. Aluminiumbronze)
- Zweischichtwerkstoffe:
 - Metall-Kunststoff-Verbund
(z. B. Stahlrücken mit Gleitschicht aus PVDF, PTFE),
 - Metall-Metall-Verbund
(z. B. Stahlrücken mit Gleitschicht aus Bleibronze-
Verbundmaterial)
- Mehrschichtwerkstoffe:
 - Metall-Kunststoff-Verbund
(z. B. St + Sinterbronze + (PTFE + Pb))
- Thermoplastische Compounds: Bestehen aus einer Kunststoff-
matrix, in die Füllstoffe und Festschmierstoffe homogen einge-
bunden sind. Die Füllstoffe sorgen für die erforderliche mecha-
nische Festigkeit und je nach Typ für eine hohe
Verschleißfestigkeit, eine verbesserte Wärmeabfuhr oder für
elektrostatische Leitfähigkeit. Die Festschmierstoffzusätze
ermöglichen niedrige Reibungszahlen (z. B. PBT + Bronzepulver
+ PTFE).
- Faserverstärkte Kunststoffverbundwerkstoffe (z. B. verschleiß-
festes Harz verstärkt mit organischen Fasern und modifizierten
Gleitzusätzen
- Keramik

Einteilung nach der Krafrichtung:

- Radiallager, Querlager (Traglager): für radiale Kräfte
- Axiallager, Längslager (Spurlager): für axiale Kräfte

Antwort 15

Vorteile der Gleitlager:

- schwingungs-, stoß- und geräuschkämpfender Schmierfilm
- wenig empfindlich gegen Erschütterungen
- wenig empfindlich gegen Staubzutritt (bei Fett)
- geringes Lagerspiel möglich
- große Toleranzen möglich, wenn großes Lagerspiel zulässig
- einfacher Aufbau
- geringer radialer Bauraum
- konstruktiv anpassungsfähig (integrierbares Bauteil)
- geteilt ausführbar (v. a. bei Radiallagern wichtig)
- für sehr hohe Drehzahlen geeignet
- bei vollhydrodynamischem/vollaerostatischem Dauerbetrieb und bei hydro-/aerostatischen Lagern praktisch kein Verschleiß
- bei großen Abmessungen kostengünstiger als Wälzlager

Nachteile der Gleitlager:

- Schmierfilm erst durch Gleitbewegung gebildet → Festkörperreibung beim Anlauf
- hohe Anlaufreibungszahl (außer bei hydrostatischen und aerostatischen Lagern)
- eventuell Einlauf erforderlich
- bei trocken oder mit Mangelschmierung laufenden Gleitlagern tritt während der gesamten Gebrauchsdauer Verschleiß auf
- bei hydrodynamischen und aerodynamischen Gleitlagern tritt beim Anlaufen Verschleiß auf
- größerer Schmierstoffbedarf als Wälzlager
- Aufwand für Förderung, Filterung und Kühlung des Schmierstoffs
- größere Baubreite als bei Wälzlagern

Geeignete Materialien – Lager:

- Gusseisen, Sintermetalle, Kupferlegierungen (Bronze), Blei- und Zinnlegierungen, Kunststoff

Geeignete Materialien – Welle:

- hauptsächlich Stahl

Geeignete Bauformen:

- Viele Hersteller haben bereits eine grosse Anzahl an standardisierten Bauteilen im Angebot, die je nach Material als zylindrische Buchsen, Bundbuchsen, Anlaufscheiben oder Gleitstreifen lieferbar sind.

Sonderformen können über den Fachhandel bezogen werden.

Antwort 16

$$P = F_R \cdot v$$

$$(v : \text{Geschwindigkeit} = r \cdot \omega; F_R = F_N \cdot \mu) \quad (25)$$

Antwort 17

- $n=0$: Die Welle liegt im direkten Kontakt mit dem Lagerwerkstoff
- $n>0$: Die Welle schwimmt auf einem Oelpolster. Jedoch findet Mischreibung statt. Grosser Verschleiss.
- $N > n_{\ddot{u}}$: Vollständige Trennung der Welle von der Lagerschale; keine Mischreibung mehr \rightarrow Flüssigkeitsreibung

Antwort 18

Zum Ausklinkpunkt gehörende Drehzahl. Übergang von Misch- zu Flüssigkeitsreibung.

Antwort 19

Grosser Verschleiss im Mischreibungsgebiet. Der Mischreibungsbe-
reich wird möglichst schnell durchfahren. Rechts von $n_{\ddot{u}}$ ist die
Betriebssicherheit sichergestellt.

Antwort 20

Die Reibwerte sinken.

Antwort 21

Das hydrostatische Lager lässt sich folgendermassen charakterisieren:

- Vorteil: Schon bei Stillstand ist die metallische Berührung aufgehoben, dies führt zu kleinerem Verschleiss beim Anfahren des Systems im Vergleich zu hydrodynamischen Lagern
- Nachteil: Auch im Stillstand muss der Öldruck stets gegeben sein, dies führt zu aufwändigeren Konstruktionen z. B. Druckspeicher

Relevante Cases

- [Kreissägewelle](#)
- [Laufrolle](#)
- [Lagerung Getriebewelle](#)

Publikationsverzeichnis – Literatur

- [1] Brändlein, Johannes; Eschmann, Paul und Hasbargen, Ludwig (1998): Die Wälzlagerpraxis. Handbuch für die Berechnung und Gestaltung von Lagerungen; Vereinigte Fachverlage, München, Oldenbourg
- [2] DIN 1494-3 (1983): Gleitlager. Gerollte Buchsen für Gleitlager. Schmierlöcher, Schmiernuten, Schmiertaschen; Beuth Verlag, Berlin
- [3] DIN 1850 (1998): Gleitlager; Beuth Verlag, Berlin
- [4] DIN ISO 281 (1993): Dynamische Tragzahlen und nominelle Lebensdauer, Wälzlager; Beuth Verlag, Berlin
- [5] DIN ISO 3547-3 Norm-Entwurf (1995): Gleitlager – Gerollte Buchsen für Gleitlager – Teil 3: Schmierlöcher, Schmiernuten, Schmiertaschen; Beuth Verlag, Berlin
- [6] Eschmann, Paul (1953): Die Wälzlagerpraxis. Handbuch für die Berechnung und Gestaltung von Lagerungen; Vereinigte Fachverlage, München, Oldenbourg
- [7] FAG, Technische Information (1999): FAG Wälzlager, Grundlagen, Bauarten, Ausführungen; TiNr. WL43-1190D, Schweinfurt
- [8] Federal-Mogul Deva GmbH, Schulstrasse 20, D-35260 Stadtlendorf
- [9] Müller, R. P. und Popp, W. (1979): CAROBRONZE – Gleitwerkstoff zur Verschleissminderung in Lagern und Führungen; CARO-Mitteilungsheft
- [10] Niemann, Gustav (1981): Maschinenelemente Band 1. Konstruktion und Berechnung von Verbindungen, Lagern, Wellen; 2. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York
- [11] Niemann, Gustav; Winter, H. und Höhn, B. (2001): Maschinenelemente Band 1. Konstruktion und Berechnung von Verbindungen, Lagern, Wellen; 3. Auflage, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York

Publikationsverzeichnis – Weblinks

Lieferanten von Wälzlagern:

- <http://www.uiker.ch>
- <http://www.sroag.ch>
- <http://www.fag.de>
- <http://www.myonic.com>

Lieferanten von Gleitlagern:

- <http://www.merkelbach.de>
- <http://www.durofer.ch>

Publikationsverzeichnis – weitere relevante Dokumente

- [Looser: Métafram – Selbstschmierende Sinterbüchsen](#)

Schraubenverbindungen

Autor: Prof. Dr. Markus Meier

1 Überblick

Motivation

Die Schraube ist das am häufigsten und vielseitigsten verwendete Maschinen- und Verbindungselement. Wir begegnen ihr in vielen Gegenständen unseres unmittelbaren Umfeldes. Schrauben dienen der Befestigung aber auch vielen anderen Funktionen wie beispielsweise der Übersetzung im Schraubstock oder der Messung in einem Mikrometer.

Die Auswirkungen fehlerhafter Schraubenverbindungen dürfen nicht unterschätzt werden, wie die Analyse der Ursache einer Entgleisung eines Intercity-Neigezuges am 29. Juli 2001 in Zürich-Oerlikon aufdeckte. Die abgeschlossenen Untersuchungen haben gezeigt, dass eine gelöste Schraube an einer Drehmomentstütze die primäre Ursache für die Entgleisung war. Der Schraubenverlust in der Drehmomentstütze führte als Folge zum Bruch der Kardanwelle, zu weiteren Zerstörungen am Fahrmotor und schliesslich zur Entgleisung. Aufgrund der Untersuchung wurde bei den Drehmomentstützen eine systematische technische Änderung zur sicheren Fixierung der Schrauben vorgenommen.

Lernziele

Die Studierenden

- kennen die gebräuchlichsten Schraubenarten und Muttertypen
- überblicken die verschiedenen Gewindearten und ihren Einsatz
- verstehen die Möglichkeiten zur Sicherung von Schraubenverbindungen
- kennen die häufigsten Herstellverfahren und Werkstoffe
- können die Festigkeitsklassen von Schrauben interpretieren
- verstehen die Kräfte und Kraftflüsse in Schrauben bzw. Schraubenverbindungen
- sind in der Lage Schraubenverbindungen zu dimensionieren und **Rötscherdiagramme** zu interpretieren
- kennen die wichtigsten Konstruktionsrichtlinien von Schraubenverbindungen

Einleitung

Schrauben (und Muttern) sind die am häufigsten verwendeten Maschinenelemente. Sie werden in den verschiedensten Funktionen eingesetzt, von Bewegungsschrauben über Messschrauben bis hin zur häufigsten Verwendungsart, der Schraubverbindung. Ein wesentlicher Vorteil der Schraubverbindung liegt im wiederholbaren (de)montieren. Das kommerzielle Angebot umfasst tausende von Varianten (verschiedenste Formen, Dimensionen, Materialien usw.). Wesentlich für die ingenieurmässige Auslegung sind die ruhende Belastung, die wechselnde Beanspruchbarkeit (!), die Sicherung gegen unbeabsichtigtes Lösen und Korrosionsaspekte.

2 Schraubenverbindungen

Die Schrauben und die dazugehörigen Muttern und Scheiben sind die am häufigsten verwendeten Maschinenelemente. Hauptsächlich finden sie in den lösbaren Verbindungen. Die Bezeichnungen lauten wie in Bild B001schZ angegeben:

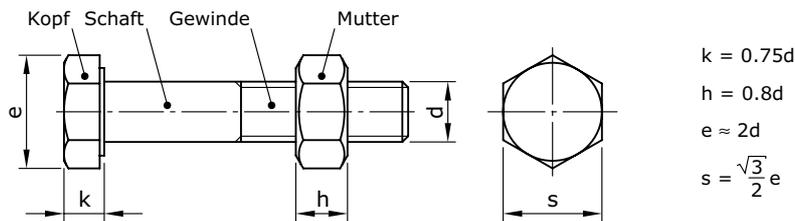


Bild (B001schz) Zylinderkopfschraube mit Bezeichnungen

2.1 Gewindearten (DIN 202)

Für das Gewindeprofil gibt es unterschiedlichste Ausführungen (siehe dazu VSM-Normenauszug).

Metrisches ISO-Gewinde (Regelgewinde)

Stellt das am häufigsten eingesetzte Gewinde mit 60° **Flankenwinkel** dar. Anwendung: allgemeine Befestigungen.

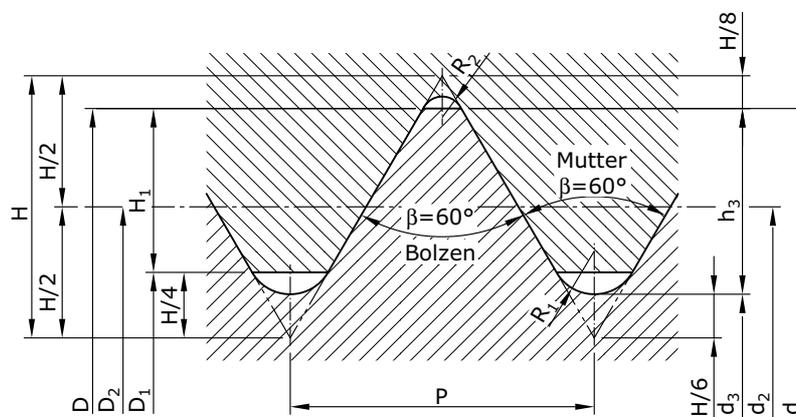


Bild (B603schz) Metrisches ISO-Gewinde (Spitzgewinde)

Die Bezeichnungen am Bolzen sind:

d:	Nenndurchmesser
d_2 :	Flankendurchmesser
d_3 :	Kerndurchmesser
$\frac{d_2 + d_3}{2}$	Durchmesser des Spannungsquerschnittes
β :	Flankenwinkel
P:	Steigung

Tabelle (T001) Legedne zu B063schz

Metrisches ISO-Feingewinde

für allgemeine Befestigungen dünner Teile, Befestigungen mit grösserer Beanspruchung, grössere Gewinde, Einstellschrauben, Gewinde an Wellen

Rundgewinde (DIN 405)

für robuste Anwendungen (Waggonkupplungen), Fittinge, verschmutzte Bereiche

Trapezgewinde (DIN 103)

für Bewegungsspindeln, beidseitig belastbar

Sägegewinde (DIN 513)

für Bewegungsspindeln, einseitig stark belastbar



Bild (B003schZ) Unterschiedliche Gewindeformen

Im Weiteren unterscheidet man nach:

- **Gangzahl:** eingängig, mehrgängig (vor allem für Bewegungsschrauben)
- **Gewinderichtung:** rechtsgängig (ist die Regel); linksgängig

2.2 Schraubenarten

Es existieren eine Vielzahl von verschiedenen Schraubentypen, jede für spezifische Anwendungen. Eine kleine Auswahl zeigt Bild B004schZ:

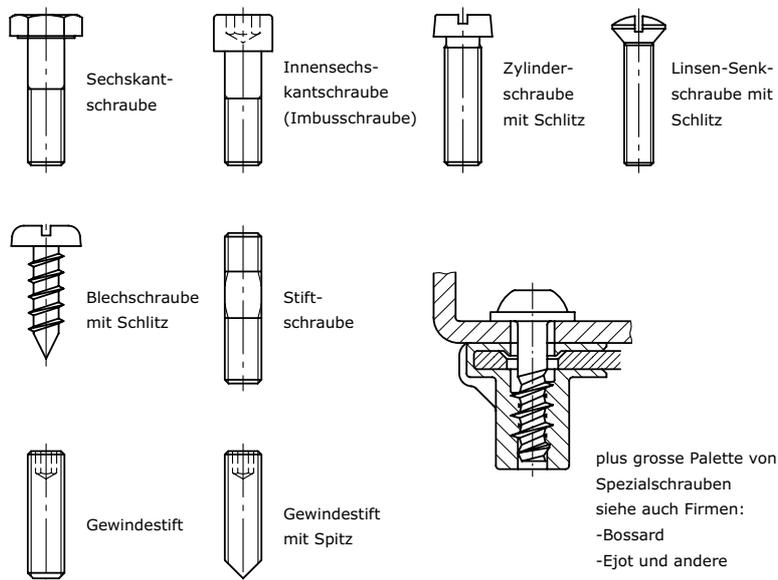


Bild (B004schz) Unterschiedliche Schraubenarten

Eine Sonderform der Schrauben im Maschinenbau (auch in Bezug auf den Gewindetyp) bildet die Blechschrabe. Sie schneidet beim Eindrehen in das kleiner gewählte Loch das Gewinde selber. Sie wird angewendet – wie dies der Name ausdrückt – zum Verbindung von lösba- ren Blechkonstruktionen.

2.3 Mutterntypen

Das Gegenstück zur Schraube bildet die Mutter. Auch hier existiert eine sehr grosse Auswahl.

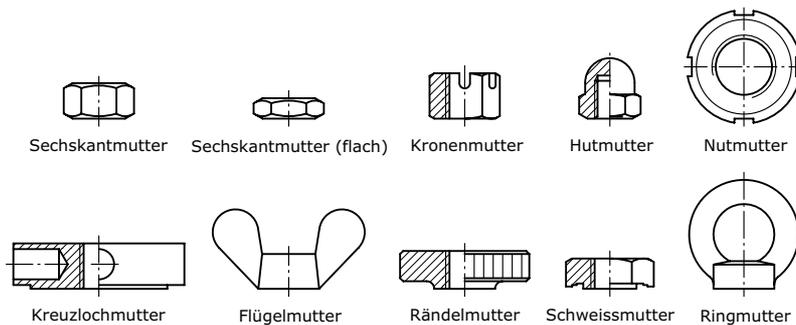


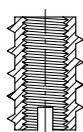
Bild (B005schz) Unterschiedliche Mutterarten

Mit Anwendungsbeispielen sollen hier nur jene erwähnt werden, die nicht selbstredend sind:

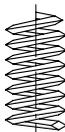
Ringmutter:	für schwerere Maschinenteile, um den späteren Transport (z.B. mit Kran) zu ermöglichen.
Schweissmutter:	z.B. auf Blechgrundkörper, um bessere Verbindungsmöglichkeiten (grössere Anzahl von Gewindegängen) zu erhalten.
Kreuzloch- und Nutmutter:	für grössere Gewinde geeignet (sie werden mit Spezialwerkzeugen angezogen)

Tabelle (T002) Typen von Muttern

In z.B. Kunststoffteilen, welche wiederholt auseinander geschraubt werden müssen, werden vielfach Gewindeeinsätze eingelegt (Insert) oder eingeschraubt. Auch für spätere Reparaturzwecke eignen sich Gewindeeinsätze.



Gewindeeinsatz



Heli-Coil-Gewindeeinsatz

Bild (B006schz) Unterschiedliche Gewindeeinsätze

2.4 Schraubensicherung

Der Nachteil von Schraubensicherungen liegt in der Natur der Lösbarkeit. Schrauben können sich durch Erschütterungen der Baugruppe lösen oder aber durch plastische Setzvorgänge der **Wirkflächen** (Glätten der Oberfläche, Rauheitsspitzen oder **Kriechen** (bei kriechfähigen Werkstoffen) entspannen. Sich im Betrieb lösende Schraubensicherungen können ein ernsthaftes Sicherheitsrisiko für Mensch und Sache sein. Um Schrauben gegen Lösen zu sichern, existieren viele Möglichkeiten. Die meisten Sicherungskomponenten bauen auf den folgenden Prinzipien auf:

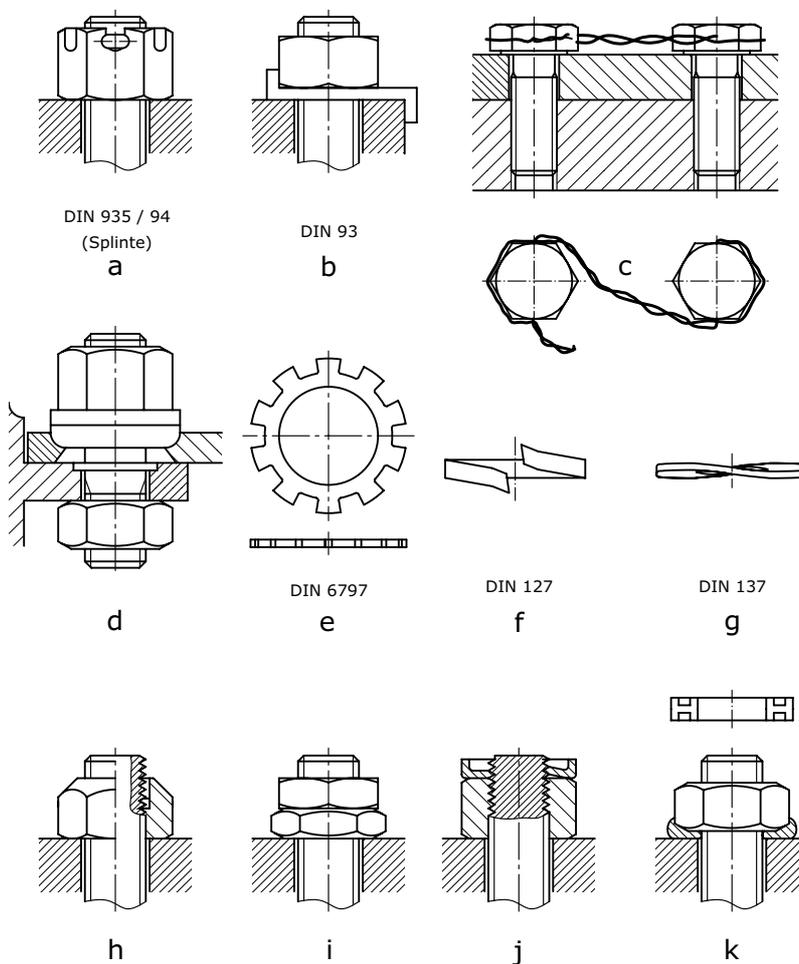


Bild (B002schz) Schraubensicherungen: a: Kronenmutter mit Quersplint; b: Sicherungsblech; c: Drahtsicherung (kraftschlüssig); d: Kegelaufgabe (erhöhte Reibschlüssigkeit); e: Federring; f: Federscheibe; g: Zahnscheibe; h: selbstsichernde Mutter; i: Kontermutter; j: Sicherungsmutter; k: Kunststoffsicherung

So lange eine Befestigungsschraube unter allen möglichen Betriebszuständen vorgespannt bleibt, kann ein Lösen nicht eintreten (identisch eines vorgespannten Federpaketes). Andere bauen auf formschlüssige Massnahmen (**Splinte**, Sicherungsbleche, Draht).

Eine viel benutzte Möglichkeit einer Sicherung, welche während des Montieren eingesetzt wird, ist das Benetzen der Gewindefläche mit flüssigem Kunstharz (z.B. „Loctite“). Es existieren Harze, die eine Sicherung bis zur Unlösbarkeit aufbauen.

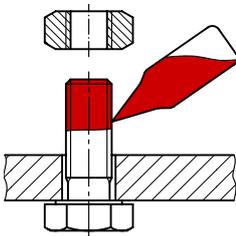


Bild (B014schz) Schraubensicherung durch Kleben (Loctite = Produktname)

2.5 Herstellung und Qualität

Hergestellt werden Schrauben durch spanende Bearbeitung (Schneiden des Gewindes) oder Umformung (**Rollen**). Die kaltgerollten Gewinde (häufigste Herstellungsart) ergeben hohe Festigkeiten bei tiefen Herstellungskosten. Zur Herstellung von Schrauben werden allgemeine Baustähle (S235) für tiefere Qualitäten als auch Vergütungsstähle (C45, 42CrMo4) für höhere Qualitäten eingesetzt.

Vielfach interessiert weniger die Werkstoffwahl als lediglich die **Festigkeitsklasse** der Schrauben. Sie wird gekennzeichnet durch zwei Zahlen, welche durch einen Punkt getrennt sind.

Die Bedeutung ist:

Schrauben Festigkeitsklassen

	1. Zahl: $\sigma_B/100$	2. Zahl: $\sigma_S/\sigma_B \cdot 10$	
	Zugfest. $N/mm^2 (\sigma_B)$	Streckgrenze $N/mm^2 (\sigma_S)$	
6.8	600	480	Werte siehe auch VSM- Büchlein
8.8	800	640	
10.9	1000	900	
12.9	1200	1080	

Tabelle (T003) Schrauben Festigkeitsklassen

2.6 Kräfte im Gewinde

Das Gewinde kann als Abwicklung einer eingängigen **Schraubenlinie** mit dem **Steigungswinkel** α modelliert werden.

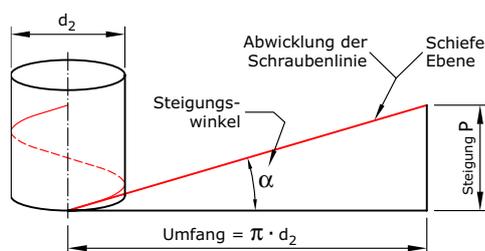


Bild (B007schz) Geometriegrößen am abgewickelten Gewindegang

Der Steigungswinkel beträgt

$$\tan(\alpha) = \frac{P}{d_2 \cdot \pi} \quad (2)$$

mit P der Steigung und d_2 dem Flankendurchmesser.

Der axiale Einschraubweg in Funktion des Drehwinkels beträgt:

$$z = \frac{P}{2\pi} \varphi \quad (3)$$

An dieser abgewickelten Schraubenlinie kann die Kräfteanalyse der notwendigen **Umfangskraft** (F_u) in Funktion der axialen Schraubenkraft (F) durchgeführt werden:

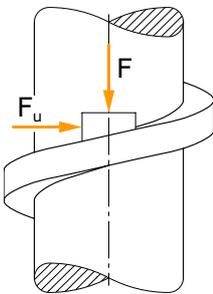


Bild (B008schz) Kräfteverhältnisse am Gewindegang

Für das Anheben des Volumenelementes, welches mit der Kraft F belastet ist, erhalten wir in:

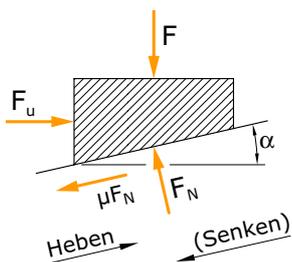


Bild (B009schz) Kräfteverhältnisse am infinitesimalen Volumenelement (Pfeilrichtung für das Anheben des Elementes entlang des Gewindeganges).

Kräftegleichgewicht in vertikaler Richtung: μ = Reibungszahl; F_N = Normalkraft.

$$\begin{aligned} F - F_N \cos \alpha + F_N \mu \sin \alpha &= 0 \\ F - F_N (\cos \alpha - \mu \sin \alpha) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

und in horizontaler Richtung:

$$\begin{aligned} F_U - \mu F_N \cos \alpha - F_N \sin \alpha &= 0 \\ F_U - F_N (\sin \alpha + \mu \cos \alpha) &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

eingesetzt:

$$\begin{aligned} F_N &= \frac{F}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} \\ F_U &= \frac{F (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{\cos \alpha - \mu \sin \alpha} \end{aligned} \quad (6)$$

Wobei $\mu \cdot \sin \alpha$ von kleinerer Grössenordnung ist und vernachlässigt werden kann. Dann wird:

$$\begin{aligned} F_U &= \frac{F (\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{\cos \alpha} \\ F_U &= F (\tan \alpha + \mu) \end{aligned} \quad (7)$$

Für das Senken desselben Elementes verändern sich lediglich die Vorzeichen und wir erhalten auf gleiche Weise:

$$F_U = F (\tan \alpha - \mu) \quad (8)$$

Vielfach wird anstelle der Reibungszahl μ der **Reibungswinkel** ρ eingefügt.

$$\begin{aligned} \rho &= \arctan(\mu) \\ F_u &= F \tan(\alpha \pm \rho) \end{aligned} \quad (9)$$

Anstelle der Umfangskraft F_u können wir nun das Gewindedrehmoment bestimmen:

$$M_T = \frac{F_u \cdot d_2}{2} = \frac{F d_2}{2} (\tan \alpha \pm \mu) \quad (10)$$

oder wieder mit dem Reibungswinkel ρ :

$$M_T = \frac{F \cdot d_2}{2} \tan(\alpha \pm \rho) \quad (11)$$

mit + für das Anheben und – für das Senken.

Die so hergeleitete Beziehung zwischen dem Gewindedrehmoment und der axialen Schraubenkraft gilt gemäss Modellierung nur für Rechteckgewinde. Bei Spitzgewinden als auch besonderen Trapez- und Sägezahnengewinden steht die Normalkraft (F_N) senkrecht auf die Flanke und die identische, jedoch aufwendigere Herleitung für das Moment ergibt:

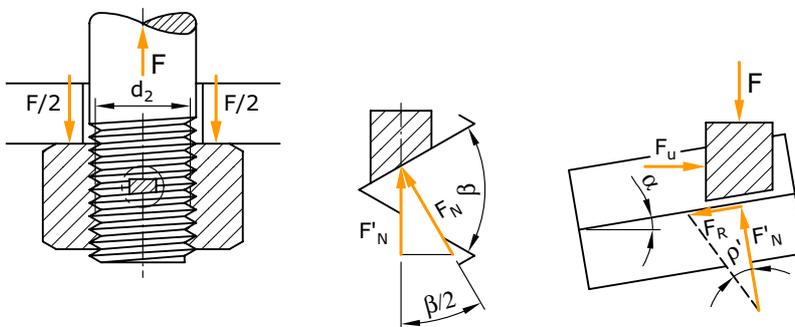


Bild (B010schz) Kräfteverhältnisse am Gewindegang von Spitzgewinden. $F_R = \mu \cdot F'_N$

$$M_T = \frac{Fd_2}{2} \left(\tan \alpha \pm \frac{\mu}{\cos(\beta/2)} \right) \quad (12)$$

Und mit μ' als **scheinbarer Gewindereibwert**

$$\mu' = \frac{\mu}{\cos(\beta/2)} \quad (13)$$

wieder identisch :

$$F_U = F \left(\tan \alpha \pm \mu' \right); M_T = \frac{F \cdot d_2}{2} (\tan \alpha \pm \mu') \quad (14)$$

und mit dem **scheinbaren Reibungswinkel**

$$\rho' = \arctan(\mu') \quad (15)$$

erhalten wir

$$M_T = \frac{F \cdot d_2}{2} \tan(\alpha \pm \rho') \quad (16)$$

2.7 Wirkungsgrad, Selbsthemmung

Aus der hergeleiteten Beziehung kann nun auch der **Wirkungsgrad** einer Schraube (interessant für Bewegungsschraube) berechnet werden:

Die **Nutzarbeit** einer Schraubenumdrehung ist

$$W_{\text{Nutz}} = F \cdot P \quad (17)$$

Die aufgewendete Arbeit

$$W_{\text{aufgewendet}} = F_u \cdot d_2 \pi \quad (18)$$

und somit der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{W_{\text{nutz}}}{W_{\text{aufgewendet}}} = \frac{F \cdot P}{F_u \cdot d_2 \pi} \quad (19)$$

F_u und P eingesetzt, ergibt:

$$\eta = \frac{\tan \alpha}{\mu' + \tan \alpha} \quad (20)$$

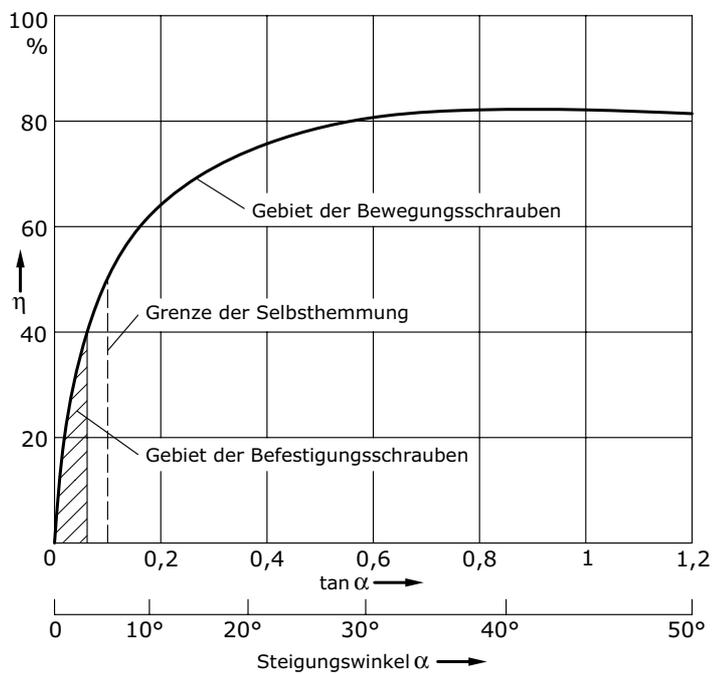


Bild (B011schz) Wirkungsgrad von Gewinden und Grenze der Selbsthemmung

Wir sehen, dass für einen hohen Wirkungsgrad kleine Reibung bei grossem Steigungswinkel vorteilhaft ist.

Beim Gewindebewegung nach unten hatten wir:

$$M_T = \frac{F \cdot d_2}{2} (\tan \alpha - \mu') \quad (21)$$

Normalerweise benötigen wir ein antreibendes Moment, auch dann, wenn eine axiale Kraft F vorliegt (Schraube dreht nicht selbstantreibend durch Kraft F nach unten). **Selbsthemmung** liegt vor, wenn:

$$M_T \leq 0 \Rightarrow \tan \alpha \leq \mu' \text{ bzw. } \alpha \leq p' \quad (22)$$

demnach bei kleinem Winkel bzw. grösserer Reibung.
Falls:

$$M_T > 0 \quad (23)$$

und demnach

$$\tan \alpha > \mu' \text{ bzw. } \alpha > p' \quad (24)$$

ist, kann durch eine axiale Kraft (z.B. Eigengewicht der Schraube) eine Rotation der Schraube bewirkt werden (Spielzeug-Helikopter mit Gewindestab).

2.8 Anzugsmoment

Beim Anziehen einer Verbindung wird das Mutterteil (Verbindungsteil) gegen den Schraubenkopf gezogen und eine axiale Kraft im Gewinde wird aufgebaut. Bei Reibungsfreiheit zwischen Schraubenkopf und Verbindungsteil wäre das aufzuwendende Moment M_G wie hergeleitet (Heben):

$$M_G = \frac{F \cdot d_2}{2} (\tan \alpha + \mu') \quad (25)$$

Falls jedoch Reibung unter dem Gewindekopf auftritt, benötigen wir für das von aussen auf den Schraubenkopf aufzubringende Anzugsmoment M_A noch eine Komponente mehr, das Reibmoment M_K zwischen Kopf und Unterlage.

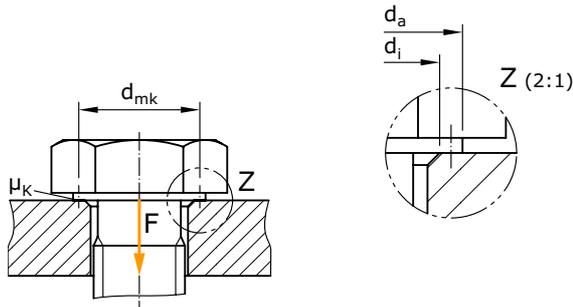


Bild (B012schz) Reibung zwischen Schraubenkopf (oder Mutter) und Verbindungsteil sowie die Geometrischen Verhältnisse der Kontaktflächen.

Das gesamte Moment ist:

$$M_A = M_G + M_K \quad (26)$$

Die Herleitung dieser zusätzlichen Komponente kann am infinitesimalen Berührungselemente unter dem Kopf erfolgen: p = flächenverteilte, axiale Schraubenkraft; dR = infinitesimale Reibkraft.

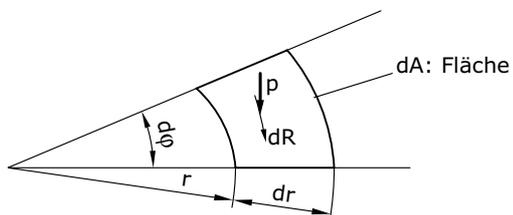


Bild (B013schz) Kräfte am infinitesimalen Flächenelement

μ_K = Reibungszahl

$$dM_K = dR \cdot r = p \cdot \mu_K \cdot dA \cdot r = p \cdot \mu_K \cdot r dr d\varphi$$

$$p = \frac{F}{(r_a^2 - r_i^2) \pi}$$

$$M_K = 2\pi p \mu_K \cdot \frac{1}{3} (r_a^3 - r_i^3) \quad (27)$$

$$M_K = \frac{2F\mu_K}{3} \frac{(r_a^3 - r_i^3)}{(r_a^2 - r_i^2)}$$

Vereinfacht können wir jedoch, falls

$$(r_a - r_i) < \left(\frac{r_a + r_i}{2} \right) \quad (28)$$

das heisst, wenn die Berührungsfläche weit aussen liegt, die Reibkraft R als Einzelkraft am mittleren Radius angreifend modellieren.

$$M_K = R \cdot \left(\frac{d_{mk}}{2} \right) = F \cdot \mu_K \cdot \frac{d_{mk}}{2}, \quad (29)$$

wobei $d_{mk} = \frac{d_i + d_a}{2}$: mittlerer Durchmesser

Das Gesamtanzugsmoment wird somit:

$$M_A = M_G + M_K = \frac{F}{2} [d_2 (\tan \alpha + \mu') + d_{mk} \cdot \mu_K] \quad (30)$$

2.9 Kräfte und Spannungen in Verschraubungen

Bei vorgespannten Verbindungen sind die Schrauben vor dem Angreifen einer Betriebskraft bereits belastet. Es treten sowohl in der Schraube, als auch in den verbundenen Werkstücken Spannungen auf.

2.9.1 Die Schraubenvorspannung

Das Anziehen der Schraube (oder der Mutter) mit dem Anzugsmoment M_A bewirkt im Schaft eine axiale Kraft F , auch **Vorspannkraft** F_V genannt.

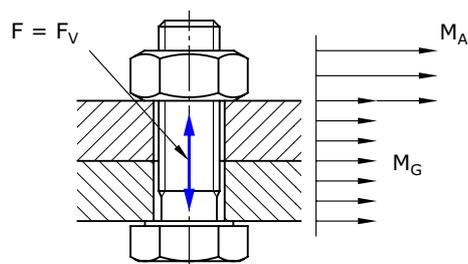


Bild (B015schz) Momentenverlauf und Schraubenvorspannkraft in einer Verschraubung

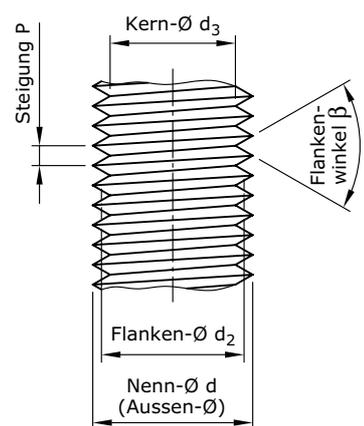


Bild (B016schz) Durchmesserbezeichnungen am Gewinde

Vom Anzugsmoment M_A wird ein Teil des Momentes M_K unter dem Schraubenkopf abgebaut. Das Moment M_G bleibt jedoch im Schaft bestehen.

$$\begin{aligned} M_A &= M_G + M_K; \quad M_G = M_A - M_K \\ M_A &= F_V \cdot (d_2/2 \cdot (\tan \alpha + \mu') + d_{mk}/2 \cdot \mu_K) \\ F_V &= \frac{2M_A}{(d_2 \cdot (\tan \alpha + \mu') + d_{mk} \cdot \mu_K)} \end{aligned} \quad (31)$$

Der Schaft erfährt demnach eine axiale Spannung σ_X infolge F_V und eine Schubspannung τ_{XY} infolge M_G
Die axiale Spannung ist:

$$\sigma_X = \frac{F_V}{A_S} \quad (32)$$

Bemerkung: Für die **Zugspannung** im Gewinde setzt man den Spannungsquerschnitt

$$A_S = \left(\frac{d_2 + d_3}{2} \right)^2 \frac{\pi}{4} \quad (33)$$

ein. Die Schubspannung ist:

$$\tau_{xy} = \frac{M_G}{W_P} \quad (34)$$

Bemerkung: Für die **Schubspannung** infolge Torsion setzt man den Kerndurchmesser wie folgt ein:

$$W_P = \frac{d_3^3 \pi}{16} \quad (35)$$

Die Vergleichsspannung, welche für den Gewindeschäft relevant ist, beträgt:

$$\sigma_{Va} \leq \sigma_{Vzul} \quad (36)$$

Es muss gelten:

$$\sigma_V \leq \sigma_{zul} = \frac{\sigma_F}{S_F} \quad (37)$$

Die Fließgrenze σ_F (unter Zugbeanspruchung ist Fließgrenze $\sigma_F =$ Streckgrenze σ_S ; erhalten wir aus der Qualität der Schraube (siehe Kapitel 2.5. Tabelle T003) und für den Sicherheitswert, falls nicht durch das Gesetz vorgegeben:

$$S_F = 1.2.$$

2.9.2 Die Nachgiebigkeit der Verschraubung

Um die Spannungsverhältnisse zu verstehen, welche bei einer zusätzlichen Betriebslast auf die Bauteile der Verschraubung wirken, müssen wir neben den Kräften der Vorspannung auch die Dehnungen im verschraubten Zustand näher untersuchen.

Eine Verschraubung wirkt als geschlossener Kraftkreis. Die Kraft wird über die Schrauben und Mutterschulter auf den verschraubten Bauteilen abgestützt, geht als Kraftfluss in die Mutter bzw. in die Schraube, wird darin umgelenkt, durch die Schraube als Zugkraft geführt, über die Schulter in das Bauteil geleitet und schliesst sich dort in Form eines Kraftkegels.

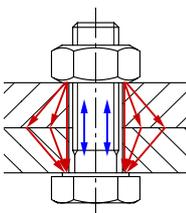


Bild (B017schz) Kraftfluss einer Verschraubung

In der Schraube selber kann man sich den Kraftfluss gut als gleichmässig über die Fläche verteilten Kraftfluss vorstellen (konstante Spannung). In den verschraubten Bauteilen stellt man sich einen kegelförmigen Zustand vor, welcher ausgehend von der Berührungsschulter in Mutter und Schraube sich kegelförmig zueinander bewegt und so die Kraft auf einen grösseren Kreis verteilt (die Spannungen in der Nähe der Schraube und Mutter sind demnach grösser als jene entfernten Bereiche).

Modellhaft denkt man sich aber auch das Bauteil vereinfacht als Zylinderring, welcher eine konstante Spannung über die Höhe aufweist. Wie gross dieser Ersatzzylinder gewählt werden soll, sodass die Wirklichkeit gut repräsentiert wird, sehen wir weiter vorne.

Durch die Vorspannkraft beim Anziehen resultiert eine Längenänderung der Schraube um den Betrag f_S bzw. der Ersatzhülse um den Betrag f_H .

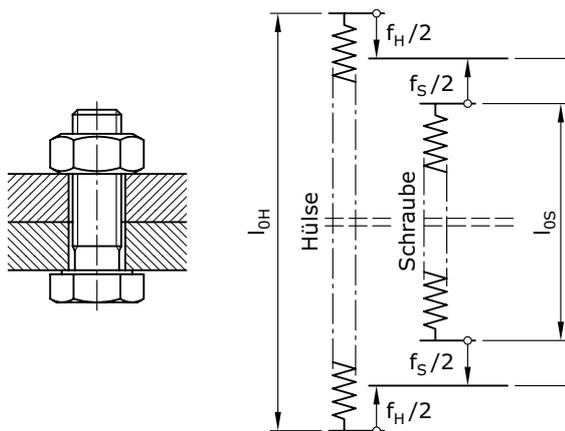


Bild (B018schz) Feder-Ersatzmodell einer Verschraubung

Diese Federwege können für Zylinder bzw. Zylinderringe bestimmt werden, mit:

$$f_i = \varepsilon_i \cdot l_{0i} = \frac{\sigma_i}{E_i} \cdot l_{0i} = \frac{F_V \cdot l_{0i}}{A_i \cdot E_i} \quad (38)$$

$$c_i = \frac{F_V}{f_i} = \frac{A_i \cdot E_i}{l_{0i}}$$

Wobei sind:

f_i :	die Längenänderung des Bauteiles,
F_V :	die Vorspannkraft,
l_{0i} :	die Länge der Teile vor der Vorspannung,
A_i :	der Querschnitt des Bauteiles,
E_i :	der E-Modul des Bauteiles,
c_i :	die Steifigkeit des Bauteiles
ε_i :	die Dehnung (Hooksches Gesetz)

Tabelle (T004) Legende zu Formel 38

Berechnung der Federsteifigkeit einer Schraube

Eine allgemeine Schraube kann als Aneinanderreihung von vielen Einzelzylindern modelliert werden. Dies ist einfach verständlich für die Bereiche zwischen Kopf und eingeschraubtem Teilbereich. Aber auch der Kopf selber hat eine Nachgiebigkeit, ebenso wie der eingeschraubte Schraubenbereich aber auch der Bereich des Gegengewindes (Mutter oder Bauteil). Zur Vereinfachung werden auch diese Bereiche wie Zylinderteile modelliert und in die Federsteifigkeit des gesamten Bauteiles eingerechnet.

Die Norm (VDI 2230) hilft uns dabei weiter und schlägt eine Modellierung vor:

Die allgemeine Schraube wird eingeteilt in eine Anzahl von Teilzylindern mit einer realen oder modellierten Länge l_j und einem realen oder modellierten Durchmesser d_j . Die folgende Liste gibt den notwendigen Überblick der Modellierung:

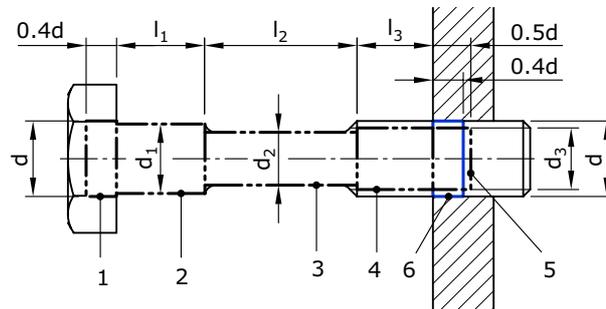


Bild (B744schz) Einteilung einer Schraube in aneinandergereihte Teilzylinder

Bereich der Nachgiebigkeit	Durchmesser der Modellierung	Länge der Modellierung
Im Schraubenkopf	Gewindedurchmesser d	$0.4 \cdot d$
Schaft 1	Schaftdurchmesser d_1	Schaftlänge l_1
Schaft 2	Schaftdurchmesser d_2	Schaftlänge l_2
Nicht eingeschraubte Gewinde	Gewinde Kerndurchmesser d_3	Frei Gewindelänge l_3
Eingeschraubtes Gewinde	Gewinde Kerndurchmesser d_3	$0.5 \cdot d$
Nachgiebigkeit des Muttergewindes	Gewinde Nenndurchmesser d	$0.4 \cdot d$

Tabelle (T005) Modellierungsbereiche und deren Abmasse

Die Federsteifigkeit der Gesamtschraube c_s wird nun:

$$\frac{1}{c_s} = \sum \frac{1}{c_i} = \sum \frac{l_i}{A_i \cdot E_i} \quad (39)$$

Berechnung der Federsteifigkeit einer Hülse

Einfacher in der Modellierung ist die Hülse. Anstelle des realen Kraftkegels wird eine durchgängige **Ersatzhülse** betrachtet und die Federsteifigkeit an dieser Ersatzhülse berechnet. Komplexer ist jedoch die Frage, wie gross diese Ersatzhülse im Innen- und Aussendurchmesser (willkürlich) angenommen werden soll. Wiederum beantwortet dies uns die Norm. In einem ersten Schritt muss abgeschätzt werden, inwiefern sich der Kräfteflusskegel real auch ausbildet oder materiell begrenzt ist. Die Empfehlung gibt drei Fälle vor:

a	Kleine Hülse:	Spannung gleichmässig verteilt
b	Umliegende Hülse:	schneidet Kegel ab
c	Grosser umliegender Bereich:	Kegel prägt sich aus.

Tabelle (T006) Klassierung der realen Hülse

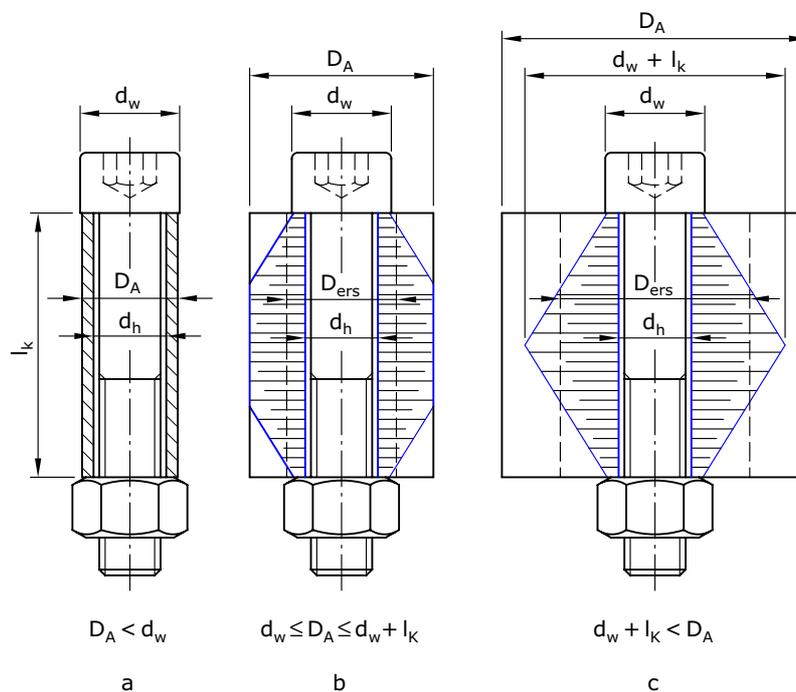


Bild (B020schz) Die drei Klassierungen für die Berechnung Durchmesser der Ersatzzylinder

Die analytische Unterscheidung kann mit den Grössen:

d_w	Auflagegrösse der Kraftabstützung,
D_A	realer Aussendurchmesser der verschraubten Teile, (für grosse Platte geht D_A gegen ∞)
l_K	sowie mit der Länge der symmetrischen Verschraubung erfolgen.

Tabelle (T007) Legende zu Bild B020schz

	falls:	ergibt sich der Ersatzquerschnitt aus:
a	$D_A < d_w$	$A_{ers} = \pi/4(D_A^2 - d_h^2)$
b	$d_w \leq D_A < d_w + l_K$	$A_{ers} = \pi/4(d_w^2 - d_h^2) + \pi/8(D_A - d_w) \cdot d_w$ $\cdot \left[\left(\sqrt[3]{\frac{l_K d_w}{D_A^2} + 1} \right)^2 - 1 \right]$
c	$d_w + l_K < D_A$	$A_{ers} = \pi/4(d_w^2 - d_h^2) + \pi/8 \cdot d_w \cdot l_K$ $\cdot \left[\left(\sqrt[3]{\frac{l_K d_w}{(l_K + d_w)^2} + 1} \right)^2 - 1 \right]$

Tabelle (T008) Formeln zur Berechnung des Ersatzquerschnittes, wobei d_h der Innendurchmesser der Hülse ist.

2.9.3 Das Kraft-Verformungs-Schaubild (Rötscher Diagramm) nach der Montage

Mit diesen Berechnungsvorschriften sind wir in der Lage, die Steifigkeit der Schraube als auch der Hülse (Ersatzhülse) zu berechnen. Wir können die Verhältnisse in ein **Kräfte-Verschiebungs-Diagramm**, Verspannungsdiagramm nach Rötscher genannt, einzeichnen.

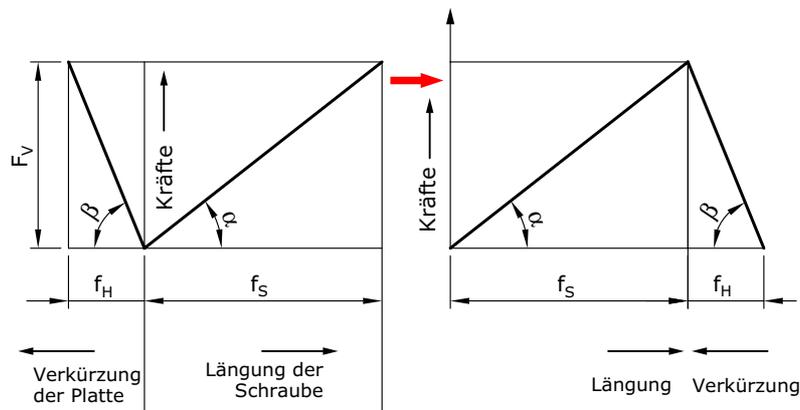


Bild (B019schz) Aufbau des Verspannungsdiagramm nach Rötscher

Im linken Bild sind die Vorzeichen korrekt: Längung für die Schraube und Stauchung für die Hülse. Für das rechte Bild wurde die Stauchung der Hülse an den Vorspannpunkt F_V , f_S der Schraube angehängt.

2.9.4 Die Verschraubung unter axialer Betriebslast

Krafteinleitung unter dem Schraubenkopf

Häufig wird eine Verschraubung mit einer Betriebslast F_B belastet, wodurch sich die Kräfteverhältnisse der Vorspannung verändern. Einfach ist dies darstellbar, wenn angenommen wird, dass die externe Kraft unter dem Schraubenkopf bzw. Mutterkopf angreift.

Durch diese Kraft längt sich die Schraube weiter und erfährt auch eine höhere Beanspruchung und gleichzeitig entlastet sich die Hülse. Beide Elemente verändern ihre Steifigkeit unter diesen Verhältnissen nicht und wir können die Situation im Rötscher Diagramm darstellen.

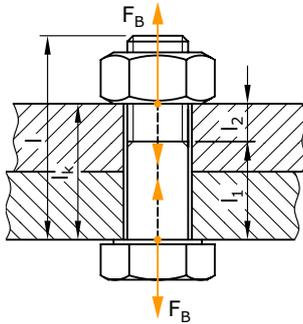


Bild (B021schz) Ein Verschraubung, welche initial mit F_V verspannt ist, wird durch Betriebskraft F_B , welche direkt unter dem Schraubenkopf und der Mutter angreift, belastet .

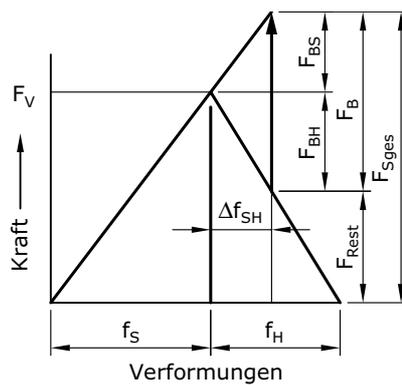


Bild (B022schz) Diagramm nach Rötscher; Verhältnisse der Kräfte oberhalb des Vorspannpunktes, bei Betriebslast-Verhältnis wie Bild links.

Interessant in der Analyse der Verhältnisse ist, dass von der gesamten Betriebslast F_B die Schraube nur den Anteil F_{BS} spürt, der andere Teil F_{BH} wird durch die Entlastung der Hülse übernommen.

Der Anteil der Kraft, welcher die Schraube erfährt, kann berechnet werden mit:

$$\frac{F_{BS}}{F_B} = \frac{\Delta f_{SH} \cdot c_S}{\Delta f_{SH}(c_S + c_H)}; F_{BS} = F_B \cdot \frac{c_S}{c_S + c_H} \quad (46)$$

wobei:

- c_S : die Steifigkeit der Schraube,
- c_H : die Steifigkeit der Hülse und

Δf_{SH} : die Längenänderung der Schraube und der Hülse durch die Betriebslast F_B ist.

Je weicher c_S und je steifer c_H ist, desto weniger wird die Schraube belastet.

Zu beachten ist, dass die Gesamtkraft F_{Sges} der Schraube

$$\sigma_{zS} = \frac{F_{Sges}}{A_S} = \frac{F_V + F_{BS}}{A_S} \leq \sigma_{zul} \quad (47)$$

die Belastungsgrenze der Schraube nicht überschreiten darf und die verbleibende Klemmkraft in der Schraube

$$F_{Rest} = F_{Sges} - F_B = F_V + F_{BS} - F_B > F_{min} \quad (48)$$

eine festzulegende Grenze nicht unterschreiten darf ($F_{Rest} = 0$ bedeutet vollständige Entlastung der Hülse).

Krafteinleitung innerhalb des Hülsenbereiches

In der Praxis wird die Kraft, abhängig von der Gestaltung der Verbindung, irgendwo in der Verschraubung in die Hülse eingebracht.

Kraftflussüberlegungen an der konkreten Konstruktion lassen abschätzen, wo die Kraft in die Hülse eingeleitet wird. Eine exakte Bestimmung dieses Kraftaufteilungsbereiches ist nicht möglich und muss deshalb ingenieurmässig abgeschätzt werden.

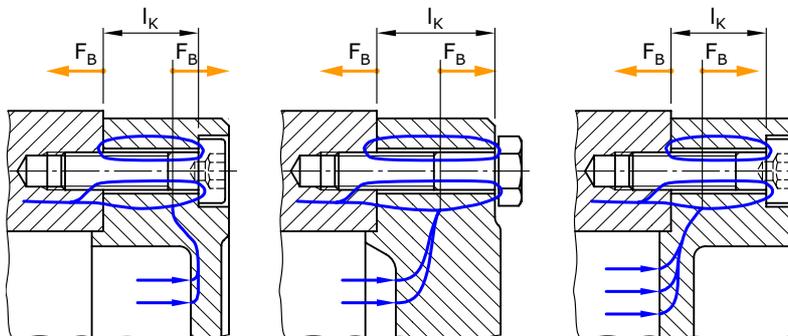


Bild (B091schz) Beispiele realer Betriebskraft-Einleitungsfälle und dazugehörige Modellierung der diskreten Trennebene

Es ist daraus ersichtlich, dass ein Hülsenbereich entlastet wird und der andere Teil zusätzlich gestaucht wird, ebenso wie die Schraube, welche zusätzlich gedehnt wird.

Um die Verhältnisse rechnerisch zu erfassen, wird der Kraftumleitungsbereich zu einer ebenen Krafteinleitungsebene diskretisiert. Man stellt sich vor, dass die Betriebslast an einer starren Ebene innerhalb der Hülse mit abgeschätzter Lage angreift.

Die Hülse 1, welche sich entlastet, ist jedoch kürzer als die ursprüngliche Hülse und deshalb steifer bzw. die Hülse 2 (vielfach mit zwei Anteilen) zählt nun zum Federsystem der Schraube und macht hier die Verhältnisse weicher.

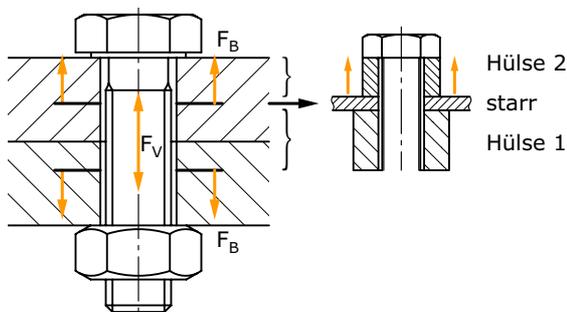


Bild (B023schz) Modellierung der Kraftangriffsebene als starre Scheibe

Die Verhältnisse im Verspannungsschaubild sind nun entsprechend anders:

Die Betriebslast F_B liegt zwischen der **Federkennlinie** der Hülse 1 und der Federkennlinie der Schraube plus Hülse 2.

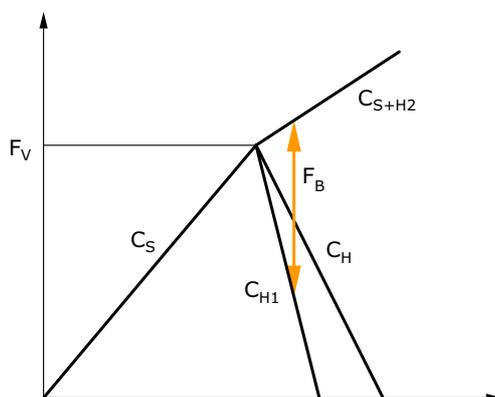


Bild (B024schz) Rötscherdiagramm im allgemeinen Fall

Je kürzer (steifer) der entlastete Teil (Hülse 1) ist und je weicher sich die Schraube mit Hülse 2 darstellt, desto weniger der Betriebskraft F_B gelangt in die Schraube selber.

Im Grenzfall, wenn die Hülse 1 gegen Null degeneriert, spürt die Schraube selber keine Zusatzbelastung. (Verhältnisse Bild unten, ganz rechts).

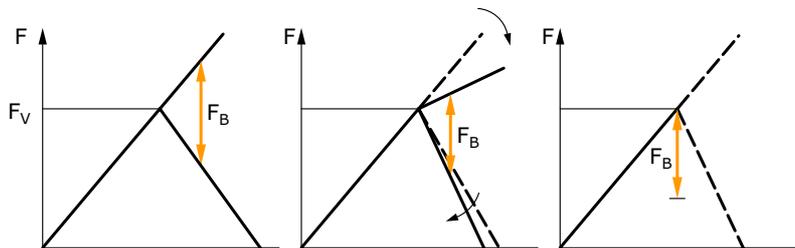
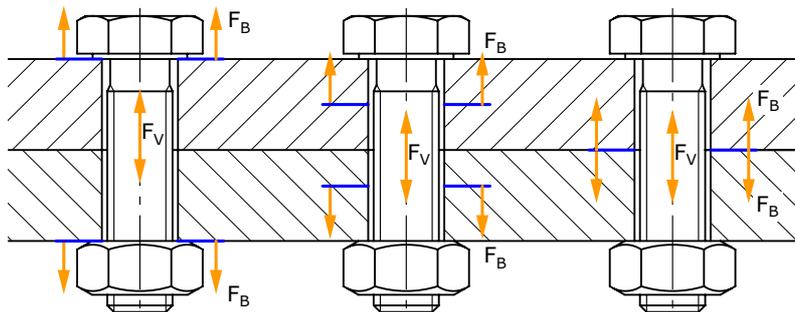


Bild (B025schz) Verhältnisse im Röscherdiagramm in den beiden Extremfällen (links und rechts) und im allgemeinen Fall (Mitte)

Der Kraftanteil der Betriebslast, welche die Schraube aufnimmt, ist nun

$$F_{BS} = F_B \cdot \frac{c_{S+H2}}{c_{S+H2} + c_{H1}} \quad (49)$$

wobei ist:

$$\frac{1}{c_{S+H2}} = \frac{1}{c_S} + \frac{1}{c_{H2}} \quad (50)$$

2.9.5 Das Setzen von Schraubenverbindungen

Verschraubungen können sich nach der Montage **setzen**, d.h. die Oberflächen der relativ kleinen Auflagen werden geglättet, wodurch plastische, lokal begrenzte Deformationen eintreten, und somit erfolgt eine Entspannung des Zustandes direkt nach der Montage; diese Entspannung bewirkt einen Teilverlust der Vorspannkraft F_V .

Bemerkung: Der grösste Setzanteil tritt schon beim Anziehen auf. Durch das Setzen reduziert sich entsprechend F_V und die verbleibende Klemmkraft F_{Rest} vermindert sich.

Ein Nachziehen einer Verschraubung, einige Zeit nach der Montage, wird empfohlen.

2.9.6 Die Dehnschraube

Die dargestellten Kraftverhältnisse werden gezielt ausgenutzt bei der Verwendung von Dehnschrauben. Diese haben eine weiche Federcharakteristik und übernehmen demnach vergleichsweise wenig Betriebslast auf.

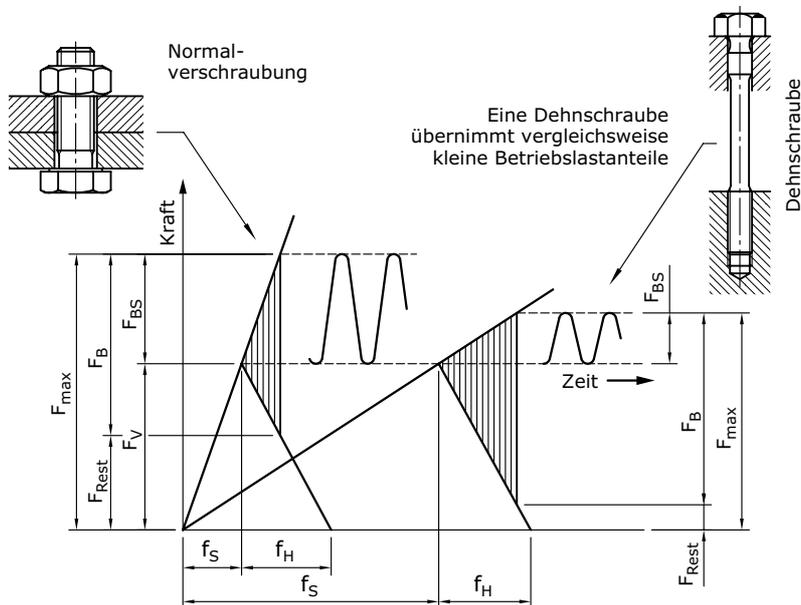


Bild (B027schz) Steiles Röscherdiagramm bei Normalverschraubung und verhältnismässig grossen Kraftteil in der Schraube (links) und flaches Röscherdiagramm bei Dehnschraube und entsprechen wenig Kraftanteil in der Schraube (rechts).

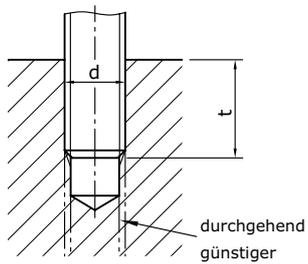


Bild (B031schz) Genügend Gewindetiefe vorsehen: Entwurf t/d : 1.0 bei Stahl, 1.5 bei Gusseisen, 2.0 bei Leichtmetall.

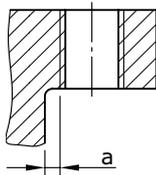


Bild (B032schz) Genügend Abstand von Wandung beachten

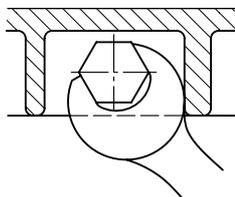


Bild (B033schz) Bequemen Werkzeugzugang sicherstellen

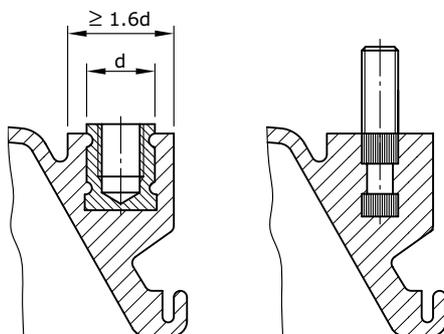


Bild (B034schz) Qualitativ hochstehende Kunststoffteile mit Gewindeeinsätzen versehen (Einspritzen, Einkleben, Warmeinsenken). Durch Rändel eine gute Verankerung erzielen.

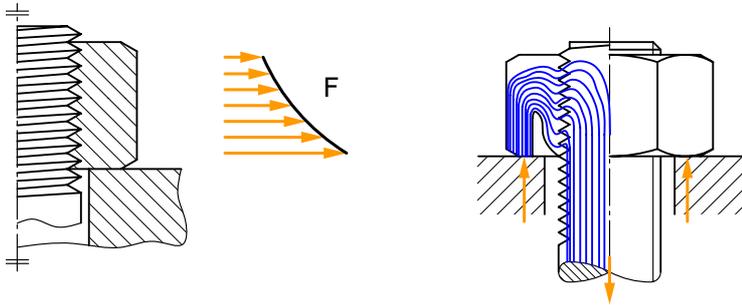


Bild (B035schz) Die ersten Gewindegänge tragen überproportional die Kräfte.

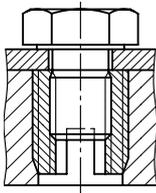


Bild (B036schz) Gewindeeinsätze für weichere Materialien oder Reparaturen.

Gewöhnliche Schrauben nur auf Zug belasten. Scherkräfte vermeiden.
Scherkräfte können aufgenommen werden durch:

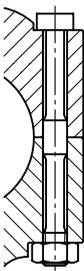


Bild (B037schz) Passschrauben

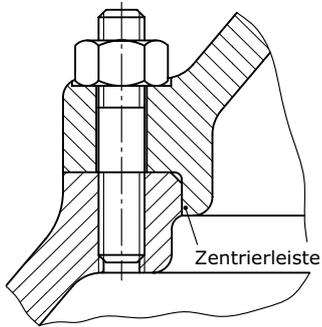


Bild (B038schz) Zentrierbunde

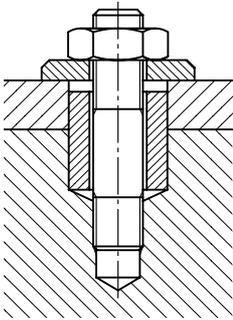


Bild (B039schz) Hülsen

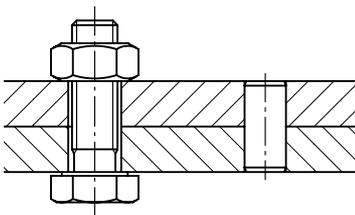


Bild (B067schz) Zusätzliche Stifte

Höhe der Betriebslast	Sicherheitsfaktor einbauen: konservative Annahmen treffen; Restvorspannung maximal
Vorspannkraft richtig ermitteln und einstellen	Krafteinleitung optimal gestalten; Dehnzonen grosszügig gestalten; Drehmomentschlüssel verwenden; Befestigungskräfte verteilen auf mehrere Schrauben
Setzen Wärmedehnung	wenig und harte Wirkflächen gestalten; feine Oberflächen bevorzugen; genügend Restspannkraft sicherstellen; elastische, federnde Schraubenköpfe nachziehen
Chemischer, elektrolytischer Angriff	Paarung beachten, Oberflächenschutz: bei Paarungen mit unterschiedlichen Potentialen ergibt sich ansonsten durch einwirkende Feuchtigkeit – Kontaktkorrosion.

Tabelle (T009) Verschiedene Richtlinien zur Gestaltung von Schraubverbindungen

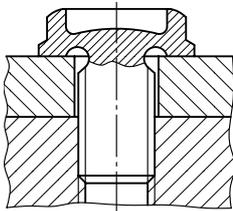


Bild (B082schz) Elastische, federnde Schraubenköpfe nachziehen

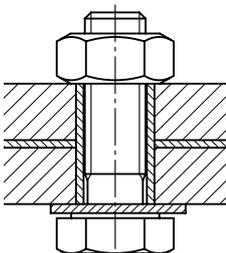


Bild (B083schz) Isolierte Lösung zur Vermeidung von Kontaktkorrosion

2.10 Technisches Rationalisierungspotential bei Schraubenverbindungen

In der durchschnittlichen Gesamtkostenberechnung einer Schraubenverbindung macht der Preis des Verbindungselements nur gerade 15% der Totalkosten aus. Die anderen 85% der Kosten machen die beschaffung, Kontrolle, Lagerhaltung, Montagevorbereitung, die montage und die Aufwendungen während dem Betrieb aus. Diese Diskrepanz ist für Schraubenverbindungen charakteristisch und zeigt ein riesiges Sparpotential von bis zu 85% bei den überlagerten Kosten.

Zu den Möglichkeiten, die dem Konstrukteur zur Kostenreduktion zur Verfügung stehen und durch Lieferanten mit neuen technischen Lösungen unterstützt werden, gehören:

- Einsparung bei der Lochherstellung,
- Einsparungen beim Gewindeschneiden und
- Einsparungen in der Auswahl der Verbindungselemente.

Einsparung bei der Lochherstellung

Für Blechkonstruktionen gilt:

- Löcher Stanzen ist günstiger als Bohren
- Einkragungen umformtechnisch formen oder durch rotierenden Dorn auf Rotglut erwärmen und formen

Vorteil:

- Gewindelänge wird erhöht, ohne zusätzliche Teile wie z.B. Gewindemutter, einfache Montage
- kein Loch vorbereiten, Loch wird bei Montage durch Schraube gebildet

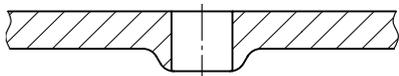


Bild (B084schz) Eingeformte Gewindemutter

Für Profile und Spritzgiessteile:

- Gestaltungsmöglichkeiten Ausnutzen und direkt im Bauteil Löcher einformen.

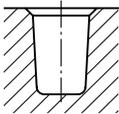


Bild (B085schz) Gewindebohrung direkt eingespritzt (z.B.: bei Spritzgiessteilen)

Einsparungen beim Gewindeschneiden

- Einpressen oder Eingiessen von Gewindeeinsätzen
- Gewindefurchende Schrauben anwenden.
solche Schrauben existieren heute auch für „Nichtblechkonstruktionen“, im speziellen für nicht zu harte Werkstoffe (unlegierte Stähle, Leicht- und Buntmetalle, Kunststoffe).

Vorteile:

- Gewindeschneiden entfällt
- vielfach entfallen auch die Sicherungselemente (Reibschluss)

Nachteile:

- Wiederholtes Lösen und Befestigen eingeschränkt.

Einsparungen in der Auswahl der Verbindungselemente

- Reduktion der Varianz von Dimensionen und Antriebsformen
- Einsatz von multifunktionalen Elementen
integrierte mech. Sicherungselemente bzw. chem. Mittel wie „Loctite“ und vergrößerte Anpressflächen
- Montagefreundliche Auswahl und Gestaltung (siehe weitere Kapitel)

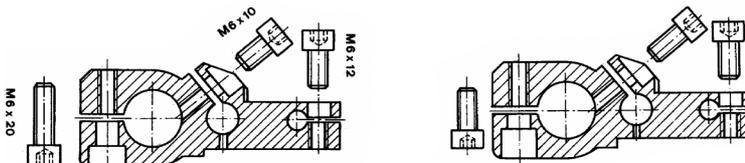


Bild (B086schz) Reduktion der Schraubentypen von 3 (links) zu 1 (rechts)

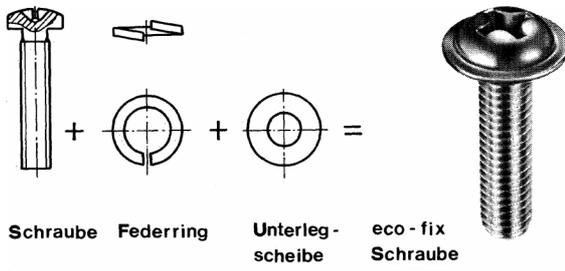


Bild (B087schz) Reduktion der Teile von 3 auf 1 bei einem neuen Schraubentyp

3 Zusammenfassung

Schrauben und die dazugehörigen Muttern bilden die am häufigsten verwendeten Maschinenelemente. Ihre hauptsächliche Anwendung finden sie in lösbaren Elementen. Es existieren bedingt durch die verschiedensten Anwendungsfälle eine Vielzahl von verschiedenen Schraubenarten, Muttertypen wie auch Gewindearten.

Der Nachteil von Schraubenverbindungen liegt darin, dass sie sich durch Erschütterungen lösen oder durch plastische Setzvorgänge der Wirkflächen entspannen können.

Abhilfe schaffen dabei verschiedenste kraft- wie auch formschlüssige Sicherungsmassnahmen, die eine Vorspannung der Schraube in allen Betriebszuständen aufrechterhalten und somit ein Lösen der Verbindung verhindern.

Damit in der Schraubenverbindung auch bei einer zusätzlichen Betriebslast auf die Bauteile der Verbindung eine verbleibende Klemmkraft sichergestellt werden kann, müssen neben den Kräften der Vorspannung und der Betriebslast ebenfalls die Dehnungen im verschraubten Zustand untersucht werden. Als Hilfsmittel dazu dient die Modellierung der Schraube als eine Aneinanderreihung von Teilzylindern sowie der Hülse durch eine oder mehrere Ersatzhülsen. Die Ergebnisse dieser Betrachtungen können in einem sogenannten Röt-scherdiagramm dargestellt und analysiert werden.

Bei der Gestaltung von Schraubenverbindungen müssen verschiedene Konstruktionsrichtlinien beachtet werden, so sollten gewöhnliche Schrauben nur auf Zug belastet und Scherkräfte vermieden werden.

Publikationsverzeichnis – weitere relevante Dokumente

- [Sonderschrauben](#) (ein humoristischer Beitrag zum Thema)

Relevante Cases

- [Kettenrad](#)
- [Lagerdeckel](#)
- [Umformstempel](#)
- [Blechflaschenverbindung](#)
- [Wellenkupplung](#)
- [Wärtsilä](#)