



## Report

### **Zum 300. Geburtstag von Leonhard Euler**

**Author(s):**

Frei, Günther; Euler, Leonhard

**Publication Date:**

2007

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-005345527> →

**Rights / License:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

Zum 300. Geburtstag von *Leonhard Euler*

Günther Frei

15. März 2007

# Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	3
2	Biographie	3
3	Werk	5
	Literaturhinweise	8

# 1 Einleitung

Am 15. April 2007 jährt sich zum dreihundertsten Mal der Geburtstag des Basler Gelehrten Leonhard Euler (1707-1783). Euler gehört zweifelsohne zu den grössten Wissenschaftlern aller Zeiten, als Mathematiker und Naturwissenschaftler in die erste Reihe zusammen mit Archimedes, Newton und Gauss. Euler ist vor allem bekannt als der führende Mathematiker des 18. Jahrhunderts, doch umfasst sein Werk auch bahnbrechende Arbeiten in Physik, Astronomie und Ingenieurwissenschaften. Daneben führte er eine umfangreiche Korrespondenz mit allen Grössen seiner Zeit. Kein anderer Mathematiker war auf den verschiedensten Gebieten seiner Wissenschaft so produktiv wie er. Eulers Gesamtwerk umfasst mehr als achtzig Quartbände, und sein Einfluss auf die moderne Wissenschaft und Technik ist unübersehbar. Täglich nutzen wir eine Vielfalt seiner Entdeckungen, ohne dass wir uns dessen bewusst sind.

# 2 Biographie

Die Vorfahren stammen aus der Gegend von Lindau; dort wird der Familienname als "Öwler" 1287 erstmals erwähnt. Der Urgrossvater Hans-Georg Euler liess sich als Kammacher in Basel nieder, wo er 1594 das Bürgerrecht erwarb.

Leonhard Euler wurde am 15. April 1707 in Basel geboren als Sohn des Pfarrers zu St. Jakob, Paulus Euler. Ein Jahr später wurde sein Vater nach Riehen versetzt. Dasselbst verbrachte Euler seine Jugendjahre. Ersten Unterricht erteilte der Vater. Danach besuchte Euler die Schule in Basel und immatrikulierte sich, erst vierzehnjährig, an der Basler Universität. Zunächst studierte er Philosophie, um sich eine Grundausbildung zu erwerben, und dann, dem Wunsche des Vaters entsprechend, Theologie.

In Basel lehrte damals Johann Bernoulli, einer der glänzendsten Mathematiker seiner Zeit, der mit dem Vater seit der Studienzeit in Freundschaft verbunden war. Der Kontakt mit Bernoulli hat Euler entscheidend beeinflusst und dazu geführt, dass er mit Einwilligung des Vaters zur Mathematik überwechselte. Mit siebzehn Jahren erwarb er sich den Titel eines Magisters. Erst neunzehnjährig bemühte er sich mit einer Dissertation über den Schall um die frei gewordene Professur für Physik. Es war wohl nur seine Jugend, die einer Berufung im Wege stand.

Im Jahre 1725 wurden seine beiden Studienfreunde Daniel und Niklaus Bernoulli, Söhne Johann Bernoullis, von Katharina I., der Witwe Peters des Grossen, an die neu gegründete Akademie der Wissenschaften in Petersburg

berufen. Schon bald meldeten sie Euler, dass an der Akademie die Vakanz einer Professur für Physiologie und Anatomie bevorstehe, auf die er sich vorbereiten solle. Hierauf belegte Euler medizinische Vorlesungen und reiste im Frühjahr 1727 über Lübeck nach Petersburg. Der Tod der Kaiserin eine Woche vor seiner Ankunft veränderte die Verhältnisse in unvorhergesehener Weise. Euler wurde lediglich Adjunkt der mathematischen Klasse, d. h. Assistent von Daniel Bernoulli. Erst im Jahre 1730, als der Basler Jakob Hermann, ebenfalls ein Freund der Familie, von Petersburg in seine Heimatstadt zurückkehrte, besserte sich Eulers Lage mit der Übernahme von dessen Physikprofessur an der Akademie. Den Rang eines Mathematikprofessors erlangte er drei Jahre später als Nachfolger von Daniel Bernoulli, der gleichfalls nach Basel heimkehrte. Nunmehr in sicherer Stellung, heiratete er Katharina Gsell, Tochter des St. Galler Kunstmalers und Direktors der Petersburger Mal-Akademie Georg Gsell. Mit ihr hatte er dreizehn Kinder, wovon aber nur fünf die ersten Kinderjahre überlebten.

Im Jahre 1740 brachte der Tod von Kaiserin Anna erneut unsichere Verhältnisse. Euler nahm daher ein Angebot Friedrichs II. von Preussen an, der eben die Regierungsgeschäfte übernommen hatte und sich anschickte, eine Akademie zu gründen. Zwischen Friedrich und Euler konnte sich indessen nie eine befriedigende Beziehung entwickeln, einmal weil Friedrich französischen Gelehrten den Vorzug gab, und wohl auch, weil ihm Eulers strenge religiöse Einstellung missfiel. Auch war Mathematik nicht gerade des Königs Stärke.

Als mit der Thronbesteigung Katharinas II. in Petersburg Wissenschaft und Kunst wieder aufzublühen begannen und von der Kaiserin ein grosszügiges Angebot an Euler erging, zögerte dieser nicht lange und übersiedelte 1766 mit seiner Familie nach Petersburg. Dort übernahm er die hochangesehene Stellung des Direktors der Akademie und war damit gesellschaftlich dem einheimischen Erbadel gleichgestellt.

Schon in jungen Jahren hatte Euler die Sehfähigkeit des rechten Auges eingebüsst infolge einer lebensbedrohenden Infektion. Im Jahre 1771 erblindete er fast völlig. Seine Schaffenskraft blieb aber ungebrochen dank seinem phänomenalen Gedächtnis und seinem hohen Vorstellungsvermögen. Am 18. September 1783 starb er mitten in der Arbeit an einem Schlaganfall, nachdem er sich noch über aktuelle Themen unterhalten hatte, den Ballonaufstieg der Brüder Montgolfier im Juni in Paris und die Berechnung der Umlaufbahn des zwei Jahre zuvor durch Herschel entdeckten Planeten Uranus.

Euler ragt auch deshalb über viele berühmte Wissenschaftler hinaus, weil er ausserordentlich bescheiden war, frei von Arroganz und Missgunst. Auf wissenschaftliche Entdeckungen erhob er keine Ansprüche und war in keine Prioritätsdispute verwickelt. Im Gegenteil, er freute sich über die Entdeckun-

gen anderer und überliess ihnen gelegentlich sogar grosszügig seine eigenen.

### 3 Werk

In Eulers Arbeiten nimmt die Zahlentheorie, mit der er sich zeitlebens intensiv beschäftigte, einen besonderen Platz ein. Seine Untersuchungen bilden die Grundlage für das digitale Übertragen und Verschlüsseln von Nachrichten, ohne welche der sichere Internetverkehr heute gar nicht möglich wäre. Durch seine Erforschung der Eigenschaften der Primzahlen gelangte Euler zur Entdeckung des *Reziprozitätsgesetzes*, des grundlegendsten Gesetzes der höheren Zahlentheorie, das sich tiefgreifender Erweiterungen fähig erwies. Nach der umfassendsten Form dieses Gesetzes wird noch immer gesucht. In seiner einfachsten Form gestattet es, aus der Lösbarkeit einer Gleichung in ganzen Zahlen bezüglich einer Primzahl auf die Lösbarkeit einer anderen Gleichung bezüglich einer anderen Primzahl zu schliessen. Mit einem Kettenverfahren wird so die Lösbarkeit einer Gleichung auf die von einigen speziellen und besonders einfachen Gleichungen zurückgeführt. Weiter entdeckte Euler Zusammenhänge, die heute der sogenannten Klassenkörpertheorie angehören, dem schwierigsten und abstraktesten Teil der modernen Zahlentheorie. Damit konnte er viele für die damalige Zeit sehr grosse Primzahlen auffinden. Auf diesen Untersuchungen beruhen die sogenannten “Public-Keys”, d. h. asymmetrische Kryptosysteme mit öffentlichem Schlüssel, die heute für das Verschlüsseln und Entschlüsseln von Nachrichten zur sicheren Abwicklung von Geschäften im Internet verwendet werden, z. B. beim E-Mail-Verkehr und beim kryptografischen Protokoll “https”, welches zur sicheren Kommunikation eines Browsers mit dem Server dient. Auch über elliptische Kurven machte Euler entscheidende Entdeckungen, die in den letzten Jahren immer wichtiger wurden, weil man dank deren Hilfe mit wesentlich kleineren Schlüsseln auskommt.

Eulers Theorie der *Partitionen* und besonders seine Theorie der *Magischen Quadrate* reichen in das populäre Gebiet der unterhaltenden Mathematik und bilden die Grundlage der heute so beliebten *Sudokus*, Quadrate, die mit Zahlen gefüllt werden müssen, derart dass (neben weiteren möglichen Bedingungen) keine Zeile und keine Spalte die gleiche Zahl mehr als einmal enthält.

Eulers Buch “Vollständige Anleitung zur Algebra”, 1770 in Petersburg in deutscher Sprache erschienen, hat die Entwicklung der *Algebra* entscheidend geprägt. Euler diktierte es seinem Diener, einem nicht gebildeten ehemaligen Schneidergesellen, und veranlasste ihn, sich den Stoff anzueignen und die zugehörigen Übungen zu lösen. So ist ein Meisterwerk entstanden, das den

Leser von den Anfängen der Algebra fast mühelos bis zu deren Höhen führt. Im letzten Teil findet sich erstmals ein Beweis dafür, dass für dritte Potenzen die Fermat'sche Vermutung richtig ist, d. h. dass es nicht möglich ist, drei natürliche Zahlen solcherart zu finden, dass die Summe der Kuben von zweien von ihnen einen Kubus der dritten ergibt.

Vielfältig sind auch Eulers Entdeckungen auf dem Gebiet der *Analysis*. Hier knüpfte er an die Tradition der Bernoulli an, ging aber weit über sie hinaus. Mit Hilfe neuartiger zahlentheoretischer Funktionen gewann er völlig neue Einsichten über die Eigenschaften der Zahlen. Sein Additionstheorem für elliptische Integrale ist Ausgangspunkt der modernen und weitreichenden Theorie der abelschen Varietäten. Es verallgemeinert das bekannte Additionstheorem der trigonometrischen Funktionen, etwa der Sinus-Funktion. Die von Euler geschaffene Gamma-Funktion ist für eine Vielzahl von Funktionen und Anwendungen von grundlegender Bedeutung. Eine von Eulers Formeln löste um 1968 die Entdeckung der String-Theorie aus, welche Quantentheorie und Allgemeine Relativitätstheorie zu vereinen trachtet. Zu einem eigenen Wissenszweig ausgestaltet hat Euler die Variationsrechnung. Diese ist unter anderem in der Dynamik unentbehrlich. Es geht dabei um die Aufgabe, Funktionen so zu bestimmen, dass sie grösst- oder kleinstmöglich werden. Im Zusammenhang damit hatte Euler bereits die Idee, physikalische Gesetze so zu formulieren, dass gewisse ihrer Grössen extremal werden, wie etwa beim *Prinzip der kleinsten Wirkung* von Maupertuis.

Eine Neuschöpfung Eulers ist auch die *Topologie*, eine Art Geometrie ohne Mass. Die Bedeutung dieses Gebietes ist erst im Zusammenhang mit der Funktionentheorie klar hervorgetreten, welche zu Anfang des 19. Jahrhunderts entwickelt wurde und in der zweiten Hälfte mit Riemann und Weierstrass einen ersten Höhepunkt erreichte. Heute bildet die Topologie einen der wichtigsten Zweige der Mathematik, der seinerseits bedeutende Teile der modernen Algebra, wie etwa die Homologische Algebra, hervorgebracht hat. In der modernen Physik spielt die Topologie eine wichtige Rolle ebenso wie in der Biologie. Denn topologische Eigenschaften des Universums bestimmen dessen physikalische Eigenschaften, ebenso wie topologische Eigenschaften von organischen Molekülen deren Funktionsweise mitbestimmen. Zur Topologie gehört das Euler'sche Brückenproblem: Ist es möglich so über alle sieben Pregelbrücken im alten Königsberg zu gehen, dass keine mehr als einmal benützt wird? Mit Methoden, die zur Graphentheorie gehören, bewies Euler, dass dies unmöglich ist. Besonders wichtig ist die *Euler'sche Polyederformel*, wonach die Summe der Ecken und Flächen eines Polyeders stets um zwei grösser ist als die Zahl der Kanten. Die Bedeutung der Formel liegt darin, dass sie eine universelle Bedingung festlegt zwischen den Zahlen der null-, ein- und zweidimensionalen Elemente auf einem dreidimensionalen Körper,

abhängig nur von dessen topologischer Gestalt. Sind zwei davon gegeben, so ist die dritte eindeutig bestimmt. Diese Entdeckung spielt für die Topologie eine ähnliche Rolle wie das Reziprozitätsgesetz für die Zahlentheorie. Auch sie war Ausgangspunkt tiefliedender und weitreichender Verallgemeinerungen. Eine davon ist das Atiyah-Singer-Index-Theorem, welches in der String-Theorie, die Kosmologie und Elementarteilchenphysik verbindet, eine wesentliche Rolle spielt. Der Polyedersatz ist auf der neuen Sonderbriefmarke zu Eulers 300. Geburtstag dargestellt, die am 6. März herausgegeben wurde.

Eine der schönsten und fruchtbarsten Verbindungen zwischen Funktionentheorie, Geometrie und Algebra hat Euler mit der Formel geschaffen, welche trigonometrische Funktionen, die Zahl  $\pi$  und die imaginäre Einheit verbindet. Diese heute jedem Ingenieur geläufige *Euler'sche Gleichung* findet sich in seinem meisterhaften Werk "Introductio in analysin infinitorum", das als erstes Lehrbuch der höheren Analysis, 1748 bei Bousquet in Lausanne erschienen, in der Darstellung mustergültig geblieben ist. Euler hat eine Vielzahl von neuen Funktionen entdeckt und eingeführt und auch schon deren verschiedenartige mögliche Darstellungsweisen als Integral, Potenzreihe, unendliches Produkt oder als Lösung einer Differentialgleichung hervorgehoben.

Im Bereich der angewandten Mathematik verdanken wir Euler grundlegende Arbeiten zur Ballistik, zum Segner'schen Wasserrad, zum Turbinenbau, zur Herstellung von anachromatischen Linsen, zur Optik, zur Berechnung von Planeten- und Kometenbahnen, zur Theorie von Licht und Farben sowie zu Musik und Akustik. Einige seiner Entdeckungen sind auf der alten Schweizer Zehn-Franken-Note dargestellt. Die Euler'sche Turbine ist 1943 von Jakob Ackeret an der ETH Zürich mit Erfolg nachgebaut worden.

Anlässlich von Eulers 200. Geburtstag im Jahre 1907 wurde die Bildung der "Euler-Kommission" der Schweizerischen Akademie der Naturwissenschaften angeregt, welche die Herausgabe des monumentalen Euler'schen Gesamtwerkes, der "Opera Omnia", vorbereiten sollte. Das Werkverzeichnis von G. Eneström umfasste 40 Bücher – Bücher, die über lange Zeit absolute Autorität hatten – und über 900 Forschungsbeiträge, welche noch über Eulers Tod hinaus die Zeitschriften der bedeutendsten naturwissenschaftlichen Akademien Europas füllten. Seit Veröffentlichung des ersten Bandes des Gesamtwerkes im Jahre 1911 sind insgesamt 72 Quartbände erschienen. Mit den beiden Bänden zur Himmelsmechanik wird die Reihe der wissenschaftlichen Arbeiten in den nächsten zwei Jahren abgeschlossen. In zehn weiteren Bänden sollen bis 2011 noch Eulers wichtigste Korrespondenz mit seinen berühmtesten Zeitgenossen mit mehr als 3000 Briefen sowie Manuskripte, Notizen und Tagebücher der Öffentlichkeit erschlossen werden. Was dann noch nicht erfasst sein wird, plant die Euler-Kommission in einem gemeinsamen Projekt mit der Russischen Akademie der Wissenschaften neben dem



gesamten Euler-Nachlass zu digitalisieren und elektronisch zu veröffentlichen und so der zukünftigen Forschung vollständig zugänglich zu machen.

Zum 300. Geburtstag des grossen Schweizer Wissenschafters hat das Programmkomitee der Euler-Kommission unter dem Patronat der Schweizerischen Akademie der Naturwissenschaften und mit Unterstützung der Universität Basel eine Vielzahl von Aktivitäten geplant. Eine Übersicht findet sich auf der Website [www.euler-2007.ch](http://www.euler-2007.ch).

## Literaturhinweise

Emil A. Fellmann: *Leonhard Euler*. rowohlt's monographien, Hamburg, 1995.

<http://www.euler-2007.ch/>

<http://www.leonhard-euler.ch/>

<http://www.springer.com/dal/home/birkhauser/>

Hombrechtikon, den 15. März 2007

Prof. Dr. Günther Frei,

Prof. em. der Universität Laval, Kanada

Mitglied der Euler-Kommission

Mitglied des Internationalen Redaktionskomitees von Eulers Opera Omnia

Adresse:

Lützelstrasse 36

CH-8634 Hombrechtikon

Schweiz

E-mail: [g.frei@active.ch](mailto:g.frei@active.ch)