



## Doctoral Thesis

# **The complex-symmetric Jacobi-Davidson algorithm and its application to the computation of some resonance frequencies of anisotropic lossy axisymmetric cavities**

**Author(s):**

Chinellato, Oscar

**Publication Date:**

2005

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-005067691> →

**Rights / License:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

Diss. ETH No. 16243

# **The Complex-Symmetric Jacobi-Davidson Algorithm and its Application to the Computation of some Resonance Frequencies of Anisotropic Lossy Axisymmetric Cavities**

A dissertation submitted to the

**Swiss Federal Institute of Technology, Zürich**

for the degree of

**Doctor of Technical Sciences**

presented by

**Oscar Chinellato**

Dipl. Informatik-Ing. ETH

born February 11, 1974 in Thal, Switzerland

citizen of Italy

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Peter Arbenz, examiner

Prof. Dr. Walter Gander, co-examiner

Prof. Dr. Ralf Hiptmair, co-examiner

2005

# Summary

In this work we describe the computation of a few selected resonant modes of lossy axisymmetric resonator cavities. These modes are known to obey the Maxwell equations, and, as shown in this thesis, are solutions of a vector wave equation described in form of a boundary value problem. Since the latter can hardly ever be solved exactly, we approximate the sought solutions by means of the finite element method. More precisely, we recast the vector wave problem into an appropriate weak form which is particularly well suited for axisymmetric cavities.

The very nature of the wave equation requires that special finite elements be used in order to avoid spurious solutions. The choice of hybrid Nédélec elements guarantees the desired avoidance of non-physical modes. Another peculiarity of the axisymmetric approach concerns the accurate evaluation of the aforementioned weak form. By exploiting rotational symmetry, some of the quantities to be computed exhibit displeasing characteristics and can hence no longer be computed in a straightforward manner. To this end we develop numerical schemes that allow for an accurate and efficient evaluation of the critical quantities.

A further speciality of our problems concerns the proper consideration of leaky waves. Lossy cavities radiate into their surroundings — an effect which has to be appropriately incorporated, in order for the simulation results to be meaningful. The use of perfectly matched layers, particular layers of absorbing material which can seamlessly be incorporated in our finite element model, provides an attenuation of leaky waves and leads to the desired consideration.

The discretisation of the vector wave equation by means of the finite element method in combination with the use of perfectly matched layers transforms the resonator cavity problem into a generalised complex-symmetric eigenvalue problem. The computation of a few selected resonant modes translates into the computation of a few selected eigenpairs. To accomplish this task, we derive a subspace eigenvalue solver which belongs to the family of Jacobi–Davidson solvers. In order for the algorithm to be efficient, we gear the solver and all related components towards the complex-symmetric case. In particular, this entails the design and adaption of subspace extraction routines, linear system solvers and preconditioners, the latter being a key ingredient of the eigenvalue solver.

# Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit beschreibt die Berechnung fundamentaler Resonanzschwingungen, die bei verlustbehafteten axialsymmetrischen Resonatorhöhlen auftreten. Solche Schwingungen gehorchen den Maxwell'schen Gleichungen und sind Lösungen von Vektor-Wellengleichungen. Letztere lassen sich in Form von Randwertproblemen formulieren, welche aber im Allgemeinen keine geschlossenen Lösungen besitzen und deshalb mit Hilfe der Methode der finiten Elemente approximiert werden. Dazu ist es notwendig, das Randwertproblem in eine für die axialsymmetrische Geometrie des Problems geeignete, schwache Form zu transformieren.

Der spezielle Charakter der Wellengleichung verlangt den Einsatz besonderer finiter Elemente, welche das Auftreten nicht-physikalischer Lösungen verhindern. Die Wahl hybrider Nédélec-Elementfunktionen unterdrückt unechte Lösungen und erlaubt zudem, essentielle Randbedingungen auf einfachste Weise einzubauen. Eine weitere Besonderheit, die auf das Ausnutzen der Axialsymmetrie zurückzuführen ist, betrifft die genaue Auswertung der oben genannten schwachen Form. Diese weist im Hinblick auf deren numerische Auswertungen ein unangenehmes Verhalten auf, weshalb wir spezielle Verfahren entwickeln, um eben diese Auswertungen genau und effizient zu bewerkstelligen.

Um eine hochqualitative Simulation des Resonanzverhaltens zu ermöglichen, bezieht unser Modell mögliche Verluststrahlungen in die Umgebung mit ein. Dazu werden sogenannte *perfectly matched layers* verwendet, d.h. absorbierende Materialien, die abgehende Strahlung nahezu vollständig abdämpfen. Das (virtuelle) Einhüllen der Resonatorhöhle durch diese Materialschicht erlaubt eine korrekte Berücksichtigung der Abstrahlungsaktivität.

Die Diskretisierung der Vektor-Wellengleichung mittels der Methode der finiten Elemente in Kombination mit dem Einsatz absorbierender Materialien liefert eine Neuformulierung des Ausgangsproblems als allgemeines komplex-symmetrisches Eigenwertproblem. Die gewünschte Bestimmung der fundamentalen Resonanzschwingungen entspricht der Berechnung einiger ausgezeichneter Eigenpaare in der Umgebung eines bekannten Zielwertes. Zur Berechnung dieser Eigenpaare wird ein Unterraumverfahren aus der Familie der Jacobi-Davidson-Eigenwertlöser vorgestellt. Dabei ist der Hauptalgorithmus und dessen Komponenten speziell auf den komplex-symmetrischen Fall hin ausgerichtet, um höchstmögliche Effizienz zu erzielen. Dies umfasst hauptsächlich den Entwurf und die Anpassung neuer Unterraumextraktionsverfahren, linearer Gleichungssystemlöser und Prädiktionierer.