

Information-theoretic aspects of optical communications

Doctoral Thesis

Author(s):

Wang, Ligong

Publication date:

2011

Permanent link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-006543410>

Rights / license:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#)

Originally published in:

ETH Series in Information Theory and its Applications 006

Diss. ETH No. 19708

Information-Theoretic Aspects of Optical Communications

A dissertation submitted to the
ETH Zurich
for the degree of
Doctor of Sciences ETH Zurich

presented by

Ligong Wang

M.Sc. ETH
born on 17 April 1982
citizen of P. R. China

accepted on the recommendation of
Prof. Dr. Amos Lapidot, examiner
Prof. Dr. Renato Renner, co-examiner
Prof. Dr. Yossef Steinberg, co-examiner

Hartung-Gorre Verlag, Konstanz, 2011

Abstract

This dissertation studies several information-theoretic aspects of optical communications.

The first aspect it studies is the one-shot classical capacity of a quantum communication channel. It proves new upper and lower bounds on the amount of classical information that can be transmitted through a single use of a quantum channel, under a constraint on the average error probability. The bounds are expressed using a quantity defined via quantum hypothesis testing. Combined with the Quantum Stein's Lemma, these bounds provide a conceptually simple proof for the Holevo-Schumacher-Westmoreland Theorem for the classical capacity of a memoryless quantum channel. Further, they also give a general capacity formula that is valid for any, not necessarily memoryless, quantum channel.

The second topic studied in this dissertation is the capacity of a continuous-time peak-limited Poisson channel with spurious counts in the output. It is shown that, if the positions of the spurious counts are known noncausally to the encoder but not to the decoder, then the capacity of this channel equals the capacity of the same channel but with no spurious counts, regardless of whether the spurious counts are random or are chosen by a malicious adversary. On the other hand, if the positions of the spurious counts are known only causally to the encoder but not to the decoder, then such information does not help to increase the capacity of this channel.

Next, a rate-distortion problem for point processes is considered. In this problem, an encoder sees a point pattern on the interval $[0, T]$ and

describes it to a reconstructor using bits. Based on this description, the reconstructor produces a subset of $[0, T]$ of Lebesgue measure not exceeding DT for some $D > 0$ to cover all the points in the pattern. It is shown that, if the point pattern is the outcome of a homogeneous Poisson process of intensity λ , then, as T tends to infinity, the minimum number of bits per second needed for the encoder to describe the pattern is $-\lambda \log D$. Further, any point pattern containing no more than λ points per second can be successfully described in this sense using $-\lambda \log D$ bits per second. A Wyner-Ziv version of this problem is also studied where some points in the pattern are known to the reconstructor.

The last problem considered in this dissertation is the asymptotic capacity at low input powers of a discrete-time Poisson channel under average-power or average- and peak-power constraints. For a Poisson channel whose dark current is zero or decays to zero linearly with the allowed average input power E , capacity is shown to scale like $E \log \frac{1}{E}$ as E tends to zero. For a Poisson channel whose dark current is a nonzero constant, capacity is shown to scale, to within a constant, like $E \log \log \frac{1}{E}$.

Keywords: Arbitrarily varying channel, arbitrarily varying source, channel capacity, finite blocklength, hypothesis testing, low signal-to-noise ratio, optical communication, Poisson channel, Poisson process, quantum channel, rate-distortion theory, side-information.

Kurzfassung

Diese Dissertation befasst sich mit verschiedenen informationstheoretischen Aspekten der optischen Kommunikation.

Der erste Aspekt, der betrachtet wird, ist die klassische Kapazität von Quantenkommunikationskanälen bei einmaliger Benutzung des Kanals. Neue obere und untere Schranken für die Menge an klassischer Information, die bei einer einmaligen Nutzung eines Quantenkanals bei beschränkter durchschnittlicher Fehlerwahrscheinlichkeit übertragen werden kann, werden hergeleitet. Diese Schranken werden mit Hilfe von Größen ausgedrückt, die durch Hypothesenprüfungen definiert sind. In Kombination mit der Quanten-Version von Steins Lemma liefern die Schranken einen konzeptionell einfachen Beweis für den Satz von Holevo-Schumacher-Westmoreland über die klassische Kapazität von gedächtnislosen Quantenkanälen. Ausserdem bieten die Schranken eine allgemeine Formel für die Kapazität, die für alle Quantenkanäle, nicht nur für die gedächtnislosen, gilt.

Das zweite Thema, das in dieser Dissertation behandelt wird, ist die Kapazität von zeitkontinuierlichen, spitzenwertbegrenzten Poisson-Kanälen mit parasitären Zählereignissen am Ausgang. Es wird gezeigt, dass, falls die Zeitpunkte der parasitären Zählereignisse dem Codierer nicht-kausal bekannt sind, dem Decodierer jedoch unbekannt sind, die Kapazität des Kanals gleich der Kapazität des Kanals ohne parasitäre Zählereignisse ist. Dies gilt unabhängig davon, ob die parasitären Zählereignisse zufällig entstehen, oder von einem Widersacher böswillig gewählt werden. Falls die parasitären Zählereignisse dem Codierer nur kausal zur Verfügung stehen, dem Decodierer jedoch unbekannt sind, so erhöht sich durch diese Information die Kapazität des Kanals nicht.

Als nächstes wird ein Rate-Distortion-Problem für Punktprozesse betrachtet. In diesem Problem sieht ein Codierer ein Punktmuster auf dem Intervall $[0, T]$ und beschreibt es einem Empfänger mithilfe von Bits. Ausgehend von dieser Beschreibung produziert der Empfänger eine Teilmenge von $[0, T]$ mit Lebesgue-Maß nicht größer als DT , das alle Punkte im Punktmuster überdeckt, wobei $D > 0$. Es wird gezeigt, dass, falls das Punktmuster das Resultat eines homogenen Poisson-Prozesses mit Intensität λ ist, im Limes mit $T \rightarrow \infty$ die minimale Anzahl Bits pro Sekunde, die der Codierer braucht, um das Punktmuster zu beschreiben, gleich $-\lambda \log D$ ist. Darüber hinaus kann jedes Punktmuster mit nicht mehr als λ Punkten pro Sekunde erfolgreich mit $-\lambda \log D$ Bits pro Sekunde in diesem Sinne beschrieben werden. Es wird zudem eine Wyner-Ziv-Variante dieses Problems behandelt, in der einige Punkte des Punktmusters dem Empfänger bekannt sind.

Das letzte Problem, das in dieser Dissertation betrachtet wird, ist die asymptotische Kapazität des diskreten Poisson-Kanals bei niedrigen Eingangsleistungen und Durchschnittsleistungsbeschränkung oder Durchschnitts- und Spitzenleistungsbeschränkung. Für einen Poisson-Kanal ohne Dunkelstrom, oder mit Dunkelstrom, der linear mit der zulässigen Durchschnittsleistung abklingt, verhält sich die Kapazität wie $E \log \frac{1}{E}$, wenn die Durchschnittsleistung E nach Null strebt. Für Poisson-Kanäle mit konstantem Dunkelstrom wird gezeigt, dass die Kapazität sich bis auf einen Skalierungsfaktor wie $E \log \log \frac{1}{E}$ verhält.

Stichworte: Beliebiger variierender Kanal, beliebig variierende Quelle, Kanalkapazität, endliche Blocklänge, Hypothesenprüfung, niedriger Signal-Rausch-Abstand, optische Kommunikation, Poisson-Kanal, Poisson-Prozess, Quantenkanal, Rate-Distortion-Theorie, Zusatzinformation.