



Doctoral Thesis

## Monetary risk measures for stochastic processes

**Author(s):**

Kupper, Michael

**Publication Date:**

2005

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-005065372> →

**Rights / License:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

Diss. ETH No. 16023

# Monetary Risk Measures for Stochastic Processes

A dissertation submitted to the  
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF  
TECHNOLOGY  
ZURICH

for the degree of  
Doctor of Mathematics

presented by  
MICHAEL KUPPER  
Dipl. Math. ETH  
born October 1, 1975  
citizen of Schlatt/Uhwisen (ZH)

accepted on the recommendation of  
Prof. Dr. F. Delbaen, examiner  
Prof. Dr. P. Cheridito, co-examiner  
Prof. Dr. H. Föllmer, co-examiner  
Prof. Dr. M. Frittelli, co-examiner  
Prof. Dr. M. Schweizer, co-examiner

2005

# Kurzfassung

Diese Arbeit befasst sich mit der Charakterisierung von mehrperiodischen monetären Risikomassen. Wenn die zukünftige Entwicklung von Werten in stetiger Zeit modelliert ist, dann kann ein Risikomass als ein Funktional auf dem Raum aller stochastischen Prozesse in stetiger Zeit betrachtet werden. Wir geben Repräsentationen für kohärente und konvexe monetäre Risikomasse auf den Räumen aller beschränkten adaptierten stochastischen Prozesse mit einerseits càdlàg und andererseits stetigen Pfaden.

Wir beweisen, dass kein nicht triviales reellwertiges monetäres konvexes Risikomass auf dem Raum aller unbeschränkten stochastischen Prozesse existiert. Wir geben notwendige und hinreichende Bedingungen an, um ein auf den beschränkten stochastischen Prozessen definiertes monetäres Risikomass auf unbeschränkte Prozesse zu erweitern, welches den ökonomisch unrealistischen Wert  $-\infty$  nicht annimmt.

Der zweite Teil der Arbeit widmet sich der Dynamik von monetären Risikomassen in diskreter Zeit. Wir führen Prozesse von monetären Nutzenfunktionalen ein, ein Prozess, der zu jedem Zeitpunkt den noch verbleibenden Nutzen (= -Risiko) eines stochastischen Prozesses beschreibt. Zeitkonsistenz-eigenschaften und konsistente Zeithorizonterverweiterungen werden untersucht und es werden Repräsentationen für Prozesse von kohärenten und konkaven monetären Nutzenfunktionalen gegeben.

# Abstract

The present work deals with the characterization of multi-period monetary risk measures. If the random future evolution of values is modeled in continuous time, then a risk measure can be viewed as a functional on the space of continuous-time stochastic processes. We give representations for coherent and convex monetary risk measures on the space of all bounded adapted stochastic processes with càdlàg paths as well as continuous paths.

We prove that there exists no nontrivial real-valued convex monetary risk measure on the space of all unbounded stochastic processes. We give necessary and sufficient condition for the extension of a monetary risk measure defined for bounded processes to unbounded processes, without reaching the value  $-\infty$  which is economically unrealistic.

The second part attends to the dynamic of monetary risk measures in discrete time. We introduce the notion of a process of monetary utility functionals, a process, which describes at each time the remaining utility (= -risk) of a stochastic process. Time-consistency properties and consistent extension of the time horizon are discussed and representations for processes of coherent and concave monetary utility functionals are given.