

Dissertation ETH Nr. 15615

Reinforced Concrete Slabs – Compatibility Limit Design

A dissertation submitted to the
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY ZURICH
for the degree of
Doctor of Technical Sciences

presented by
Mario Nicola Monotti
dipl. Bauingenieur ETH
born 24. September 1975
Citizen of Cavigliano, TI

Accepted on the recommendation of
Prof. Dr. Peter Marti, examiner
Prof. Dr. Christopher Thomas Morley, co-examiner

2004

Abstract

Based on the theory of plasticity this thesis develops a new design procedure for reinforced concrete slabs – the compatibility limit design method. The basic idea of this method is to extend the typical design procedure for reinforced concrete beams and frames to slabs. For beams and frames, the failure mechanisms indicate the global force flow because the plastic hinges coincide with the points of zero shear force; the force flow within the beam or frame segments defined by the points of zero shear force can be visualised using truss models or corresponding stress fields and the segments' detailing can be completed accordingly. For slabs, static and kinematic considerations are normally applied in an unrelated way and hence, the potential offered by the theory of plasticity is not fully utilised; by considering yield line mechanisms and developing matching stress fields for slab segments defined by the yield lines the compatibility limit design method attempts to overcome this situation.

After the introduction (Chapter 1) and a presentation of the fundamentals of the theory of rigid-perfectly plastic bodies and its application to reinforced concrete (Chapter 2) Chapter 3 to 5 present the static, limit analysis and kinematic considerations underlying the compatibility limit design method whose application is illustrated in Chapter 6 by means of a practical example. Chapter 7 contains a summary, conclusions and recommendations for future studies.

The static considerations concentrate on the load transfer mechanisms in slabs and their boundary conditions. Distributed and concentrated load transfer are differentiated. Distributed load transfer is described by the generalised strip method, using general curved rather than straight orthogonal beams. Concentrated load transfer occurs in strong bands or along shear lines. Together with a set of stress fields describing a certain distributed load transfer within individual slab segments strong bands and shear lines are the basic tools of a stress field approach for slabs similar to that used for beams and frames.

The limit analysis considerations are based on a discussion of compatible states of stress and deformation using the yield condition and the associated flow rule for orthogonally reinforced concrete slabs. From a kinematic point of view, rigid parts, yield lines and yield regions are differentiated. It is proposed to bypass the difficulties associated with yield regions by introducing an approximate limit analysis, corresponding to enforcing yield line mechanisms of unique sign; similar to the capacity design method used in earthquake engineering this can be ensured by some local strengthening of the reinforcement.

The kinematic considerations illustrate the application of the work method and the equilibrium method to yield line mechanisms. It is shown that the two methods are equivalent if they are associated to a unique statical problem.

The practical application of the compatibility limit design method requires some preliminary assumptions about the resistance distribution in the slab. Based on an intuitively assumed yield line mechanism the required global resistances can be quantified and optimised. In a second step, the stress field approach is employed to study the force flow within and between the individual slab segments and to detect any local resistance deficits.

Kurzfassung

Auf der Grundlage der Plastizitätstheorie wird eine neue Bemessungsmethode für Stahlbetonplatten entwickelt – die Verträglichkeitsmethode. Die Grundidee dieser Methode besteht darin, die für Stabtragwerke übliche Bemessungsmethode auf Platten zu übertragen. Die Bruchmechanismen von Stabtragwerken zeigen den Kraftfluss im Grossen an, weil die plastischen Gelenke den Querkraftnullpunkten entsprechen; der Kraftfluss im Kleinen, im Inneren der durch die Querkraftnullpunkte begrenzten Elemente, kann mit Fachwerkmodellen oder entsprechenden Spannungsfeldern untersucht werden, was eine passende konstruktive Durchbildung ermöglicht. Bei der Bemessung von Platten werden üblicherweise statische und kinematische Betrachtungen angestellt, die in keinem direkten Zusammenhang stehen, und das Potential der Plastizitätstheorie wird nicht ausgeschöpft; mit der Verträglichkeitsmethode wird versucht, diese unbefriedigende Situation zu überwinden, indem ausgehend von angenommenen Fliessgelenklinienmechanismen entsprechende verträgliche Spannungsfelder in den einzelnen durch die Fliessgelenklinien definierten Plattenteilen entwickelt werden.

Nach der Einleitung (Kapitel 1) und einer Zusammenstellung der Grundlagen der Theorie starr-ideal plastischer Körper sowie deren Anwendung auf Stahlbeton (Kapitel 2) enthalten die Kapitel 3 bis 5 die hinter der Verträglichkeitsmethode stehenden statischen, grenztragfähigkeitstheoretischen und kinematischen Betrachtungen. Die Anwendung der Verträglichkeitsmethode wird im Kapitel 6 anhand eines praktischen Beispiels illustriert, und Kapitel 7 enthält eine Zusammenfassung, Schlussfolgerungen sowie Empfehlungen für weiterführende Studien.

Im Zentrum der statischen Betrachtungen stehen der Kraftfluss in Platten sowie die entsprechenden Randbedingungen. Dabei wird zwischen einer Lastabtragung über verteilte und konzentrierte Querkräfte unterschieden. Die Lastabtragung über verteilte Querkräfte wird mit der verallgemeinerten Streifenmethode untersucht, die allgemein gekrümmte statt gerade orthogonale Koordinaten verwendet. Konzentrierte Querkräfte treten in versteckten Balken und Schublinien auf. Zusammen mit einer Familie von Spannungsfeldern zur Beschreibung der Lastabtragung in Plattenteilen über verteilte Querkräfte ermöglichen versteckte Balken und Schublinien eine Spannungsfeldanalyse von Platten ähnlich jener von Stabtragwerken.

Die grenztragfähigkeitstheoretischen Betrachtungen beziehen sich auf verträgliche Spannungs- und Verformungszustände unter Zugrundelegung der Fliessbedingung und des zugeordneten Fliessgesetzes für orthogonal bewehrte Stahlbetonplatten. Kinematisch werden starre Plattenteile, Fliessgelenklinien und Fliesszonen unterschieden. Um die mit Fliesszonen verbundenen Schwierigkeiten zu umgehen wird vorgeschlagen, eine approximative Grenztragfähigkeitsanalyse einzuführen, derart, dass nur positive oder negative Fliessgelenklinien auftreten; ähnlich wie bei der Kapazitätsbemessung im Erdbeningenieurwesen wird das Auftreten solcher Mechanismen durch örtliche Bewehrungsverstärkungen erzwungen.

Die kinematischen Betrachtungen sind der Anwendung der sogenannten Energie- und Grenzgleichgewichtsmethoden auf Fliessgelenklinien gewidmet. Es wird gezeigt, dass die beiden Methoden äquivalent sind, wenn sie derselben statischen Problemstellung entsprechen.

Die praktische Anwendung der Verträglichkeitsmethode setzt einige Annahmen über die Widerstandsverteilung in der Platte voraus. Von einem intuitiv angenommenen Fliessgelenklinienmechanismus ausgehend können die notwendigen Widerstände bestimmt und optimiert werden. In einem zweiten Schritt können dann allfällige lokale Widerstandsdefizite durch Anwendung der Spannungsfeldanalyse entdeckt und behoben werden.