

Vorlesung Stahlbeton I

Grundzüge des Stahlbetons und des vorgespannten Betons, erster Teil

Educational Material

Author(s):

Bachmann, Hugo

Publication date:

1991

Permanent link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-006161949>

Rights / license:

In Copyright - Non-Commercial Use Permitted

Vorlesung

Stahlbeton I

Grundzüge des Stahlbetons und des
vorgespannten Betons, erster Teil

Kapitel 4

Prof. Dr. Hugo Bachmann

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich
Abteilung für Bauingenieurwesen

Vorlesung

Stahlbeton I

Grundzüge des Stahlbetons und des
vorgespannten Betons, erster Teil

Kapitel 4

Prof. Dr. Hugo Bachmann

Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Abteilung für Bauingenieurwesen

Zürich 1991

4. Grundelemente des Stahlbetons

Vorbemerkungen

Für die Berechnung und Konstruktion von Stahlbetontragelagern existieren verschiedene allg. Regeln, die sich im Laufe der Zeit herausgebildet haben. Der Ingenieur sollte jedoch diese Regeln nie starr anwenden (auch wenn sie in den Normen stehen!), sondern deren Zweckmäßigkeit im Einzelfall immer wieder überprüfen, indem er sich ihre tiefer Begründung - meist anhand eines entsprechenden Gedankenmodells - kritisch vor Augen führt.

Beim Konstruieren steht dem Ingenieur meist ein gewisser Spielraum zur Verfügung. Es gilt, die verschiedensten Aspekte - z.B. statische, konstruktive und ausführungstechnische Gesichtspunkte, wirtschaftliche Gegebenheiten usw. - zu berücksichtigen. Je nach der Gewichtung der einzelnen Aspekte werden unterschiedliche Lösungen entstehen. Es existiert daher für eine bestimmte Konstruktionsaufgabe meist nicht nur eine einzige richtige Lösung.

In diesem Sinne sind auch die konstruktiven Angaben dieses Kapitels aufzufassen. Sie sollen in erster Linie auf die Probleme hinweisen. Die aufgezeigten Lösungen stellen oft nur eine der vorhandenen Möglichkeiten dar und entsprechen insbesondere auch keiner bestimmten "Lehrmeinung". Grundsätzlich muss bei einer konkreten Aufgabe der Entscheid, welches eine zweckmäßige Lösung ist, stets wieder neu erarbeitet werden.

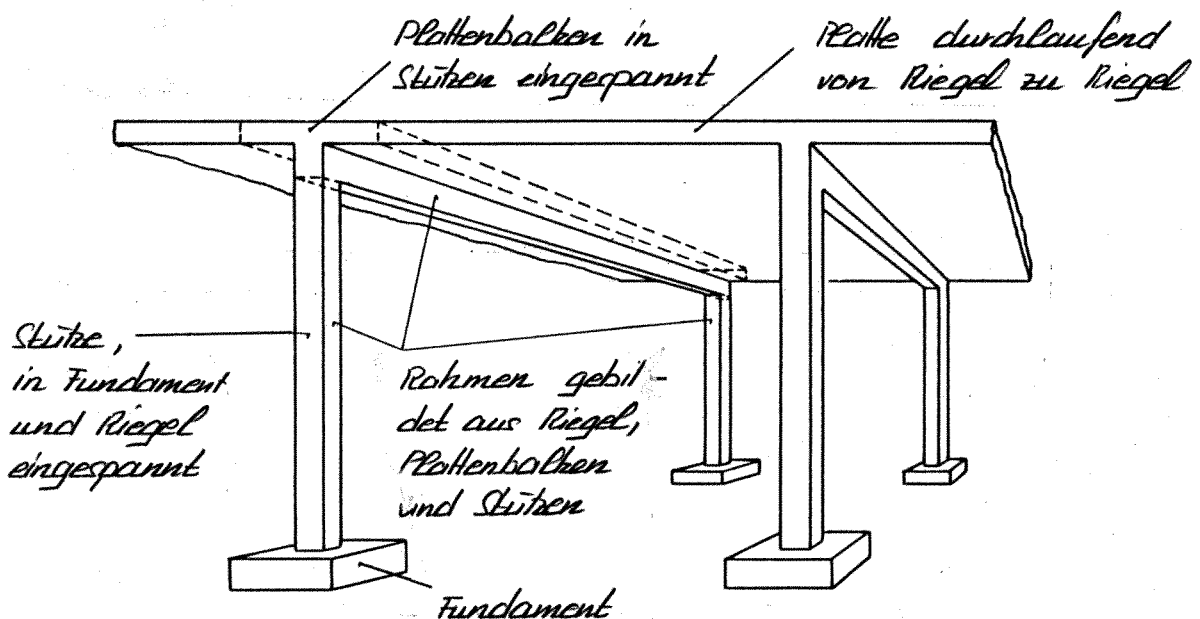
Zum Begriff "Grundelemente"

Grundelemente sind stabförmige Einzelelemente, sowie Konstruktionen, die näherungsweise mit Hilfe solcher Elemente erfasst werden können:

- Balken
- In einer Richtung tragende Platten

- Stützen
- Einfache Fundamente
- Torsionsstäbe

Die Stahlbetonbauweise ist eine ausgesprochene monolithische, d.h. zusammenhängende Bauweise. Die einzelnen Elemente (z.B. Platten, Riegel, Stütze) sind meist biegesteif miteinander verbunden, sie "gehen ineinander über" oder durchdringen sich gegenseitig (z.B. Plattenbalken und Platte).



Grundelemente sind somit oft nicht wirklich vorhanden, sondern "entstehen" durch gedankliche Abstraktion nur in unserer Vorstellung, d.h. durch das Bilden von Modellen.

Die einzelnen Grundelemente werden jeweils etwa wie folgt behandelt:

- Begriff, Vorkommen
- Regeln für den Entwurf
- Modellbildung
- Ermittlung der Schnittkräfte
- Gestaltung der Bewehrung für ausreichende Tragsicherheit und Gebrauchstauglichkeit (Rissicherung)
- Durchbiegungen, Schwingungen (nur bei Balken und Platten).

4.1. Allgemeines zur Statik, Bewehrung, Rissersicherung

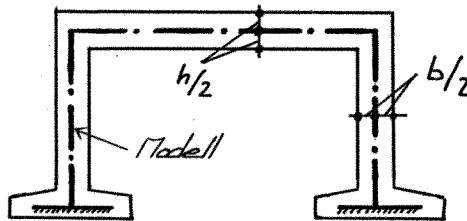
a) Zur statischen Berechnung

Bedeutung des Begriffes

"Statische Berechnung" bedeutet im engeren Sinne nur die Ermittlung der Schnittkräfte aus den Einwirkungen, im umfassenden Sinne nebst der Schnittkräftenmittlung auch die Bemessung, d.h. Festlegen von Betonabmessungen, Ermittlung der Bewehrung, konstruktive Durchbildung, Tragsicherheits- und Gebrauchstauglichkeitsnachweise.

Konventionen für die Schnittkraftbestimmung

Systemaxen: i.a. Systemaxen = Mittellinien



Stetigkeiten: In statisch bestimmten Systemen beeinflussen die Stetigkeiten den Schnittkraftverlauf nicht (1. Ordnung).

In statisch unbestimmten Systemen kann der Schnittkraftverlauf i.a. mit EI , GK , EA des ungerissenen Querschnittes ermittelt werden.

Beeinflussen die Verformungen den Schnittkraftverlauf (Theorie 2. Ordnung, vergl. Stützen), so ist dem Tragsicherheitsnachweis ein unterer Grenzwert der Querschnittsstetigkeit zugrunde zu legen.

Verformungsberechnungen im Rahmen des Gebrauchstauglichkeitsnachweises sind mit geschätzten, effektiven Stetigkeiten im Gebrauchszustand durchzuführen.

Gliederung der statischen Berechnung (Möglichkeit)

1. Gesamt - Tragwerk
 - 1.1. Übersicht: Skizze mit ungefähren Abmessungen. Festlegung von Achsbezeichnungen usw. (Rastersystem).
 - 1.2. Berechnungsgrundlagen: Normen, Tabellen, Literatur, usw.
 - 1.3. Baustoffe: Definitionen, Anforderungen und Kontrollen, evtl. Lieferanten von Spezialteilen, usw.
 - 1.4. Einwirkungen aus vereinbarter Nutzung sowie aus möglicher Gefährdung.
 - 1.5. Anforderungen an die Tragsicherheit (Sicherheitsplan)
 - 1.6. Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit (Nutzungsplan)

2. Teil - Tragwerk
 - 2.1. Übersicht
 - 2.2. Einwirkungen
 - 2.3. Statisches System: Gedankliche "Transformation" des wirklichen komplexen Tragwerks in ein vereinfachtes statisches Modell. Annahme von Systemaxen, Gelenken, usw.
 - 2.4. Berechnung der Schnittkräfte H, N, V, T am Modell.
Wichtig: Kontrollen durch überschlägige Berechnungen, Gleichgewicht, usw. (besonders bei Computer-Berechnungen).
 - 2.5. Bemessung, Bewehrungsskizzen. Gedankliche "Rücktransformation" der Ergebnisse aus 2.4. in ein wirkliches Tragwerk.

3. }
 4. } Weitere Teiltragwerke
 ... }
 7. }

8. Technischer Bericht
 Festhalten der wichtigsten Überlegungen und Daten.

Ferner: Schalungs- und Bewehrungspläne, Eisenlisten, usw.

Darstellung

Übersichtliche und klare Darstellung anstreben! Formeln mindestens beim erstmaligen Gebrauch allgemein anschreiben, ebenso die Einheiten:

$$\sigma_c = \frac{q l^2}{12} \cdot \frac{1}{W} = \frac{65 \text{ kN/m} \cdot 13^2 \text{ m}^2}{12} \cdot \frac{1}{0,36 \text{ m}^3} = 2543 \text{ kN/m}^2 = \underline{\underline{2,5 \text{ N/mm}^2}}$$

Tabellarische Darstellung der Endergebnisse anstreben. Resultate nicht mit "Scheingenauigkeiten" angeben!
(d.h. $2,543 \text{ N/mm}^2 = 2,5 \text{ N/mm}^2$)

b) Disposition der Bewehrung

Grundsätze

Wichtigster Grundsatz des Stahlbetons: Bewehrung vorwiegend dort einlegen wo Zugkräfte sind. Wenn Beton reißt, übernimmt die Bewehrung die Zugkräfte. (Auf die Zugfestigkeit des Betons ist kein Verlass!)

Beim Entwurf der Bewehrung sollten die folgenden Anforderungen möglichst gut erfüllt werden:

Gleichgewicht

So bewehren, dass auf plausible Weise Gleichgewicht möglich ist (z.B. Fachwerkmodell).

Verformungen

Rissweiten, Durchbiegungen, usw. sollten möglichst gering sein, bzw. innerhalb vereinbarter oder sonstwie festgelegter Grenzen liegen.

Korrosion

konstruktive Gegenmassnahmen treffen. (z.B. ausreichende Betonüberdeckung, Beschränkung der Rissweiten durch kleine Stababstände od. Vorspannung).

Ausführbarkeit

Möglichst einfache, "provisnahe" Gestaltung und Verlegbarkeit anstreben.

Arten von Bewehrungen

Haupt- = Zugbewehrung: Übernimmt die rechnerisch ermittelten Zugkräfte im Tragwerk.

Druckbewehrung: Dient der Verstärkung von Druckbereichen, vor allem in Stützen, u. U. auch in Balken (Verminderung des Kriechens).

Konstruktive Bewehrung: Übernimmt rechnerisch nicht erfasste oder nicht erfassbare Beanspruchungen, z.B. infolge Schwinden, Kriechen, Temperaturdifferenzen, Querdehnung, usw.

Montagebewehrung: Dient der Fixierung des Bewehrungsgerüsts vor und während dem Betonieren.

Gebräuchliche Stabdurchmesser ϕ

In der Schweiz sind lieferbar:

Einzelstäbe: $\phi = 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 26, 30, \underbrace{34, 40}_{\text{selten}}$ [mm]

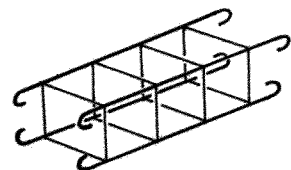
Netze: $\phi = \underbrace{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14}_{\text{nur für Sonderzwecke}}$ [mm]

Maximale Stablängen

$$l_{\max} \leq \underbrace{\sim 1000 \times \phi}_{\text{ausreichende Eigen-
steifigkeit beim Verlegen}} \leq \underbrace{18 \div 20 \text{ m}}_{\text{Lagerlängen}}$$

Bewehrungskörbe

Bewehrung von Unterzügen usw.:
Längsstäbe und Bügel werden zusammen-
gebunden zu stabilem Gerippe. Oft auch
vorfabriziert und gesamthaft in
Schalung gebracht.

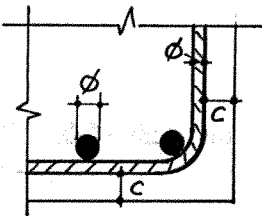


Betonüberdeckung

Kriterien für minimale Betonüberdeckung

- Korrosion (Karbonatisierung des Betons)
- Verbund (Vergl. S. 2-40)
- Verlegungenauigkeit
- evtl. Brandschutz

Anforderungen gem. SIA 162



Der Witterung entzogen:

$$c_{\min} = 20 \text{ mm}$$

Bauteile im Freien:

bei geschalteten Flächen

$$c_{\min} = 30 \text{ mm}$$

bei ungeschalteten Flächen

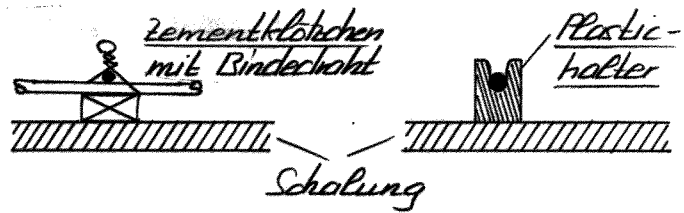
$$c_{\min} = 35 \text{ mm}$$

Hinweise

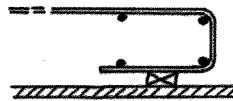
- Auf jeden Fall sollte $c_{\min} > \phi$ sein (massg. für $\phi > 20, \text{ bzw. } 30, 35$)
- Achtung auf Karbonatisierung bei Bauteilen im Freien:
Beton verliert durch äussere Einwirkungen (z.B. Luftverschmutzung) mit der Zeit seine Alkalität (Reduktion des pH-Wertes). Fortschreitende Karbonatisierung von der Oberfläche her zu den Bewehrungsreisen (gefördert durch Risse) führt zur Korrosion der Bewehrung. Volumenzunahme des Eisens bei Rostbildung sprengt Betonüberdeckung ab.
- Bei Sichtbeton auf jeden Fall vermeiden, dass Eisen an Schalung gedrückt werden. → Raschere Karbonatisierungswirkung, Roststreifen in Fassade, usw.
- Für besseren Brandschutz $c > c_{\min}$ wählen.
- Für $c > 50 \text{ mm}$ ist der ausserhalb liegende Beton durch eine für die Risseverteilung erforderliche Oberflächenbewehrung zu sichern.
- Auf genügende Überdeckung ist auch bei Zwangslängen, d.h. Bewehrungsstäben die beidseitig bis zu einer Abschalung gehen, Rücksicht zu nehmen.

Abstandhalter

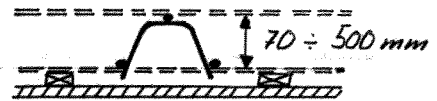
Untere und seitliche Bewehrung:



Oberer Bewehrung in Platten:

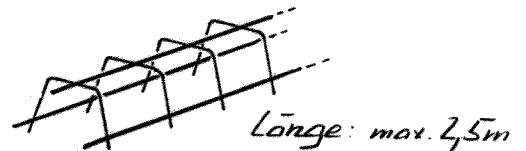
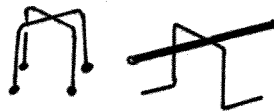


Endabbiegung der oberen Bewehrung.

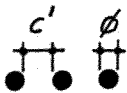


Distanzörbe, auf untere Bewehrung oder auf Schalung (mit Plastic-hübschen) abgestellt.

Distanzhalter



Gegenseitige Abstände der Bewehrungsseisen



$$c'_{min} \begin{cases} \geq \text{max. Korndurchmesser (oft 30mm)} \\ \geq \sim \phi \end{cases}$$

$$c'_{max} \leq \sim 300 \text{ mm}$$

Achtung auf Vibriertücken



Bei dichter Bewehrung ist die Anordnung von Stabgruppen möglich. Es sollen sich jedoch höchstens zwei gleichlaufende Stäbe berühren.



Netze

Netze ersetzen und ergänzen die konventionelle Einzelstabbewehrung und eignen sich besonders für flächenhafte Bauteile, und kleinere Bewehrungsgehalte (bis $1500 \text{ mm}^2/\text{m}^2$; d.h. $\phi 14, s = 100 \text{ mm}$).
Reduktion der Verlegearbeit

Hochbau : in Decken und Wänden.

Brüchenbau : vorwiegend als konstruktive Bewehrung.

Entsprechend dem Anwendungszweck sind verschiedene Netztypen erhältlich (Normalformat: $5,0 \times 2,05 \text{ m}$ und $6,0 \times 2,05 \text{ m}$)

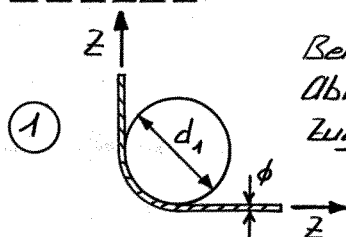
- z.B. für
- einachsige Biegung
 - zweiachsige Biegung
 - Wandbewehrung
 - konstruktive Bewehrung

(Für Netze wird in der Schweiz normalerweise der genormte Stahl S 550 mit einer rechnerischen Streckgrenze von $f_y = 520 \text{ N/mm}^2$ verwendet.)

Minimale Biegeradien

Zu kleine Biegeradien bzw. Biegerollendurchmesser d bewirken ein Spalten des Betons an Abbiegestelle (Verankerungsbruch oder Schlupf).

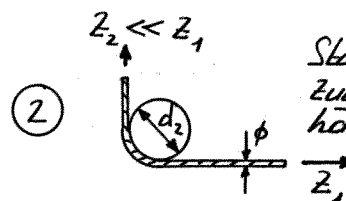
Kriterien :



Beidseits der Abbiegung volle Zugkraft.

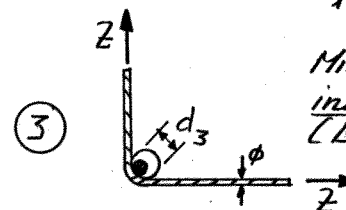
Mindestwerte gem. SIA 162:

$$d_1 \geq 15 \phi$$



Stark abnehmende Zugkraft (Bsp. Endhaken)

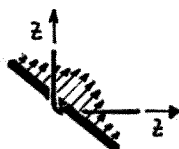
$$d_2 \begin{cases} \geq 6 \phi & \text{für } \phi \leq 20 \text{ mm} \\ \geq 8 \phi & \text{für } 20 \text{ mm} < \phi \leq 30 \text{ mm} \\ \geq 10 \phi & \text{für } 30 \text{ mm} < \phi \leq 40 \text{ mm} \end{cases}$$



Mit kräftigem Eisen innerhalb Abbiegung (Bsp. Bügel)

$$d_3 \geq 4 \phi \quad \text{nur für } \phi \leq 16 \text{ mm}$$

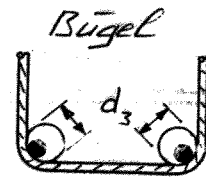
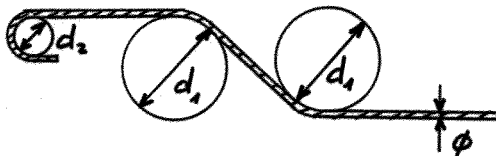
Erklärungen zu ③ :



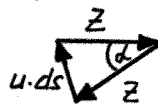
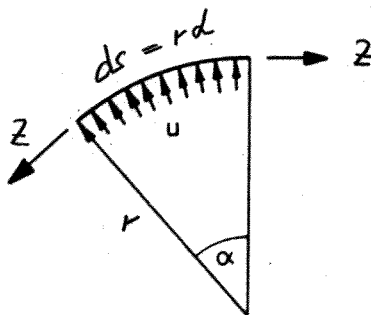
- Längsseiten muss Umlenkkraft auf Beton verteilen.
- Der minimale Biegeradius d_3 wird auch durch

die beschränkte Biegefähigkeit des Stahles
(Sprödbrechgefahr: vergl. auch S. 2-33)
bestimmt.

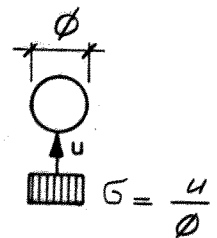
Beispiele



Rechnerische Betonpressungen



$$\left. \begin{aligned} l &\approx \frac{u \cdot ds}{Z} \\ ds &= r \cdot d \end{aligned} \right\} u = \frac{Z}{r}$$



$$\sigma_c = \frac{u}{\phi} = \frac{Z}{r \cdot \phi} = \sigma_s \cdot \frac{\overbrace{\pi \cdot \phi^2}^{A_s}}{4} \cdot \frac{1}{r \cdot \phi} = \boxed{\sigma_s \cdot \frac{\pi \cdot \phi}{4} \cdot \frac{1}{r}}$$

Für eine tolerierbare Betonpressung (lokal) von ca. $1,5 f_{cw,m} = 30 \text{ N/mm}^2$ ergibt sich unter der Annahme, dass der Stahl fließt bevor der Beton sich ausspaltet, ein minimaler Biegeradius von

$$r \Rightarrow \frac{f_y}{1,5 \cdot f_{cw,m}} \cdot \frac{\pi \cdot \phi}{4} = 8 \cdot \phi \rightarrow \boxed{d_1 \geq 16 \phi}$$

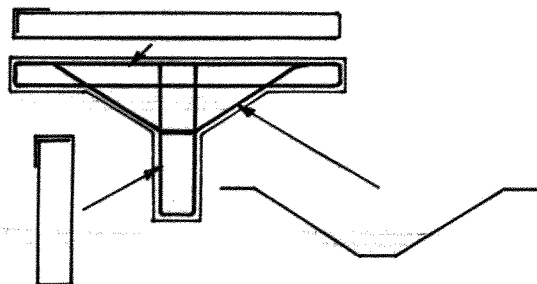
(Beton B 30/20, Stahl S 500)

Hinweis:

Keine Abbiegungen im Bereich von Schweisstellen. Bei gebogenen Netzen müssen die Querstäbe ausserhalb der Abbiegung liegen.

Allgemeine Biegeformen

Biegeformen sind so einfach wie möglich zu gestalten. Falls die Biegeform auf dem Rechnungsplan nicht deutlich erkennbar ist, muss das Eisen auch ausserhalb des Querschnittes dargestellt werden.



Alle geraden Stäbe und gebogenen Eisen sind auf der sog. Eisenliste mit genauen Massangaben zusammenzustellen (Aussenmasse).

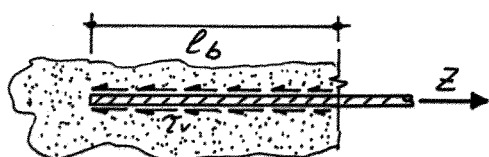
Im Hinblick auf eine Rationalisierung ist eine Standardisierung der Biegeformen z.B. entsprechend der Norm SIA 165 [48] anzustreben.

Verankerung der Stäbe

Wichtiges Prinzip des Stahlbetons:

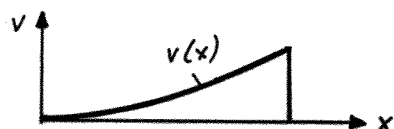
Sämtliche Eisen müssen einwandfrei verankert sein!

Gerader Stab



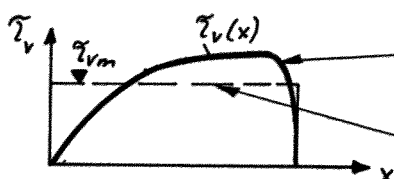
Verankerung durch Verbund Stahl - Beton (vergl. S. 2-40).

Relativverschiebung:



Verlängerung des Stabes längs Einbettung bewirkt Relativverschiebung v zwischen Stahl und Beton.

Verbundspannung:



Wirklicher Verlauf $\tau_v(x)$ gemäss Verbundgesetz.

Berechnungsannahme: Mittlere nominelle Verbundspannung $\tau_{vm} = \text{konstant}$.

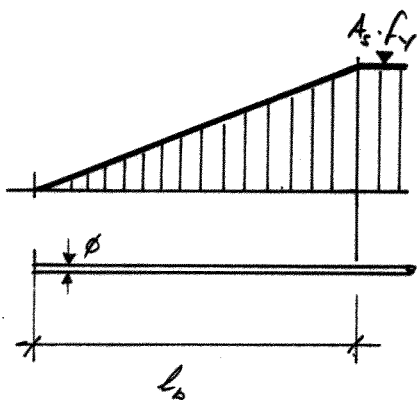
Verankerungslängen l_b gemäss SIA 162

- Für Betone B 35/25 und solche höherer Festigkeit:

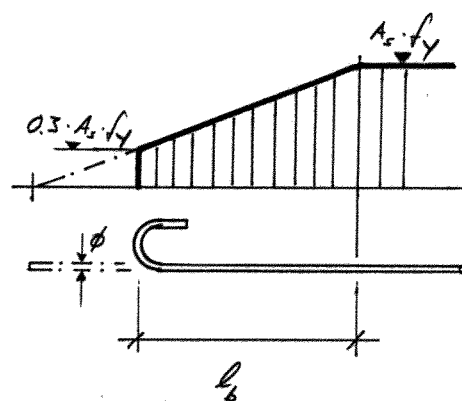
	ohne Endhaken		mit Endhaken	
	S 235	S 500 S 550	S 235	S 500
Im allgemeinen:		$40 \cdot \phi$	$30 \cdot \phi$	$25 \cdot \phi$
In Zugzone (Längs- od. Querkzug): Bei oberliegender Bewehrung:	nicht erlaubt	$60 \cdot \phi$	$50 \cdot \phi$	$40 \cdot \phi$
Über dem Auflager im Falle von Querkdruck:		$25 \cdot \phi$	$20 \cdot \phi$	$15 \cdot \phi$

- Für Beton B 20/10 bis B 30/20 sind die angegebenen Werte um 5ϕ zu erhöhen

- Kraftzunahme innerhalb der Verankerungslänge:



ohne Endhaken

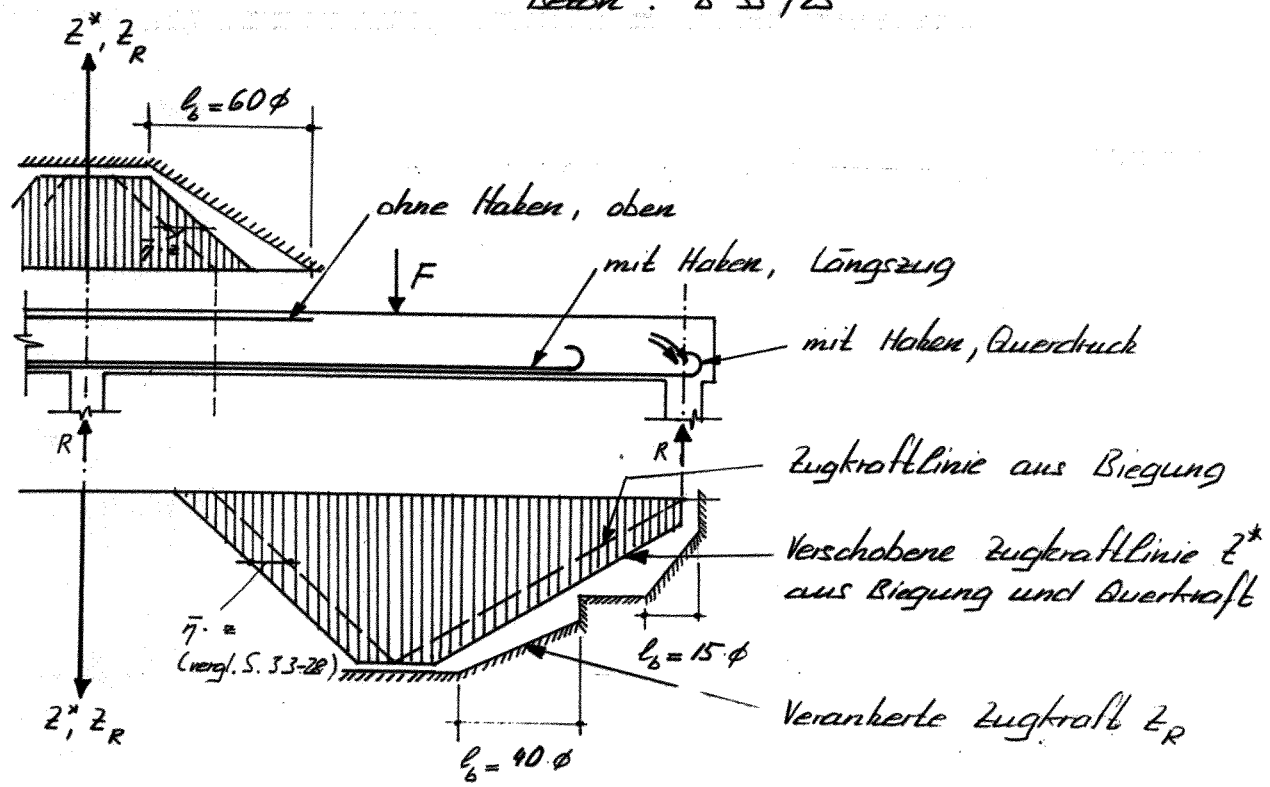


mit Endhaken

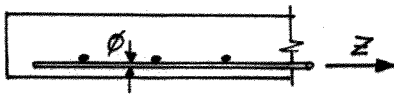
Beispiel: Randfeld eines Durchlaufträgers

Stahl: S 500

Beton: B 35/25



Verankerung bei Netzen

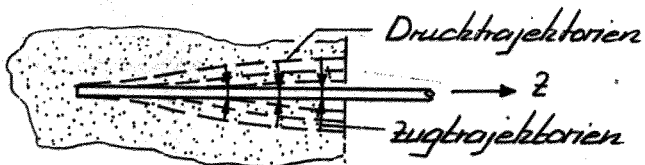


Die Verankerungslänge darf für jeden im Verankerungsbereich liegenden, verschweissten Querstab um $10 \cdot \phi$ reduziert werden, jedoch maximal um $20 \cdot \phi$.

Verankerung bei knappen Platzverhältnissen: vergl. Balken S. 4.2-16

Achtung:

Jede Verankerung bewirkt Queraug- bzw. Spaltaugkräfte:



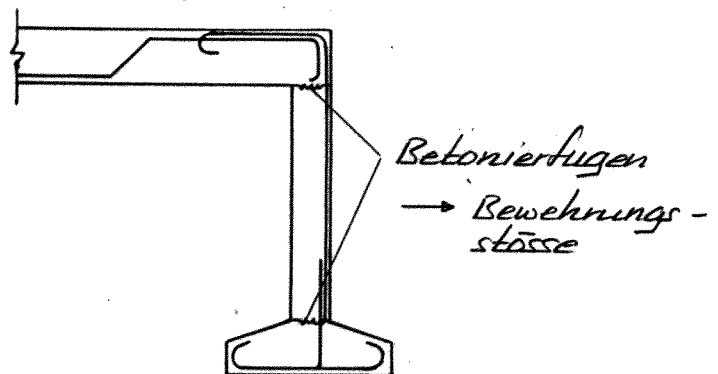
Gesamte Queraugkraft: $S \approx \frac{z}{4}$

→ evtl. entsprechende Queraugbewehrung einlegen!

Bewehrungsstöße

Bewehrungsstöße sind aus folg. Gründen unvermeidbar:

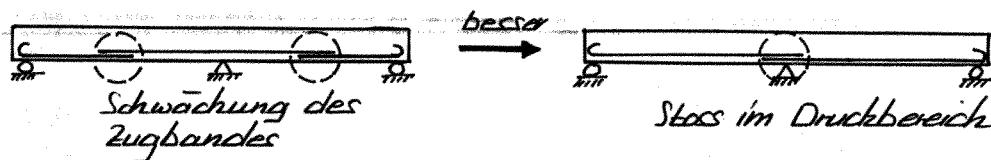
- Beschränkte Lieferlängen.
- Berücksichtigung des Arbeitsablaufes.



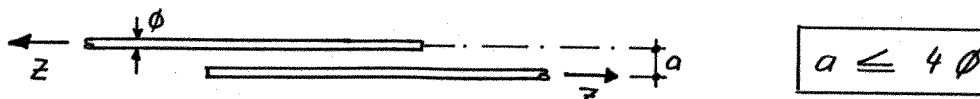
- Praktisches Verlegen der Bewehrung.
- Vermeidung von komplizierten Biegeformen.
- Vermeidung von Zwangslängen zwischen zwei Schalungsflächen (an Toleranzen denken!).

Bewehrungsstöße bedeuten meist eine Schwächung des Tragwerkes. Es sind deshalb nachfolgende Regeln zu beachten:

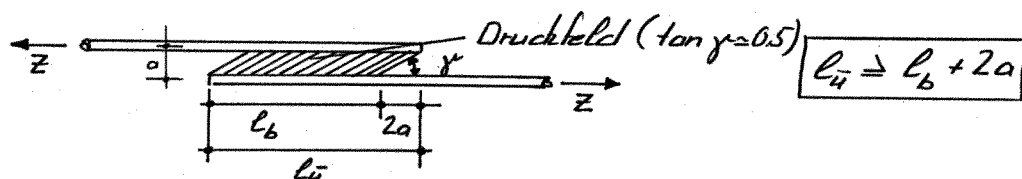
1. Stöße sind in Bereichen geringer Zugbeanspruchung (oder in Druckbereichen) anzubringen:



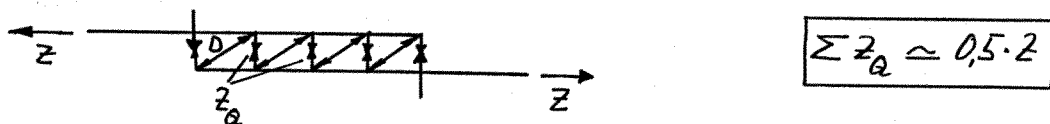
2. Stäbe in möglichst kleinem Abstand, aber ohne Berührung nebeneinander legen:



3. Reichliche Übergreiflänge:



4. Gute Querbewehrung (Bügel, Querstäbe):



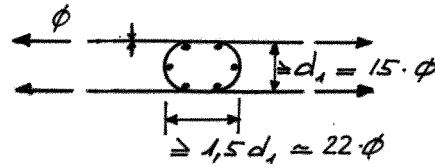
5. Wenn mehrere parallel laufende Eisen zu stoßen sind: Stöße wenn möglich in Längsrichtung versetzen.

6. Im allgemeinen sicherer mit als ohne Haken.

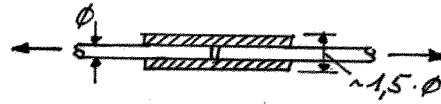
7. Genügend Platz für die Überlappungen im Querschnitt (massstäbliche Skizzen) vorsehen!

Weitere Ausbildungsmöglichkeiten:

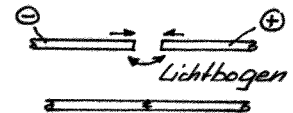
- Schlaufenstoss:



- Gewinde-, Pressmuffen- oder Sprengmuffenstoss:



- Schweisstoss: durch Widerstandstumpfschweißung:



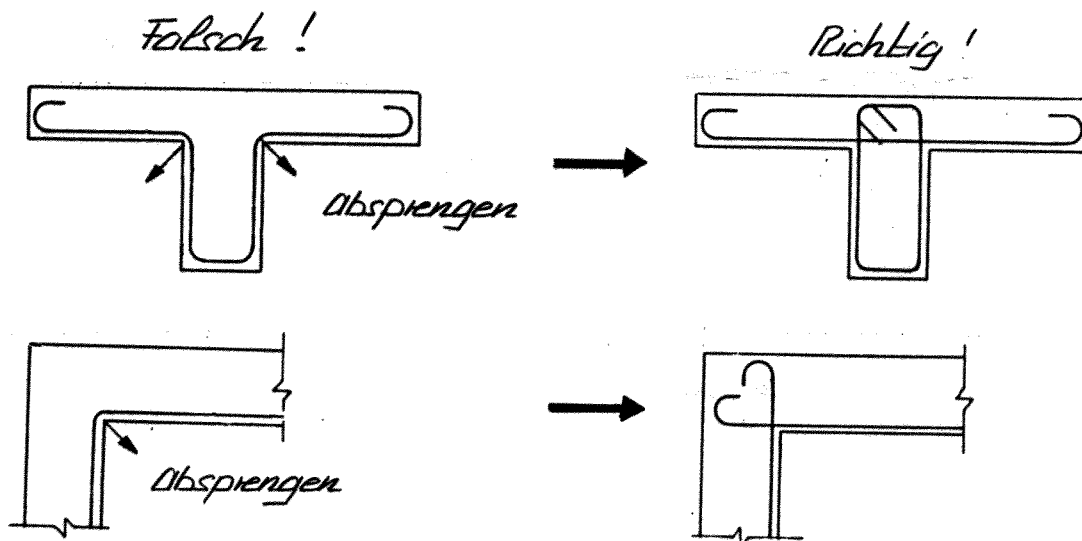
durch Überlappungsschweißung
 (Achtung auf exzentrische Beanspruchung und Verformung!
 Kann Betonüberdeckung abspriegen!)

Schweisstöße sind verhältnismässig aufwendig und weisen oft schlechte Verformungseigenschaften im Bereich der Schweisnaht auf.

Bewehrung in hohlen Ecken

Grundsatz:

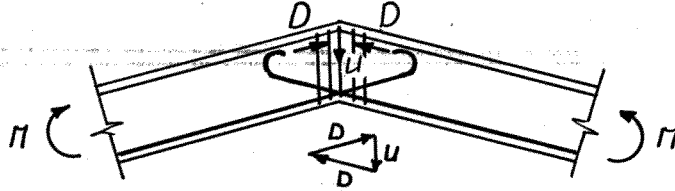
Eisen nie um hohle Ecken führen!



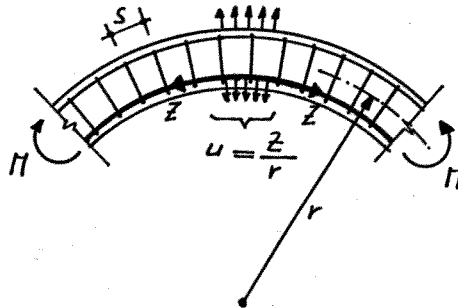
Umlenkkräfte zurückbinden

Wenn Kräfte ihre Richtung ändern entstehen Umlenk- bzw. Ablenkkräfte:

Geknickter Träger



Stetige Krümmung

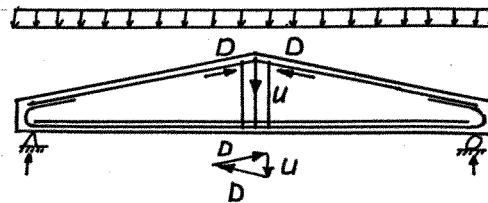


Pro Bügel:

$$z_{\text{Bügel}} = z \cdot \frac{s}{r}$$

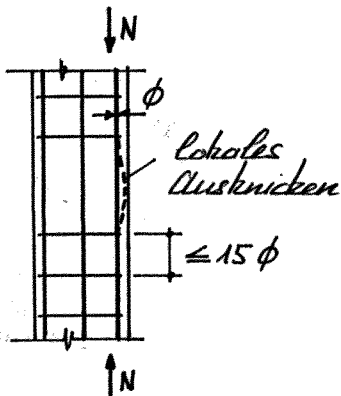
kleine Bügelabstände s wählen!

Dreiecksbinder



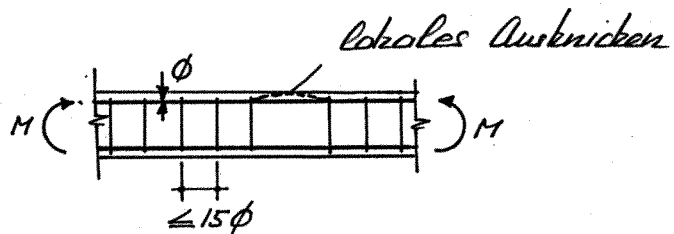
Gedrückte Eisen gegen Ausknicken halten

Stütze



Sekundärbügel zur Sicherung der Längsisen zwischen den Ecklängsisen

Biegedruckzone



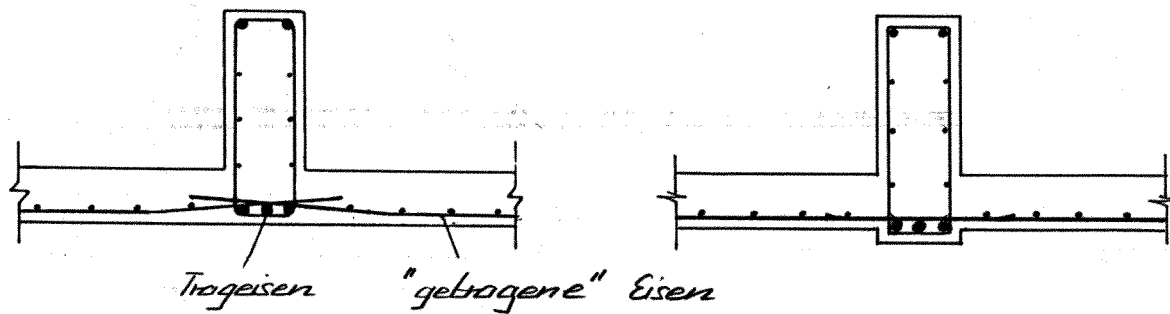
Achtung: Durch Kriechen des Betons

→ Krattumlagerung von Beton auf die Druckbewehrung.

→ Erhöhung der lokalen Ausknickgefahr.

Getragene Eisen über Trageisen lagern

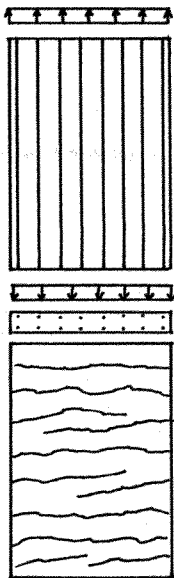
z.B. bei "Überzügen":



c) Rissesicherung

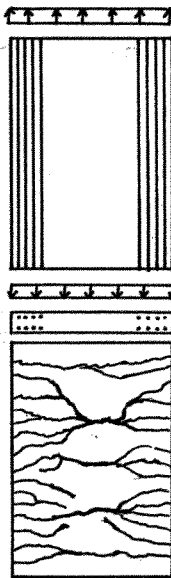
Rissebilder eines Zugbandes

Viele dünne Stäbe
gleichmässig
verteilt:



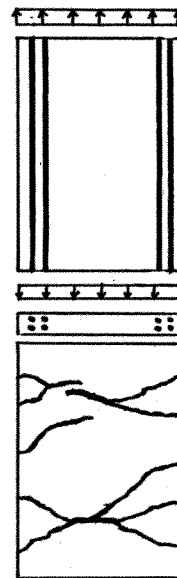
Gleichmässige Risse-
verteilung mit mittlerem
Rissabstand und
mittleren Rissweiten.

Viele dünne Stäbe
in Randzone
konzentriert:



Kleiner Rissabstand
und kleine Rissweiten
in der Randzone,
grosse Rissweiten
in der mittleren Zone.
(Sog. Sammelrisse)

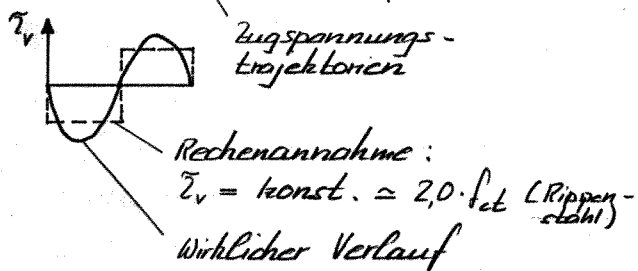
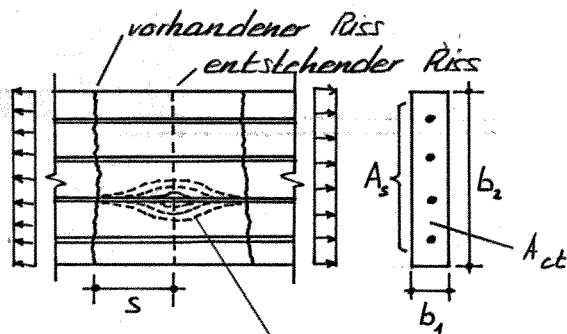
Wenige dicke Stäbe
in Randzone:



Grosser Rissabstand
und grosse Rissweiten
in der Randzone,
sehr grosse Rissweiten
in der mittleren Zone.

Modelle

Gleichgewichtsbetrachtung am Zugband



Gleichgewicht:

$$\tau_v \cdot u \cdot s = f_{ct} \cdot A_c$$

Rissabstand:

$$\text{mit } u = n \cdot \phi \cdot \bar{s}$$

$$\bar{s} = \frac{A_s}{A_{ct}} = \frac{n \cdot \phi^2 \cdot \bar{s}}{4 b_1 \cdot b_2}$$

$$s = \frac{1}{4} \cdot \frac{\phi}{\bar{s}} \cdot \frac{f_{ct}}{\tau_v}$$

soo. "Eintragungslänge" der Stahlzugkraft, die erforderlich ist, um den Beton-AS aufzuweisen.

Rissweite:

$$w = s (\underbrace{\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}}_{\text{klein}}) \approx s \cdot \epsilon_{sm} ;$$

klein \approx H.s. ϵ_{smax}

$$w = \frac{1}{4} \cdot \frac{\phi}{\bar{s}} \cdot \frac{f_{ct}}{\tau_v} \cdot \frac{\sigma_{sm}}{E_s}$$

$$\epsilon_{sm} = \frac{\sigma_{sm}}{E_s} : \text{mittlere Stahldehnung}$$

ϵ_{cm} : mittlere Betondehnung (auf Höhe Zugbewehrung)

h : Verbundkoeffizient

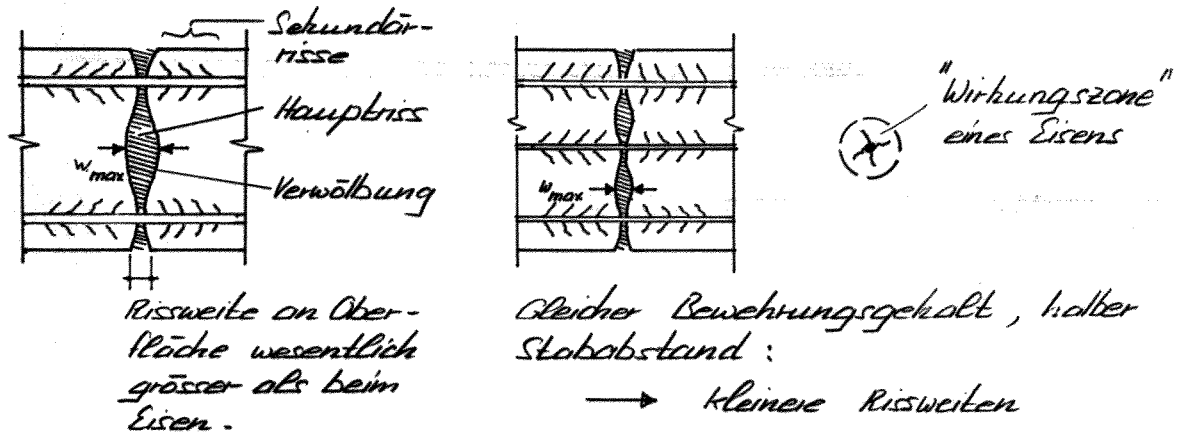
Die Ausdrücke für s und w sind theoretische Formeln. Die Wirklichkeit ist viel komplexer! (Eigenspannungen inf. Schwinden, Temp., Störeinflüsse durch Bügel).

Immerhin weisen die Formeln auf generelle Abhängigkeiten hin:

- Günstig sind:
- kleiner Stabdurchmesser ϕ
 - Grosser Bewehrungsgehalt s
 → kleine Stahlspannungen
 - Gute Verbundeigenschaften τ_v (Profilierung).

Verformungsbetrachtung am Zugband

Das auf S. 2-40 gezeigte Rissverhalten im Mikrobereich wirkt sich folgendermassen auf die max. Rissöffnungen aus:



w abnehmend mit Stababstand

Tolerierbare Rissweiten im Gebrauchszustand

- Nicht besonders aggressive Umgebung:

Bauwerk der Witterung ausgesetzt:

Bauwerk der Witterung entzogen:

$w \approx 0,15 \text{ mm}$

$w \approx 0,20 - 0,30 \text{ mm}$

- Aggressive Umgebung (z.B. Tausalz, Abgase von Überheizungen, Autos usw.):

Geringere Werte oder überhaupt keine Risse zulassen.

Massgebend sind normalerweise die Rissweiten im Dauerzustand. Eine (geringe) zusätzliche Rissöffnung unter beweglichen Nutzlasten wird i.a. als unschädlich betrachtet.
(Ausnahme: Ausgesprochene Ermüdungs-Belastungen)

Praktische Massnahmen zur Rissicherung

- Vorbeugende konstruktive Massnahmen, wie z.B. Dilatationsfugen, Lager, usw..
- Mindestbewehrung
- Möglichst viele dünne Stäbe in kleinen Abständen
- Verwendung von Stahl mit gutem Verbund
- Nicht zu hohe Ausnützung des Stahles, d.h. Stahlspannungen resp. Stahldehnungen im Gebrauchszustand beschränken..
- Vorspannung
- Gute Betonverarbeitung
- Sorgfältige Nachbehandlung

Mindestbewehrung zur Risseverteilung

(Praktische Werte und Beispiele siehe bei den einzelnen Grundelementen)

In Stahlbetontragwerken soll stets eine Mindestbewehrung eingelegt werden, die in der Lage ist, die Verformungen auf viele Risse mit kleinen Rissweiten zu verteilen. Damit soll verhindert werden, dass sich die Verformungen auf einen einzigen oder einige wenige Risse mit grossen Rissweiten konzentrieren können.

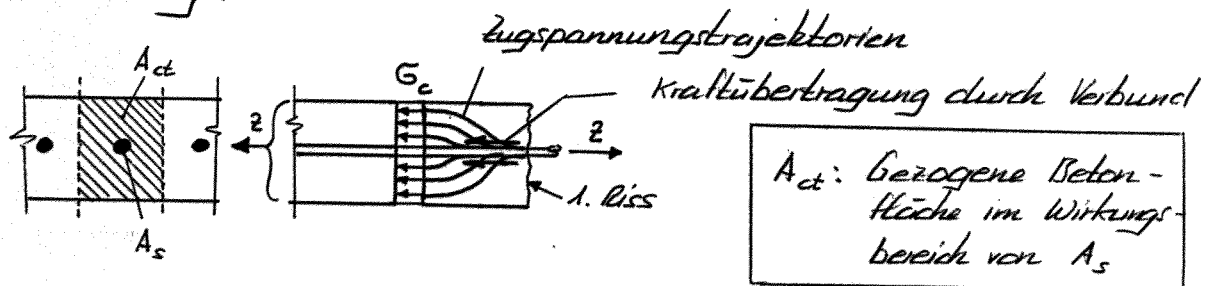
Ziel: Viele dünne Risse anstelle von einem oder wenigen breiten Rissen

Dies gilt auch für Tragwerke, in denen aufgrund der Lasten allein keine Risse erwartet werden (z.B. vorgespannte Tragwerke). Denn Stahlbetontragwerke erfahren nicht nur Beanspruchungen und Verformungen durch Lasten, sondern auch durch Zwang infolge raschem Austrocknen, Schrumpfen, Eigenspannungen aus Hydrationswärme, Temp. Differenzen, Schwinden, Auflagerverschiebungen, usw.. Auch für solche Fälle ist eine Mindestbewehrung nützlich und daher immer in allen Stahl- (und Spann-) - betontragwerken erforderlich.

1. Betrachtung: Stahllast zum Aufreißen des Betonquerschnittes

Es ist mindestens so viel Bewehrung einzulegen, dass sie in der Nachbarschaft eines bereits entstandenen ersten Risses den Beton-QS (in möglichst kurzen Abständen) aufreißen kann.

● Reiner Zug:



Beton reißt bei der Stahllastkraft $Z = G_c \cdot A_{ct} = f_{ct} \cdot A_{ct}$

Bedingung für gute Rissverteilung:

Stahl darf unter der Zugkraft $f_{ct} \cdot A_{ct}$ eine bestimmte Spannung $G_s < f_y$ nicht überschreiten. (Würde unter $Z = f_{ct} \cdot A_{ct}$ die Fließspannung f_y erreicht oder gar überschritten, hätte dies bei weiterer Laststeigerung lediglich eine Verbreiterung des 1. Risses, nicht aber die Bildung weiterer Risse zur Folge.)

Fließkraft Stahl > Risslast Beton

$$A_s \cdot G_s = A_{ct} \cdot f_{ct} \rightarrow \bar{s}_{min} = \frac{A_{s,min}}{A_{ct}} = \frac{f_{ct}}{G_s} \quad \begin{array}{l} \text{(reiner Zug)} \\ \text{(mit } G_s < f_y) \end{array}$$

Beispiel: $f_{ct} = 2,5 \text{ N/mm}^2$
 $G_s = 350 \text{ N/mm}^2$ } $\rightarrow \bar{s}_{min} = \frac{2,5}{350} = 0,71 \%$

Untere Grenze:

$$f_{ct} = 2,5 \text{ N/mm}^2$$

$$G_s = f_y = 460 \text{ N/mm}^2$$

$$\rightarrow \bar{s}_{min} > \frac{2,5}{460} = 0,54 \%$$

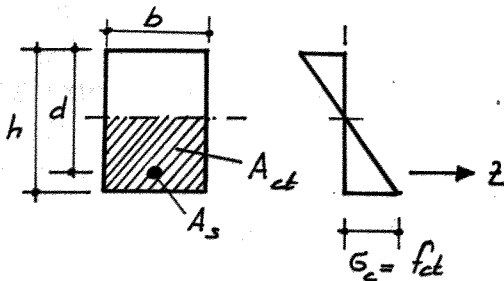
→ Mindestbewehrung für gute Risseverteilung in zugbeanspruchten Teilen (kleiner Spannungsgradient):

reiner Zug:

$$\bar{s}_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{A_{ct}} = 0,6 \div 0,8\%$$

(bezogen auf die Betonfläche A_{ct})

● Biegung:
(mit Normalkraft)



A_{ct} : bezogene Betonfläche im Wirkungsbereich von A_s des ungespannten QS unter \overline{N} (+N)

$$A_s \cdot \sigma_s = \frac{1}{2} \cdot A_{ct} \cdot f_{ct} \rightarrow$$

$$\bar{s}_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{A_{ct}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{f_{ct}}{\sigma_s} \quad (\text{Biegung})$$

→ Mindestbewehrung für gute Risseverteilung in der Zugzone biegebeanspruchter Teile (grosser Spannungsgradient):

Biegung:

$$\bar{s}_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{A_{ct}} = 0,3 \div 0,4\%$$

(bezogen auf die Betonfläche A_{ct})

Der bei Biegung vorhandene Spannungsgradient (∇ statt \square) bewirkt somit eine Reduktion der bei reinem Zug erforderlichen Mindestbewehrung auf ca. die Hälfte.

Bezogen auf die statisch mitwirkende Querschnittsfläche $b \cdot d$ entspricht dies einem Bewehrungsgehalt von:

$$s_{\min} = \frac{A_{s, \min}}{b \cdot d} = 0,17 \div 0,22 \%$$

$$(b \cdot d = b \cdot 0,9h = 0,9 \cdot 2 A_{ct})$$

(bezogen auf die statisch mitwirkende Betonfläche $b \cdot d$)

2. Betrachtung: Stahlkraft zur Aufnahme der Riss-Schmittkräfte

z.B. zur Berechnung der unteren Grenze der Mindestbewehrung:

$$\sigma_r = \sigma_{pl} \quad \text{oder mit} \quad \sigma_r = \sigma \quad (\sigma_s < f_y)$$

→ führt zu ähnlichen Ergebnissen wie die Betrachtung der Stahlkraft zum Aufheissen des Betonquerschnittes.

Hinweise zur Zugfestigkeit f_{ct}

Die Grösse der anzunehmenden Zugfestigkeit des Betons f_{ct} ist mit erheblichen Unsicherheiten behaftet.

Entsprechend streuen die Angaben über die notwendige Mindestbewehrung sehr stark!

Rechnerische Werte gem. SIA 162:

Betonart	< (L) B 35/25	≥ (L) B 35/25
f_{ct} (N/mm ²)	2,0	2,5

Rissicherung gem. SIA 162

Anforderungen:

Die Norm unterscheidet zwischen normalen und hohen Anforderungen:

	normale Anforderungen	hohe Anforderungen
Physikalische und chemische Einwirkungen	unbedeutend	bedeutend
Folgeschäden durch Risse	nicht möglich	möglich
Dichtigkeit	unwesentlich	erwünscht
Rissbeschränkung aus ästhetischen Gründen	unwesentlich	erwünscht

Mindestbewehrung für normale Anforderungen:

$$A_{s, \min} = \frac{\alpha \cdot \beta \cdot f_{ct} \cdot A_{ct}}{f_y}$$

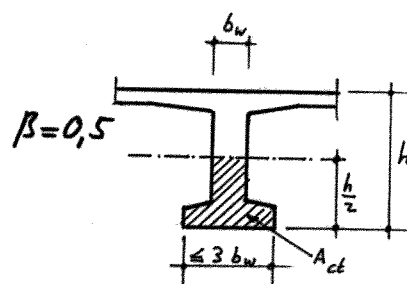
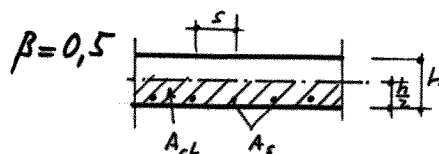
f_{ct} gem. S. 4.1-23
 $f_y \leq 460 \text{ N/mm}^2$

α : Reiwert zur Berücksichtigung des Stababstandes:

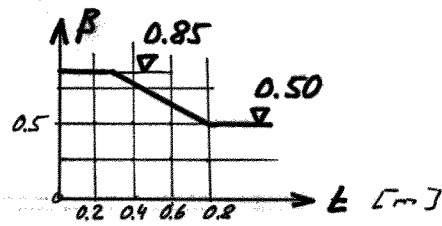
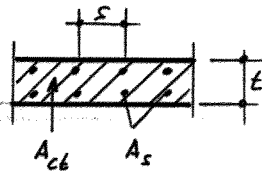
s [mm]	100	150	200	250	300
α	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4

β : Reiwert zur Berücksichtigung des effektiven Spannungsgradienten

- Biegung bzw. Biegung mit Druckkraft:



- Reiner Zug :



Gilt auch für Zugplatte bzw. Zugflansch von biegebeanspruchten Hohlkasten- bzw. I-quer-schnitten.

Mindestbewehrung für hohe Anforderungen:

Ermittlung wie bei normalen Anforderungen und Erhöhung um mind. 30 %.

Beispiel: Reiner Zug, $l = 0,20 \text{ m}$, B 35/25, $f_{ct} = 2,5 \text{ N/mm}^2$

$$\Rightarrow \bar{s}_{\min} = \frac{A_{s, \min}}{A_{ct}} = \frac{1,0 \cdot 0,85 \cdot 2,5}{460} \cdot 1,3 = 0,60 \%$$

(~ wie S.4.1-21)

Begrenzung der Risse infolge Lasten bei hohen Anforderungen

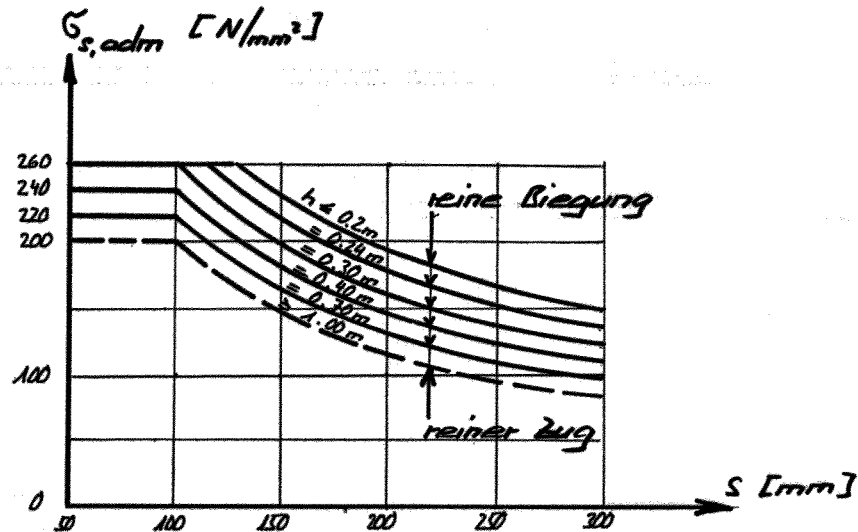
⇒ Begrenzung der Stahlspannungen im Gebrauchszustand

- Unter Langzeiteinwirkungen des Gebrauchszustandes:

$$\sigma_s (\sigma_m, \sum Q_{ser, lang}) \leq \sigma_{s, adm}$$

(σ_s wird unter Annahme eines Verbundkoeffizienten $\eta = 1,0$ berechnet)

$\sigma_{s,adm}$ wird durch den Stababstand und Querschnittshöhe wie folgt begrenzt:



Bei Biegung mit Druck sind reduzierte Querschnittshöhen h_{red} gem. Norm einzusetzen.

- Unter Kurzeinwirkungen des Gebrauchszustandes:

$$\sigma_s (G_m, \sum Q_{ser, lang}, \sum Q_{ser, kurz}) \leq \sigma_{s, adm} = 0,95 \cdot f_y - 100 \text{ N/mm}^2$$

Beispiel: $s = 500 \Rightarrow \sigma_{s, adm} = 337 \text{ N/mm}^2$

4.2. Balken

Begriff

Tragwerke, die im Rahmen der statischen Berechnung als Stäbe behandelt werden können und vorwiegend durch Biegemomente und Querkräfte beansprucht sind.

Vorkommen

Häufigstes Grundelement des Stahlbetons. Im Hochbau als Kragarm, einfacher Balken oder Durchlaufträger in Form von Unterzügen, resp. Überzügen oder als Riegel von Rahmenbauten usw., im Brückenbau v.a. als Hauptträger angewendet.

4.2.1. Regeln für den Entwurf

Wichtige Aufgabe im Entwurfsstadium ist das Abschätzen von zweckmässigen Betonabmessungen.

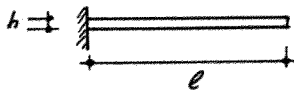
a) Trägerhöhe h

Gesichtspunkte für die zu wählende Trägerhöhe:

- Maximalwerte der zulässigen Durchbiegungen (Kriechen).
- Verhältnis Nutzlast zu Dauerlast.
- Wirtschaftlichkeit:
 - Aufwand Bewehrung / Beton / Schalung.
 - Grössere Trägerhöhe hat meist nicht nutzbare zusätzliches Gebäudevolumen zur Folge:
 - Grösseres Heizvolumen, grössere Fassaden- und Wandflächen.
- Ästhetik.
- Ertl. Schwingungsanfälligkeit

Bei schlaff bewehrten Balken führen die genannten Gesichtspunkte etwa zu folgenden zweckmässigen Trägerschlankheiten:

- Kragarm:



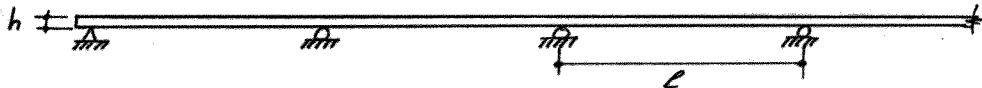
$$\frac{h}{l} \approx \frac{1}{6} \div \frac{1}{7}$$

- Einfacher Balken:



$$\frac{h}{l} \approx \frac{1}{11} \div \frac{1}{13}$$

- Durchlaufträger:



Randfelder

$$\frac{h}{l} \approx \frac{1}{12} \div \frac{1}{15}$$

Innenfelder

$$\frac{h}{l} \approx \frac{1}{15} \div \frac{1}{18}$$

Solange die auftretenden Durchbiegungen untergeordnete Bedeutung haben, sind auch geringere Werte von h/l möglich.

Bei vorgespannten Balken kann die Trägerhöhe eines Innenfeldes im Extremfall bis auf $h/l = 1/30$ reduziert werden (hoher Aufwand für Längsbewehrung).

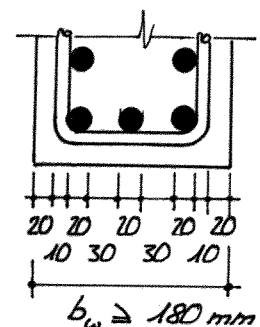
Derart schlanke Träger sind hinsichtlich Verformungs- und Schwingungsverhalten sorgfältig zu untersuchen.

Bei besonders kriechanfälligen Bauteilen, wie z.B. Kragarme, sind reichliche Trägerhöhen (geringere Ausnutzung des Betons) vorteilhaft.

b) Trägerbreite b_w

Gesichtspunkte für die zu wählende Stegbreite:

- Genügend Platz für die Bewehrung (inkl. Vibrierlücken).
- Querkraftbeanspruchung (schiefe Druckspannungen bzw. obere Schubspannungsgrenze)
- Breite von Stützen ($b_w \leq b_{\text{Stütze}}$).



Mindeststegbreiten für Ortbetonträger ohne untere Flanschen:

$$l = 5 \div 8 \text{ m} : b_w \geq \sim 200 \text{ mm}$$

$$l = 8 \div 12 \text{ m} : b_w \geq \sim 300 \text{ mm}$$

$$l = 12 \div 15 \text{ m} : b_w \geq \sim 400 \text{ mm}$$

Bei vorfabrizierten Trägern können erheblich dünnere Stege gewählt werden (Schalungs-Vibratoren).

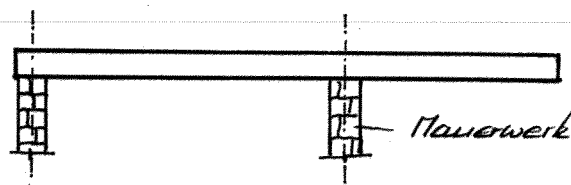
4.2.2. Modellbildung

Eine klare Abgrenzung des Balkens als Grundelement vom übrigen Bauwerk ist oft nicht möglich. Vereinfachende Annahmen bezüglich Auflagerung sind meist unumgänglich. Ist der Balken als Unterzug oder Überzug mit einer Platte monolithisch verbunden, trägt er als "Plattenbalken". Der mittragende Teil, d.h. die "mitwirkende Breite" der Platte ist durch Idealisierung festzulegen.

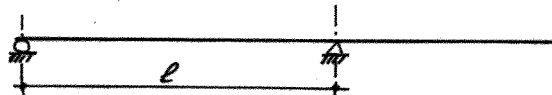
a) Modelle für die Auflagerung

Freie Auflagerung

Wirklichkeit:

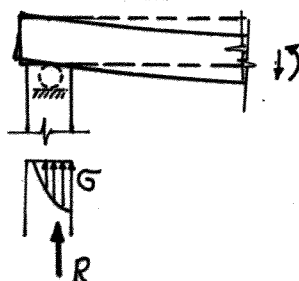


Stat. Modell:



Folgen der Idealisierung:

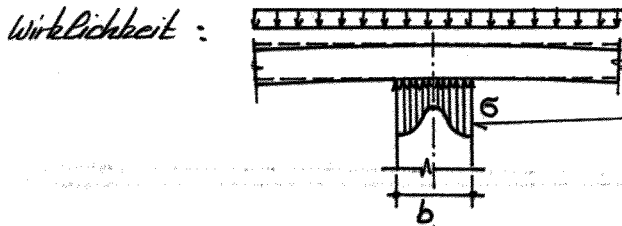
• Endauflage:



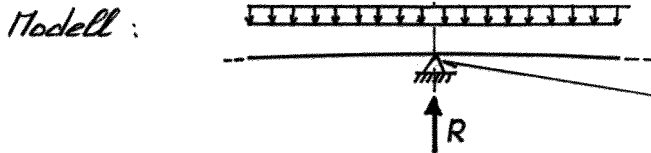
Je nach Lagerausbildung verschiebt sich die resultierende Auflagerkraft mehr oder weniger stark zum Mauerrand resp. Stüttenrand.

Exzentrische Pressung der Stützung!

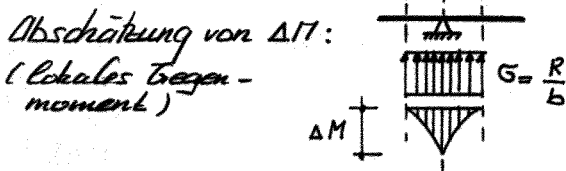
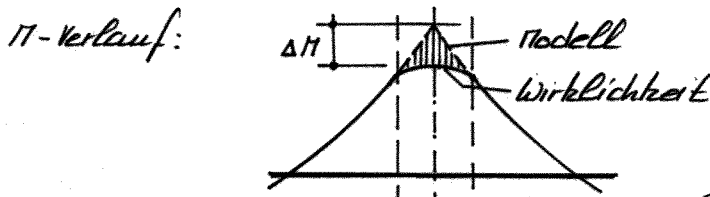
● Zwischenauflager : Momentenabzug



Verteilter Auflagerdruck, mit gewisser Konzentration von σ gegen den Auflagerrand.



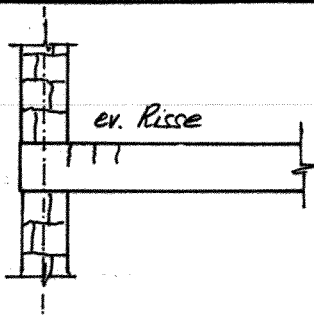
Auflager ∞ schmal.



Am gleichen Modell :
Ersatz von R durch gleichm. verteilten Auflagerdruck

$$\Delta M \cong G \cdot \frac{b \cdot b}{2 \cdot 4} = \frac{R \cdot b}{2 \cdot 4} = \frac{Rb}{8}$$

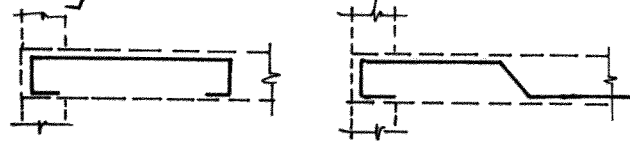
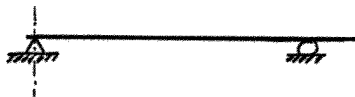
Eingemauerte Auflagerung



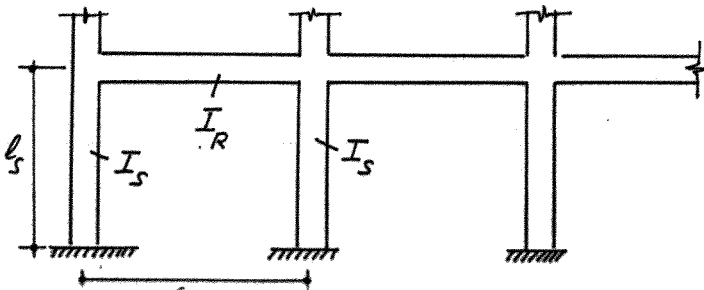
Effektiv : "ungewollte" Einspannung am Rand

→ Rissicherung durch konstruktive Bewehrung :

Statisches Modell :



Biegesteife Verbindung mit Stützen (Rahmen)



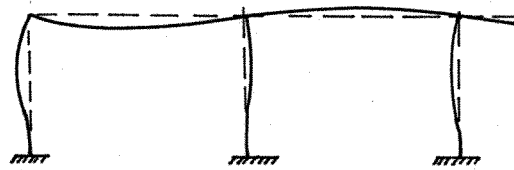
Statisches Modell falls $\frac{I_s}{l_s} \ll \frac{I_R}{l_R}$:



Näherung - für Balken zweckmässig

- für Stützen nicht geeignet :

Aufgezwungene Stüttenkopfdrehungen führen zu exzentrischer Beanspruchung der Stütze (v.a. bei Randstützen zu beachten).

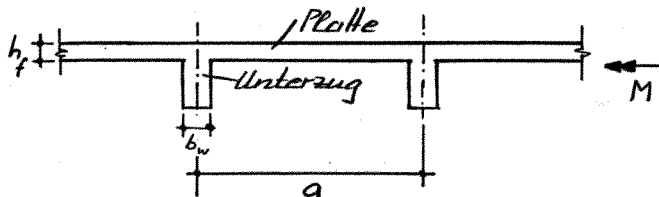


Je nach Verhältnis I_s/l_s zu I_R/l_R und je nach Zweck der Berechnung (Vorprojekt / Hauptprojekt) ist das System als Rahmen zu berechnen.

b) Modell der mitwirkenden Plattenbreite

Gebrauchszustand (Linear-elastisches Materialverhalten)

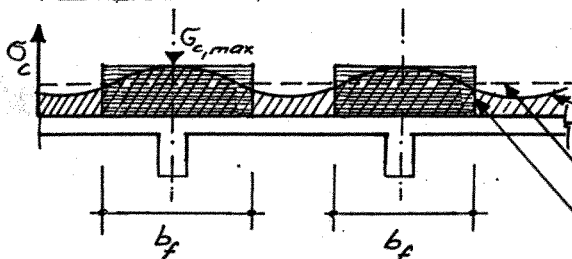
Problemstellung



Die Platte übernimmt die Funktion des Druckflansches eines T-Trägers.

Schubverzerrungen in der Platte = Scheibe verhindern ein Ebenbleiben des QS und bewirken eine Variation der Betondruckspannungsverteilung am oberen Plattenrand.

σ_c -Verteilung am oberen Plattenrand:



b_f : "mitwirkende Breite"

Wirkliche σ -Verteilung

σ -Verteilung für Ebenbleiben des Querschnittes

Rechnerische σ -Verteilung (gleiches $\sigma_{c,max}$, - gleiche Spannungsfleichen)

Als rechnerische HilfsgröÙe wird die sog. "mitwirkende Breite b_f " verwendet. Sie hängt ab von:

- Lagerungsart (Einfacher Balken, Durchlaufträger)
- Belastungs- und Schnittkraftverteilung
- Spannweite
- Abstand der Unterzüge
- Plattendicke
- Steifigkeitsverhältnis Rippe / Platte, usw.

Regeln für die mitwirkende Breite b_f

Für Spannungs- und Verformungsberechnungen im Gebrauchszustand kann b_f mit Hilfe folgender Regeln abgeschätzt werden: (SIA 162)

- Beidseitiger Plattenanschluss:

$$b_f = b_w + 0,2 \cdot d \cdot l \leq a$$

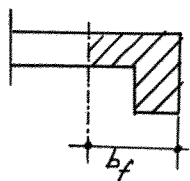
(a, b_f, b_w :
gem. S. 4.2-5)

- mit $d = 1,0$ für einfachen Balken
 $d = 0,8$ für Randfeld
 $d = 0,6$ für Mittelfeld
 $l = 1,5$ für Kragträger

- Einseitiger Plattenanschluss:

$$b_f = b_w + \frac{1}{3} \cdot 0,2 \cdot l \leq \frac{1}{2} a$$

d wie oben



- Zugplatte: b_f ist stark von den konkreten Verhältnissen abhängig. Da die statisch erforderliche Zugbewehrung ohnehin in Stegnähe zu konzentrieren ist, hat die mitwirkende Breite in Zugflanschen geringe Bedeutung. Für mittlere Verhältnisse kann sie grob mit $1/3 \div 1/2$ der mitwirkenden Druckflanschbreite angenommen werden.

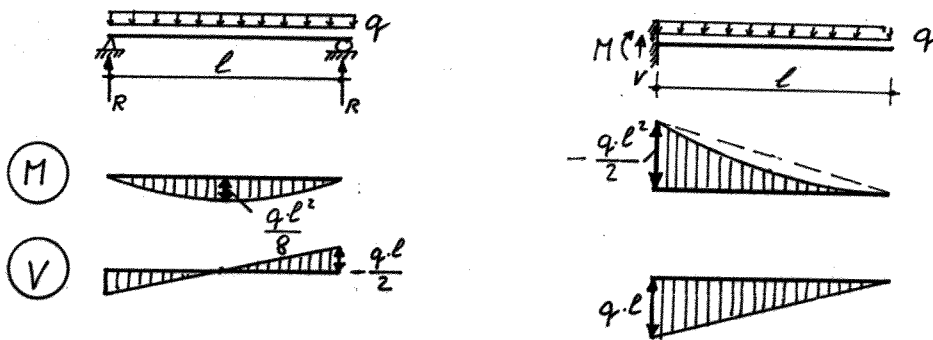
Bruchzustand

Im Bruchzustand wirkt derjenige Teil des Druck- resp. Zugflansches mit, der mit einer Längsschubbewehrung einwandfrei an den Steg angeschlossen ist (vergl. S. 3.3-33).

4.2.3. Ermittlung der Schnittkräfte

a) Statisch bestimmt

Unabhängig von Biegesteifigkeit und Verformung ergibt sich ein einziger möglicher Gleichgewichtszustand mit entsprechendem Schnittkraftverlauf:



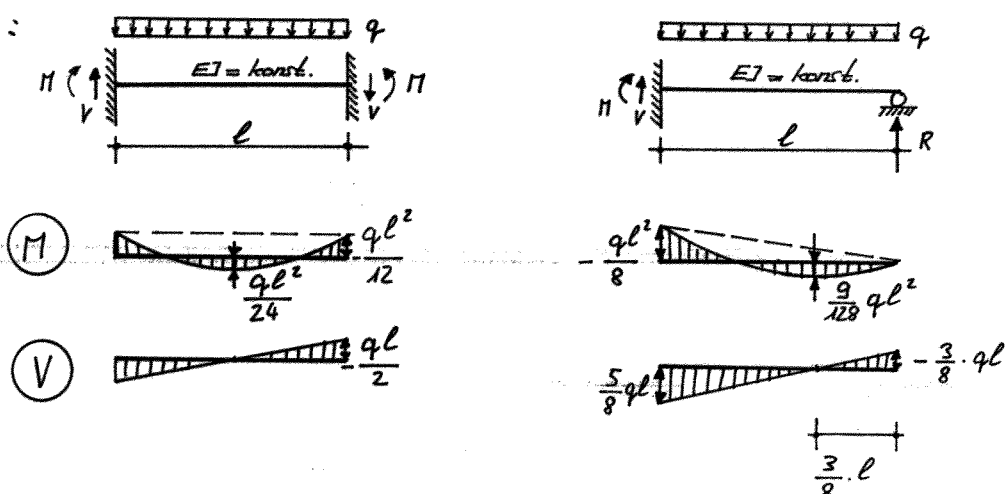
b) Statisch unbestimmt

Schnittkräfte nach Elastizitätstheorie

- "Elastischer" (= ganz bestimmter) Gleichgewichtszustand:

Wenn der Verlauf der Biegesteifigkeit $EI(x)$ gegeben oder angenommen ist und unter Voraussetzung linear-elastischem Materialverhalten ergibt sich nach der Elastizitätstheorie (Baustahl II) ein ganz bestimmter Gleichgewichtszustand mit entsprechendem Schnittkraftverlauf.

Beispiele:

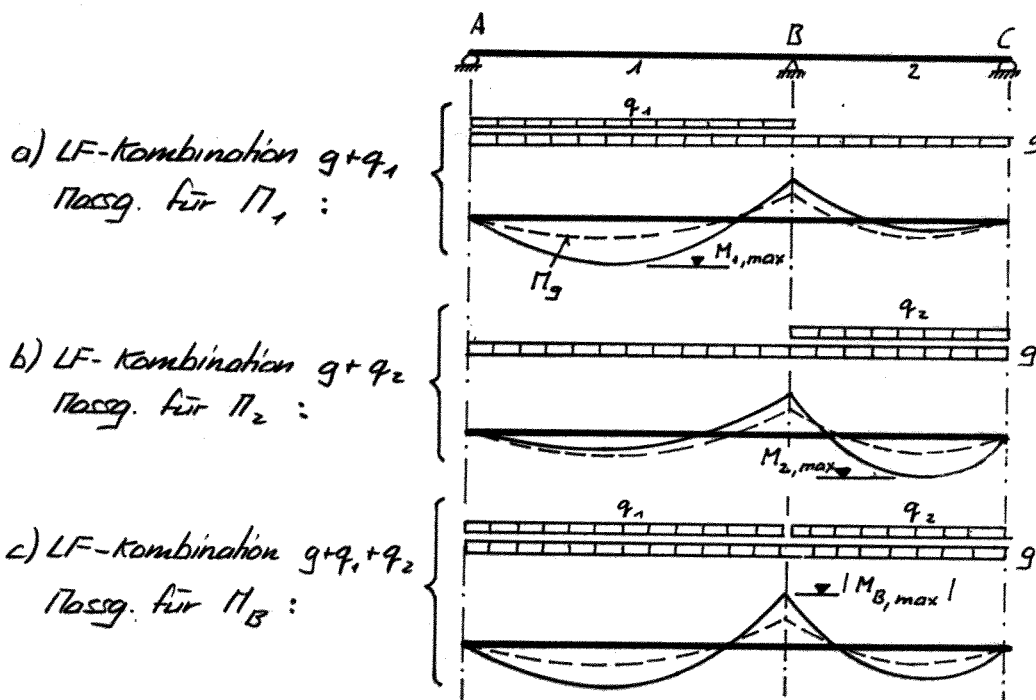


● "Elastische" Grenzwerte der Schnittkräfte in einem best. QS

Die elastischen Schnittkraftlinien müssen für eine ganz bestimmte maßgebende Lastfall-Kombination bzw. maßgebende Stellung der Nutlasten i.a. mithilfe von Einflusslinien (v.a. im Brückenbau) gesucht werden.

Bei Mehrfeldträgern im Hochbau können die Nutlasten i.d.R. feldweise angenommen werden. Für ausgewählte Querschnitte maßgebende Lastfall-Kombinationen lassen sich deshalb relativ rasch finden.

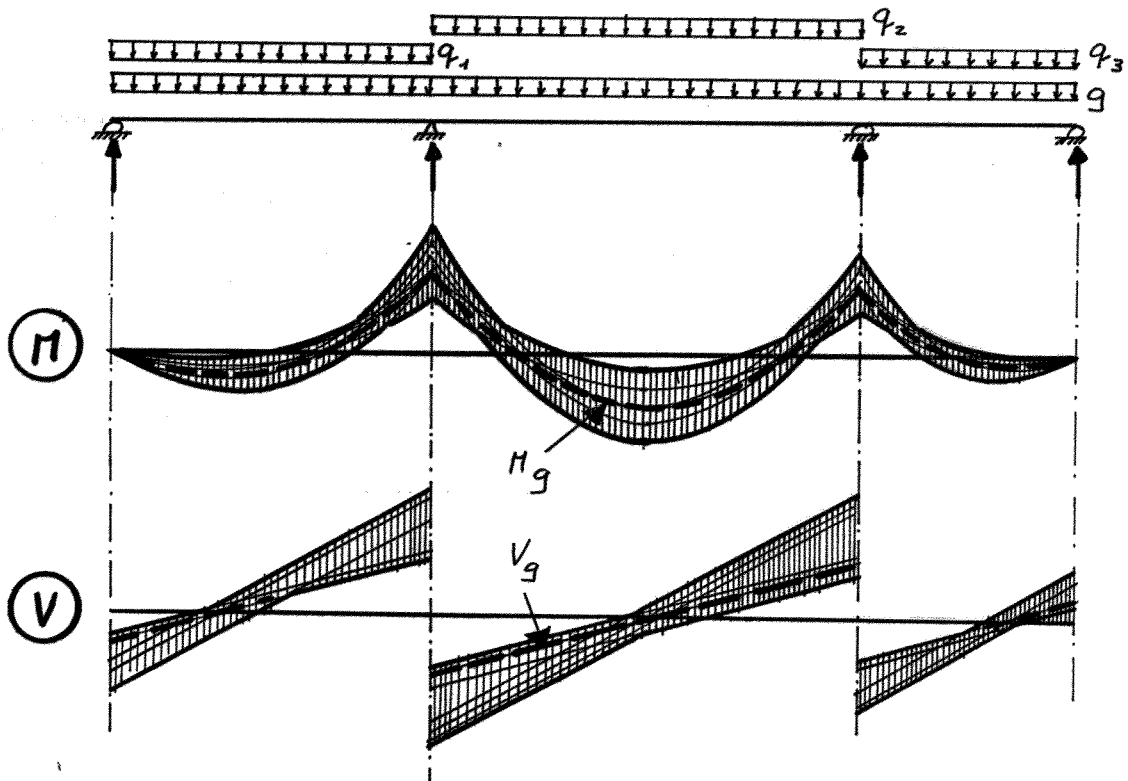
Beispiel 2-Feldträger Hochbau:



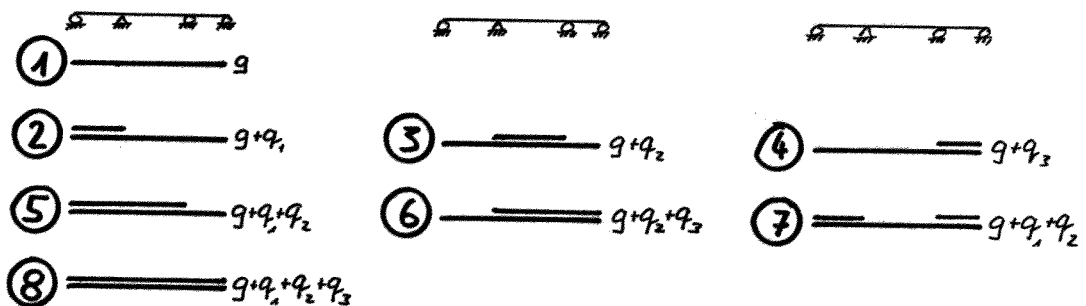
● "Elastische Grenzwertlinie" als Umhüllende der elastischen Schnittkraftlinien

Grenzwerte der Schnittkräfte in sämtlichen Querschnitten längs der Balkenaxe lassen sich mithilfe der umhüllenden der elastischen M - bzw. V -Linien aller physikalisch möglichen Lastfälle bzw. Lastfall-Kombinationen, der sog. "elastischen Grenzwertlinie" angeben:

Beispiel 3-Feldträger Hochbau:



Mögliche Lastfall-Kombinationen:



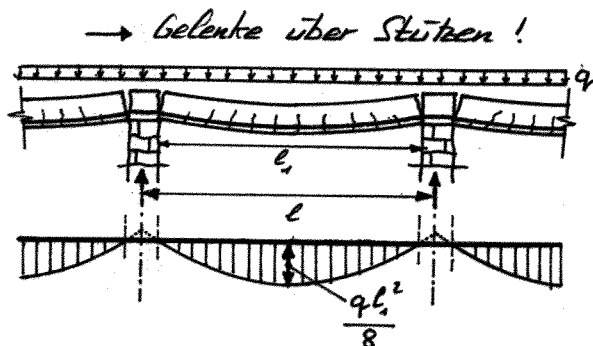
Schnittkräfte nach Plastizitätstheorie

● "Plastischer" (= beliebiger) Gleichgewichtszustand:

Der Schnittkraftverlauf wird durch plastische Gelenke beeinflusst. Mit einer "beliebigen" Aufteilung der Bewehrung auf Feld- und Stützenquerschnitte wird ein "beliebiger" Gleichgewichtszustand festgelegt.

Beispiel durchlaufender Balken:

Fall ①: Bewehrung nur unten:



N-Verlauf wie beim einfachen Balken.

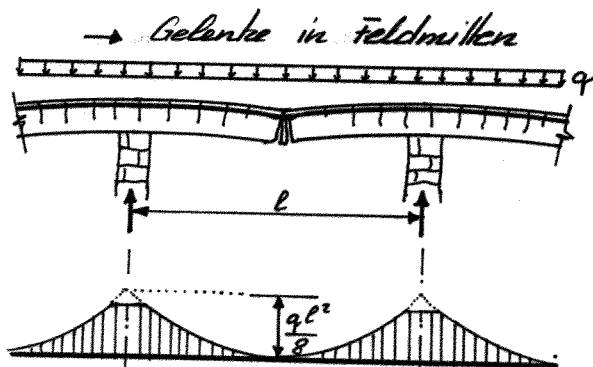
Vorteil:

- Einfache Gestaltung der Bewehrung.

Gefahren:

- Querkraftübertragung bei den Auflagern problematisch (Schubübertragung nur durch Dübelwirkung der Längsrisse).
- Breite Risse über den Auflagern und Durchbiegungen wie beim einfachen Balken können die Gebrauchstauglichkeit erheblich beeinträchtigen.

Fall ②: Bewehrung nur oben:



N-Verlauf wie beim Kragarm.

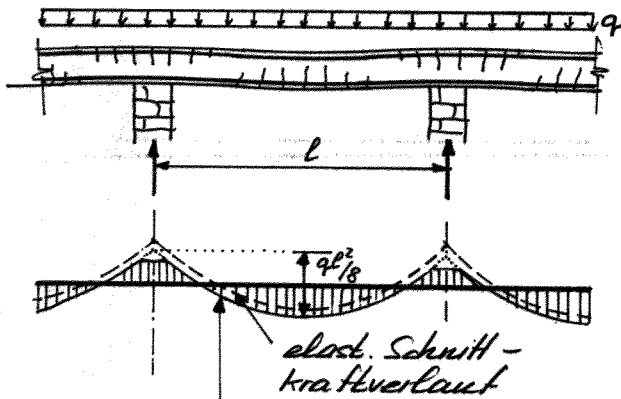
Vorteil:

- Querkraftübertragung beim Auflager besser möglich (Biegedruckzone).

Gefahren:

- Kinematische Kette (einzig eine allfällige Einspannung in der Stütze wirkt stabilisierend.)
- Breite Risse im Feld.
- Große Durchbiegungen.

Fall ③ Bewehrung oben und unten:



elast. Schnittkraftverlauf
 "plastischer" Schnittkraftverlauf (nach Ausbildung von plast. Gelenken über der Stütze)

Vorteil:

- Geringere Durchbiegungen und bessere Risseverteilung bewirken besseres Gebrauchsverhalten als in den Fällen ① und ②

Nachteil:

- Aufwendigere Gestaltung der Bewehrung

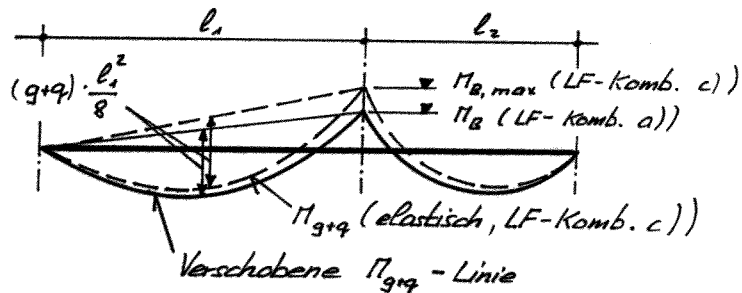
● Umverteilte "elastische Schnittkraftlinie":

Lässt man plastische Gelenke zu, kann ausgehend von der elast. Schnittkraftlinie eine gewisse Umverteilung der Schnittkräfte vorgenommen werden. Dies erfolgt meistens durch Reduktion der Stützenmomente und entsprechende Erhöhung der Feldmomente.

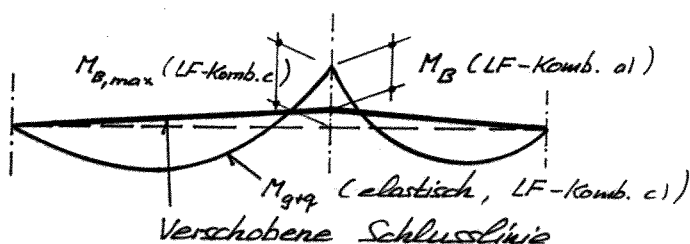
Beispiel 2-Feldträger gem. S. 4.2-8 :

Reduktion des Momentes $M_{B,max}$ aus LF-Komb. c) auf den Wert M_B z.B. der LF-Komb. a)

- durch Verschieben der M -Linie :



- oder einfacher, durch Verschieben der Schlusslinie



Beschränkte Umverteilung

Da die Umverteilung von Schnittkräften nachteilige Folgen auf die Gebrauchstauglichkeit des dementsprechend bemessenen Tragwerks haben kann, sollte die Abweichung der umverteilten Π -Linie von der elastischen Π -Linie nicht allzu gross sein (z.B. noch keine Fließen der Bewehrung unter Gebrauchslasten)!

Normenvorschriften sind z.B.

DIN: Umverteilung zulässig bis 15% des Stützenmomentes

ACI: " " bis 20% " "

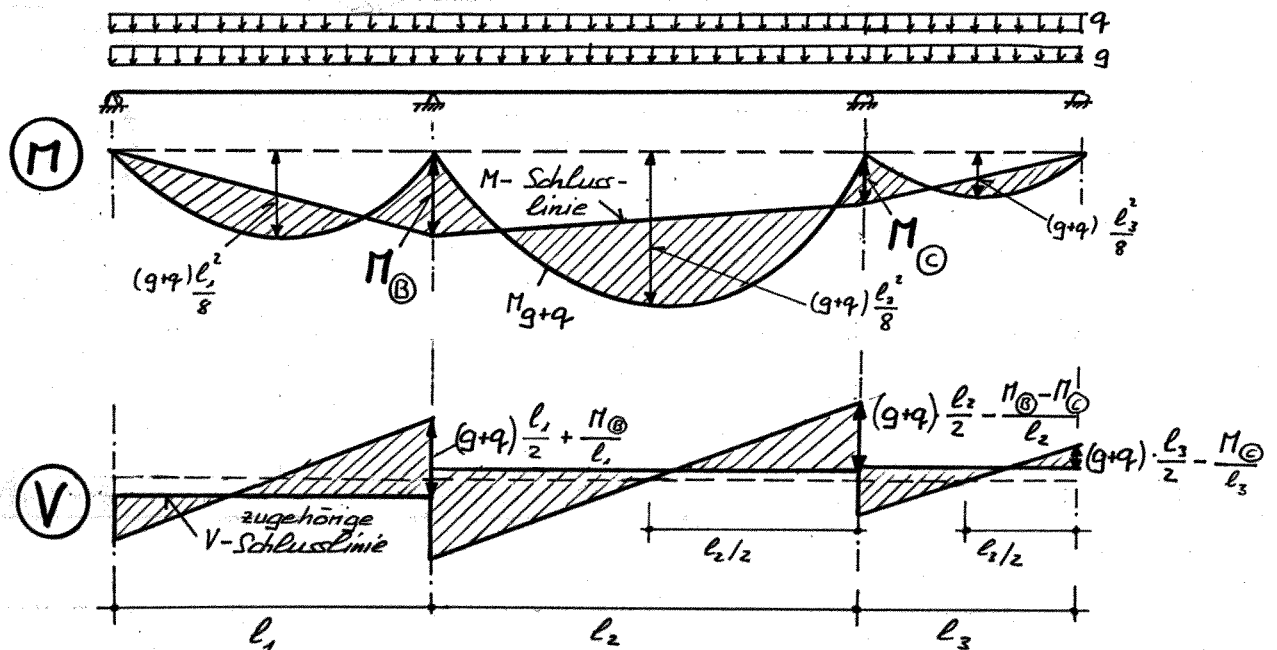
SIA 162: Keine Einschränkung

Unbeschränkte Umverteilung (vergl. S. 4.2-10/11)

Werden nur geringe Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit gestellt, kann zur Bemessung der Bewehrung in jedem Feld für sich allein ein beliebiger Gleichgewichtszustand (stat. zulässiger Spannungszustand) angenommen werden, indem in die Schnittkraftlinie des einfachen Balkens die Schlusslinie beliebig eingelegt wird. Dabei ist es jedoch erforderlich, über Zwischenstützen gleiche Einspannmomente aus den angrenzenden Feldern zu wählen (da sonst durch die Stützen Differenzmomente abgeleitet werden müssten).

Auf eine Betrachtung von LF-Kombinationen über mehrere Felder kann in diesem Fall verzichtet werden.

Beispiel 3-Feldträger: Π_{a} und Π_{c} beliebig angenommen



Da in diesem Fall nicht unbedingt elastische Schnittkraftlinien berechnet werden müssen, hat beliebiges Einlegen der Schlusslinie den Vorteil der Einfachheit, aber den Nachteil, dass über die effektive Beanspruchungshöhe der Längsbewehrung im Gebrauchszustand bzw. deren "Abstand" von der Fliesgrenze nichts näheres bekannt ist. In Extremfällen kann Fließen bereits im Gebrauchszustand auftreten.

Gewährleistung der Rotationsfähigkeit

Eine Umverteilung der Momente gegenüber der elastischen Momentenlinie ist nur zulässig, falls eine ausreichende Rotationsfähigkeit in den für die Umlagerung notwendigen plastischen Gelenken besteht. (Siehe auch S. 3.1-25 ff)

→ Beschränkung des Bewehrungsgehaltes auf einen Wert, der wesentlich unter s_{grenz} liegt, bzw. Beschränkung der Höhe der Biegedruckzone auf

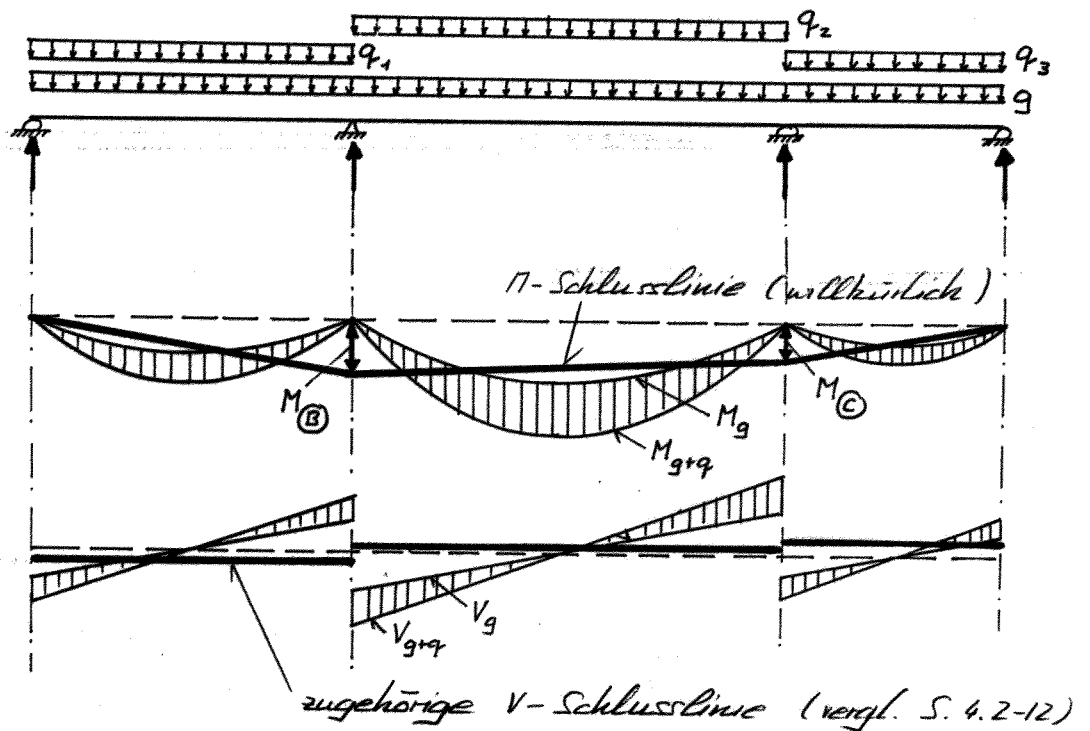
$$x \leq 0,5 \cdot d \quad (\text{StB 162})$$

● "Plastische Grenzwertlinie" als Umhüllende der umverteilten elastischen Schnittkraftlinien

Analog zur "elastischen Grenzwertlinie" (S. 4.2-9) lassen sich Grenzwerte der Schnittkräfte in sämtlichen Querschnitten längs der Balkenaxe mithilfe der Umhüllenden der umverteilten elastischen Schnittkraftlinien verschiedener Lastfall-Kombinationen, die sog. "plastische Grenzwertlinie", angeben.

Im Extremfall einer unbeschränkten Umverteilung (vgl. S. 4.2-12) können die plastischen Grenzwertlinien besonders einfach gefunden werden:

Beispiel 3-Feldträger Hochbau : (beliebig unverteilt)



Schnittkräfte für die Bemessung

Grundlage für die Bemessung können sein :

die "elastische Grenzwerllinie"

oder

die "plastische Grenzwerllinie"

Merke:

Die Bemessung aufgrund der elastischen Grenzwerllinie bewirkt bei Beachtung der Regeln für die Mindestbewehrung neben ausreichender Tragsicherheit meist (nicht immer!) auch ein gutes Verhalten im Gebrauchszustand.

Die Bemessung aufgrund der plastischen Grenzwertlinie ergibt einen geringeren Gesamt-widerstand als die Bemessung aufgrund der elastischen Grenzwertlinie und somit i.a. eine kostengünstigere Lösung. Diese muss jedoch bezüglich Gebrauchszustand besonders sorgfältig überprüft werden.

4.2.4. Gestaltung der Längsbewehrung

a) Abstufung längs Bolkenaxe

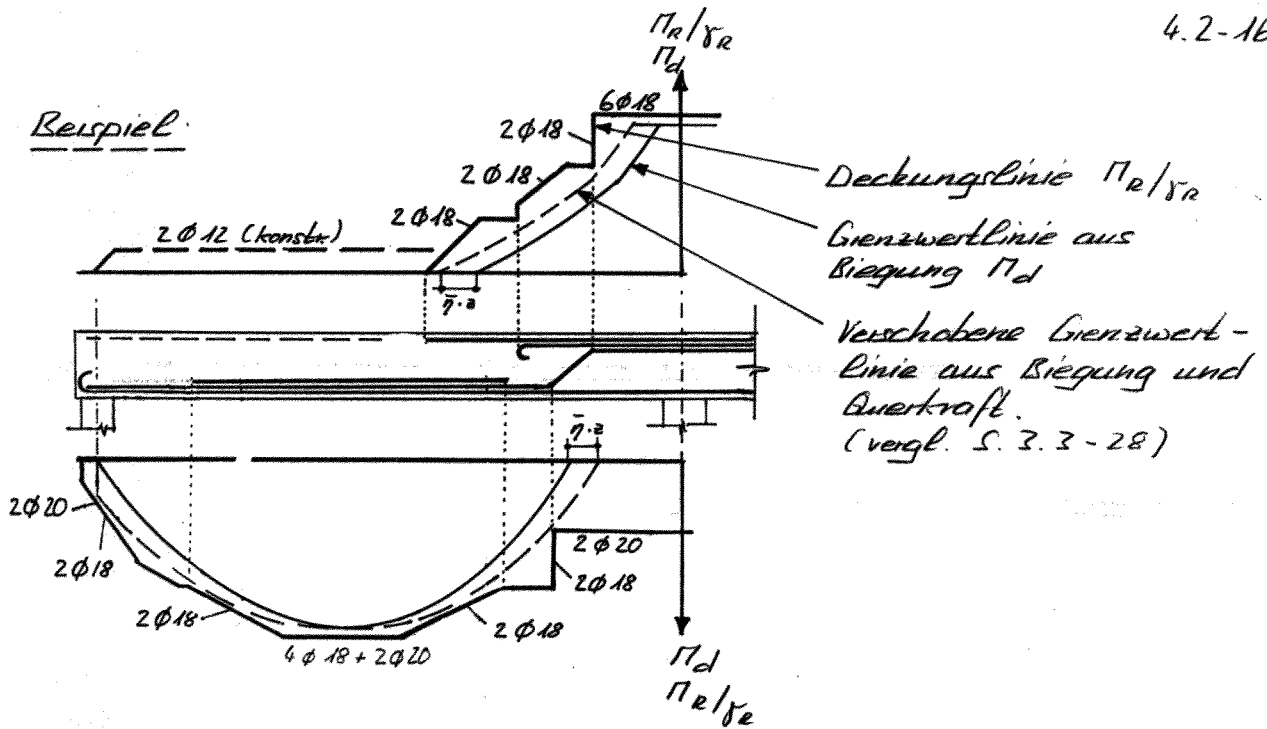
Nachdem die Längsbewehrung eines Balkens in den massgebenden Schnitten (Stütze Feld) für die vorhandenen Π -Grenzwerte bestimmt worden ist (vergl. S. 4.2-9), kann eine zulässige Abstufung gefunden werden durch:

- Vergleich von verschobener Momentenlinie (Π_d)
und
Momenten-Deckungslinie ($\frac{\Pi_e}{\gamma_R}$)
 - oder
 - Vergleich von verschobener Zugkraftlinie Z_d
und
Zugkraft-Deckungslinie ($\frac{Z_e}{\gamma_R}$)
- } Gleichwertige
Möglichkeiten
(Faktor $\frac{1}{\gamma}$)

Der Vergleich wird i.a. auf "Bemessungsniveau" durchgeführt:
 $\Pi_d \leq \Pi_e / \gamma_R$ resp. $Z_d \leq Z_e / \gamma_R$.

Er kann u.U. auch auf "Bruchniveau" durchgeführt werden:
 $\Pi^* = \gamma_R \cdot \Pi_d \leq \Pi_R$ resp. $Z^* = \gamma_R \cdot Z_d \leq Z_R = \Pi_e / \gamma$

Beispiel



Regel: Damit das untere Zugband nicht zu stark geschwächt wird, soll bei Balken mit Schubbewehrung mindestens 1/3 der max. Feldbewehrung übers zwischen-resp. Endauflager geführt und dort gut verankert werden.
 Für Platten ohne Schubbewehrung vergl. S. 4.3-5

b) Verankerung der Längsbewehrung

Grundsatz:

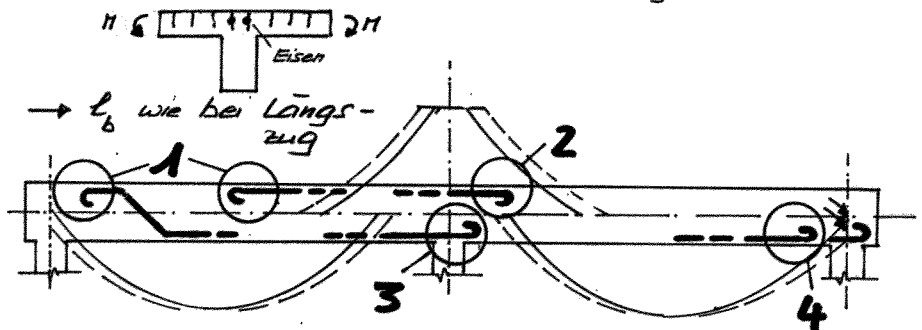
Verankerung günstiger in Druckzone

① rel. günstig, da Längsdruck.

Ober: oft Querkzug

② ungünstig, da in stark beanspruchter Zone!

Längs- und ev. Querkzug



③ günstig, da Längs- und Querdruk.

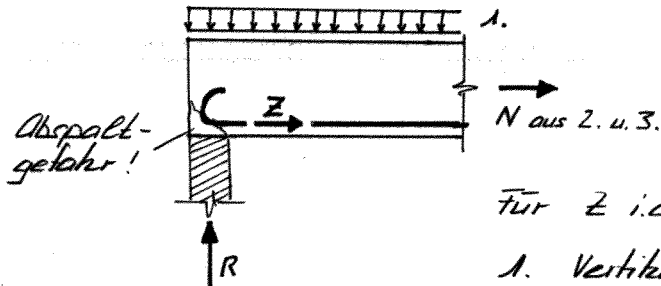
④ ungünstig, da Längszug.

Besser: bis übers Auflager führen:
 → Querdruk

c) Bereich des Endauflagers

Grundsatz:

Nicht zu knappe Auflager vorsehen



Für Z i.a. drei Ursachen:

1. Vertikale Belastungen
2. Horizontale Belastungen
3. Zwang inf. Schwinden, Temp., usw. bei behinderter Verkürzung.

Zu verankernde Kraft:

Int. 1.: Mit Verschiebung der Zugkraftlinie um $\bar{\eta} \cdot z$ wird
 $Z = \bar{\eta} \cdot V = \bar{\eta} \cdot R$ (vergl. S. 3.3-28)

Für $\bar{\eta} = 5/6$ (für $\tan \alpha = 3/4$ nach allg. FW-Modell) wird $Z = \underline{\underline{\frac{5}{6} \cdot R}}$

Int. 2.: Aus statischer Berechnung.

Int. 3.: Meist schwierig abzuschätzen.

Allg. Regel für Träger mit Schubbewehrung:

Hinter Auflageraxe mindestens
 Querkraft = Auflagerkraft
 verankern!
 $\Sigma A_s \cdot G_s \geq R^* = V^*$

Achtung: - Bei Trägern mit Rechteckquerschnitt und schwacher Schubbewehrung, sowie v.a. bei Platten ohne Schubbewehrung sind sehr flache Diagonalen neigungen möglich (Druckbogen \leftrightarrow Zugband).

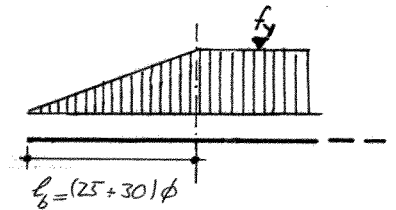
$$\rightarrow Z > R = V$$

- allfällige Längszugkräfte in Trägern aus behinderter Verkürzung (Schwinden, Temp.) und horizontaler Belastung sind zusätzlich zu verankern.

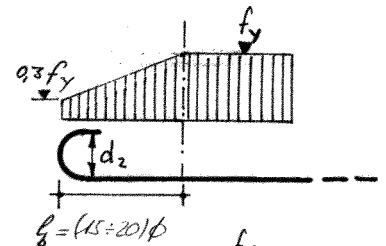
Bemessung und konstr. Durchbildung der Verankerung

- Rechnerischer Verlauf der verankerten Spannung über dem Auflager (Querdruke) gemäss SIA 162

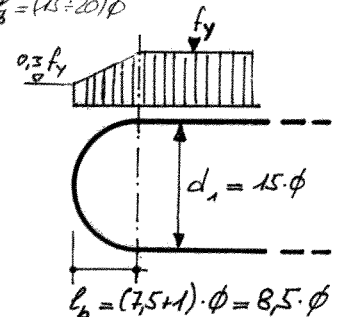
- Ohne Haken
(S 500)



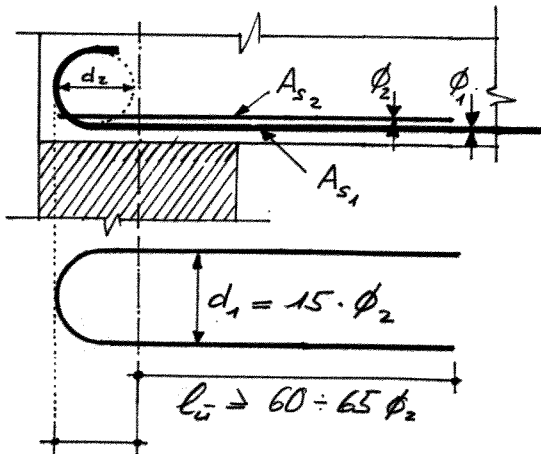
- Mit Haken
(S 500)



- Endschlaufe



- Beispiel: schlaufenförmige Steckzulage



$$a \geq 8,5 \cdot \phi_2$$

$$a \geq d_2(\phi_1) = 6 \phi_1 \quad (\phi_1 \leq 20 \text{ mm})$$

$$= 8 \phi_1 \quad (20 \text{ mm} < \phi_1 \leq 30 \text{ mm})$$

$$= 10 \phi_1 \quad (\phi_1 > 30 \text{ mm})$$

Verankerte Spannung bei Auflageraxe:

$$A_{s1}: \quad \text{z.B. mit } a = 6 \phi_1 \text{ und B 30/20}$$

$$\sigma_{s1} = 0,3 \cdot f_y + 0,7 f_y \left(\frac{a}{l_b} \right)$$

$$= 0,3 \cdot 460 + 0,7 \cdot 460 \left(\frac{6 \phi_1}{20 \phi_1} \right) = 245 \text{ N/mm}^2$$

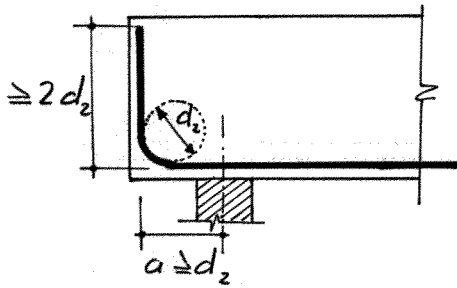
$$A_{s2}: \quad \sigma_{s2} = f_y \quad (\text{sofern } 8,5 \phi_2 \geq 6 \phi_1)$$

Verankerte Kraft hinter Auflageraxe:

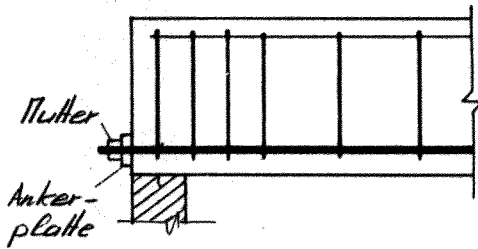
$$Z = A_{s1} \cdot \sigma_{s1} + A_{s2} \cdot \sigma_{s2}$$

Z muss $\geq R$ sein (gem. allg. Regel)

● Weitere Möglichkeiten bei knappen Auflagern :

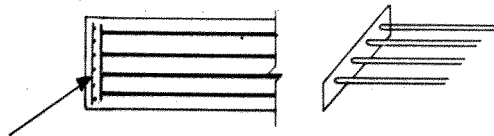


$a \geq 2d_2 \rightarrow$ volle Verankerung
 $a = d_2 \rightarrow \sim$ halbe Verankerung



Stäbe an Ankerplatte verschraubt oder verschweißt.

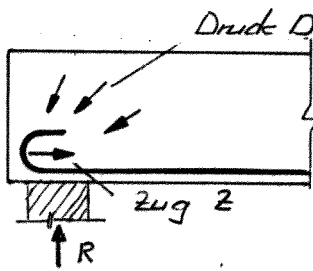
Um Korrosion zu verhindern ist die Verankerung wenn möglich einzubetonieren!



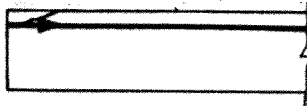
Feine Netzbewehrung gegen Abplatzen der Betonüberdeckung.

Konstruktive Hinweise

● Stehende Haken am Balkenende :



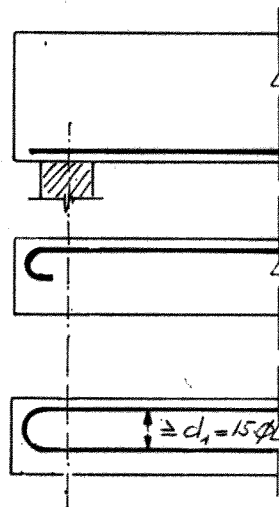
seitliche Abspaltung



Verbesserungsmöglichkeiten:

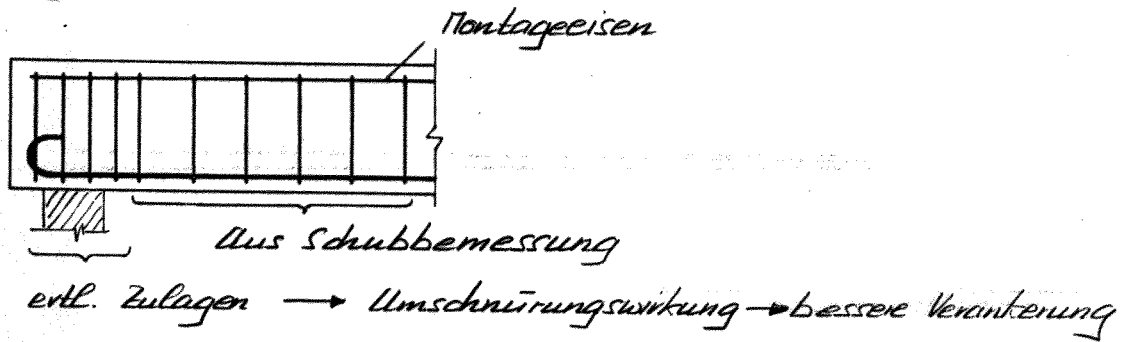
- Liegender Haken

- Liegende Schlaufe:

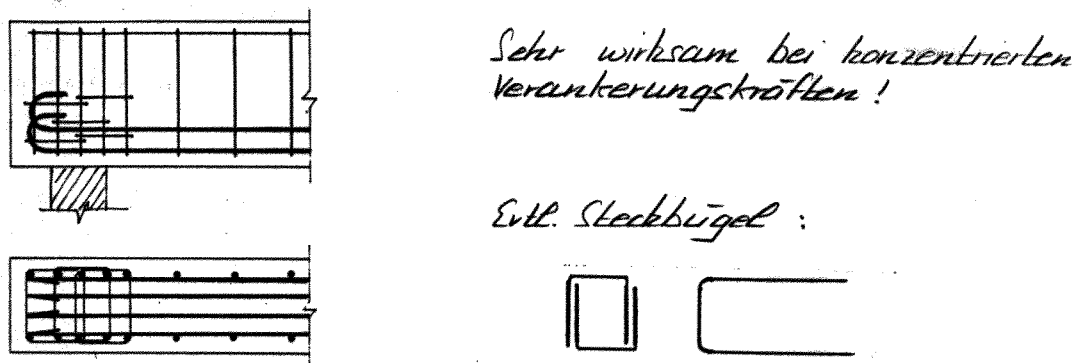


Spaltgefahr infolge schwerer Betondruckkraft bzw. infolge Stahlzugkraft.

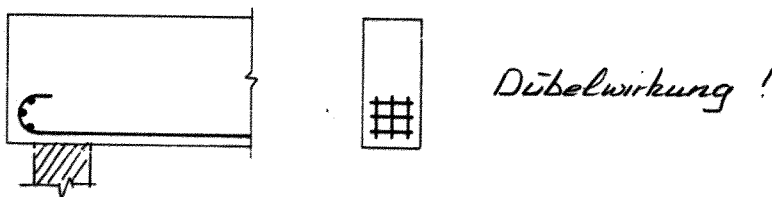
- Im Verankerungsbereich kräftige Bügelbewehrung günstig:



- Zusätzliche horizontale Querbewehrung:

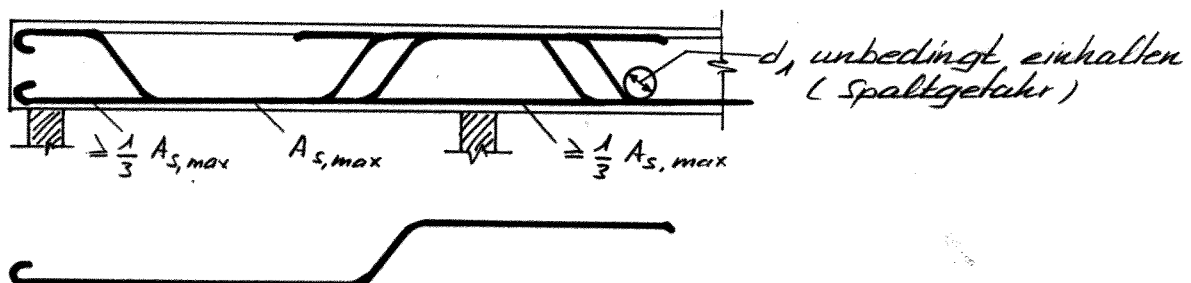


- Quereisen auf Hakeninnenseite:



d) Aufgebogene Längseisen

Früher wurden vermehrt als heute auch aufgebogene Eisen verwendet:



- Vorteile: - Leisten nach erheblichen Verformungen einen Beitrag zum Schubwiderstand (soll rechnerisch aber nicht berücksichtigt werden; vergl. S. 3.3-29).
 - Evtl. etwas geringerer Gesamtstahlverbrauch.
- Nachteile: - Teurerer Einheitspreis pro kg Bewehrung mit zunehmender Anzahl der Abbiegungen ("mehrfach bearbeitet").
 - Aufwendigeres Verlegen.

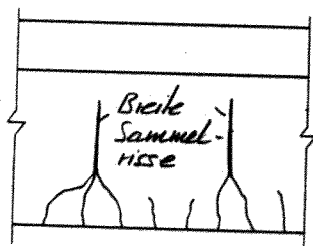
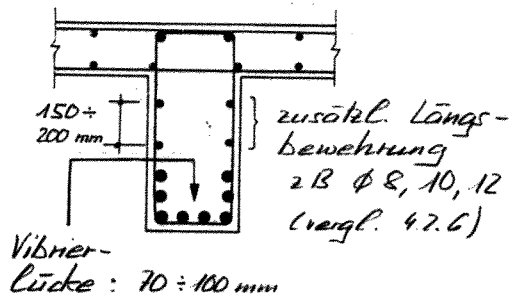
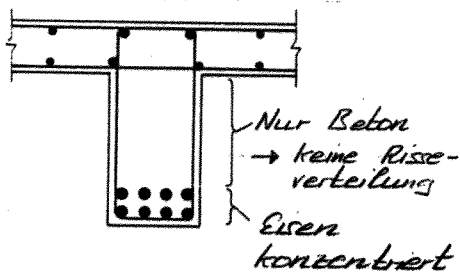
e) Verteilung der Längsbewehrung im Querschnitt

Im Hinblick auf eine gute Risseverteilung sowie auf Verdichtung und Verbund ist eine zu starke Konzentration der Eisen zu vermeiden und eine möglichst gleichmässige Verteilung längs der Oberfläche anzustreben.

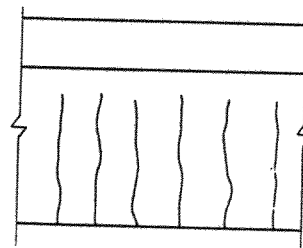
ungünstig:

besser:

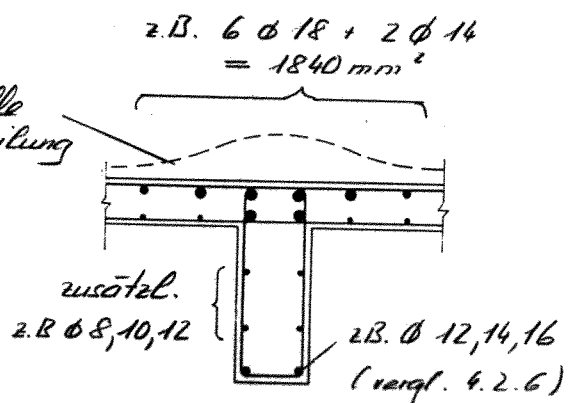
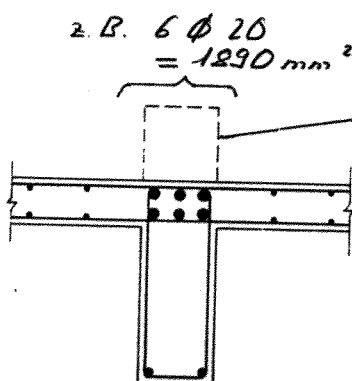
M⁺



Rissebilder



M⁻



4.2.5. Gestaltung der Schubbewehrung

a) Abstufung längs Balkenaxe

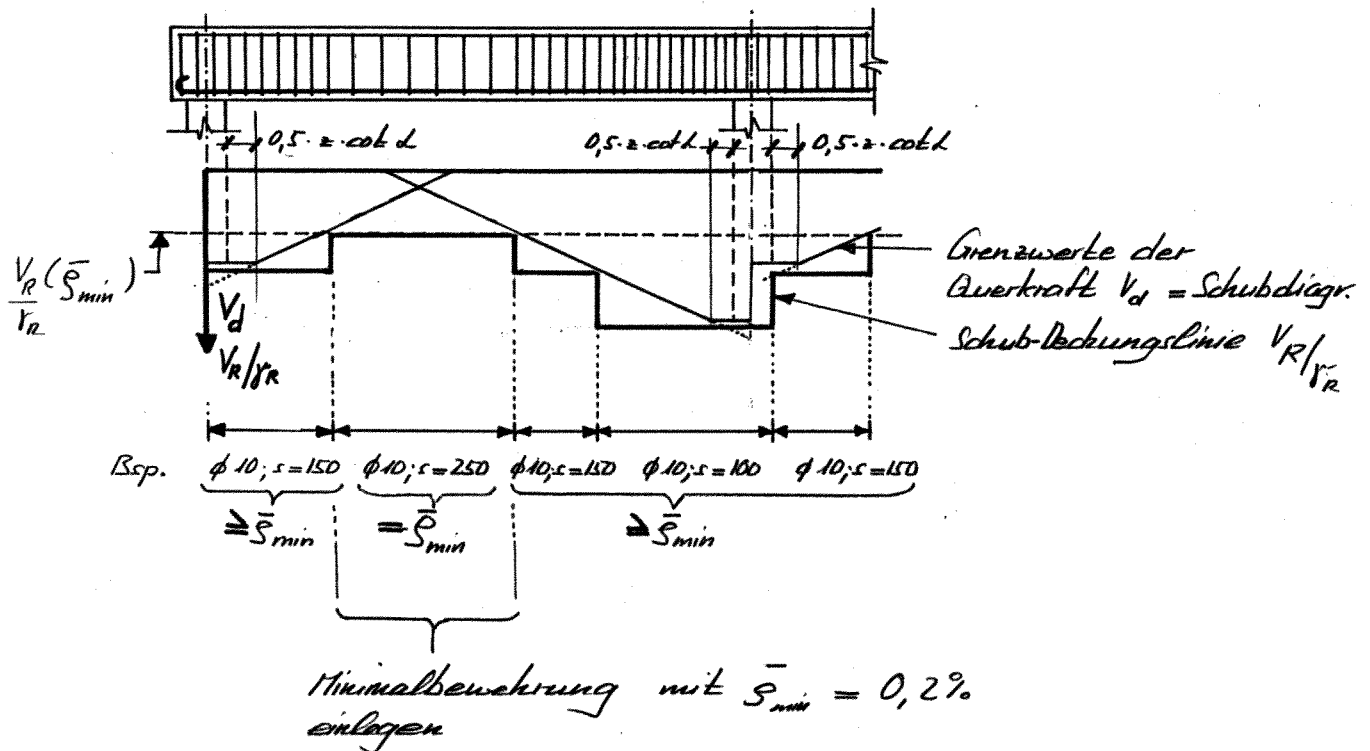
Nachdem die erforderliche Schubbewehrung eines Balkens in den maßgebenden Schnitten ($0,5 \cdot z \cdot \cot \alpha$ vom Rand des Auflagers resp. der Last entfernt) für die vorhandenen V-Grenzwerte bestimmt worden ist, kann eine zulässige Abstufung gefunden werden durch:

Vergleich von Schubdiagramm (vergl. S. 3.3-27)
und
Schub-Deckungslinie

Der Vergleich wird i.a. auf "Bemessungsniveau" durchgeführt: $V_d \leq V_R / \gamma_R$.
Er kann u.U. auch auf "Bruchniveau" durchgeführt werden: $V^* \leq \gamma_R \cdot V_d \leq V_R$

Die Abstufung kann durch Veränderung des Bügel- ϕ oder besser durch abschnittsweise Veränderung des Bügelabstandes erfolgen. Eine zu feine Abstufung ist i.d.R. für praktische Zwecke wenig sinnvoll.

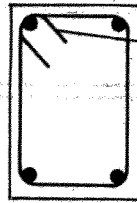
Beispiel:



b) Verankerung der Bügel

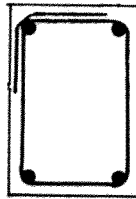
Geschlossene Bügel

- Verankerung durch nach innen gebogene Enden (sog. 135°-Haken)



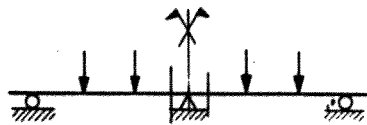
für Montage oft ungünstig, Kollision mit Längsbewehrung.

- Verankerung durch einfaches Umbiegen (Winkelhaken)

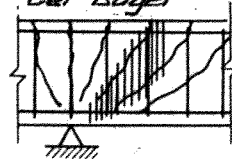


Falls Verankerung in Biegezugzone liegt (Auerzug für Bügel): Evtl. Verankerungsbruch des Bügels durch Ausstellen des kurzen Endes.

Beispiel aus Versuchen:

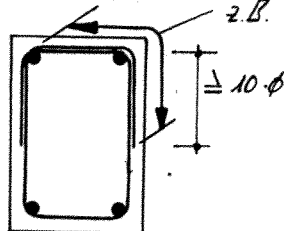


Biegeschubrisse bei Bügel



Verankerung durch einfaches Umbiegen genügend, falls sie in der Biegedruckzone liegt. Da direkte Kontrolle und Einflussnahme beim Verlegen der Bügel auf der Baustelle meistens nicht möglich ist, soll der Bügel für den ungünstigeren Fall ausgebildet werden.

- Verankerung durch zweifaches Umbiegen um kräftiges Längs-eisen:



z.B. $l_b \approx 0,7 \cdot l_b$ mit Haken

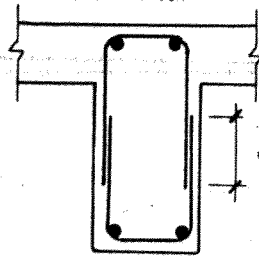
$\geq 10 \cdot \phi$

Aufwendige, aber sichere Verankerung

Offene Bügel

Offen, damit Längsbewehrung (besonders Vorspannhobel) von oben her eingelegt werden kann.

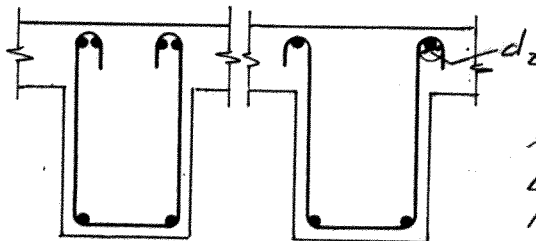
- Verankerung durch Stoss im Steg:



Ungünstig!

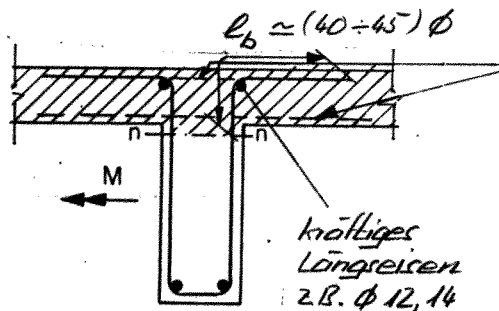
Schwächung in wichtigster Zone.

- Verankerung mit Haken (in Zug- oder Druckzone):



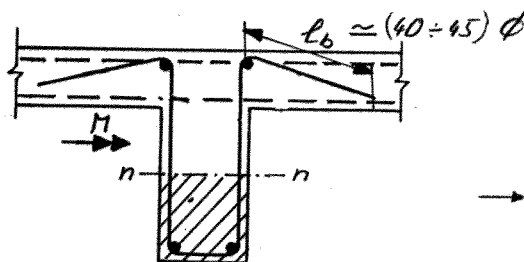
1, besser 2 kräftige Längsreifen auf Hakeninnenseite satt anliegend.

- Verankerung im Druckflansch:



Auerbewehrung zur Aufnahme der Umlenkkräfte. (meist ohnehin vorhanden)

- Verankerung im Zugflansch:



Enden leicht nach unten gebogen.

→ günstig gegen Schrupf und Aufstellen!

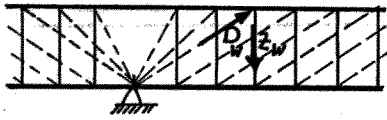
Schlupf einer Bügelverankerung:

- In Biegedruckzone i.o. gering.
- In Zugzone je nach Ausbildung der Verankerung ertl. beträchtlich (vor allem in obenliegenden Zugzonen, da geringere Verbundfestigkeit infolge Setzung des Frischbetons).
- Bewirkt Vergrößerung der Schubrisse und ertl. früheren Schubbruch.

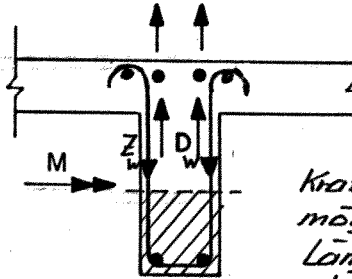
c) Kraftumlenkung zwischen Betondruckdiagonalen und offenen Bügeln im Bereich von Π^{\ominus} :

Problemstellung

Bereich Zwischenauflager



Kraftumlenkung Bügelzug \leftrightarrow Betondruck bei offenen Bügeln in Biegezugzone problematisch.



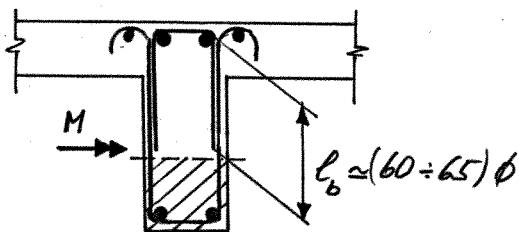
Kraftfluss kaum möglich. Längsreifen können oben herausgedrückt werden.

Grundsatz

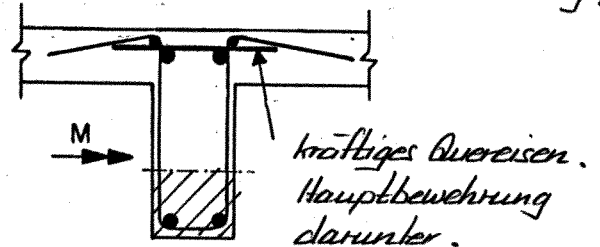
Längsreifen (besonders Zugeisen) müssen von Bügeln umfasst werden.

Lösungen

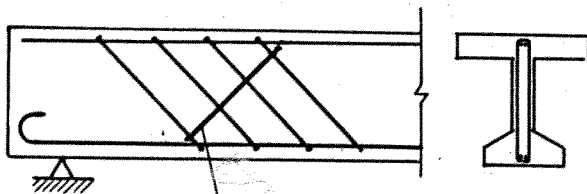
Steckbügel



Querdübel (umständliche aber wirksame Lösung)



d) Schräge Bügel



Anwendung besonders bei hohen, schlanken, stark auf Schub beanspruchten Trägern.

Montagebügel z.B. innerhalb der schrägen Bügel und der Längsreifen

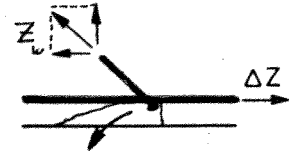
Vorteile:

- Spannung in Betondruckdiagonalen 2 mal kleiner
- Schubrissweiten 50 \div 100 % geringer
- Querschnitt 1/2 mal kleiner

als bei vertikalen Bügeln.

Nachteile: - Evtl. besondere Montagebügel nötig
 - Gefahr des Absprengens / Abscherens der Betonüberdeckung und Gleiten des Bügels entlang der Längseisen

→ Schräge Bügel nur bei gut gerippten Längseisen und ausreichender Betonüberdeckung.



4.2.6. Mindestbewehrungen

a) Mindest-Längsbewehrung der Zugzone

(Siehe auch Rissicherung S. 4.1-24)

Empfohlene Mindest-Bewehrungen zur sicheren Rissverteilung sind:

- Zug aus Biegung (Rechteck-QS, Stege von Plattenbalken)

$$\bar{s}_{min} = \frac{A_{s,min}}{A_{ct}} = 0,3 \div 0,4\%$$

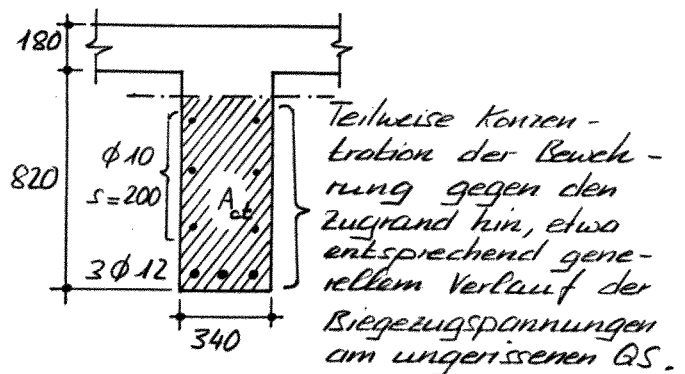
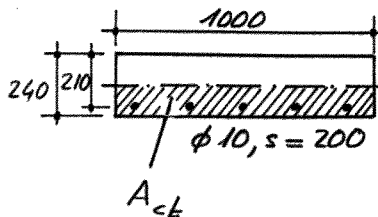
$$s_{max} = 20 \cdot \phi$$

jedoch ≤ 300 mm
(Brückenbau ≤ 200 mm)

A_{ct} : Geogene Betonfläche im Wirkungsbereich von A_s des ungerissenen QS unter $\Pi(+N)$

($\bar{s}_{min} = \frac{A_{s,min}}{A_{ct}} = 0,3 \div 0,4\%$ entspricht einem geometrischen Bewehrungsgehalt $\bar{s} = \frac{A_{s,min}}{b \cdot d}$ von $0,17 \div 0,22\%$)

Beispiele:



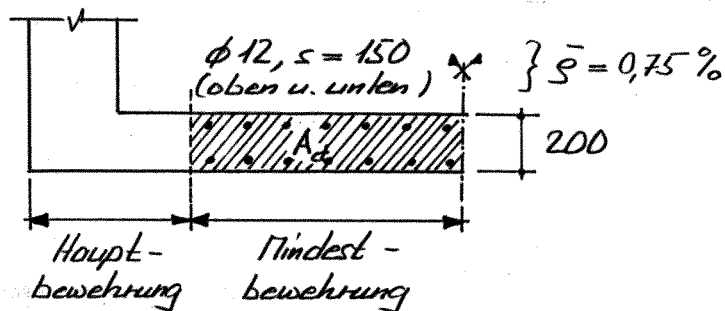
● Reiner Zug (Zuglanschen)

$$\bar{s}_{min} = \frac{A_s}{A_{ct}} = 0,6 \div 0,8\%$$

$$s_{max} = 20 \cdot \phi$$

jedoch ≤ 300 mm
(Brückenbau ≤ 200 mm)

Beispiel:



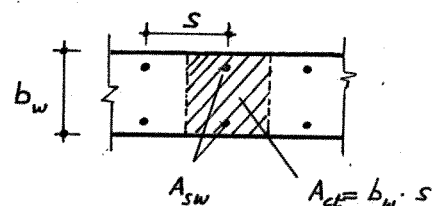
b) Mindest - Schubbewehrung

(Vergleiche S. 3.3-12)

Gemäss SIA 162:

$$\bar{s}_{w,min} = \frac{A_{sw}}{A_{ct}} = 0,2\%$$

$$s_{max} = 25 \cdot \phi$$



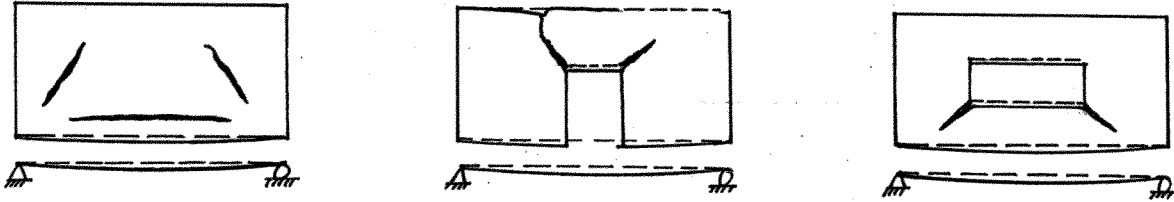
0,2% ist ein absoluter Mindestwert!

Empfehlung : - $\bar{s}_{w,min}$ eher höher wählen.
- s soll 250 mm nicht überschreiten.

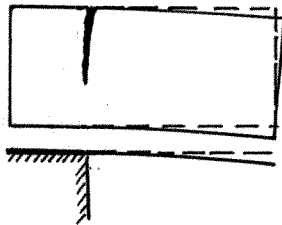
4.2.7. Durchbiegungen

Folgen übermäßiger Durchbiegungen

Träger unter großer Trennwand (Badeleine usw.):



Kragarme:



erh.
Schalung
überhöhen!

Berechnung von Durchbiegungen

Es handelt sich dabei meist um grobe Abschätzungen, da die theoretischen Modelle die komplexe Wirklichkeit nicht voll erfassen und die Materialkennwerte (z.B. Kriechwerte) oft stark streuen.

Durchbiegungsberechnungen werden meist für Dauerlasten durchgeführt. Der Anteil infolge der Querkräfte ist i.d.R. vernachlässigbar.

$$w = \int_0^l \frac{e}{EJ} \cdot \bar{\pi} \, dx$$

$EJ = B$: Biegesteifigkeit

$\frac{\pi}{EJ}$: Krümmung des eff. Verschiebungszustandes

$\bar{\pi}$: Moment des virtuellen Belastungszustandes

Biegesteifigkeiten

Möglichkeiten für die Abschätzung der Biegesteifigkeiten unter Berücksichtigung von

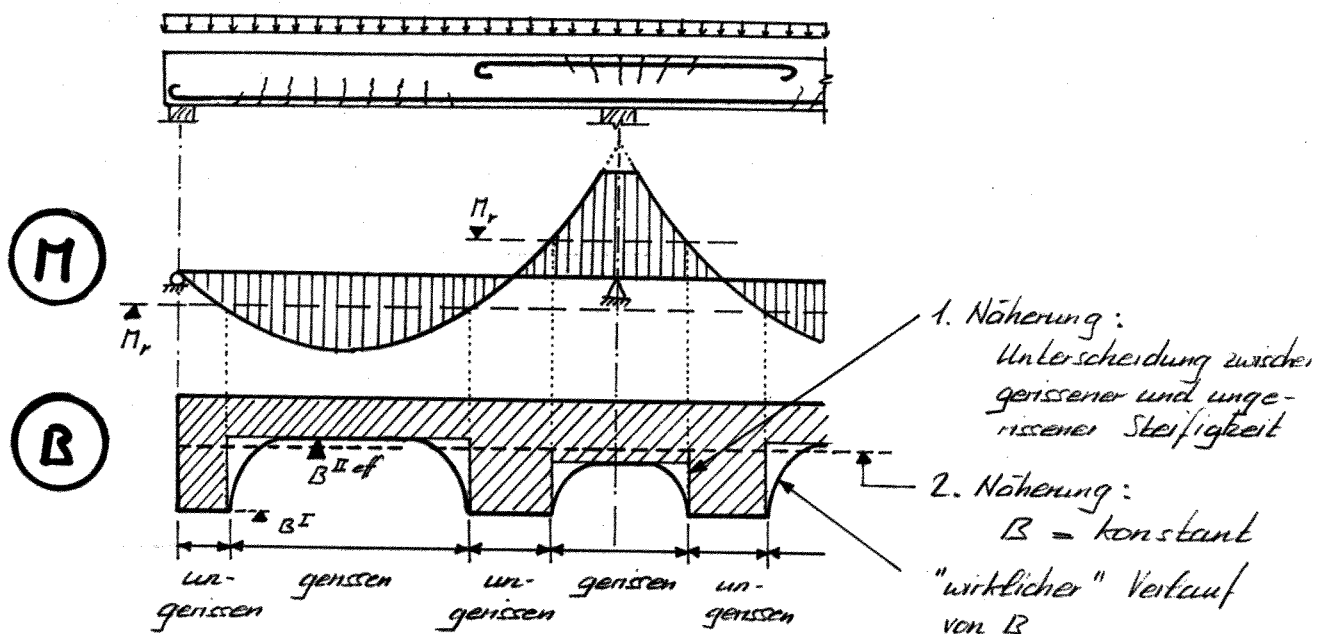
- Rissebildung
- Mitw. des Betons zwischen den Rissen
- Kriechen

wurden im Abschnitt 3.1-4 gezeigt.

$$\begin{aligned}
 & B^I: \text{Biegesteifigkeit des ungerissenen QS} \\
 & B^{II}: \text{" " " vollkommen gerissenen QS} \\
 & B^{II\text{eff}} = \frac{B^{II}}{\alpha}: \text{Berücksichtigung der Mitw. d. Betons zwischen} \\
 & \quad \text{den Rissen.} \\
 & E_c(\epsilon) = \frac{E_{c0}}{1+\mu}; \quad E_{c00} = \frac{E_{c0}}{3}: \text{Berücksichtigung des Kriechens}
 \end{aligned}$$

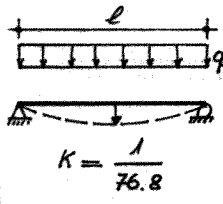
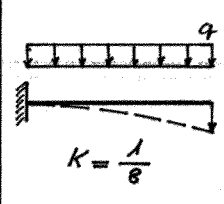
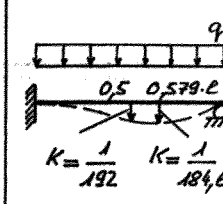
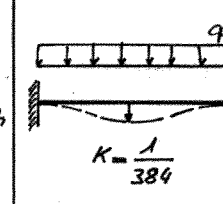
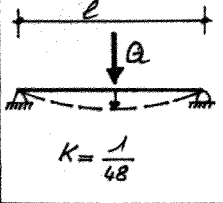
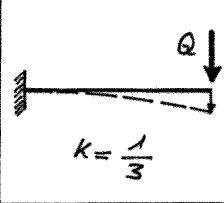
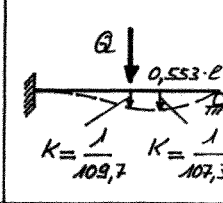
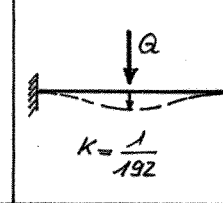
Über die "Mitwirkende Breite" von Plattenbalken sind die Annahmen gem. 4.2-5 zu treffen.

Der Verlauf der Biegesteifigkeit längs der Balkenachse darf für übliche Fälle des Hochbaus stark vereinfacht werden:



Der Einfluss der Steifigkeit in Bereichen mit geringer Biegebeanspruchung (ungerissene Bereiche) auf die gesuchte Durchbiegung ist aus dem Verlauf von M^{\oplus} und M^{\ominus} ersichtlich. Meist ist er klein. Aus diesem Grund ergibt eine Abschätzung mithilfe eines mittleren Wertes der gerissenen Steifigkeit $B = \text{konst.}$ (2. Näherung) verhältnismässig gute Ergebnisse!

Maximale Durchbiegungen bei Balken mit konstanter Biegesteifigkeit

				$w = K \cdot \frac{q l^4}{EJ}$
				$w = K \cdot \frac{Q l^3}{EJ}$

Zulässige Durchbiegungen

Die zulässigen Durchbiegungen können sehr verschieden sein. In einem Fall sind grössere Durchbiegungen (z.B. $w = l/250$) unbedenklich in einem andern Fall können bereits geringe Durchbiegungen (z.B. $l/500$) zu Schäden oder Beanstandungen führen.

⇒ zul. Durchbiegungen von Fall zu Fall festlegen

Anforderungen gem. SIA 160

Unter Einwirkungen im Gebrauchszustand (Langzeit- bzw. Kurzzeitwerte gem. SIA 160) dürfen folg. Verformungswerte nicht überschritten werden:

- Träger und Platten in Gebäuden	$w \leq l/350$	(l: Spannweite bzw. doppelte Ausstrahlung)
- Fussgängerbrücken	$w \leq l/500$	
- Strassenbrücken	$w \leq l/600$	

Sind Schäden im Innenausbau zu befürchten (spröde Zwischenwände) sind strengere Grenzwerte ($w \leq l/500$) einzuhalten.

4.2.8. Schwingungen [51] [52]

Schwingungen können die Gebrauchstauglichkeit stark beeinträchtigen

Beispiele sind:

	<u>Ursachen</u>	<u>Objekte</u>
periodische (evtl. stossartige) Einwirkungen	Menschen	Fussgängerbrücken, Tanzlokale, Turnhallen
	Maschinen	Industriebauten
	Glocken	Kirchtürme
stochastische (zufällige) Einwirkungen	Wind	schlanke Hochbauten (Türme, Masten)
	Wasserwellen	See- und Hafenbauten
	Erdbeben	Hochbauten, Brücken, usw.

Mögliche Massnahmen bei periodischen Einwirkungen:

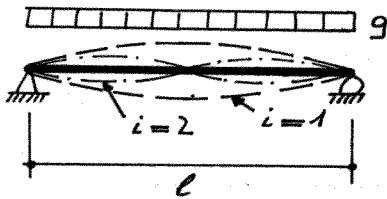
- Abstimmung der Bauwerksfrequenz auf die massgebende Einwirkungsfrequenz:
 - Hoch abgestimmt: Bauwerksfrequenz höher als die höchste massgebende Einwirkungsfrequenz (Häufigster Fall bei Stahlbetonkonstruktionen).
 - Niedrig abgestimmt: Bauwerksfrequenz tiefer als die niedrigste massgebende Einwirkungsfrequenz (selten)
- Problematik:
 - Abstimmung nur möglich, falls die massgebenden Einwirkungsfrequenzen bekannt sind.
 - Vorhersage der Bauwerksfrequenz oft schwierig. (Einfluss der Rissbildung unter Beachtung der versteifenden Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen → Reduktion der Eigenfrequenz um den Faktor 1,5 ÷ 2,5!)
- Spezielle Massnahmen zur Erhöhung der Dämpfung (nur selten realisierbar).

Achtung:

Bei rotierenden Maschinen oder bei periodischen, stoßartigen Einwirkungen können auch Resonanzerscheinungen auftreten, wenn die Tragwertfrequenz ein Vielfaches der Grundfrequenz der Belastungsfunktion beträgt (siehe z.B. [49]).

Die maßgebende Einwirkungsfrequenz für die Hochabstimmung ist in diesem Fall die Frequenz derjenigen oberen Harmonischen der Belastungsfunktion, die noch wesentliche Kräfte abgibt (Fourierzerlegung der Belastungsfunktion).

Eigenfrequenzen von Balken mit konstanter Biegesteifigkeit



$$\omega_i = \frac{i^2 \cdot \pi^2}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad \left[\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \right]$$

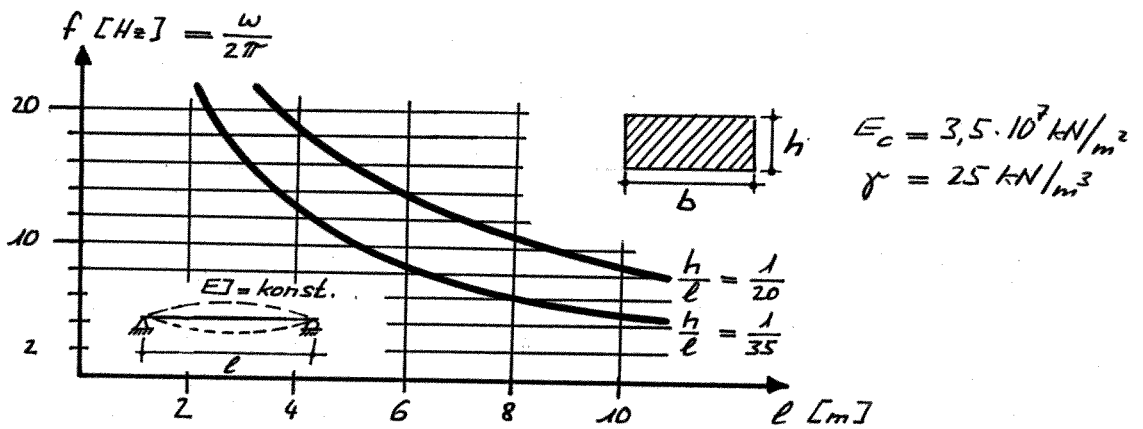
m : Masse pro Längeneinheit gleichmässig verteilt

ω : Eigenkreisfrequenz

$f = \frac{\omega}{2\pi}$: Eigenfrequenz

$$m = \frac{g \text{ [kN/m]}}{9,81 \text{ [m/s}^2\text{]}}$$

● Beispiel: Grundfrequenz eines ungerissenen Betonbalkens



● Grundfälle: Gleichmässig verteilte Massen m

bei schwingender Stab					
					$\omega = \frac{A \sqrt{EI}}{l^2 m}$

Verteilte Masse mit konzentrierter Einzelmasse

--	--

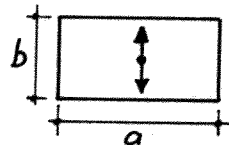
4.3. Vorwiegend in einer Richtung tragende Platten

Die folgenden Betrachtungen gelten für verteilte Lasten (gleichmässig, eilt. dreieckförmig oder trapezförmig). Die Wirkung von Einzellasten wird im 6. Kapitel behandelt.

Begriff

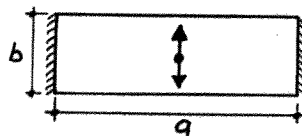
Auch "einseitig gespannte" oder "einseitig tragende" Platten genannt. Tragen die Lasten praktisch nur in Richtung der kürzeren Spannweite ab, falls die Seitenverhältnisse folgende Werte übersteigen:

Platte rundherum frei aufliegend.



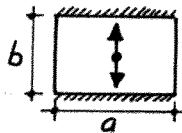
$$\frac{a}{b} > \sim 2$$

Platte an kurzen Rändern eingespannt, an langen Rändern frei aufliegend.



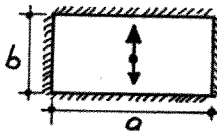
$$\frac{a}{b} > \sim 3$$

Platte an langen Rändern eingespannt, an kurzen Rändern frei aufliegend.



$$\frac{a}{b} > \sim 1,5$$

Platte an allen Rändern eingespannt.



$$\frac{a}{b} > \sim 2$$

Abgrenzungskriterium: Abtragung von $\sim 95\%$ der Last in der kürzeren Richtung gemäss Modell der Streifenmethode (vergl. Stb II).

Vorkommen

Im Grundriss längliche Platten sind ein sehr wichtiges Grundelement des Stahlbetons.

Im Hochbau als Deckenplatten, Kellerumfassungswände (Erddruck), Behälterwände (Flüssigkeitsdruck), usw.

Im Brückenbau als Fahrbahnplatten, Kragplatten, Wände und Platten bei geschlossenen Querschnitten, usw.

4.3.1. Regeln für den Entwurf

Schlankheit

Hauptkriterium für zweckmässige Plattenschlankheiten ist das Mass der max. zulässigen Durchbiegung (vergl. S. 4.2-30).

i.o. sollten für in einer Richtung tragende Platten folgende Schlankheiten eingehalten werden:

	einfeldrig	durchlaufend
Durchbiegungen unschädlich	$h/e \sim 1/30$	$h/e \sim 1/40$
Durchbiegungen evtl. schädlich	$h/e \sim 1/22$	$h/e \sim 1/30$

h : Plattendicke, e : Spannweite

Unter besonders durchbiegungsempfindlichen Wänden sind grössere Verhältnisse h/e zu wählen.

Vorspannung reduziert die Durchbiegungen. Sehr schlanke Platten können schwingungsanfällig sein!

Mindestdicken

Im Hochbau wird vorzugsweise eine minimale Plattendicke von

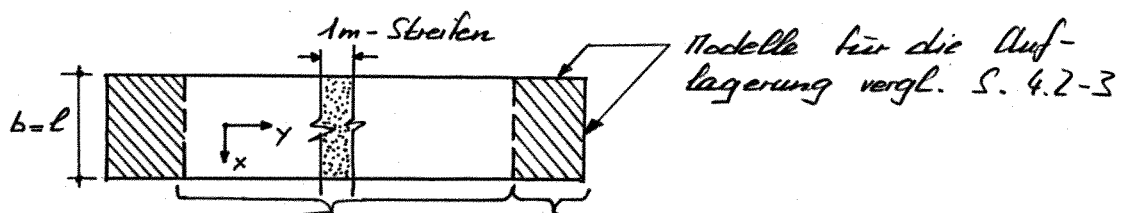
$$h_{\min} = \sim 160 \text{ mm}$$

nicht unterschritten (Trittschall, konstruktive Aspekte, usw.).

4.3.2. Modellbildung

Der Plattenstreifen

Im Mittelbereich einer länglichen Platte kann das Tragverhalten mit Hilfe von nebeneinander gelegten, z.B. 1m breiten Streifen, erfasst werden.



Mittelbereich: In einer Richtung tragender Plattenstreifen = Balken!

Endbereich = Störungszone
Platte ist auf drei Seiten aufgelagt → Trägt in beiden Richtungen.

4.3.3. Ermittlung der Schnittkräfte

Bezeichnung und Einheiten der Schnittkräfte in Platten:

- m_x : Moment pro m' Breite, das G in x -Richtung erzeugt $[kNm/m' = kN]$
- v_x : Querkraft " " " , die τ \perp zur x -Richt. " $[kN/m']$
- n_x : Normalkraft pro m' " , die G in x -Richtung erzeugt $[kN/m']$.

Mittelbereich

Schnittkräfte längs Plattenstreifen (m_x) wie bei Balken:

- "elastische" resp. "plastische" Grenzwertlinien.
- Grenzwertlinien für die Bemessung.

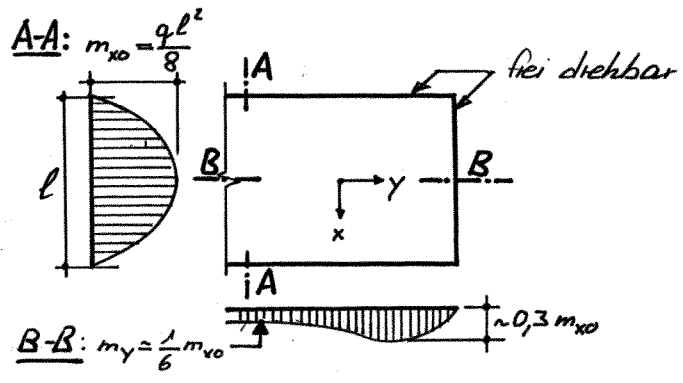
Infolge behinderter Verformung quer zum Plattenstreifen ergibt sich aufgrund der elast. Platten Theorie auch in y -Richtung ein Moment:

$$m_y = \nu \cdot m_x \approx \frac{1}{6} \cdot m_x$$

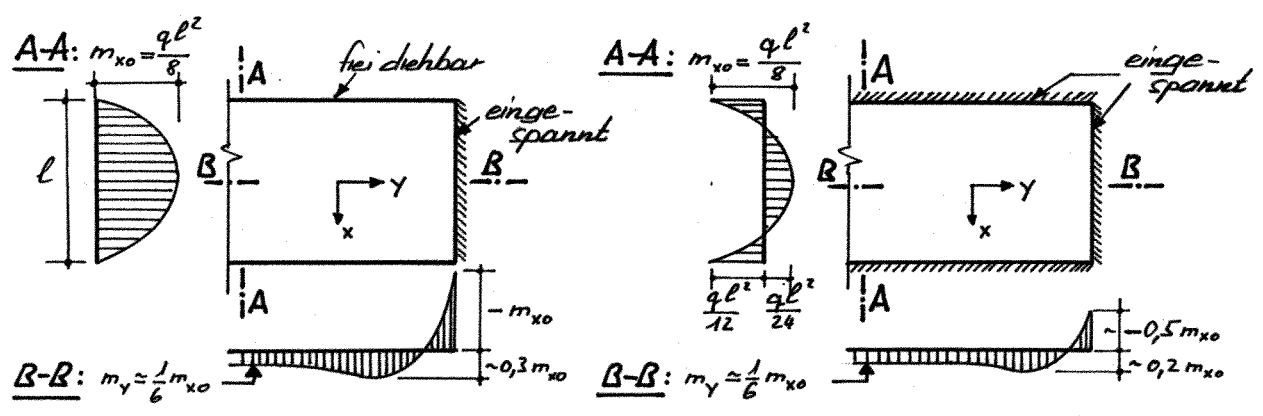
ν : Querdehnungszahl
($\approx \frac{1}{6}$ für Beton)

Endbereich (Störungszone)

- Freie Auflagerung:



- Eingespannte Auflagerung:

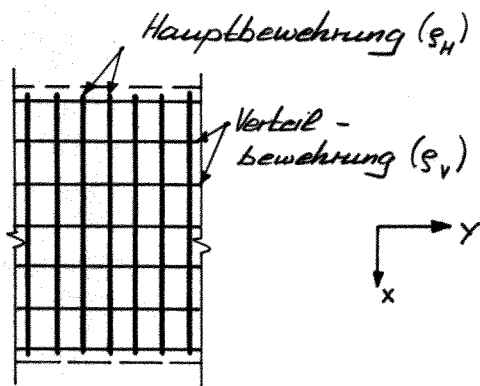


4.3.4. Gestaltung der Bewehrung

a) Haupt- und Verteilbewehrung

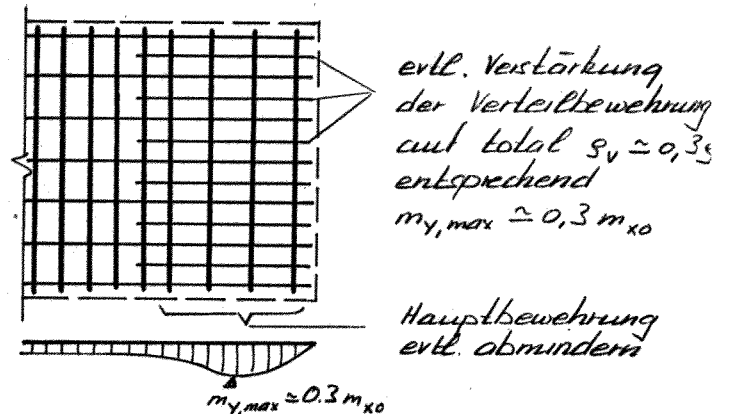
Anordnung im Grundriss:

● Mittelbereich:



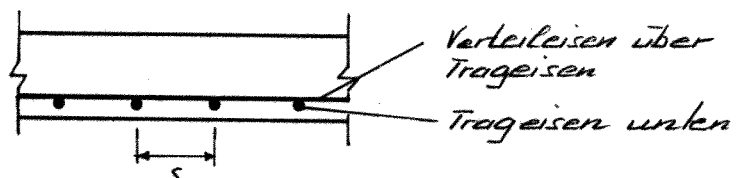
● Endbereich bei freier Auflagerung:

(Bei eingespannter Auflagerung ist sinngemäss zu bewehren)



- Hauptbewehrung: Biegebewehrung aus Balkenberechnung (Trageisen)

- Verteilbewehrung: - Mögliche Vorstellung: muss die Lasten zu den Trageisen hin "verteilen".
- Querverteilung für ungleiche Flächenbelastung
- Aufnahme von Zwängungskräften aus Schwinden Temperatur usw.
- Aufnahme von $m_y = \nu \cdot m_x$

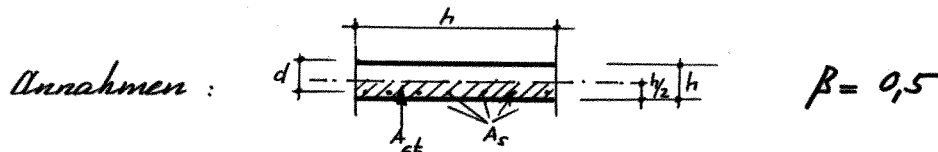


Mindestbewehrung:

Empfohlene Mindestbewehrung in Platten zur sicheren Verteilung der Risse analog wie Rechteckquerschnitte bei Balken (vergl. S. 4.2-26)

Haupt- und Verteilbewehrung unterliegen prinzipiell den gleichen Regeln.

Gemäss SIA 162 ergeben sich für normale Anforderungen folgende Mindestbewehrungsgehalte $\bar{s} = A_s/A_{ct}$:



• $\bar{s} = A_s/A_{ct} = 2A_s/b \cdot h$:

Stababstand \ Betonsorte	< (L) B 35/25	\geq (L) B 35/25
	s = 100	0,22 %
s = 150	0,24 %	0,30 %
s = 200	0,26 %	0,33 %
s = 250	0,28 %	0,35 %
s = 300	0,30 %	0,38 %

Für hohe Anforderungen
Zuschlag
von 30 %

(Vergl. auch S. 4.1-22 ff)

Mit $d/h = 0,9$ entspricht dies einem Bewehrungsgehalt $s = A_s/b \cdot d$ wie folgt:

• $s = A_s/b \cdot d = 0,55 \cdot \bar{s}$:

Stababstand \ Betonsorte	< (L) B 35/25	\geq (L) B 35/25
	s = 100	0,12 %
s = 150	0,13 %	0,16 %
s = 200	0,14 %	0,18 %
s = 250	0,15 %	0,19 %
s = 300	0,16 %	0,21 %

Für hohe Anforderungen
Zuschlag
von 30 %

(Vergl. auch S. 4.1-22 ff)

Verschiebung der Momenten- bzw. Zugkraftlinie:

Für eine allfällige Abstufung der Hauptbewehrung ist wie bei Balken von der um $\bar{\eta} \cdot z$ verschobenen Momentenlinie bzw. verschobenen Zugkraftlinie auszugehen. Platten neigen gerne zu Brüchen, die von ungenügender Verankerung der Längsreihen ausgehen. Daher Empfehlung für Platten:

$$\bar{\eta} = 1,0$$

Verankerung im Auflagerbereich SIA 162

Damit die Längskräfte aus Bogenwirkung im Auflagerbereich aufgenommen werden können, sind

- bei $\frac{v^*}{d} \leq \frac{\tau_c}{2}$: 50 %
 - bei $\frac{\tau_c}{2} < \frac{v^*}{d} \leq \tau_c$: 100 %
- } der max. Biegebewehrung im Feld übers Auflager zu führen und dort gut zu verankern (z.B. für $\geq 1,5 \cdot v^*$)

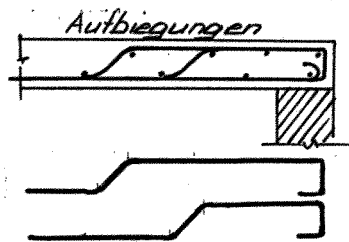
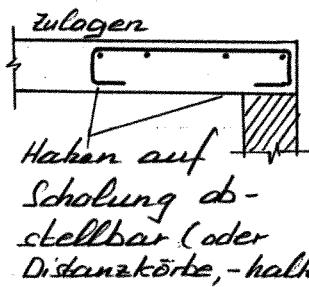
Darin ist $v^* = \gamma_R \cdot v_d$ mit $v_d =$ Bemessungswert der Querkraft pro Längeneinheit

Obere Eisen :

● Endauflager :

Auch bei "frei drehbarer" Auflagerung zur Erfassung des Plattenrandes, sowie für "ungewollte" Einspannung (z.B. falls Wand über Auflager), ist obere Bewehrung in Randzonen günstig.

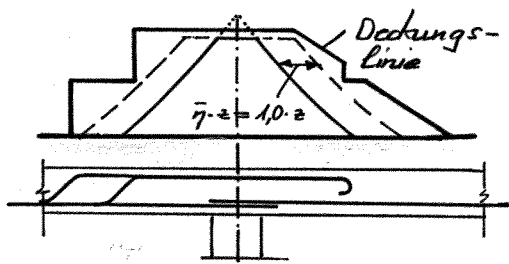
Schnitt in Haupt- oder Verteilrichtung :



Achtung bei Aufbiegungen :

- Schwächung des Zugbandes!
- Biegekostenzuschläge

● Zwischenauflager :

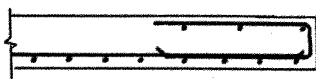


zulagen oft günstiger als Aufbiegungen :



auf Schalung abstellen

● Freie, (=nicht unterstützte) Ränder :



Steckbügel

freie Ränder gut einfassen!

Eisenabstände

Keine ungeraden Teilungen verwenden!

Normal z.B.	100-er	1	200-er	- Teilung
	125-er	1	250-er	- Teilung
	150-er	1	300-er	- Teilung

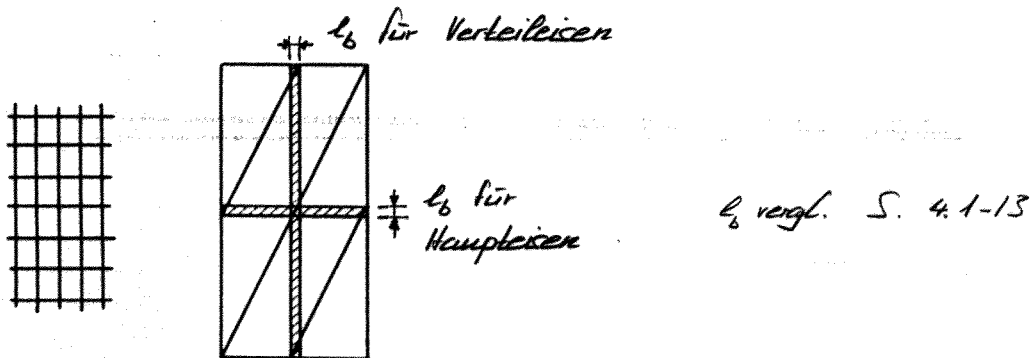
Maximale Abstände :

Hauptbewehrung
Verteilbewehrung

$s_H \leq 1,2 \cdot \text{Plattendicke jedoch} \leq 300 \text{ mm}$
$s_V \leq 2 \cdot \text{Plattendicke jedoch} \leq 300 \text{ mm}$

Netze

In Platten werden oft Netze verwendet.

b) Drillbewehrung

Bei grossen Platten ist in den Ecken Drillbewehrung einulegen (vergl. Stb II)

c) Schubbewehrung

- Keine Schubbewehrung erforderlich falls (SIA 162)

$$\frac{V^*}{d} \leq \tau_c$$

$$V^* : [kN/m^2]$$

$$d \approx 0,9 \cdot h$$

$$\tau_c : \text{siehe S. 3.3-12}$$

Die Plattendicke soll im allgemeinen so gewählt werden, dass diese Bedingung erfüllt ist.

- Schubbewehrung in Platten kommt praktisch nur im Durchstanzbereich von Flachdecken zur Anwendung (vergl. Stb II). Hauptproblem dabei ist die einwandfreie Verankerung der relativ kurzen aber zahlreichen Bügel.

4.4. Stützen

Begriff:

Tragelemente, die im Rahmen der stat. Berechnung als Stäbe behandelt werden können und vorwiegend durch Normalkräfte beansprucht sind.

Vorkommen:

Als Druckglieder mit verschiedensten Lagerungsarten im Hochbau und im Brückenbau.

4.1.1. Regeln für den Entwurf

Gesichtspunkte für Querschnittsabmessungen und Querschnittsformen sind:

- Größe von N .
- Verhältnis von M/N .
- Art der Abtragung von horizontalen Lasten: Aussteifungen (Stahlbetonwände) oder Rahmenwirkung mit grossen Querkraften und Biegemomenten in den Stützen.
- Stützenstabilität (Schlankeheit).
- Wirtschaftlichkeit:
 - Aufwand von Beton, Stahl und Schalung.
 - Nicht nutzbare, durch Stützen beanspruchte Grundrisfläche (Hochbau).
- Anforderungen bezüglich Feuerwiderstand.
- Ästhetik (v.a. im Brückenbau).

In Hochbauten (Skelettbauten) sind häufig schlanke Stützen mit gleichen QS-Abmessungen über mehrere, oder gar alle Stockwerke erwünscht. Stützen in den unteren Stockwerken haben daher oft hohe Lasten nahezu zentrisch abzutragen. Um die Abmessungen auch hier klein zu halten, können ein erheblicher Bewehrungsgehalt (im Extremfall bis $\rho = 8\%$; bei vortabrizierten Stützen noch höher), sowie hohe Betonqualität mit $f_{cm} \geq 40 \text{ N/mm}^2$ gewählt werden.

Im Hochbau werden mit Vorteil einfache, doppelsymmetrische Vollquerschnitte (rechteckig oder kreisförmig) verwendet.

Im Brückenbau werden bei hohen Stützen auch Hohlquerschnitte gewählt.

Betonabmessungen

Grobe Regel für Stützen im Hochbau mit mässiger Biegebeanspruchung (Abtragung der horiz. Lasten durch Aussteifungen):

$$N^* = \gamma_R \cdot N_d \leq N_R = (0,7 \div 0,9) f_c \cdot [1 + \eta \left(\frac{l_y}{f_c} - 1 \right)] \cdot A_c$$

$$\Rightarrow A_c \geq \frac{N^*}{(0,7 \div 0,9) \cdot f_c \cdot [1 + \eta \left(\frac{l_y}{f_c} - 1 \right)]}$$

\uparrow $\eta \approx 0$ $\underbrace{\frac{l_y}{f_c}}_{\approx 20}$
 \uparrow $\eta \approx \pi^2/12$

$$N^* = \gamma_R \cdot N_d$$

$$f_c = 0,65 f_{cm, \min} \text{ (SIA 162)}$$

Die Regel kann verwendet werden für Schlankheiten

$$\lambda_{cr} = \frac{l_{cr}}{i_c} \leq \sim 50$$

d.h. bei Rechteck-BS mit $i_c = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}} = \sqrt{\frac{ab^3}{12ab}} = 0,29 \cdot b$

$$b \geq \sim \frac{l_{cr}}{14} \quad \begin{cases} l_{cr} = 3\text{m} \rightarrow b \geq 0,22\text{m} \\ l_{cr} = 5\text{m} \rightarrow b \geq 0,35\text{m} \end{cases}$$

b : Querschnittsabmessung in Knickrichtung
 l_{cr} : Knicklänge (vergl. S. 4.4-10)

Aus konst. Gründen sind gem. SIA 162 folgende Mindestabmessungen einzuhalten:

$$\begin{array}{ll} \text{an Ort betoniert} & b \geq 0,2\text{m} \\ \text{vorfabriziert} & b \geq 0,15\text{m} \end{array}$$

Bewehrungsgehalt:

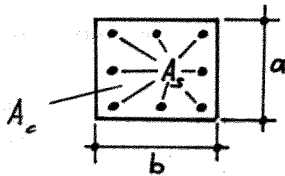
Bei Stützen im Hochbau liegt der übliche Bewehrungsgehalt bei:

$$s = 1\% \div 3\%$$

In Stoßbereichen
das Doppelte

Mindestbewehrungsgehalt gem. SIA 162 : $\bar{s}_{\min} = 0,6\%$

Achtung: Definition des Bewehrungsgehaltes bei Stützen anders als bei Riegebalken:



$$s = \frac{A_s}{A_c}$$

A_s : Sämtliche Stäbe im QS a.b

$$A_c = a \cdot b$$

4.4.2. Grundlagen aus der Knicktheorie

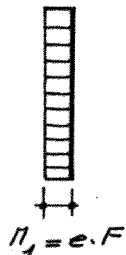
a) Übersicht

Vorausgesetzt werden schlanke Stäbe, die vorwiegend auf Druck beansprucht sind. Eine Biegebeanspruchung kann durch die Stabverformung d.h. durch die Stabauslenkung stark beeinflusst werden.

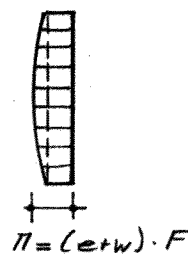
Beispiel:



Moment
1. Ordnung



massg. Moment
(1. u. 2. Ordnung)

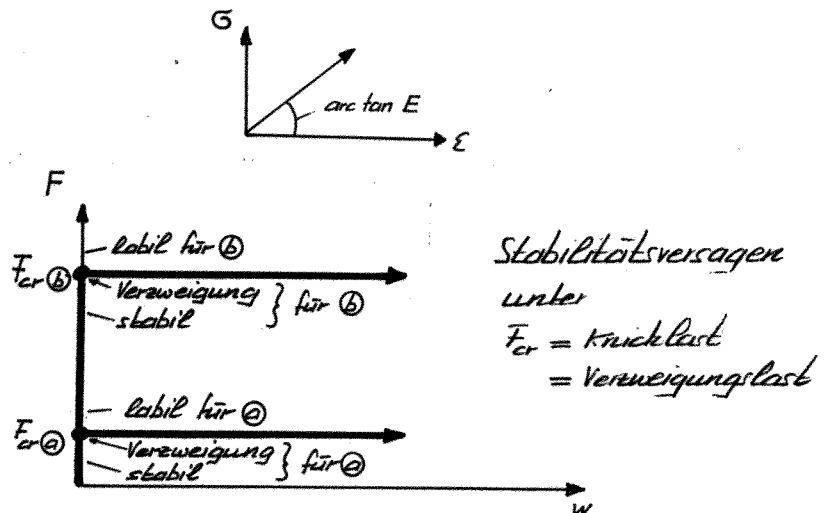
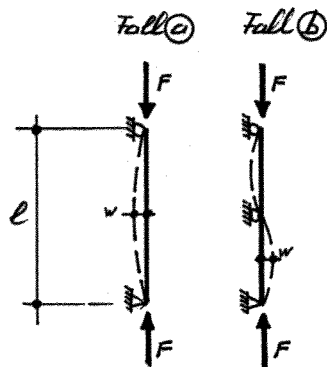


Das maßgebende Biegemoment ist nach Theorie 2. Ordnung, d.h. am verformten Stab zu berechnen.

Beim zentrisch beanspruchten Stab ($e=0$; in der Praxis selten), verursacht die Last F kein Moment 1. Ordnung. Biegeverformungen bleiben somit aus, sodass man meinen könnte, die Last F liesse sich bis zum zentr. Druckbruch des Stabes, d.h. bis zum Erreichen der Bruchfestigkeit des Materials steigern. Effektiv tritt jedoch bei schlanken Stützen lange vor dem Erreichen der Bruchfestigkeit des Materials und ohne vorherige Ankündigung eine plötzliche, progressive Ausbiegung und dadurch ein plötzlicher Zusammenbruch = Knicken ein.

Dies rührt daher, dass sich der Stab unter einer Last F , die über der Knicklast F_{cr} (= sog. "Verzweigungslast") liegt, bezüglich der Ausbiegungen in einer labilen Gleichgewichtslage befindet. Eine geringe und praktisch immer vorhandene Ausbiegung führt zum Knickversagen.

Zentrisch, elastisch



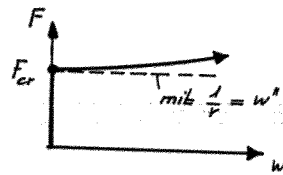
Die Knicklast F_{cr} ergibt sich zu $F_{cr(a)} = \frac{\pi^2 E I}{l^2}$ } (vergl. S. 44-7)
 $F_{cr(b)} = 4 \cdot \frac{\pi^2 E I}{l^2}$

Die Biegesteifigkeit $E I$ des ideal-elastischen Stabes ist unabhängig von der Höhe der Beanspruchung und von der Stabkrümmung $w'' \approx 1/r$. Das äussere Moment $M_a = w \cdot F$ und der innere Widerstand $M_i = w'' \cdot E I$ wachsen somit praktisch linear zur Auslenkung w an (w'' und w sind proportional). Der einmal gestörte Stab vermag deshalb mit zunehmender Auslenkung stets ca. die Knicklast F_{cr} zu übernehmen.

Anmerkung:

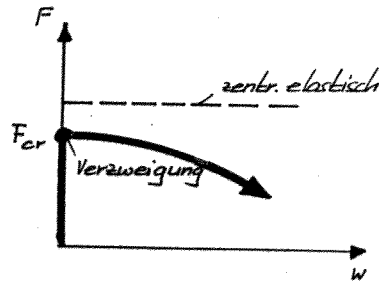
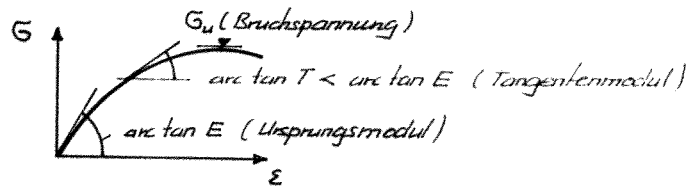
"Genaue" Betrachtung mit exakter Gleichung für die Krümmung:

$$\frac{1}{r} = \frac{w'''}{(1+w'^2)^{3/2}}$$



genau: für zunehmende Auslenkung ist geringe Laststeigerung nötig (Theoretisch noch stabiler Gleichgewichtszustand, ohne praktische Bedeutung).

Zentrisch unelastisch



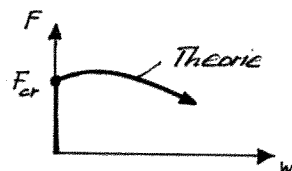
Stabilitätsversagen unter F_{cr} . Sofern Lastreduktion möglich. (z.B. Verformungsgest. Laborvers.) tritt Materialversagen ein, wenn in den Randfasern σ_u erreicht ist. Die Knicklast liegt höher als die Materialbruchlast F_u .

Der mit zunehmender Beanspruchung kleiner werdende Tangentenmodul T bzw. die kleiner werdende Biegesteifigkeit $EJ \rightarrow T \cdot J$ hat folg. Auswirkungen:

- $F_{cr} = \frac{\pi^2 T J}{l_{ei}^2}$ wird kleiner (vergl. S. 4.4-8)
- bei größeren Auslenkungen wächst das äußere Moment $M_a = w \cdot F$ schneller an als der innere Widerstand $M_i = w'' \cdot T J$. Gleichgewicht ist nur noch möglich wenn die Last reduziert wird.

Anmerkung:

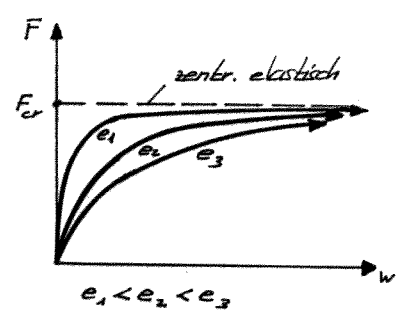
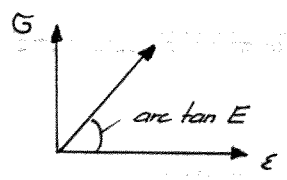
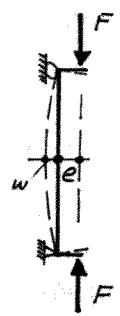
Unter bestimmten Voraussetzungen ist bei geringen Ausbiegungen noch ein geringfügiges Anwachsen der Last über F_{cr} hinaus möglich, was jedoch keine praktische Bedeutung hat.



(vergl. Kollbrunner) Meister [59]

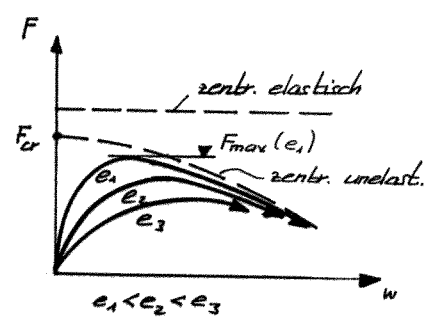
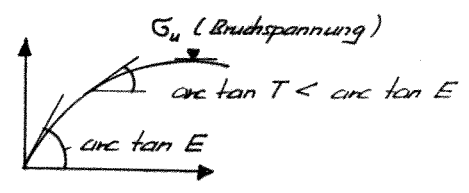
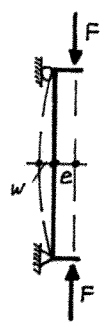
Beim exzentrisch beanspruchten Stab (Normalfall in der Praxis) verursacht eine Last F Momente 2. Ordnung und entsprechende Auslenkungen. Der Stab verformt sich in eine stabile Gleichgewichtslage.

Exzentrisch elastisch



Kein Stabilitätsversagen

Exzentrisch unelastisch



Stabilitätsversagen unter F_{max} .

Solern Lastreduktion möglich (z. B. Verformungs-gesteuerter Laberversuch \rightarrow absteigender Ast kann gefahren werden), tritt Materialversagen ein wenn in den Randfasern σ_{II} erreicht ist.

Die Traglast F_{max} liegt in diesem Fall höher als die Materialbruchlast F_u .

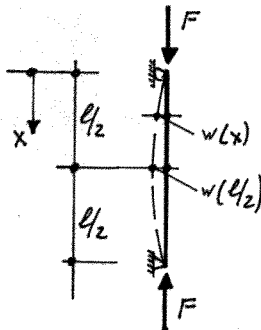
b) Zentr. beanspr. Stäbe (\rightarrow Berechnung der Knicklast)

Obwohl zentr. Beanspruchung in der Praxis kaum vorkommt, hat F_{cr} eine wesentliche Bedeutung:

1. F_{cr} ist der obere Grenzwert für die Traglast einer Stütze.
2. F_{cr} wird benötigt für die Berechnung von 1. u. 2. Ordn. bei exzentr. Beanspruchung (Vergrößerungsfaktor ξ).

zentr. elastisch

- Knicklast eines Eulerstabes aufgrund direkter Formulierung des Gleichgewichtes zwischen inneren und äusseren Kräften:



Äusseres Moment = Inneres Moment

$$\Pi_a = w \cdot F = \Pi_i = -w'' \cdot EJ$$

Ansatz für Knickbiegeline beim beidseitig gelenkig gelagerten Stab = Eulerstab:

$$w = w(l/2) \cdot \sin \frac{\pi x}{l} \rightarrow w'' = -w(l/2) \cdot \frac{\pi^2}{l^2} \cdot \sin \frac{\pi x}{l}$$

Gleichgewicht in Stabmitte beim Knicken ($\Pi_i = \Pi_a$):

$$w(l/2) \cdot F_{cr} = w(l/2) \cdot \frac{\pi^2}{l^2} \cdot EJ \rightarrow \boxed{F_{cr} = F_E = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}} \quad \text{Eulerstab}$$

E : Elastizitätsmodul } bleiben konst.
 J : Trägheitsmoment } (unabh. von Beanspr. höhe)

- Knicklast des Eulerstabes als Eigenwertproblem mit Knick-Determinante:

$$w'' + \frac{F}{EJ} \cdot w = 0 \rightarrow w'' + \mathcal{K}^2 \cdot w = 0 \quad \text{mit} \quad \mathcal{K} = \sqrt{\frac{F}{EJ}}$$

Lösungsansatz: $w = A \cdot \sin \mathcal{K} \cdot x + B \cdot \cos \mathcal{K} \cdot x$

Bestimmung von A und B durch 2 Randbedingungen:

$$x=0; w=0 : A \cdot 0 + B \cdot 1 = 0$$

$$x=l; w=0 : A \cdot \sin k \cdot l + B \cdot \cos k \cdot l = 0$$

Für nicht triviale Lösungen muss die Determinante $D=0$ sein \rightarrow kleinster Eigenwert = Knicklast F_{cr}

$$D = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ \sin k \cdot l & \cos k \cdot l \end{vmatrix} = -\sin k \cdot l = 0$$

$$k \cdot l = n \cdot \pi$$

$$n=1 : k \cdot l = \pi = \sqrt{\frac{F_{cr}}{EJ}} \cdot l \rightarrow$$

$$F_{cr} = F_E = \frac{\pi^2 EJ}{l^2}$$

- Knicklast eines allgemein gelagerten Stabes oder eines Stabsystems mit in den Knoten angreifenden Belastungen:

- | | | |
|--|---|--|
| * Lösung mit Hilfe einer
Differentialgleichung 4. Ordnung | } | Eigenwertproblem
mit Knick-
determinante = 0 |
| * Lösung mit Hilfe der Deformations-
methode mit Axialkraft | | |

(vergl. Chwalla [64], Kollbrunner / Meister [59], Tenn [60])

Zentrisch unelastisch

Die Knicklast F_{cr} lässt sich grundsätzlich analog bestimmen wie beim Stab mit elast. Materialverhalten. Für den beidseitig gelenkig gelagerten Stab gilt:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 T}{l^2}$$

Für T kann der reduzierte Knickmodul nach der Theorie von Engesser - Karman, oder einfacher der Tangentenmodul nach Engesser - Shanley angenommen werden (vergl. [59]).

Beton zeigt für Spannungen, die oberhalb von etwa $f_c/3$ liegen, ein ausgeprägt unelastisches Materialverhalten. Der Tangentenmodul T nimmt mit zunehmender

Knickspannung $G_{cr} = \frac{F_{cr}}{A}$ ab. Diese Reduktion von T wirkt sich vor allem auf die Knicklast von wenig schlanken Stäben aus, was anhand der Knickspannungskurve veranschaulicht werden kann:

$$G_{cr} = \frac{F_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 \cdot T \cdot I}{e^2 \cdot A} ; \quad \text{mit } \lambda = \frac{l}{i} ; \quad i = \sqrt{\frac{I}{A}} ; \quad \frac{i^2}{e^2} = \frac{1}{\lambda^2}$$

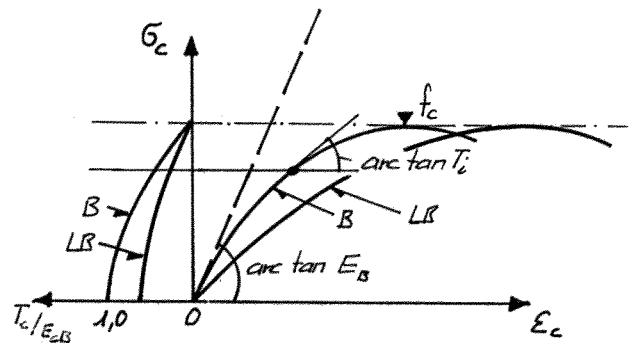
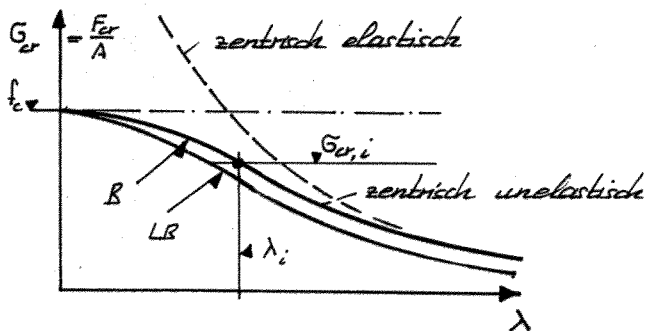
$$G_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot T}{\lambda^2}$$

zentrisch unelastisch

Vergleich: $G_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E}{\lambda^2}$

zentrisch elastisch = Eulerhyperbel

Beispiel: Knickspannungskurve von Betonstützen



B: Normalbeton (Kiesbeton)

LR: Leichtbeton (Blähtonbeton)

Die Ermittlung der Knickspannungskurve erfolgt am besten implizite:

1. Annahme eines bestimmten $G_c = G_{cr,i}$
2. Bestimmen des zugehörigen Tangentenmoduls T_i
3. Berechnung von $\lambda_i = \sqrt{\frac{\pi^2 T_i}{G_{cr,i}}}$

Der Einfluss des Kriechens auf E_c bzw. auf T_c ist bei langzeitiger Belastung zu berücksichtigen ($E_{c,\infty} \approx E_{c,0}/3$ bzw. $T_{c,\infty} \approx T_{c,0}/3$).

Mit Hilfe der Knicklänge l_{cr} (vergl. unten) lassen sich unterschiedlich gelagerte Stäbe mit derselben Knickspannungskurve behandeln.

Knicklänge l_{cr}

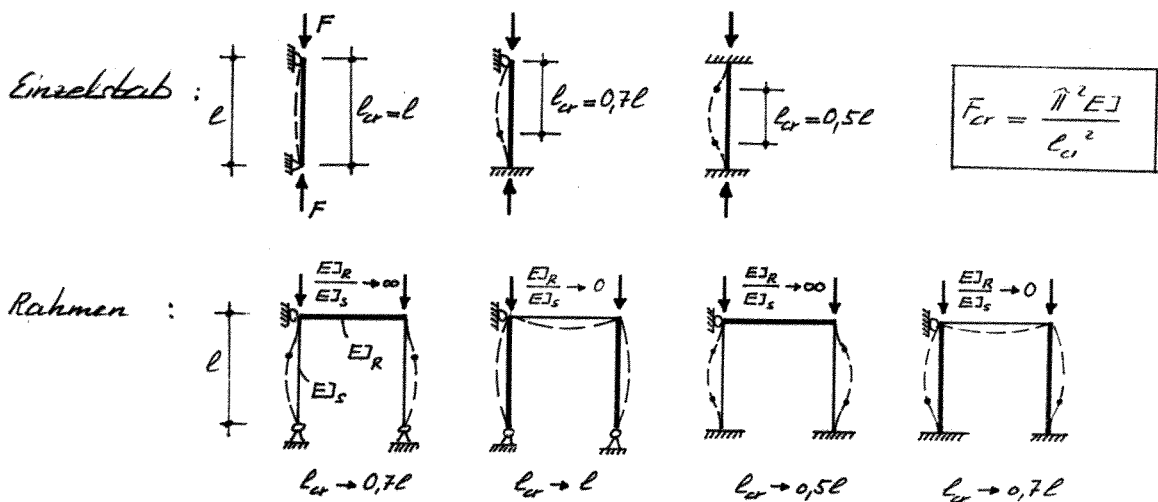
Die Knicklängen werden erhalten durch Gleichsetzen der

- Knicklast des betrachteten Stabes bzw. Stabsystems (Lösung Eigenwertproblem) mit der
- Knicklast eines fiktiven Eulerstabes = Eulerstab mit der Länge l_{cr}

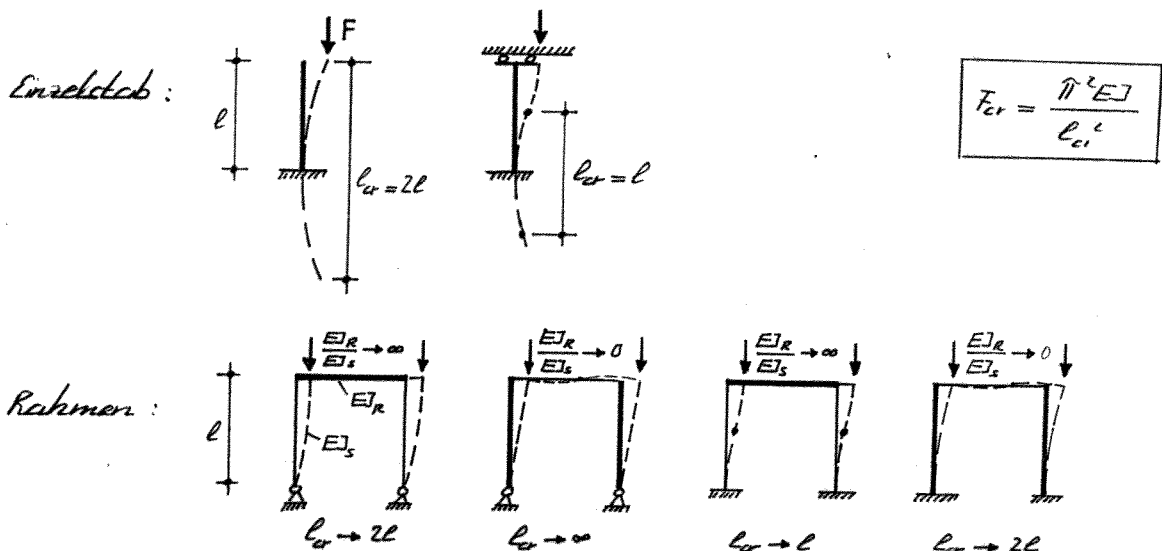
Die Knicklänge eines Stabes entspricht dem Abstand der Wendepunkte seiner Knickbiegeline!

Für elastische und näherungsweise auch für unelastische Stäbe lassen sich folg. Grundfälle angeben:

Unverschiebliche Systeme



Verschiebliche Systeme



Formeln für P_{cr} von Rahmensystemen siehe z.B. Sakmrl [61], Habel [62], Petersen [63]

c) Exzentrisch beanspr. Stäbe

(→ Berechnung der Verformungen 2. Ordnung)

Begriffe

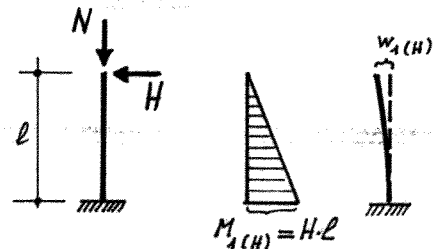
- Verformung = Wirkung von Lasten
(Durchbiegung infolge H , N , usw.)
Adjektive: "verformt", "unverformt"
- Vorverformung = Geometrische Fehlerhaftigkeit
(Abweichung der Systemaxe von der Soll-axe, z.B. krumm oder schief betonierte Stütze)
Adjektive: "vorverformt", "nicht vorverformt"
- Moment 1. Ordg. (M_1) = Moment am durch Lasten unverformten System
- Verformung 1. Ordg. (w_1) = Verformung infolge Moment 1. Ordg. (M_1)
- Verform. 1. und 2. Ordg. (w) = Verformung infolge Moment 1. Ordg. (w_1) und infolge Zusatzwirkung von N .
 w schliesst w_1 ein
- Moment 2. Ordg. (M_2) = Moment infolge w
 M_2 schliesst M_1 nicht ein, wohl aber die Wirkung der Verformung 1. Ordg.

Exzentrisch elastisch

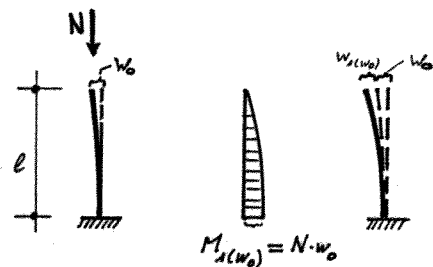
Momente und Verformungen 1. Ordnung (M_1, w_1)

Beispiel Kragarm

- M_1 und w_1 aus Last H :



- M_1 und w_1 aus Vorverformung w_0 :



Momente 2. Ordnung (M_2) und Verformungen 1. und 2. Ordn. (w)

Im Stab mit der Verformung w_1 wird durch die Wirkung einer Vertikalkraft N zusätzlich zu M_1 ein Moment ΔM erzeugt, wodurch eine Vergrößerung der Verformung entsteht, was wiederum zu einem zusätzlichen Moment führt, usw. Endwert dieses iterativen Prozesses ist:

die Verformung 1. und 2. Ordnung

$$w = \xi \cdot w_1$$

das Moment 2. Ordnung

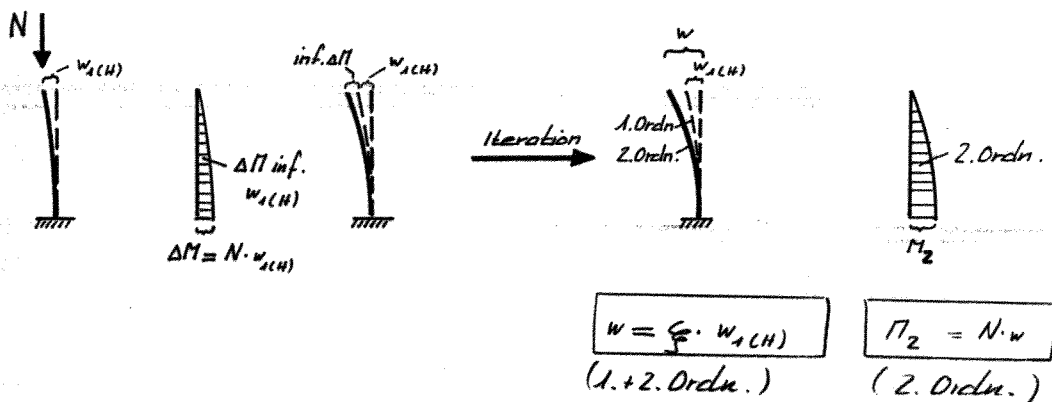
$$M_2 = M(\xi \cdot w_1) = M_1(w_1)$$

(inkl. Verformung 1. + 2. Ordn.)

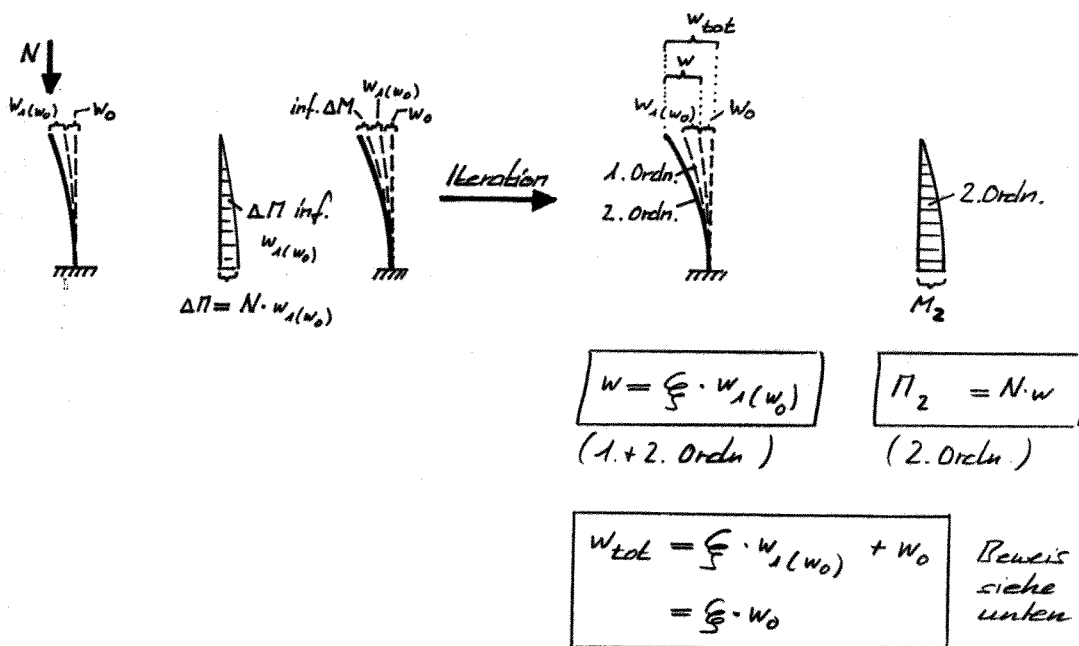
ξ : Vergrößerungsfaktor

Beispiel Kragarm:

- Vergrößerung von $\Pi_1(H)$ bzw. $w_1(H)$:



- Vergrößerung von $\Pi_1(w_0)$ bzw. $w_1(w_0)$



Momente und Verformungen 1. u. 2. Ordn. bei kombinierten Einwirkungen H und w_0 (vergl. auch Bsp. S. 4.4-25)

- Das Gesamtmoment Π_{tot} im Stab ist die Summe der Momente

$$\Pi_{tot} = \Pi_1(H) + \Pi_1(w_0) + \Pi_2$$

$\Pi_1(H, w_0)$: Moment 1. Ordn. inf. H bzw. w_0

Π_2 : Moment 2. Ordn. (schliesst Π_1 nicht ein!)

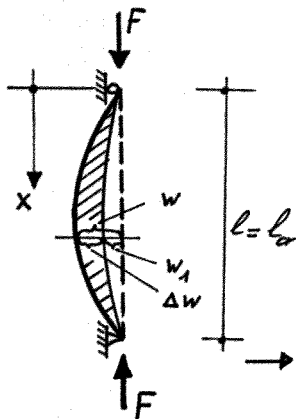
- Die Gesamtverformung w_{tot} im Stab ergibt sich zu

$$w_{tot} = w_0 + w = w_0 + \xi \cdot w_1 = w_0 + \xi (w_1(H) + w_1(w_0))$$

- w_0 : Vorverformung
 $w_1(H, w_0)$: Verformung 1. Ordnung inf. H bzw. w_0
 w : Verformung 1. und 2. Ordnung (Vielfaches von w_1 , schliesst w_1 mit ein!)
 ξ : Vergrößerungsfaktor

Vergrößerungsfunktion (ξ)

Folgende Betrachtungen gelten (genau) für einen Stab mit sin-förmiger Verformung $w_1(\pi_1)$ vor Aufbringen der Längskraft F :



Äusseres Moment = Inneres Moment

$$\pi_{tot} = -EI \cdot w''$$

$$\pi_1 + \pi_2 = \pi_1 + Fw = -EI(w_1'' + \Delta w'')$$

$$= -EI w_1'' - EI \cdot \Delta w''$$

mit π_1 im Gleichgew. mit π_2 im Gleichgew.

$$\pi_2 = F(w_1 + \Delta w) = -EI \cdot \Delta w''$$

mit $w_1 = w_1(l/2) \cdot \sin \frac{\pi x}{l}$ und $\Delta w = w - w_1$ ergibt sich folg.

Differentialgleichung: $\Delta w'' + \Delta w \frac{F}{EI} = -\frac{F \cdot w_1}{EI}$

Lösung: $w = w_1 \frac{1}{1 - \frac{F}{F_E}} \cdot \sin \frac{\pi x}{l}$

In Stabmitte:

$$w = w_1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{F}{F_E}} = \xi \cdot w_1$$

$$\xi = \frac{1}{1 - \frac{F}{F_E}} : \text{Vergrößerungsfaktor}$$

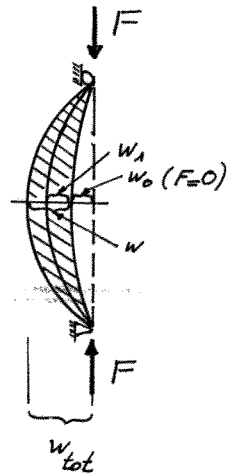
$$F_E = \frac{\pi^2 EI}{l^2} : \text{Knicklast des Eulerstabes}$$

Beim Stab mit sin-förmiger Vorverformung w_0 im unbelasteten Zustand wird unter der Last F :

$$w_1 = \frac{F \cdot l^2}{\pi^2 E I} \cdot w_0 = \frac{F}{F_E} \cdot w_0$$

$$w = w_1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{F}{F_E}}$$

$$\begin{aligned} w_{\text{tot}} = w + w_0 &= w_1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{F}{F_E}} + w_0 = w_0 \frac{F}{F_E} \cdot \frac{1}{1 - \frac{F}{F_E}} + w_0 \\ &= w_0 \frac{\frac{F}{F_E} + 1 - \frac{F}{F_E}}{1 - \frac{F}{F_E}} = w_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{F}{F_E}} \end{aligned}$$



$$\rightarrow w_{\text{tot}} = w_0 \cdot \frac{1}{1 - \frac{F}{F_E}} = w_1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{F}{F_E}} + w_0$$

Die Vergrößerungsfunktion gilt exakt, falls Momentenfläche und Biegelinie affin verlaufen (z.B. sin-förmige Querbelastung oder sin-förmige Vorverformung).

Ähnliche Fälle lassen sich mit folg. Formel erfassen:

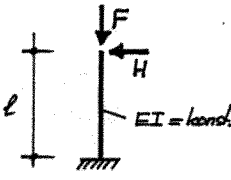















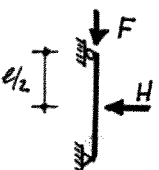
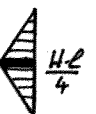



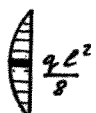





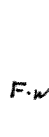
$$w = w_1 \frac{1 + \delta \cdot \frac{F}{F_E}}{1 - \frac{F}{F_E}} ; |\delta| = 0 \div 0,27$$

Bei Stahlbetonstützen ist meist $F \ll F_E$, weshalb der Einfluss von $\delta \cdot \frac{F}{F_E}$ i.d.R. vernachlässigbar ist.

Angaben für w_1 sind den nachfolgenden Grundfällen zu entnehmen.

Grundfälle zur Berechnung von Verformungen

$$w = \xi \cdot w_1 \quad \text{mit} \quad \xi = \frac{1}{1 - \frac{F}{F_E}}$$

System + Einwirkung	Moment 1. Ordnung	Verformungen	Moment 2. Ordnung
	 H·l	 $w_1 = \frac{H \cdot l^3}{3EI}$	 F·w
	 $q \cdot l^2 / 2$	 $w_1 = \frac{q \cdot l^4}{8EI}$	 F·w
	 e·F	 $w_1 = \frac{e \cdot F \cdot l^2}{2 \cdot EI}$	 F·w
 (sin)	 F·w ₀	 $w_1 = \frac{F \cdot 4 \cdot l^2}{\pi^2 EI} \cdot w_0$ $= \frac{F}{F_E} \cdot w_0$	 F·w
	 $\frac{H \cdot l}{4}$	 $w_1 = \frac{H \cdot l^3}{48EI}$	 F·w
	 $\frac{q \cdot l^2}{8}$	 $w_1 = \frac{5 \cdot q \cdot l^4}{384 EI}$	 F·w
	 e·F	 $w_1 = \frac{e \cdot F \cdot l^2}{8EI}$	 F·w

System + Einwirkung	Moment 1. Ordnung	Verformungen	Moment 2. Ordnung

Exzentrisch unelastisch

Die Berechnung von w erfolgt grundsätzlich analog zum elastischen Stab, z.B. mit der dort erwähnten Vergrößerungsfunktion. Das Hauptproblem liegt dabei in der Annahme der Biegesteifigkeit, welche der Stab in der verformten Lage aufweist. Eine auf der "sicheren Seite" liegende Berechnung von w lässt sich mittels eines geschätzten Mindestwertes der Biegesteifigkeit EJ_{\min} durchführen:

$$w = w_1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{F}{F_E}} \quad \text{mit} \quad w_1 = f(EJ_{\min})$$

$$F_E = \frac{\pi^2 EJ_{\min}}{l_{cr}^2}$$

4.4.3. Verhalten von Stahlbetonstützen

Mittels zahlreicher Versuche war man in jüngster Zeit bestrebt, das wirkliche, sehr komplexe Verhalten von Stahlbetonstützen abzublättern. Dabei wurde erkannt, dass sich Stahlbetonstützen praktisch immer wie exzentrisch gedrückte, unelastische Stäbe verhalten.

Ursachen der Exzentrizität können sein:

- Planmäßige Exzentrizität z.B. durch
 - * planmäßige Biegemomente bei Rahmensystemen,
 - * direkte Lasteinwirkung (z.B. Quertbelastung).
- Unplanmäßige Exzentrizität z.B. durch
 - * ungewollte Verformungen infolge Imperfektionen bei der Herstellung,
 - * exzent. Stützenpressung (Krafteinleitung nicht genau im Schwerpunkt der idealen Fläche der Stützen-AS),
 - * Fundamentverkipnungen,
 - * ungleiches Kriechen und Schwinden von Zwischengeschossdecken in Skelettbauten,
 - * usw. .

Ursachen der Unelastizität können sein:

- kurzfristig:

- * Rissebildung unter $M+N$
 - Reduktion der Steifigkeit mit zunehmender Auslenkung um etwa den Faktor 2÷4!
- * Unelastisches Stoffgesetz von Beton
 - Reduktion der Steifigkeit namentlich bei wenig schlanken, nahezu zentrisch gedrückten Stützen (vergl. S. 4.4-8).

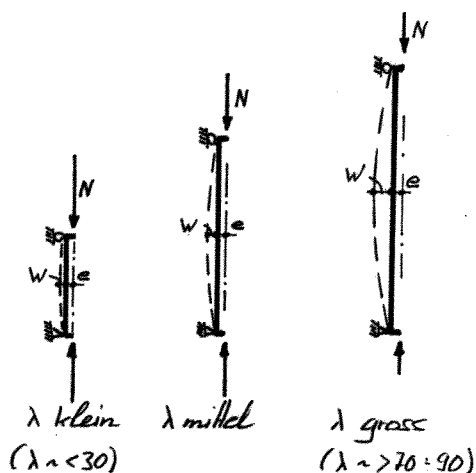
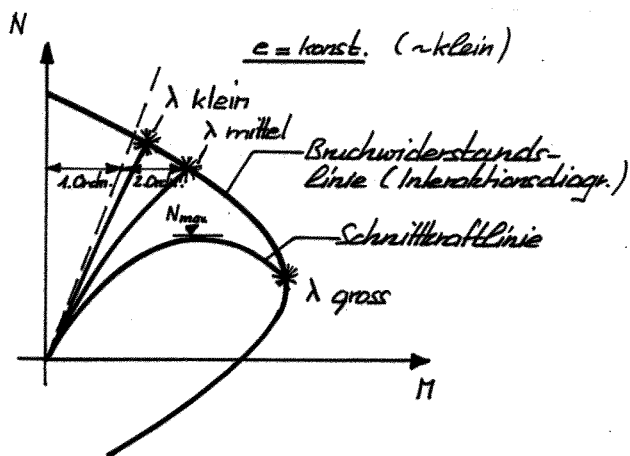
- langfristig:

- * Kriechen des Betons (vermindert v. a. bei schlanken Stützen die Traglast).
 - Lässt sich durch starke Druckbewehrung merkbar reduzieren.

Hauptparameter für das Verhalten von Stahlbeton-Stützen

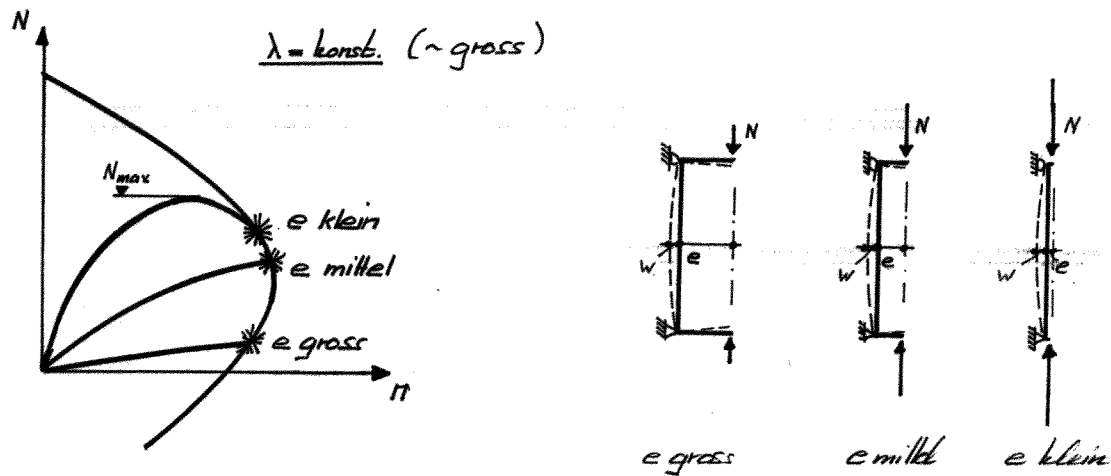
- Schlankheit λ
- Exzentrizität $e = M_1/N$ (M_1 : Moment 1. Ordnu.)

Einfluss der Schlankheit λ
(Schnittkräfte in Stützenmitte)



Einflüsse 2. Ordnung werden grösser mit zunehmender Stabschlankheit λ

Einfluss der Exzentrizität e
(Schnittkräfte in Stützenmitte)

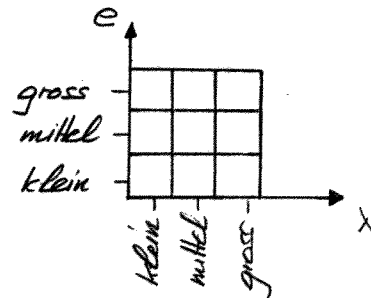


Einflüsse 2. Ordnung werden grösser mit abnehmender Lastexzentrizität $e = \frac{M_1}{N}$

Diskussion

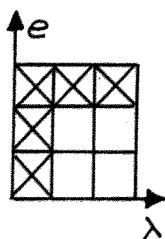
Die Variationen von λ und e (je klein, mittel und gross) führen auf 9 Kombinationen, veranschaulicht in nebenstehender Matrix:

Diese 9 Kombinationen lassen sich in 3 hauptsächliche Verhaltensfälle zusammenfassen:



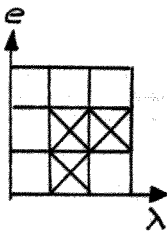
Fall ①: Gedrungene Stütze oder grosse Lastexzentrizität:

Die Verformungen führen zu geringer Erhöhung des Biegemomentes. M und N wachsen nahezu linear an. Die maximale Traglast wird durch den Bruchwiderstand bestimmt.



- - Einflüsse 2. Ordnung vernachlässigbar.
- Versagen durch Erreichen des Bruchwiderstandes (Materialversagen).

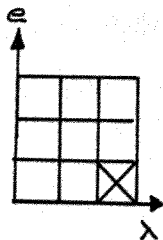
Fall ②: Stütze mit mittlerer bis grosser Schlankheit und mittlerer bis kleiner Lastexzentrizität:



Die Verformungen führen zu beträchtlicher Erhöhung des Biegemomentes. Die maximale Traglast wird durch den Bruchwiderstand bestimmt.

- - Einflüsse 2. Ordnung wichtig.
- Versagen durch Erreichen der AS-widerstandes (Materialversagen).

Fall ③: Stütze mit grosser Schlankheit und kleiner Lastexzentrizität:

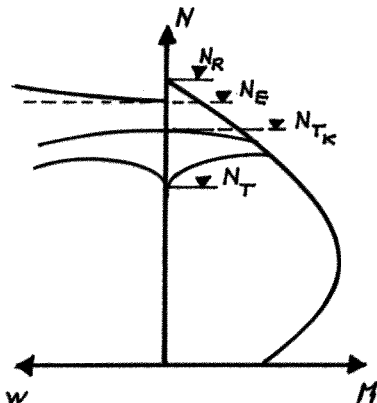


Das Biegemoment wird praktisch allein durch die Verformungen bestimmt. Der maximale Wert der Traglast N_{max} liegt über dem Schnittpunkt der Schnittkraftlinie mit der Bruchwiderstandslinie.

- - Einflüsse 2. Ordnung äusserst wichtig
- Stabilitätsversagen

Zum Vergleich: (Ideale Verhältnisse ≠ Wirklichkeit)

Für eine Stütze mit grosser Schlankheit und ideal zentr. Kräftangriff (keine Lastexzentrizität) ergibt sich folgendes:



N_R : Bruchlast des Querschnittes
(kein Einfluss der Schlankheit)

N_E : Euler-Knicklast bei ideal elastischem Verhalten.

N_{T_K} : Knicklast nach Engesser-Karman
(Knickmodul-Methode mit $T < T_K < E$).

N_T : Knicklast nach Engesser-Shanley
(Tangentenmodul-Methode mit $T \ll E$).

4.4.4. Berechnung und Bemessung von Stahlbetonstützen

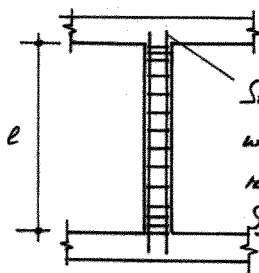
a) Modellbildung

Lagerung der Stützenenden

Das Verhalten einer Stütze hängt stark von der Lagerung der beiden Enden ab (Knicklänge, Exzentrizität). Dieberzügliche Modellannahmen sind deshalb sorgfältig zu treffen.

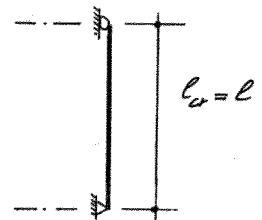
Biegeeinseitige Verbindung mit Schubübertragung („gelenkige Lagerung“)

Bsp. Hochbaustütze:



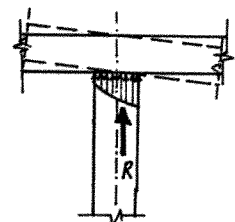
Stützenlängsbewehrung nur so weit in angrenzendes Element reichend, damit durch Dübelwirkung Schubübertragung gewährleistet.

Stat. System =
Modell



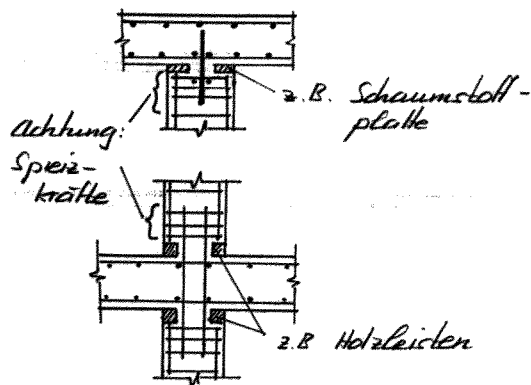
Probleme: 1. Beschränkte „ungewollte“ Einspannung
→ Aufgezwungene Stützenkopftver-
drehung möglich.

2. Exzentrische Beanspruchung
der Stütze:



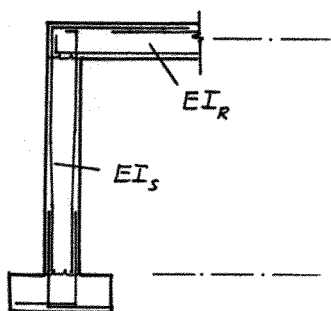
zentrische Belastung der Stütze, sowie Reduktion der ungewollten Einspannung evtl. durch konstr. Massnahmen erzwingen.

- Spezielle Lager (Neoprene, Stahl)
- Betongelenk (eher selten)
- Holzleisten bei stark beanspruchten Wänden

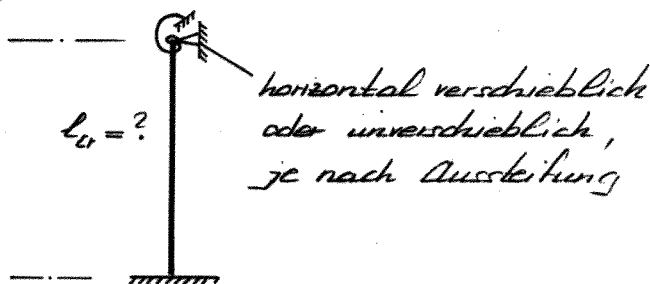


Biegesteife Verbindung

Bsp. Rahmenecke:



Stat. System = Modell



Probleme: 1. Knicklänge $l_{cr} = ?$

Durch Rissebildung nimmt die Steifigkeit des vorwiegend auf Biegung beanspruchten Riegels stärker ab, als bei der vorwiegend auf Druck beanspruchten Stütze.

$$(I_R/I_S)_{\text{gerissen}} \ll (I_R/I_S)_{\text{ungerissen}}$$

→ Vergrößerung der Knicklängen

$$l_{cr \text{ gerissen}} > l_{cr \text{ ungerissen}}$$

Sichere Berechnung von l_{cr} mit $I_{R, \text{ger.}} \approx \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) I_{R, \text{unger.}}$

2. Verkippung der Fundamente

Imperfektionen

Raustellenbedingte Ungenauigkeiten können zu unplanmässigen Exzentrizitäten führen.

Nach SIA 162 ist folg. Annahme zu treffen:

Bei allen Druckgliedern ist eine ungewollte Vorverformung offin zur Kriechfigur mit dem Grösstwert $w_{0,max}$ zu berücksichtigen.

$$w_{0,max} = \frac{e_r}{300} ; \text{ mind. } \frac{h}{15} ; \text{ max } 0,1 \text{ m}$$

$h = \text{Querschnittshöhe}$

b) Tragsicherheitsnachweis

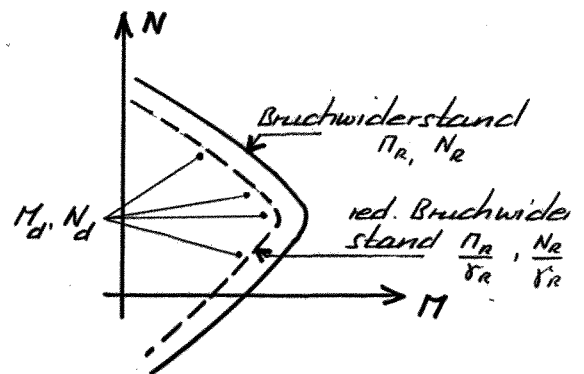
- Ziele:
- Kein Materialversagen (Fall ① und ②)
 - Kein Stabilitätsversagen (Fall ③)

Vergleichsniveau

Nachweise bei Stützen sind auf Bemessungsniveau oder auf Bruchniveau zu führen.

Bsp. Bemessungsniveau:

Schnittkräfte auf Bemessungsniveau (M_d, N_d) müssen innerhalb der um den Widerstandsbeiwert γ_R reduzierten Bruchwiderstandslinie (M_R, N_R) liegen.



Fall ①: Gedrungene Stütze oder grosse Lastexzentrizität /
Materialversagen

Der Nachweis kann ohne Berücksichtigung der Zusatzmomente 2. Ordnung durchgeführt werden

Es muss gelten:

$$N_d \leq N_R / \gamma_R$$

$$M_d = M_{1d} \leq M_R / \gamma_R$$

Abgrenzung (gem. SIA 162)

$$\lambda_{cr} < 30 \quad \text{oder} \quad e_1 > 5 \frac{\epsilon_y \cdot l_{cr}^2}{h_s}$$

$\lambda_{cr} = \frac{l_{cr}}{i_c}$: Schlankheitsgrad

l_{cr} : Knicklänge (vergl. S. 4.4-10)

$i_c = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}}$: Trägheitsradius des Betonquerschnittes.

$e_1 = \frac{\pi_{1d}}{N_d}$: Grösstwert der Lastexzentrizität nach Theorie 1. Ordnung.

π_{1d} : Moment 1. Ordnung aus planmässiger Exzentrizität und ungewollter Vorverformung (Grösstwert $w_{0,max}$)

ϵ_y : Fließdehnung des Stahles

h_s : Abstand zwischen äusserster Zug- und Druck-Bewehrung.

Fall ② : Stütze mit mittlerer bis grosser Schlankheit und mittlerer bis kleiner Lastexzentrizität / Materialversagen

Der Nachweis ist mit Berücksichtigung der Zusatzmomente 2. Ordnung durchzuführen.

Es muss gelten:

$$N_d \leq N_R / \gamma_R$$

$$\pi_d = \pi_{1d} + \pi_{2d} \leq \pi_R / \gamma_R$$

Der Bruchwiderstand N_R, π_R ist anhand der Dehnungsebenen von Fall II (vergl. S. 3.2-5) zu ermitteln.

Abgrenzung (gem. SIA 162)

$$\lambda_{cr} \geq 30 \quad \text{und} \quad e_1 \leq 5 \frac{\epsilon_y \cdot l_{cr}^2}{h_s}$$

Näherung zur Ermittlung von M_{2d} (gem. SIA 162):

Für Stützen mit Schlankheiten $\lambda_{cr} \leq 75$ lässt sich die verformungsbedingte Erhöhung des Momentes 1. Ordn. anhand der folg. Näherungsformel abschätzen:

$$M_d = M_{1d} + M_{2d} = \xi \cdot M_{1d}$$

$$\xi = 1 + \frac{\lambda_{cr}^2}{2200 \cdot e_1 \cdot h_s}$$

Definitionen gem. S. 4.4-24

Für genaue Berechnungen kann die Verformung w anhand der Vergrößerungsfunktion (vergl. S. 4.4-13) bestimmt werden.

$$w = w_1 \frac{1}{1 - \frac{N_d \cdot \xi_e}{N_{ER}}}$$

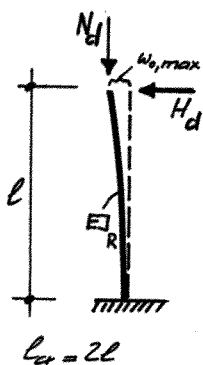
mit w_1 : Auslenkung inf. M_1

$$N_{ER} = \frac{\pi^2 EI_R}{l_{cr}^2}$$

EI_R : Biegesteifigkeit beim Erreichen des GS-Widerstandes

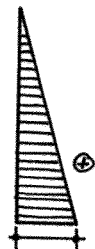
Beispiel

System, Belastung und ungewollte Verformung w_0



Momente 1. Ordnung

aus H_d aus w_0

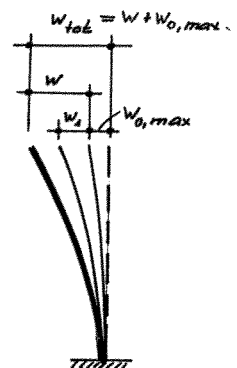


$H_d \cdot l$
 $w_1(H_d)$



$N_d \cdot w_{0,max}$
 $w_1(w_0)$

Gesamtverformung



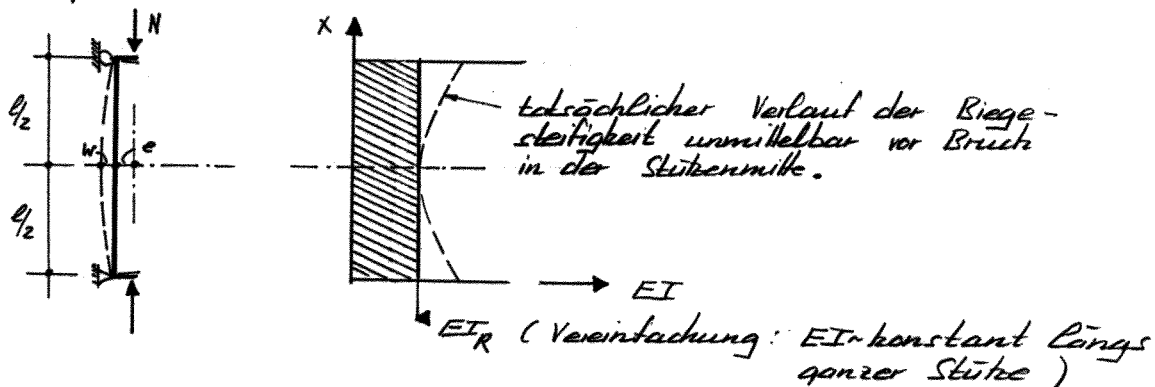
$$\begin{aligned}
 w_1(H_d) &= \frac{H_d \cdot e^3}{3 E I_R / \gamma_R} \\
 w_1(w_{0,max}) &= \frac{4}{\pi^2} \cdot \frac{N_d \cdot w_{0,max} \cdot e^2}{E I_R / \gamma_R}
 \end{aligned}
 \left. \vphantom{\begin{aligned} w_1(H_d) \\ w_1(w_{0,max}) \end{aligned}} \right\}
 \begin{aligned}
 w_1 &= w_1(H_d) + w_1(w_0) \\
 \rightarrow w &= w_1 \cdot \frac{1}{1 - \frac{N_d \cdot \gamma_R}{N_{ER}}} = w_1 \cdot \xi
 \end{aligned}$$

Moment im Stützenfuß:

$$M_d = \underbrace{H_d \cdot e}_{\text{1. Ordnung}} + \underbrace{N_d \cdot w_{0,max} + N_d \cdot w}_{\text{2. Ordnung}}$$

Das eigentliche Problem bei der Berechnung der Verformung w liegt in der Annahme der Biegesteifigkeit EI . Damit eine Abschätzung von w auf der sog. "sicheren Seite" liegt, ist für EI der kleinst mögliche Wert anzunehmen. Dieser lässt sich z.B. durch Betrachtung der BS-Krümmung im Bruchzustand finden. Massgebend ist der am stärksten beanspruchte Bereich der Stütze (extremale Krümmung).

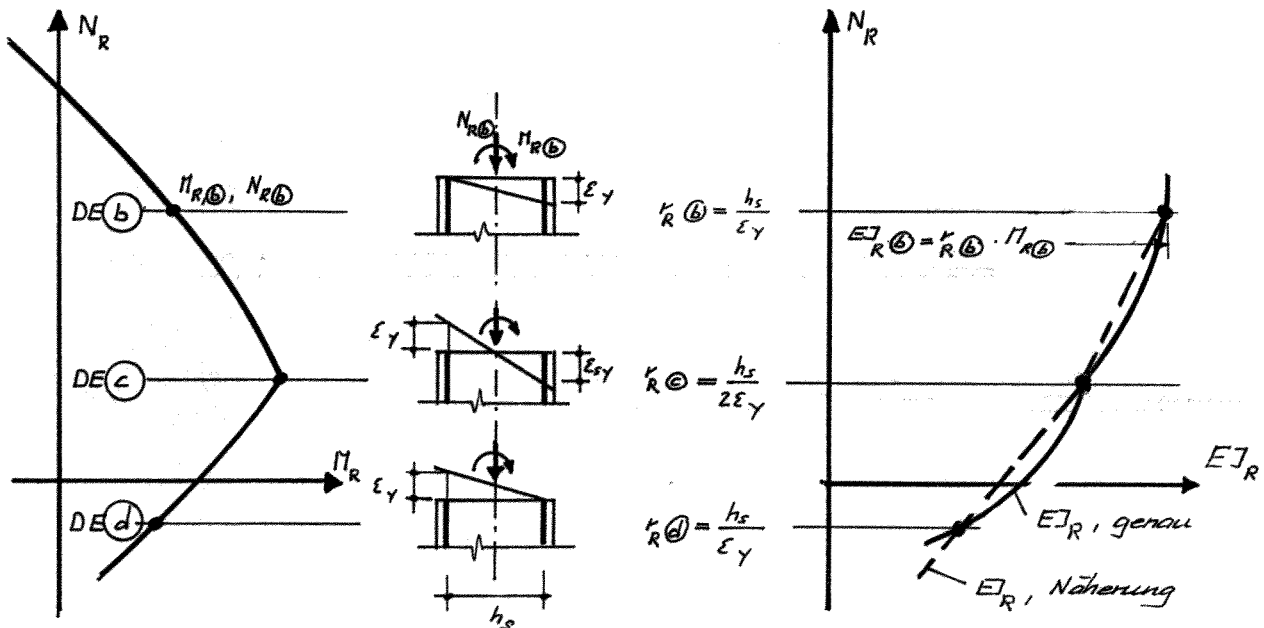
Beispiel



Biegesteifigkeit beim Erreichen des BS-Widerstandes EI_R

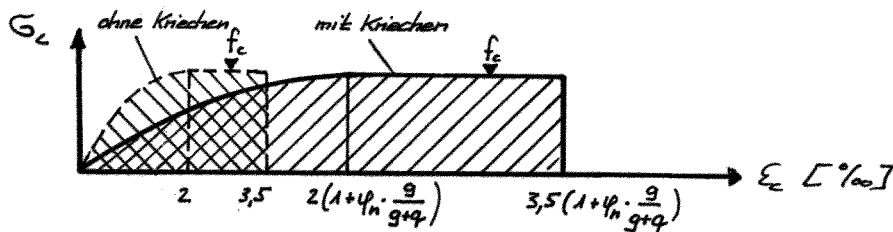
Ausgehend von den auf S. 3.2-5 für den Fall II dargestellten Dehnungsebenen, lässt sich neben den Bruchschnittkräften N_R, M_R jeweils auch die zugeh. Krümmung $1/r \approx w''$ ermitteln. Jeder Normalkraft N_R wird im Bruchzustand damit eine Biegesteifigkeit zugeordnet.

$$EI_R = \frac{M_R}{w_R''} = r_R \cdot M_R$$



Der Verbundkoeffizient ist in diesem Fall immer mit $\mu = 1$ anzunehmen (sichere Seite)

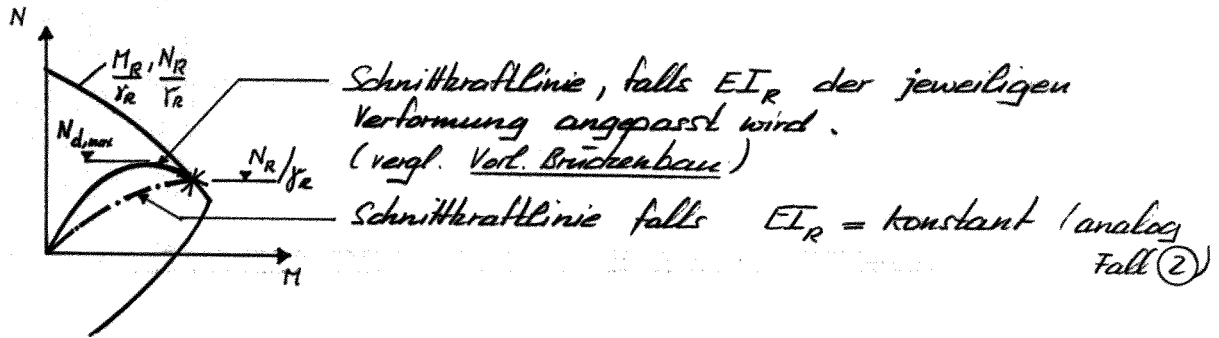
Kriechen lässt sich berücksichtigen, indem zur Berechnung von N_R und M_R ein dem Kriechverhalten angepasstes $\sigma_c - \epsilon_c$ -Diagramm verwendet wird:



Fall **3**: Stütze mit grosser Schlankheit und kleiner Lastexzentrizität / Stabilitäts-
versagen

Im Gegensatz zu Fall **2** liegt hier die Traglast über dem Schnittpunkt der Schnittkraftlinie mit der red. Bruchwiderstandslinie. Ob welcher Schlankheit bzw. ab welcher Lastexzentrizität dieses Verhalten eintritt lässt sich nicht genau abgrenzen, da zahlreiche Parameter einen Einfluss haben.

Ein sicherer Wert für die Traglast lässt sich finden, indem Fall **3** wie Fall **2** berechnet wird.



Im Hinblick auf zusätzliche Sicherheit bei Stabilitätsversagen begründet man sich i.o. mit N_R/γ_R .

4.4.5. Gestaltung der Bewehrung

a) Aufgaben

Längsbewehrung:

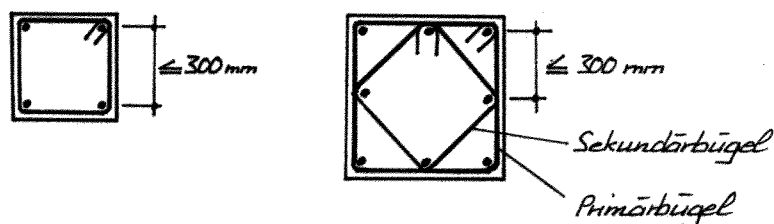
- Aufnahme von Biegezugkräften aus planmässiger und unplanmässiger Exzentrizität.
- Verstärkung des Betons auf Druck.
- Reduktion der Kriechverformungen des Betons.

Querbewehrung:

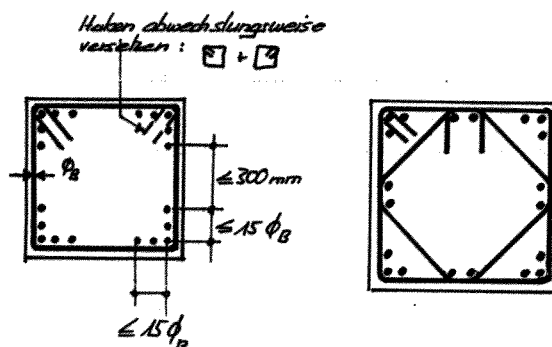
- Halten der Druckstäbe gegen Ausknicken.
- Erhöhung der Bruchstigkeit des Betons durch Umschnürungswirkung (mehrdimensionaler Spannungszustand im Beton).
- Aufnahme von Quersugkräften.

b) Ausbildung und Anordnung

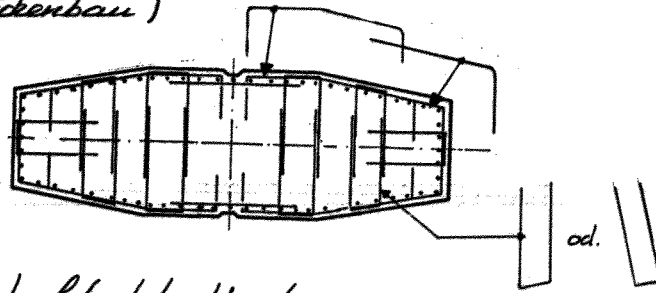
Grundprinzip ①: Längsisen sind durch Bügel in ihrer vorgesehenen Lage zu halten und gegen Ausknicken zu sichern!



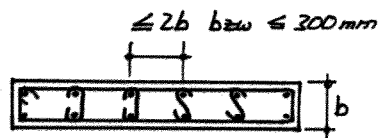
Bei Auflösung der Längsbewehrung in mehrere dünne Stäbe, lassen sich pro Bügellecke auch mehrere Stäbe (3÷5) sichern.



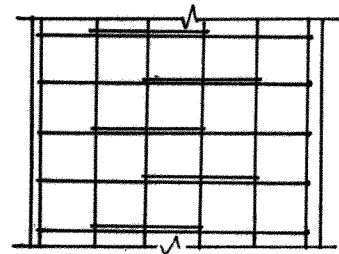
Sicherung mit Steckbügeln. (Grosser Voll-BS z.B. im Brückenbau)



Stark belastete Wand:

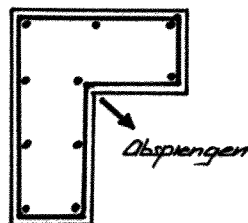


Rückhaltebügel für Längsstäbe zwischen den Eckstäben. Mind. jeder 2. Längsstab soll gehalten sein.

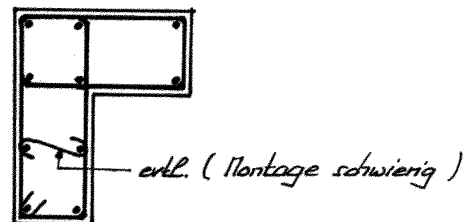


Grundprinzip ②: Bügel nie um hohle Ecken führen.

Falsch:



Besser



Längseisendurchmesser ϕ_L

ϕ_L ist auf die BS-Abmessungen der Stütze abzustimmen. Zu dicke Längseisen führen zu Abplatzungen der Betonüberdeckung in den Ecken. Zu dünne Längseisen knicken aus.

Empfehlung:

$$\phi_L \leq \frac{a_{\min}}{8}$$

$$\phi_L \leq \frac{c}{1,2}$$

$$\phi_L \geq 10 \div 12 \text{ mm}$$

c : Betonüberdeckung

a_{\min} : kleinste BS-Abmessung

Bügeldurchmesser ϕ_B und Bügelabstand s

ϕ_B und s müssen der Größe und dem Belastungsgrad der Stütze, sowie dem Längseisendurchmesser angepasst sein. Grundsätzlich wirken sich viele Bügel mit kleinem ϕ günstig aus.

Empfehlung:

$$\phi_B \geq \phi_{L, \max} / 3$$

$$\phi_B \leq 14 \text{ mm}$$

üblich: $\phi_B = 6, 8, 10, 12 \text{ mm}$

↑ häufig im Hochbau

SIA 162

$$s \leq 15 \phi_{L, \min}$$

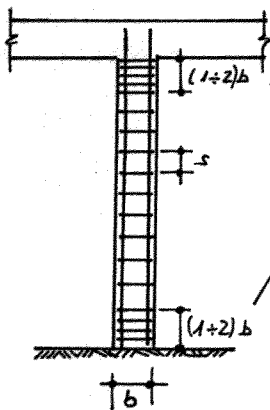
$$s \leq a_{\min}$$

$$s \leq 300 \text{ mm}$$

absolut oberste Grenze, um ein Ausknicken der Längsstäbe wirksam zu verhindern!

$\phi_{L, \max}$: Durchmesser des dicksten Längseisen

$\phi_{L, \min}$: Durchmesser des dünnsten Längseisen



Zusätzliche Bügel an Stützenenden
→ Umschnürung im Kraftleitungs-bereich.

c) Grenzen des Längsbewehrungsgehaltes

(Definition von ρ gem. S. 4.4-3)

Maximale Längsbewehrung
(SIA 162)

$$\rho_{\max} = 8\%$$

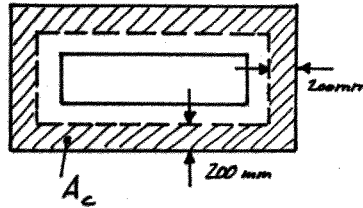
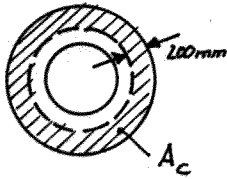
Bei Bewehrungsgehalten im Bereich von ρ_{\max} sind Bewehrungstäbe genau zu studieren und Platzverhältnisse im Querschnitt anhand von maßstäblichen Skizzen (1:10, 1:5, 1:2) abzuklären. Die Stöße der einzelnen Eisen sind zu versehen. Evtl. sind Schraubverbindungen oder andere auf dem Markt erhältliche Verbindungssysteme in Erwägung zu ziehen.

Minimale Längsbewehrung
(SIA 162)

$$s_{min} = 0,6\%$$

Ist gleichmässig
über den Umfang
der Stützen-AS
zu verteilen.

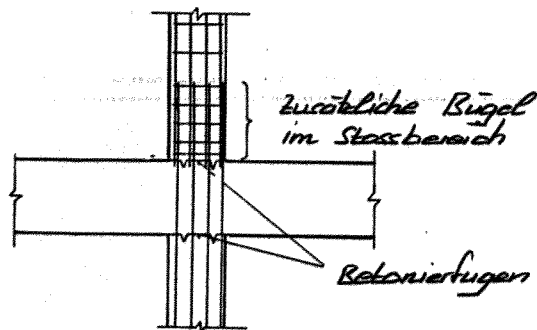
Bei grossen Stützenquerschnitten kann zur Bestimmung von s_{min} die Betonfläche eines eingeschriebenen fiktiven Hohlquerschnittes mit einer Wandstärke von mind. 200 mm angenommen werden.



$$s_{min} = \frac{A_{s, min}}{A_c}$$

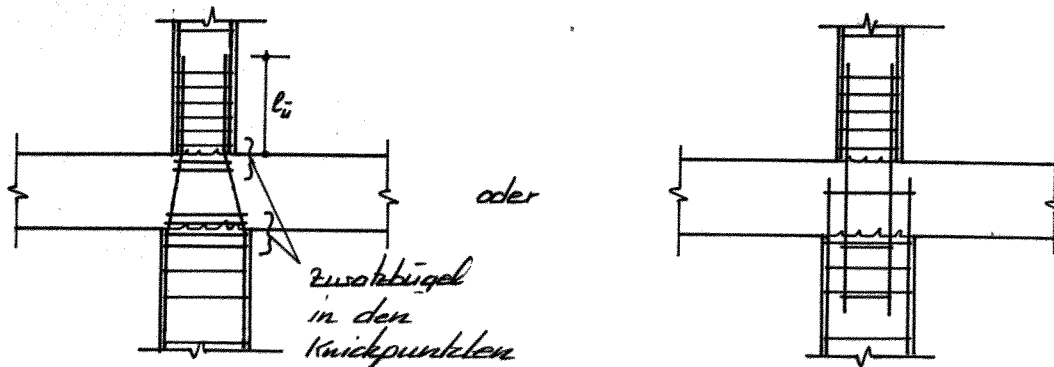
d) Stöße der Längsbewehrung

Meistens über Geschosdecke angeordnet



Verankerungslängen bei Längseisen und Bügeln analog wie bei Biegeelementen.

Bei Abstufung des Stützen-AS:



Achtung: Bei ausblehenden Anschlussreihen besteht möglicherweise Unfallgefahr.

→ Eisen mit Haken versehen, jedoch aufpassen, dass dadurch das Betonieren nicht zu stark behindert wird.

4.4.6. Sonderausführungen

- Umschnürte Stützen
- Schleuderbetonstützen
- Verbundstützen (Stahlrohr / Beton, HEB-Profil / Beton)

Sind nach speziellen Regeln zu bemessen.

4.5 Fundamente

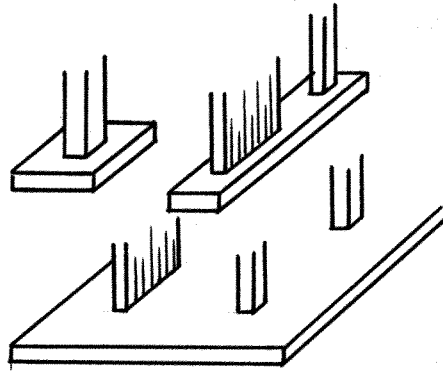
(nur Flachfundationen)

Begriff

Elemente, die Lasten aus einem Tragwerk übernehmen und in den Baugrund ableiten.

Unterscheidungen:

- Einzelfundamente
- Streifenfundamente
- Plattenfundamente



Je nach Ausbildung werden Fundamente als Balken, als Platte oder als Fachwerk behandelt.

4.5.1. Regeln für den Entwurf

a) Abmessungen im Grundriss

Gesichtspunkte sind:

- "Zumutbare" Bodenpressungen:

Festlegung aufgrund von lokalen Tragwiderstandsrechnungen resp. durch Betrachtung der Gesamtstabilität (vergl. Grundbauvorlesung).

Abhängig von der

- Beschaffenheit des Baugrundes
- Fundamenttiefe
- Topographie (Hanglage, ebener Baugrund)
- usw.

Variation zwischen etwa $0,05 \text{ N/mm}^2$ und $0,6 \text{ N/mm}^2$.
(auf Niveau Kennwerte der Einwirkungen)

- "Zumutbare" Setzungen resp. Setzungsdifferenzen:

Benachbarte Fundamente bzw. Fundamentbereiche sollen für ständige Lasten möglichst gleiches Setzungsverhalten zeigen, was durch geeignete Wahl des Verhältnisses von Fundamentfläche zu Bodenpressung erreicht werden kann. Andernfalls sind Umlagerungen der Stützenkräfte (biegesteifer Überbau) oder ungenügende Gebrauchstauglichkeit (biegeweicher Überbau) zu erwarten.

- Verkippungen:

Mögliche Ursachen:

- Ständige exzentrische Belastung bei setzungsempfindlichem Baugrund:

→ Abmessungen des Fundamentes so wählen, dass die Resultierende aus ständigen Lasten durch den Schwerpunkt der Fundamentfläche geht.

- Starke Variation der Dicke einer setzungsempfindlichen Schicht im Wirkungsbereich des Fundamentes.

→ Genauere geotechnische Untersuchungen erforderlich.

- Gegenseitige Beeinflussung benachbarter Fundamente

- Kippsicherheit:

Damit eine genügende Kippsicherheit ($\sim 1,5$) gewährleistet werden kann, darf bei extremster Laststellung maximal die halbe Fundamentfläche kappen.

- Maschineller Aushub:

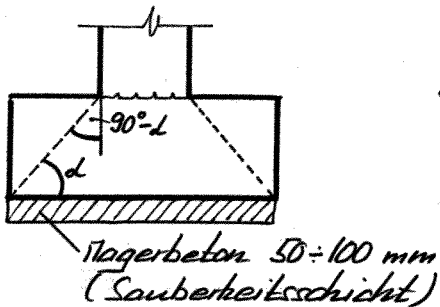
Mindestbreite von Streifenfundamenten $\geq \underline{0,4 \text{ m}}$.

b) Fundamentdicke

Gesichtspunkte sind:

● Erfordernis einer Biegebewehrung:

In Streifenfundamenten unter zentr. Linienlasten, sowie in zentrisch belasteten Einzelfundamenten kann auf eine Bewehrung verzichtet werden, sofern folgende Bedingungen eingehalten werden:



$\alpha \geq 45^\circ$: bei kleinen Bodenpressungen
($\sim 0,1 \div 0,2 \text{ N/mm}^2$)

$\alpha \geq 60^\circ$: bei mittleren Bodenpressungen
($\sim 0,2 \div 0,4 \text{ N/mm}^2$)

Nach SIA 162 ist bei einem Ausbreitwinkel $90^\circ - \alpha \leq 25^\circ$ kein Nachweis der Tragsicherheit erforderlich (Art. 4.4.1.6).

● Erfordernis einer Schubbewehrung:

Die Fundamentdicke wird i.a. so gewählt, dass - mit Ausnahme der Längsrichtung von Streifenfundamenten unter Einzellasten - keine Schubbewehrung erforderlich ist.

Kriterium:

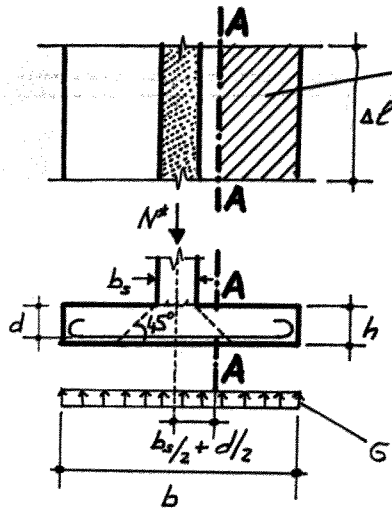
Die nominellen Schubspannungen $\tilde{\tau}^*$ sollen im massgebenden Schnitt den Reduktionswert der unteren Schubspannungsgrenze nicht überschreiten (Bruchniveau)

$\tilde{\tau}_c$ vgl. S. 3.3-12

(Genauere Untersuchungen können anhand der Durchstanzkriterien angestellt werden (siehe Stb II, Abschn. 6.2 e))

Massgebende Schnitte sind:

- beim Streifenfundament unter Linienlast:



Einzugsgebiet für den massg. Schnitt A-A.

$$\text{Mit } \tau_{A-A}^* = \frac{V_{A-A}^*}{\Delta l \cdot d}$$

$$\text{und } d \approx 0,9 \cdot h$$

$$\text{folgt: } h \geq \frac{V_{A-A}^*}{\Delta l \cdot 0,9 \cdot \tau_c}$$

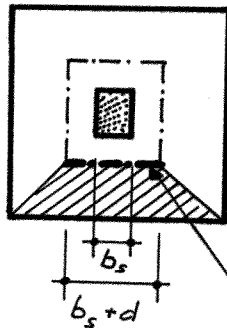
(τ_c siehe S. 3.3-12)

$$G^* = \frac{N^*}{b \cdot \Delta l}$$

(Bodenpressungen)

- beim Einzel- und Plattenfundament unter Einzellast:

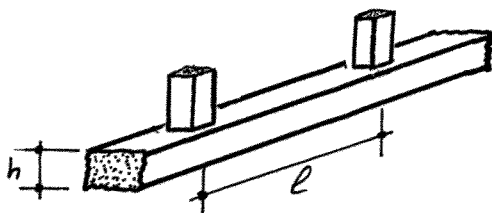
zentr. belastet



Massgebender Schnitt mit Länge $b_s + d$

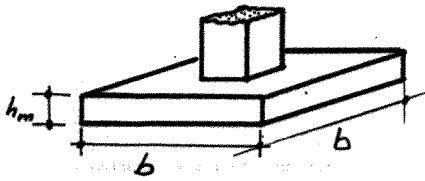
● Empfohlene Mindestdicken (als grobe Anhaltspunkte)

- Streifenfundament unter Einzellasten



$$\frac{h}{l} \geq \frac{1}{8} \geq 300 \div 400 \text{ mm}$$

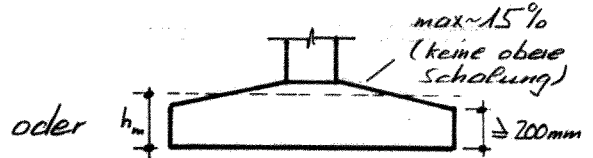
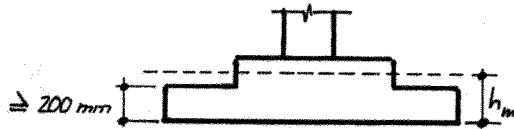
- Einzelfundament



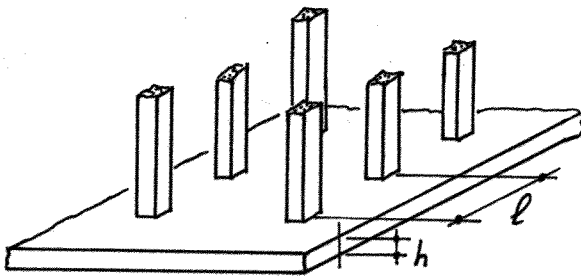
$$\frac{h_m}{b} \approx \frac{1}{4} \div \frac{1}{6} \geq 200 \div 300 \text{ mm}$$

je nach Ausnutzung der Stütze
und Grösse der Bodenpressung

Ertl. variable Fundamentdicke :

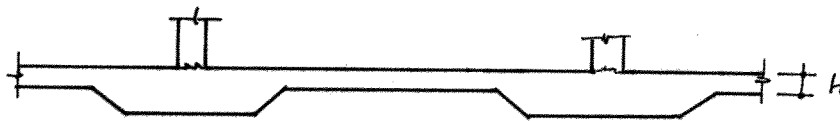


- Plattenfundament



$$\frac{h}{l} \geq \frac{1}{30} \geq 200 \div 300 \text{ mm}$$

Bei derart schlanken Platten ist meist eine Verstärkung im
Stützenbereich (Durchstanzen) erforderlich.

c) Fundamenttiefe

Gesichtspunkte sind:

- Bodenbeschaffenheit: "Tragfähige Schichten"
- Zumutbare Bodenpressungen: Werden i.a. mit zunehmender Tiefe grösser.
- Setzungen: Im Extremfall Gewichts-Ausgleich
d.h. Gewicht der ausgehobenen Baugrunder
≈ Gewicht des Bauwerkes plus evtl. Auftrieb
→ nur Wiederbelastungsetzungen

- Frosttiefe: Faustregel:
UK Fundament soll mind. in folgender
Tiefe liegen:

$$t \geq \frac{\text{Höhe ü. M}}{400 \div 600} \quad [\text{m}]$$

500 m ü. M
2000 m ü. M

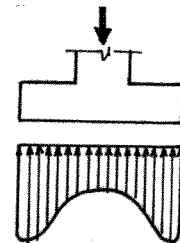
4.5.2. Einzelfundamente

a) Bodenpressung und Biegemomente

- Grundsätzlich (gilt für alle Fundamenttypen):
komplexes Problem, abhängig von relativer Steifigkeit
von Fundament und Boden, nur lösbar mit Deforma-
tionsüberlegungen (siehe Grundbau-Vorlesung).

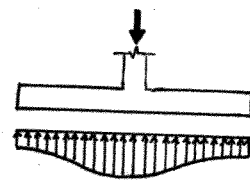
- Verhältnis $\frac{\text{Steifigkeit Fundament}}{\text{Steifigkeit Boden}} = \frac{s_F}{s_B} = \text{gross}$

→ starrs Fundament
"Spannungsspitzen" gegen die
Kanten des Fundamentes



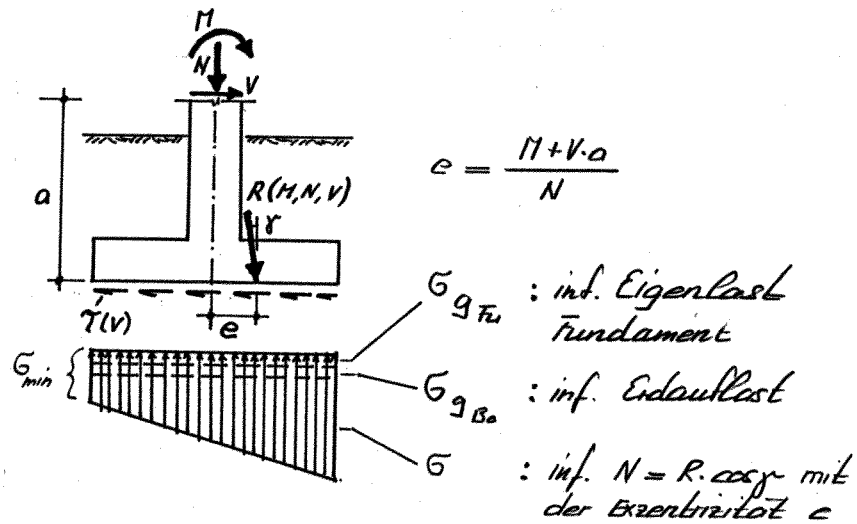
- Verhältnis $\frac{\text{Steifigkeit Fundament}}{\text{Steifigkeit Boden}} = \frac{s_F}{s_B} = \text{klein}$

→ schlaktes Fundament
"Spannungsspitzen" unter
Angriffspunkten von
Lasten



- Für gedrungene (starre) Fundamente zulässig:
Annahme einer linearen Verteilung der Bodenpressung

→ sog. Spannungstrapez (nur gültig für $\sigma_{\min} > 0$)



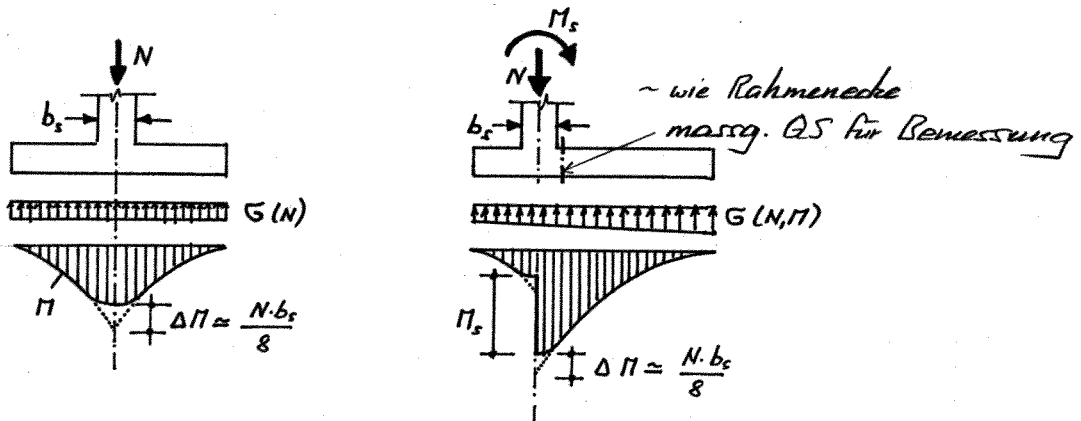
Achtung: Falls $\frac{s_F}{s_B}$ klein:

→ zu grosse rechnerische Biegebeanspruchung!

Wichtig: $G_{g_{Fu}}$ und $G_{g_{Bo}}$ verursachen bei gleichmässigen Bau-
grundverhältnissen keine Biegebeanspruchung des
Fundamentes. Sie sind aber bei der Ermittlung der
erforderlichen Fundamentfläche (zumutbare
Bodenpressungen, Setzungen, usw.) zu berücksichtigen.

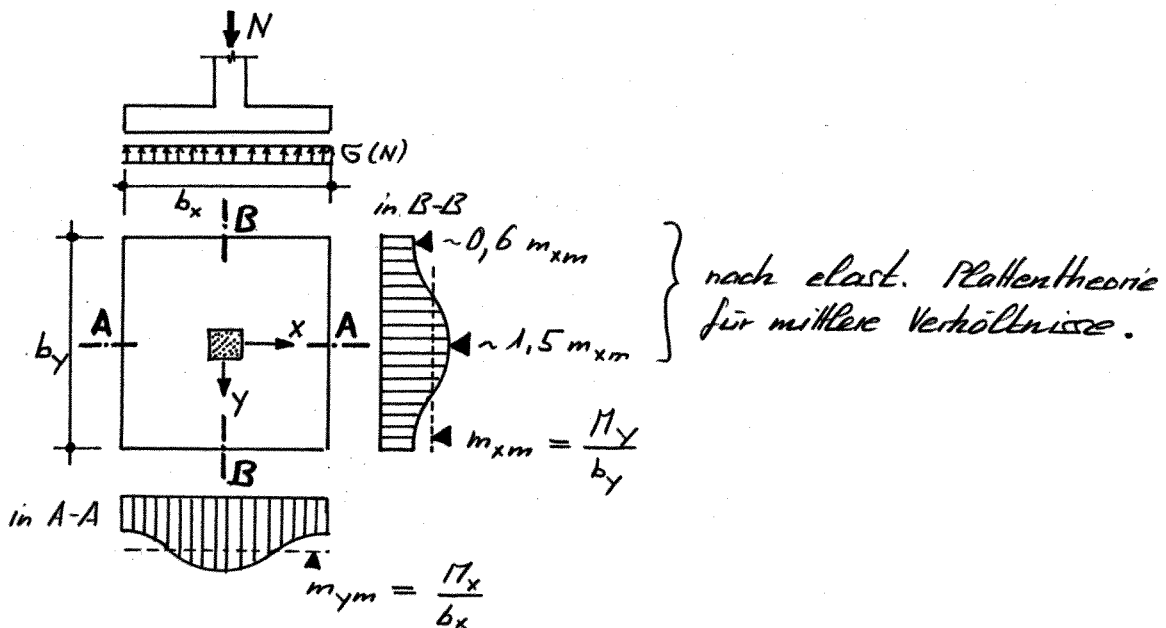
Balkenmodelle

Verlauf des Biegemomentes:



Plattenmodelle

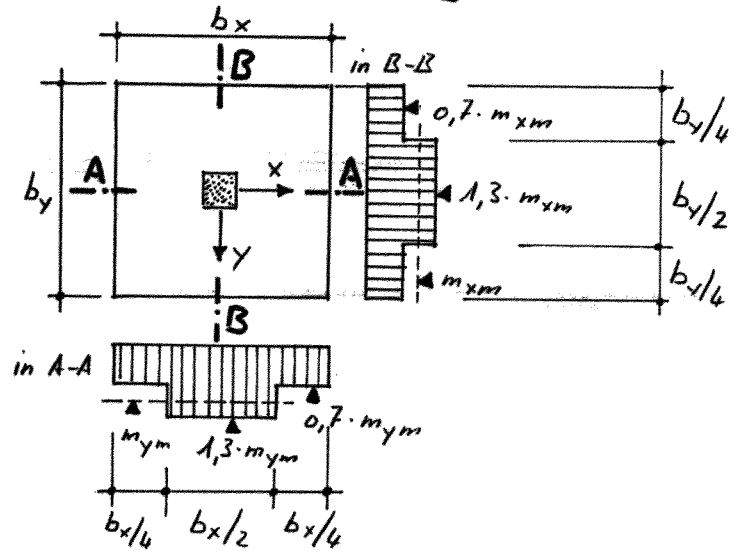
Verteilung der Biegemomente quer zur betrachteten Bean-
spruchungsrichtung als Folge der plattenartigen Ausdehnung
des Fundamentes:



Achtung: Sowohl der Berechnung von M_x als auch von M_y ist
jeweils die volle Bodenpressung ($1,0 \cdot G(N, M)$) zugrunde
zu legen (keine Lastaufteilung in 2 Richtungen)!

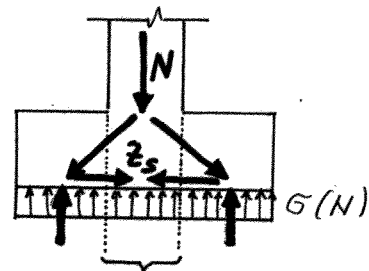
Da über die eff. Verteilung der Bodenpressung Ungewissheit besteht, lohnen sich aufwendige Plattenberechnungen i.a. nicht.

Für praktische Fälle ist etwa nebenstehende Verteilung sinnvoll:



Fachwerkmodelle

Bei gedungenen Fundamenten kann die Bewehrung direkt anhand eines FW-Modells gefunden werden:



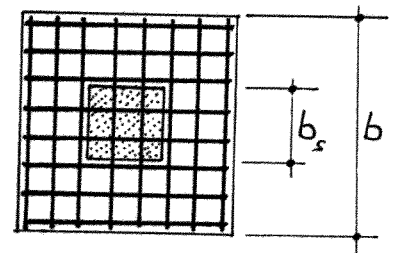
"Anteil direkt unter Stütze muss sich nicht ausbreiten".

b) Gestaltung der Bewehrung

Bewehrungsverteilung im Grundriss

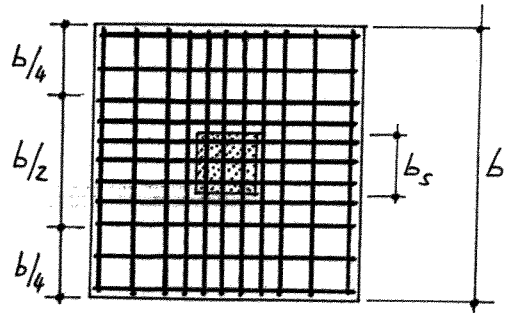
- Für $\frac{b_s}{b} \geq \sim \frac{1}{3}$:

→ Bewehrung auf ganze Fundamentbreite gleichmässig verteilen.



- Für $\frac{b_s}{b} < \frac{1}{3}$

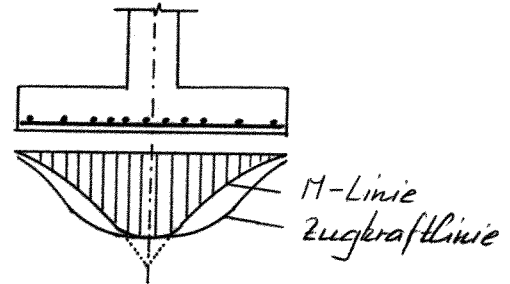
→ Gewisse Konzentration der Bewehrung unter der Stütze entspr. der vorstehend angegebenen m -Verteilung.



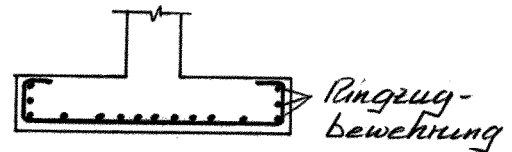
Abstufung und Verankerung der Bewehrung

Da die Zugkraftlinie nicht affin zur Momentenlinie abnimmt, darf die Bewehrung nicht abgestuft werden bis zum Fundamentrand.

Nach neuesten Forschungsergebnissen und entgegen früheren Vorstellungen bleiben aber am Fundamentrand keine grossen Zugkräfte zu verankern, sodass bei mässig beanspruchten Fundamenten (kleinere bis mittlere Bodenpressungen) i.o. keine Endhaken erforderlich sind.

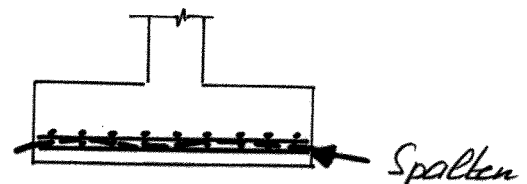


Bei hochbeanspruchten Fundamenten (hohe Bodenpressungen) ist die Bewehrung mittels Endhaken zu verankern. In diesem Fall wirkt sich auch eine Ringzugbewehrung entlang den Rändern günstig aus.

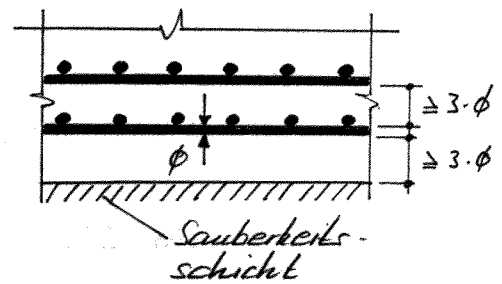


Verhinderung eines Spaltbruchs

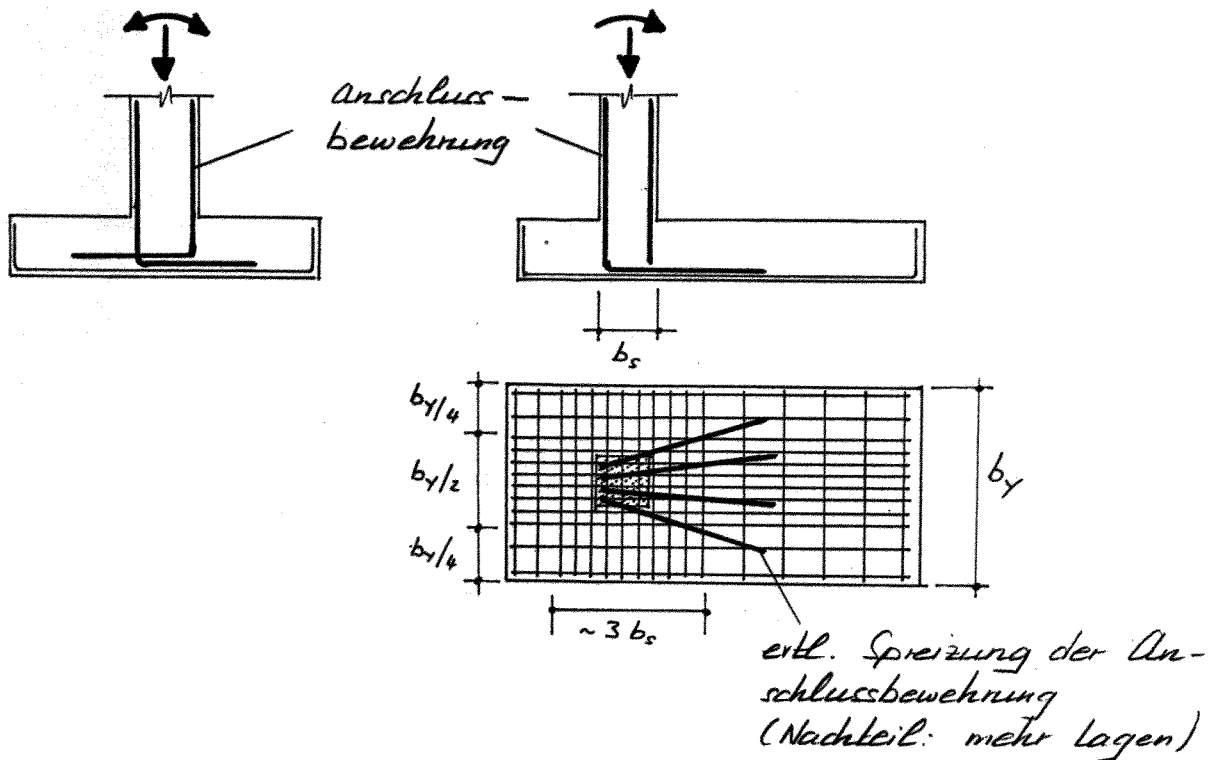
Bei Fundamenten für Grossbauwerke mit vier und mehr Lagen dicker Stäbe können die Quersugkräfte aus Verbundwirkung (vergl. S. 2-40) ein horizontales Spalten des Betons entlang der Bewehrung verursachen.



Die Spaltbruchgefahr kann durch grösseren Abstand der Lagen und ausreichende Betonüberdeckung reduziert werden.



Besonderheiten beim exzent. belasteten Einzelfundament



4.5.3. Streifenfundamente

Unter Linienlasten:

Behandlung in Querrichtung analog dem Einzelfundament. In Längsrichtung genügt bei gleichmässigem Baugrund eine Mindestlängsbewehrung wie bei Balken.

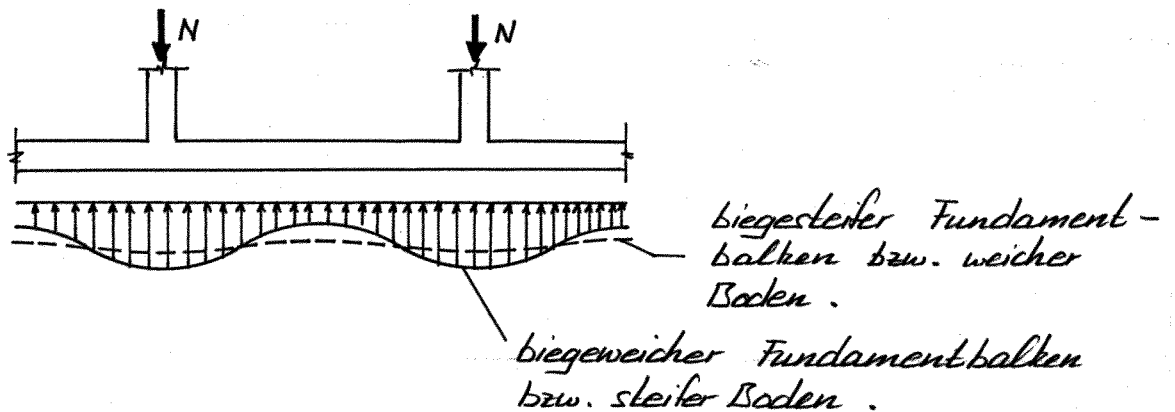
(Vergl. Balken S. 4.2-26)

Unter Einzellasten:

a) Modellbildung - Schnittkräfte

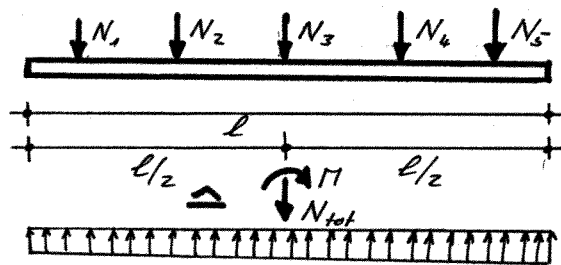
Verteilung der Bodenpressung in Längsrichtung

● Wirklichkeit

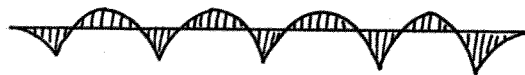


● Rechenannahmen

Modell starrer (∞ steifer) Fundamentbalken:

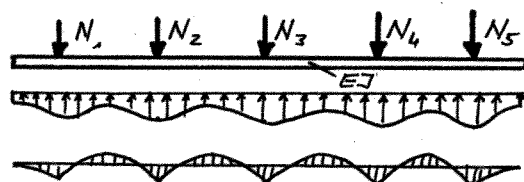


$$\sigma_B = f(N_{tot}, M)$$



M : Falls N_{tot} , M und σ_B gegeben \rightarrow statisch best. System

Modell weicher Fundamentbalken:



$$\sigma_B = f(N_1, \dots, N_5, EI, \text{Boden})$$



M : Falls $N_1 \div N_5$ und σ_B gegeben \rightarrow statisch best. System

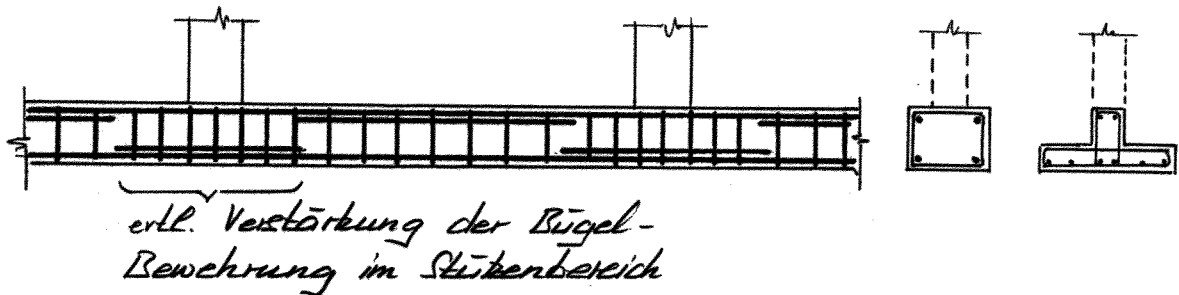
Durch genauere Untersuchung des Verlaufes der Bodenpressung z.B. nach dem Bettungsmodul -

verfahren oder nach dem Steifezahlverfahren (vergl. Grundbauvorlesung), kann bei weichen Fundamentbalken eine gewisse Reduktion der Biegebeanspruchung und damit der Bewehrung erzielt werden.

b) Gestaltung der Bewehrung

Bei Streifenfundamenten unter konzentrierten Einzellasten ist die konstruktive Durchbildung der Bewehrung grundsätzlich analog wie bei Durchlaufträgern,

- d.h.
- Gerade Längsreisen (Gurtstäbe lässt man weitgehend durchlaufen und stuft nur gering ab)
 - Vertikale Bügel
 - Keine Aufbiegungen



§.5.4. Plattenfundamente

Modellbildung, Schnittkraftberechnung, sowie Gestaltung der Bewehrung sind

- im Falle von Linienlasten analog den einseitig gespannten Platten (vergl. S. 4.3-1)
- im Falle von Einzellasten analog den Pilz- oder Flachdecken (vergl. Stahlbeton II)

zu behandeln. Bei Plattenfundamenten unter Einzellasten ist dem Durchstanzproblem besondere Beachtung zu schenken. Für die Verteilung der Bodenpressungen und ihren Einfluss auf die Fundamentbeanspruchung gelten grundsätzlich die beim Streifenfundament gemachten Bemerkungen.

4.6. Torsionsbeanspruchte Stäbe

Begriff

Tragwerke, die im Rahmen der stat. Berechnung als Stäbe behandelt werden können und durch Torsion beansprucht sind (meist in Kombination mit Biegung und Querkraft und evtl. Normalkraft).

Vorkommen

Beispiele sind:

- Gebümmte Brücken
- Exzent. belastete Träger
- Schief gelagerte Brücken
- Randunterzüge im Hochbau

} Gleichgewichtstorsion
} Verträglichkeitstorsion

Regeln für den Entwurf

Für stark auf Torsion beanspruchte Stäbe sind i.a. Hohlkastenquerschnitte besonders geeignet. Für die Wahl der Trägerhöhe gelten etwa die Regeln für Biegebalken, für die Dicke der Stege und Flanschen können die schiefen Betondruckspannungen oder konst. Gesichtspunkte (Platz für Bewehrung, ausführungstechnische Aspekte) massgebend werden.

Modellbildung

Voraussetzungen für die Modellierung torsionsbeanspruchter Konstruktionen als Stäbe sind:

- Verhältnis Breite zu Länge, bzw. Höhe zu Länge $\sim < 1/4$
- Einwandfreie Einleitung der Torsionsbelastung bzw. der entsprechenden Auflagerreaktionen (z.B. Querträger bei Hohlkastenquerschnitten).

Schnittkräfte

Die Schnittkräfte in stat. unbestimmten Systemen werden normalerweise nach den Methoden der Elastizitätstheorie (Baustatik II) bestimmt.

Im Falle von Verträglichkeitstorsion kann es zweckmässig

sein, die zu erwartenden Schnittkräfte ($M, T, V, (N)$) aufgrund des Verhältnisses EI/GK einerseits des gerissenen und andererseits des ungerissenen Tragwerkes einzugrenzen.

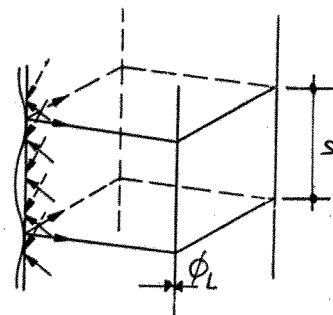
Gestaltung der Bewehrung

Grundsätze

Einwandfreie Umlenkung der schiefen Betondruckkräfte dank der Biegesteifigkeit und Dübelwirkung der Längs-
eisen.

Daher ist günstig:

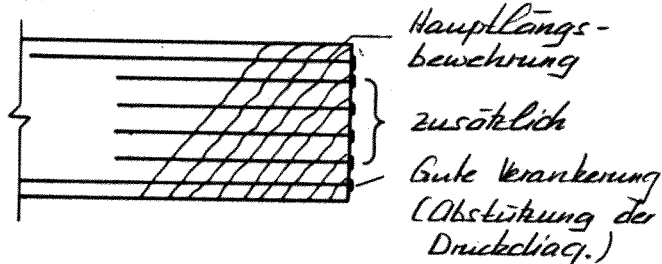
1. Kleine Bügelabstände (z.B. $s \leq (6 \div 8) \cdot \phi_L$)
2. Dicke Längseisen
3. Gewisse Konzentration der Längsbewehrung in den Ecken



Längsbewehrung

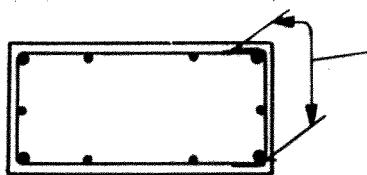
Einwandfreie Verankerung am Stabende ist "lebenswichtig"
(vergl. S. 3.4-13)

Bei Konzentration der Längseisen in den Ecken, ist an den Stabenden zur Verankerung aller Druckdiagonalen zusätzliche Bewehrung anzubringen.



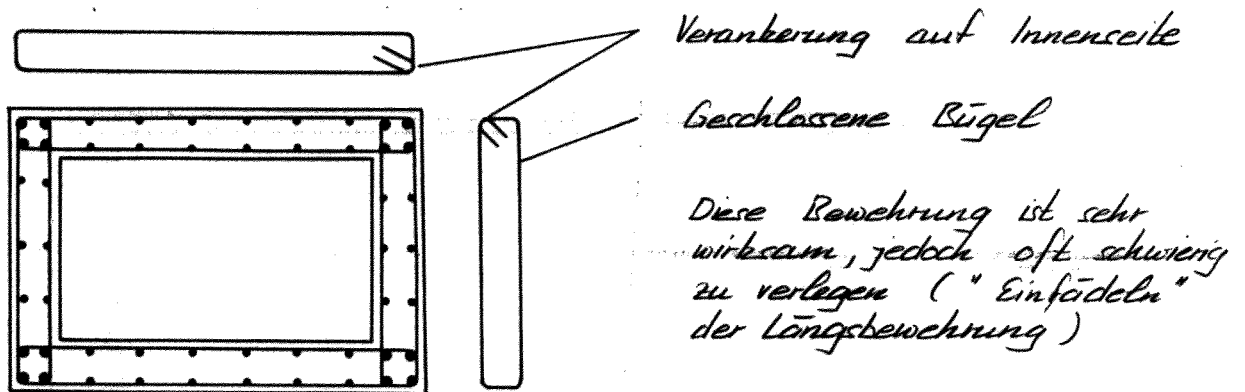
Querbewehrung

- Verankerung bei einschittiger Querbewehrung;
(Vollquerschnitt)



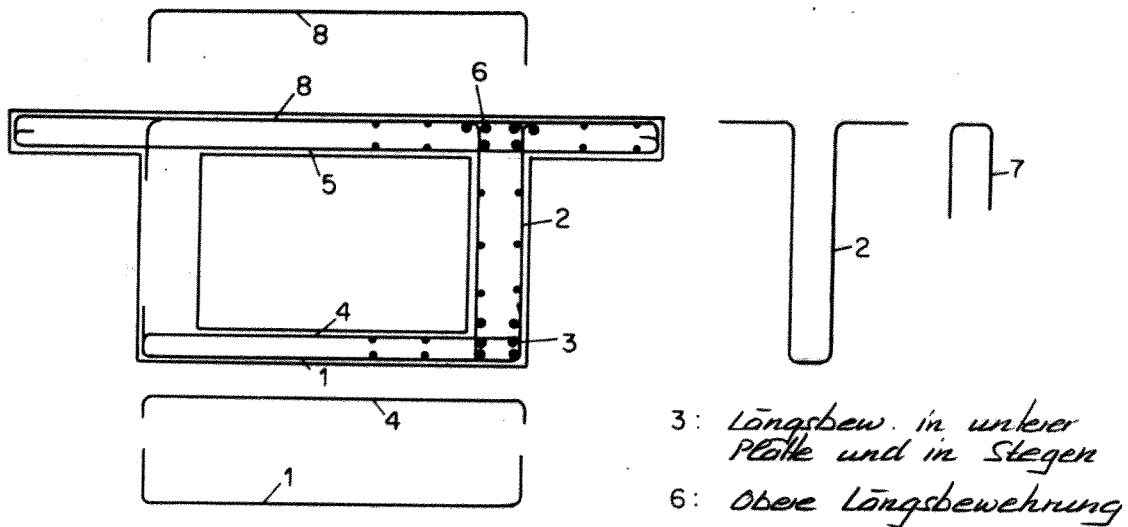
$l_b \approx ?$
z.B. $0,7 l_b$ mit Haken
(Zugbereich)

- Verankerung bei zweischichtiger Querbewehrung :
(Hohlquerschnitt)



Einwandfreie Verankerung der inneren Bügelbewehrung bei gleichzeitig guter und einfacher Verlegbarkeit ist oft schwierig zu realisieren.

Möglichkeit :



Möglicher Arbeitsablauf :

- Schalung der unteren Platte, äußere Stegschalung.
- Bewehrung 1, 2, 3, 4 verlegen.
- Betonieren der unteren Platte.
- Innere Stegschalung, Schalung obere Platte.
- Bewehrung 5, 6, 7, 8 verlegen.
- Betonieren der Stege und der oberen Platte.

Mindestbewehrung

Für die Ermittlung der Mindest-Bewehrung gelten grundsätzlich dieselben Kriterien wie bei Querkraft (\rightarrow Mindest-querbewehrung) resp. wie bei Biegung (\rightarrow Mindestlängsbewehrung).

Bei dünnwandigen Hohl-BS kann somit auf die dort empfohlenen Werte zurückgegriffen werden (S. 4.2-26 bzw. S. 4.2-27).

Bei dickewandigen Hohl-BS und bei Voll-BS ist eine wirklichkeitsnahe Abschätzung der Betonbezugsläche d.h. der eff. mitwirkenden Schalendicke, die der Berechnung einer Mindestbewehrung zugrunde gelegt werden soll, äusserst schwierig. Die auf S. 3.4-14 genannten Werte liegen diesbezüglich auf der unsicheren Seite und sind hier nicht zu verwenden.

Da "reine" Torsion ohne gleichzeitige Wirkung von V und M in der Praxis selten vorkommt, ist das erwähnte Problem hier von geringer Bedeutung.

Empfohlene Mindest-Bewehrungen für Stäbe unter kombinierter Beanspruchung $T, V, M, (N)$:

(Die Angaben sind auch für den selteneren Fall von Stäben unter "reiner" Torsion richtungsweisend!)

Querbewehrung:

$$\bar{s}_{w, \min} = \frac{A_{s,w}}{A_{ct}} = 0,2\%$$

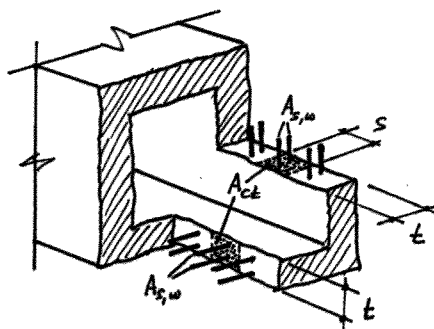
$$s_{\max} = 20 \cdot \phi_B$$

jedoch $\leq 200 \text{ mm}$

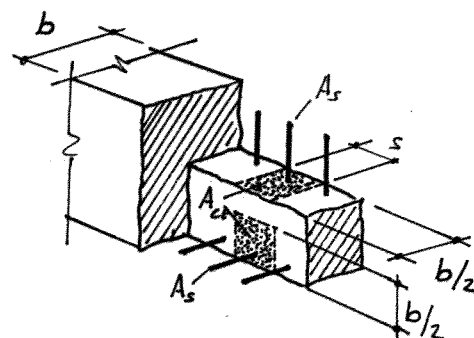
(wie bei Querkraft)

(etwas restriktiver als bei Querkraft)

Hohl-BS:



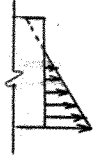
Voll-BS:



b: kleinere BS-Breite

Längsbewehrung :

- Längszug linear abnehmend : (Voll-BS resp. Stege von Hohl-BS unter Biegung)



$$\bar{s}_{\min} = \frac{A_s}{A_{ct}} = 0,3 \div 0,4 \%$$

$$s_{\max} = 20 \cdot \phi$$

jedoch $\leq 300 \text{ mm}$

(Gewisse Konzentration der Eisen gegen den Zugrand)

- Längszug konstant : (Zugflansche bei Biegung, evtl. gesamter Hohl-BS bei reiner Torsion)



$$\bar{s}_{\min} = \frac{A_s}{A_{ct}} = 0,6 \div 0,8 \%$$

$$s_{\max} = 20 \cdot \phi$$

jedoch $\leq 300 \text{ mm}$

(Gewisse Konzentration der Eisen in den Eckbereichen)

Definitionen siehe S. 4.2-26

Literaturverzeichnis Stahlbeton I

- [1] Straub H.: "Die Geschichte der Bauingenieurkunst. Ein Überblick von der Antike bis in die Neuzeit". Birkhäuser-Verlag Basel und Stuttgart, 2. Auflage 1964.
- [2] Emperger F.: "Handbuch für Eisenbetonbau". 16 Bände. Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin. Geschichtliches im 1. Band 4. Auflage 1930 oder ausführlicher in 3. Auflage 1921.
- [3] Schweizer R.: "Aus der Frühgeschichte des Eisenbetons". Schweizerische Technische Zeitschrift Nr. 46/47, November 1961.
- [4] Leonhardt F.: "Spannbeton für die Praxis". Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 3. Auflage 1973.
- [5] SIA-Weisung 260: "Sicherheit und Gebrauchsfähigkeit Tragwerken" 1982.
- [6] Motousek H., Schneider J.: "Gewährleistung der Sicherheit von Bauwerken - Ein alle Bereiche des Bauprozesses erfassendes Konzept". Bericht Nr. 140, Institut für Bau-Statik und Konstruktion ETHZ, 1983.
- [7] SIA - Norm 160: "Normen für die Belastungsannahmen, Inbetriebnahme und Überwachung der Bauten". 1970.
- [8] SIA - Norm 160: "Einwirkungen auf Tragwerke" 1989
- [9] Richtlinie 34 zu SIA-Norm 162 [12]: "Bruchwiderstand und Bemessung von Stahlbeton- und Spannbetontragwerken". 1976
- [10] "Fatigue of Concrete Structures". ACI Publication SP 75. 1982
- [11] —
- [12] SIA - Norm 162: "Berechnung, Konstruktion und Ausführung von Bauwerken aus Beton, Stahlbeton, Spannbeton." 1968.
- [13] SIA - Norm 162: "Betonbauten" 1989

- [14] Richtlinie 17 zu SIA-Norm 162 [12]: "Schubbemessung von Balken und Platten aus Stahlbeton, teilweise vorgepanntem Beton und Spannbeton". 1976.
- [15] DIN 1045 (Deutsche Industrie-Norm): "Beton und Stahlbeton; Bemessung und Ausführung".
- [16] CEB / FIP "model Code"
(CEB: Comité Euro-International du Béton
FIP: Fédération International de la Précontrainte). 1990
- [17] ACI 318: "Building Code Requirements for Reinforced Concrete". (ACI = american concrete institute).
- [18] SIA-Norm 161: "Stahlbauten". 1991.
- [19] SIA-Norm 164: "Holzbauten". 1981.
- [20] SIA-Norm 177: "Mauerwerk". 1980. (V 177/2: "Bemessung von Mauerwerkswänden", 1989)
- [21] Bachmann H.: "Die Arbeit des Ingenieurs zwischen Wirklichkeit und Algorithmus". Schweiz. Bauzeitung, Heft 49, 1970.
- [22] Rüschi H.: "Stahlbeton und Spannbeton, Band I, Werkstoffeigenschaften, Bemessungsverfahren". Werner Verlag, Düsseldorf.
- [23] Leonhardt F.: "Vorlesungen über Massivbau". Erster Teil: Grundlagen zur Bemessung im Stahlbeton. Springer Verlag, Berlin, 2. Auflage 1973.
- [24] Franz G.: "Konstruktionslehre des Stahlbetons". Erster Band "Grundlagen und Bauelemente"; zweiter Band "Tragwerke". Springer Verlag, Berlin, 3. Auflage 1970.
- [25] Pucher A.: "Lehrbuch des Stahlbetonbaus". Grundlagen und Anwendungen im Hoch- und Brückenbau. Springer Verlag, Wien, 3. Auflage 1961.
- [26] Itösch E.: "Die Bemessung im Eisenbetonbau". Verlag Konrad Wittwer, 5. Auflage, Stuttgart 1950.
- [27] Park R. and Paulay T.: "Reinforced Concrete Structures", John Wiley & Sons, New York 1975.

- [28] Beton-Kalender. Erscheint jährlich im Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.
- [29] -
- [30] Walther R.: "Bemessungstabellen für Stahlbetonquerschnitte" Presse polytechniques romandes, Lausanne 1977.
- [31] Hofacker K.: "Stahlbeton-Tabellen". Verlag Leemann, Zürich, 3. Auflage 1971.
- [32] Stahlton AG: "Tabellen zur Spannungsermittlung in teilweise vorgespannten Stahlbetonquerschnitten". Stahlton AG, Zürich 1967.
- [33] Hummel A.: "Das Beton-ABC. Ein Lehrbuch der Technologie des Schwerbetons und des Leichtbetons". Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, 13. Auflage, Berlin 1963.
- [34] SIA-Norm 215: "Mineralische Bindemittel". 1978.
- [35] Spieth H.P.: "Das Verhalten von Beton unter hoher örtlicher Pressung". Beton- und Stahlbetonbau, Heft 11, 1961.
- [36] Ammann, W.: "Stahlbeton und Spannbetontragwerke unter stossartiger Belastung". Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Z. Erscheint 1984.
- [37] Rös T.: "Die materialtechnischen Grundlagen und Probleme des Eisenbetons im Hinblick auf die zukünftige Gestaltung der Stahlbetonbauweise". ETIPA-Bericht Nr. 162, Zürich 1950.
- [38] Henn Ch.: "Langzeit-Vorgänge". Autographie. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Z 1977.
- [39] Richtlinie Nr. 33 zu SIA-Norm 162 [12]: "Leichtbeton". 1974
- [40] Goto Y.: "Experimental Studies on Cracks Formed in Concrete around Deformed Tension Bars", Technology Reports, Tohoku University, Vol. 44, No. 1, 1979.
- [41] Rehm G.: "Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 138, Berlin, 1961.

- [42] SIA - Norm 162/1 : "Betonbauten, Materialprüfung" 1989.
- [43] Bachmann H., Thürlimann B. : "Schubbemessung von Balken und Platten aus Stahlbeton, Stahlbeton mit Spannzulagen und Spannbeton." Schweizerische Bauzeitung, Heft 33/34, 1966.
- [44] Thürlimann B. : "Torsion, Biegung und Schub in Stahlbetonträgern". Autographie, Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Z, 1975.
- [45] Bachmann H. : "Längsschub und Querbiegung in Druckplatten von Betonträgern". Beton- und Stahlbetonbau, Heft 3, 1978.
- [46] Bachmann H. : "Längsschub, Querbiegung und teilweise Querspannung in Zugplatten von Betonträgern". Beton- und Stahlbetonbau, Heft 3, 1983.
- [47] Rostasy, Roeder : "Schubversuche an Balken mit veränderlicher Trägerhöhe". Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 273, Berlin 1977.
- [48] SIA - Norm 165 : "Standardformen für Armierungstäbe".
- [49] Bachmann H. : "Durch Menschen verursachte Bauwerkschwingungen - am Beispiel einer Turnhalle". Schweizer Ingenieur und Architekt, Heft 6, 1983.
- [50] Harris C., Criede Ch. : "Shock and Vibration Handbook". Mc Graw-Hill, 1976.
- [51] Clough R., Penzien J. : "Dynamics of Structures". Mc Graw-Hill, 1975.
- [52] Bachmann H. : "Erdbebensicherung von Bauwerken". Autographie, Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Z 1979.
- [53] Kollbrunner C.F., Basler K. : "Torsion" Springer Verlag Berlin 1966.
- [54] Lampert P. / Thürlimann B. : "Torsionsversuche an Stahlbetonbalken". Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Z, Bericht Nr. 6506-Z, 1968.

- [55] STATIK-Programm. Institut für Informatik, ETH Z.
- [56] FAGUS-2 Programm. Institut für Informatik, ETH Z.
- [57] Ouvrier E.: "Bemessung von gedrückten Stahlbetonsäulen" (Rechteckquerschnitte). 5. Auflage. Werner Verlag Düsseldorf, 1972.
- [58] Delhaye U.: "Stahlbetonquerschnitte unter schiefer Biegung mit Normalkraft". Schweizerische Bauzeitung, Heft 8, 1977.
- [59] Kollbrunner C.F. / Meister H.: "Knicken, Biegedrillknicken, Kippen". Theorie und Berechnung von Knickstäben. Springer-Verlag Berlin, 1961.
- [60] Menn C.: "Brückenbau II". Autographie. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Z, 1981.
- [61] Sahmel P.: "Näherungsweise Berechnung der Knicklängen von Stabwerkrahmen" Stahlbau 1955/1956.
- [62] Habel A.: "Knickformeln für frei stehende Hallenrahmen" Beton- und Stahlbetonbau, Oktober 1960.
- [63] Petersen Ch.: "Knicklängen biegesteifer Stabtragwerke" Die Bautechnik. Nov. 1971.
- [64] Chwalla E.: "Die neuen Hilfstabeln zur Berechnung von Spannungsproblemen der Theorie 2. Ordnung und von Knickproblemen." Der Bauingenieur, 1959.
- [65] STABENA-Programm. Institut für Hochbautechnik, ETH Z

Sachwortverzeichnis

Allgemeine Biegelehre	3.1-37	3.2-22
Auflagermodelle	4.2-4	
Baustoffprüfung	2-45	
Bemessung:		
-Biegung mit Normalkraft	3.2-12	
-Reine Biegung	3.1-28	
-Schub:		
-45° FW-Modell	3.3-17 a	
-Allg. FW-Modell	3.3-20	
-Schubrissmodell	3.3-24	
-Flansch FW-Modell	3.3-34	
-Torsion:		
-45° FW-Modell	3.4-16 a	
-Allg. FW-Modell	3.4-20	
Beton:	2-1	
-Elastizitätsmodul	2-17	
-Ermüdung	2-13	
-Festigkeit	2-10	
-Leichtbeton	2-25	
-Obere Schubspannungsgrenze	3.3-13	
-Reduzierte Druckfestigkeit	3.3-14 a	
-Stoffgesetz	3.1-11	
-Temperaturausdehnung	2-24	
-Untere Schubspannungsgrenze	3.3-12	
-Verformung	2-16	
Betonüberdeckung	4.1-7	
Bewehrung:	4.1-5	
-Abstände	4.1-8	
-Biegeradien	4.1-9	
-Längsbewehrung	4.2-15	
-Schubbewehrung	4.2-22	
-Stabdurchmesser	4.1-6	
-Stablängen	4.1-6	
-Stöße allgemein	4.1-13	
-Stöße bei Stützen	4.4-32	
Bewehrungsgehalt:		
-Charakteristischer Bewehrungsgehalt	3.1-24 a	
-Geometrischer Bewehrungsgehalt	3.1-14	
-Mechanischer Bewehrungsgehalt	3.1-14	
Biegebrucharten	3.1-9	3.1-23
Biegerisselement	3.1-5	
Biegung mit Normalkraft:		
-Bemessung	3.2-12	
-Dehnungsebenen	3.2-5	
-Interaktion M_r / N_r	3.2-4	4.4-27
Bodenpressung	4.5-1	
Bredt'sche Formel	3.4-6	3.4-9
Bruchmoment	3.2-22	
Eigenfrequenz	4.2-32	
Einwirkungen	1-6	
Flächenparameter K_1	3.1-12	
Frosttiefe	4.5-6	

Fundamente:	4.5	
-Einzelfundament	4.5-5	
-Plattenfundament	4.5-5	4.5-12
-Streifenfundament	4.5-10	
Gebrauchstauglichkeit	1-11 a	
Gebrauchszustand:		
-Reine Biegung:		
-Dehnungen	3.1-34	3.1-38
-Langzeiteinflüsse	3.1-48	3.1-53
-Spannungen	3.1-34	3.1-38
-Steifigkeiten	3.1-43	
-Biegung mit Normalkraft:		
-Dehnungen / Spannungen	3.2-20	
-Steifigkeiten	3.2-21	
-Schub:		
-Spannungen	3.3-30	
Gleichmassdehnung:		
-Betonstahl	2-33	
-Spannstahl	2-38	
Grenzwertlinie:		
-Elastische Grenzwertlinie	4.2-8	
-Plastische Grenzwertlinie	4.2-13	
Grundelemente	4.1-1	
Hebelarm der inneren Kräfte z	3.1-14	3.1-29b
Ideelle Fläche A_i	3.1-38	
Interaktionsdiagramm $E I_r$ / Nr	4.4-27	
Interaktionsdiagramm M_r / Nr	3.2-4	4.4-27
Knicken	4.4-3	
Knicklänge	4.4-10	
Krit. Knicklast	4.4-7	
Kriechen	2-22	
Längsbewehrung	4.2-15	
Längsschub	3.3-31	
Leichtbeton	2-25	
Materialprüfung	2-45	
Membrananalogie	3.4-2	
Mindestbewehrung:		
-Allgemein	4.1-21	
-Biegung	4.1-22	4.2-26
-Platten	4.3-5	
-Schub	3.3-13	4.2-27
-Stützen	4.4-3	4.4-31 a
-Torsion	4.6-4	
-Zug	4.1-22	4.2-27
Mitwirkende Plattenbreite	4.2-5	
Modellierung	1-21	
Momentenabzug über Auflager	4.2-4	
Momenten- Schub- Verhältnis	3.3-5	
Momente 2. Ordnung	4.4-11 b	4.4-15
Netze	4.1-8	
Nominelle Schubspannung	3.3-2	
Nominelle Verbundspannung	2-41	
Plastisches Moment	3.1-10	3.1-13
	3.1-17	3.1-19
	3.1-22	

Platten:		
-Bewehrung	4.3-4	
-Entwurf	4.3-2	
-Schnittkräfte	4.3-3	
Querdehnung Beton	2-17	
Reduzierte Betondruckfestigkeit	3.3-14 a	
Regeln für den Entwurf:		
-Balken	4.2-1	
-Fundamente	4.5-1	
-Platten	4.3-1	
-Stützen	4.4-1	
Relaxation Spannstahl	2-37	
Rissesicherung	4.1-17	
Rissweiten:		
-Biegung	3.1-5	
-Schub	3.3-30	
Rotationsfähigkeit	3.1-25	3.2-10
Schiefe Biegung	4.2-13	
Schnittkraftermittlung:		
-Elastisch	4.2-7	
-Plastisch	4.2-10	
Schnittkraftumlagerung	4.2-11	
Schub:		
-Neigung der Druckkräfte	3.3-22	
-Nominelle Schubspannung	3.3-2	3.3-6
-Schubbewehrung Balken	3.3-6	4.2-22
-Schubbewehrung Platte	4.3-7	
-Schubbrucharten	3.3-4	3.3-10
-Schubfluss	3.4-6	
-Schubmodul	2-18	
-Schubspannung	3.3-1	
-Schubspannweite	3.3-5	
-Schubrissweiten	3.3-30	
Schwerpunktparameter K2	3.1-12	
Schwinden	2-19	
Schwingung	4.2-31 a	
Spannstahl:	2-34	
-E-Modul	2-37	
-Ermüdung	2-36	
-Festigkeit	2-36	
-Gleichmassdehnung	2-38	
-Relaxation	2-37	
Stahl:	2-28	
-E-Modul	2-32	3.1-13
-Ermüdung	2-32	
-Festigkeit	2-31	3.1-13
-Gleichmassdehnung	2-33	
-Stoffgesetz	2-29	3.1-13
Statische Berechnung	4.1-4	
Stützen:	4.4-1	
-Bewehrungsgehalte	4.4-3	4.4-31
-Bewehrung	4.4-29	
Torsion:		
-Hohlquerschnitt	3.4-6	
-Torsionsbewehrung	4.6-2	
-Torsionssteifigkeit	3.4-2	3.4-10
-Vollquerschnitt	3.4-4	
-Wirksame Wandstärke	3.4-14	

Tragsicherheit	1-9	
Umlenkkräfte	4.1-16	
Verbund Beton-Stahl	2-39	
Verbundkoeffizient	3.1-6	
Verformungen:		
-Auslenkungen 2. Ordnung	4.4-11 b	4.4-13
-Biegesteifigkeiten	4.1-3	4.2-28
	4.4-26	
-Durchbiegungen	4.2-28	
Vergrößerungsfaktor	4.4-11 b	4.4-25
Vergrößerungsfunktion	4.4-13	4.4-25
Versatzmass:		
-Schub	3.3-9	3.3-28
	4.3-5 a	
-Längsschub (Flanschfachwerk)	3.3-35	