



Doctoral Thesis

## The role of gravitational instability in early protostellar evolution and massive planet formation: a numerical perspective

**Author(s):**

Hayfield, Tristen John

**Publication Date:**

2011

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-6618026> →

**Rights / License:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

DISS. ETH NO. 19540

**The Role of Gravitational Instability in Early  
Protostellar Evolution and Massive Planet  
Formation: A Numerical Perspective**

A dissertation submitted to

**ETH ZÜRICH**

for the degree of

**Doctor of Sciences**

presented by

**Tristen John Hayfield**

**B.Sc. Hons., Physics, McMaster University**

**Born July 1, 1982**

**Citizen of Canada**

Accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Simon Lilly, examiner

Prof. Dr. Lucio Mayer, co-examiner

Prof. Dr. Ralf Klessen, co-examiner

2011

# Summary

This thesis explores the role of gravitational instabilities in the early stages of star formation, touching on a pair of fundamental questions. The first: What is it that favours the production of multiple systems? In chapter 2 of this thesis we make steps toward answering this question. We find that in the cloud environment, nascent binaries are more stable in the face of rapid accretion than isolated systems. A second question addressed is, is there a plausible way of producing giant planets quickly? In chapter 3 we make substantial progress on this question by showing that under realistic conditions, a young, massive protostellar disc can fragment in the outer regions. Although the second question is quite different from the first, the two questions are linked by the prestellar environment in which we examine them, and by the role played by accretion and by gravitational instabilities in their resolution. The third question examined in this thesis looks at numerical methods and aims to serve the scientific community by improving the fidelity of our results, and opening new avenues by technical means: How can we improve the quality of our sim-

ulations? In chapter 4 we solve some fundamental problems with smoothed particle hydrodynamics, a simulation method widely used in the community. In detail:

**Chapter 2:** We present high-resolution 3D smoothed particle hydrodynamics simulations of the formation and evolution of protostellar discs in a turbulent molecular cloud. Using a piecewise polytropic equation of state, we follow the evolution of an isolated and a binary protostellar system in the same environment. In both cases the discs are sufficiently massive to develop gravitational instabilities. The isolated system accretes gas with steadily increasing specific angular momentum until an  $m = 2$  mode develops into material arms that fragment, forming clumps with initial masses of  $5.5 M_{\text{jup}}$  and  $7.4 M_{\text{jup}}$ , and growing to masses of  $39 M_{\text{jup}}$  and  $14 M_{\text{jup}}$ , respectively. The clumps have accretion rates of  $10^{-5} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ . While the discs in the binary system are strongly self-gravitating, we find that they are stable against fragmentation due to disc truncation and mass profile steeping by tides, accretion of high specific angular momentum gas by the secondary, and angular momentum being redirected into the binary's orbit.

**Chapter 3:** We explore the initial conditions for fragments in the extended regions ( $r \gtrsim 50 \text{ AU}$ ) of gravitationally unstable disks. We combine analytic estimates for the fragmentation of spiral arms with 3D SPH simulations to show that initial fragment masses are in the gas giant regime. These initial fragments will have substantial angular momentum, and should form disks with radii of a few AU. We show that clumps will survive for multiple orbits before they undergo a second, rapid collapse due to H<sub>2</sub> dissociation and that it is possible

to destroy bound clumps by transporting them into the inner disk. The consequences of disrupted clumps for planet formation, dust processing, and disk evolution are discussed. We argue that it is possible to produce Earth-mass cores in the outer disk during the earliest phases of disk evolution.

**Chapter 4:** Standard formulations of smoothed particle hydrodynamics (SPH) are unable to resolve mixing at fluid boundaries. We use an error and stability analysis of the generalised SPH equations of motion to prove that this is due to two distinct problems. The first is a leading order error in the momentum equation. This should decrease with increasing neighbour number, but does not because numerical instabilities cause the kernel to be irregularly sampled. We identify two important instabilities: the clumping instability and the banding instability, and we show that both are cured by a suitable choice of kernel. The second problem is the local mixing instability (LMI). This occurs as particles attempt to mix on the kernel scale, but are unable to due to entropy conservation. The result is a pressure discontinuity at boundaries that pushes fluids of different entropy apart. We cure the LMI by using a weighted density estimate that ensures that pressures are single valued throughout the flow. This also gives a better volume estimate for the particles, reducing errors in the continuity and momentum equations. We demonstrate mixing in our new Optimised Smoothed Particle Hydrodynamics (OSPH) scheme using a Kelvin Helmholtz instability (KHI) test with density contrast 1:2, and the ‘blob test’ – a 1:10 density ratio gas sphere in a wind tunnel – finding excellent agreement between OSPH and Eulerian codes.

# Zusammenfassung

Diese These untersucht welche Rolle Schwerkräfteninstabilitäten in der frühen Phase der Entstehung der Sterne spielen, und wir widmen uns zunächst ein paar grundlegenden Fragen. Als Erstes: Warum wird die Entstehung multipler Systeme bevorzugt? In Kapitel 2 beschäftigen wir uns mit dieser Frage. Wir finden, dass innerhalb der Wolke, im Falle einer schnellen Gasanhäufung, Doppelsterne stabiler sind als Einzelsterne. Eine zweite Frage, die wir untersuchen, ist, ob es möglich ist, dass grosse Planeten schnell entstehen können? Im dritten Kapitel erzielen wir konkrete Fortschritte in dieser Frage. Wir beweisen, dass unter realistischen Bedingungen, eine junge, massive protostellarische Scheibe in ihren äusseren Regionen fragmentieren kann. Obwohl die zweite Frage sich deutlich von der ersten unterscheidet, sind beide miteinander verknüpft, sowohl durch die protostellarische Umgebung, als auch durch die Anhäufung von Gas und Schwerkräfteninstabilitäten. Die dritte Frage welche in dieser Arbeit untersucht wird, zielt auf numerische Methoden durch verbesserten Simulationen. Diese Verbesserungen sollen ebenfalls der Wissenschafts-

gemeinde als Hilfe dienen. Wie können wir die Qualität unserer Simulationen erhöhen? In Kapitel 4 lösen wir einige grundlegende Probleme von «Smoothed Particle Hydrodynamics», eine weitverbreitete Methode. Im Detail:

**Kapitel 2:** Wir stellen hochauflösende 3D «smoothed particle hydrodynamics»-Simulationen der Entstehung und Entwicklung protostellarischer Scheiben in einer Molekülwolke dar. Mittels einer teilweise polytropischen Zustandsgleichung folgen wir der Entwicklung eines protostellarischen Sterns und eines protostellarischen Doppelsterns in der gleichen Umgebung. In diesen beiden Fällen sind die Scheiben genügend schwer, um Schwerkraftsinstabilitäten zu erzeugen. Das Einzelsystem häuft Gas an, das einen stetig ansteigenden Drehimpuls hat, bis sich ein  $m = 2$  Modus zu materiellen Armen entwickelt. Die Arme fragmentieren, erzeugen zwei Gasklumpen mit Massen von  $5.5 M_{\text{jup}}$  und  $7.4 M_{\text{jup}}$ , und wachsen bis zu Massen von  $39 M_{\text{jup}}$  beziehungsweise  $14 M_{\text{jup}}$  heran. Die Gasklumpen haben im Durchschnitt Anhäufungsgeschwindigkeiten von  $10^{-5} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$ . Obwohl sich die Scheiben im Doppelsystem durch ihre eigene Schwerkraft stark beeinflussen, finden wir, aufgrund der Verkürzung der Scheibe, Massprofilanstiegung der Gezeiten, der Anhäufung von Gas welches einen hochspezifischen Drehimpuls besitzt, die der sekundäre Stern verursacht hat und zuletzt die Umleitung von Drehimpuls in den Doppelsternorbit, stabil gegen Fragmentierung sind.

**Kapitel 3:** Wir erforschen die Anfangsbedingungen von Gasklumpen in den erweiterten Regionen schwerkraftsinstabiler Scheiben. Wir kombinieren analytische Schätzungen für

die Fragmentierung von Spiralarme mit 3D-Simulationen und zeigen damit, dass die Fragmentanfängsmassen im riesigen Regime sind. Diese initialen Fragmente werden einen erheblichen Drehimpuls haben, und es sollten sich Scheiben von einigen AU bilden. Wir beweisen, dass Gasklumpen mehrere Orbits überleben bis sie einen zweiten, schnellen Zusammensturz wegen Wasserstoffdissoziation erleben, und dass es möglich ist, gebundene Gasklumpen zu zerstören, wenn sie in das Innere der Scheibe transportiert werden. Die Folgen zerstörter Gasklumpen für Planetenentstehung, Staubverarbeitung, und Scheibenentwicklung werden dort diskutiert. Wir behaupten, dass es möglich ist, Kerne in der Größenordnung der Erdmasse, im Äusseren der Scheibe während der frühen Phase der Scheibenentwicklung zu produzieren.

**Kapitel 4:** Mit Standard-Formulierung von «smoothed particle hydrodynamics» (SPH) ist es unmöglich, das Mischen an einer Scherschicht aufzulösen. Wir benutzen eine Fehler- und Stabilitätsanalyse der allgemeinen SPH Gleichungen, um zu beweisen, dass dies nicht zu realisieren ist aufgrund von zwei verschiedenen Problemen: Der Grund dafür ist zunächst, dass ein Fehler ersten Grades in der Impulsgleichung existiert. Dieser Fehler sollte mit ansteigender Nachbarnummer abnehmen, was nicht geschieht, da numerische Instabilitäten den Kern bedingen irregulär gemustert zu werden. Wir identifizieren zwei Instabilitäten: die Verklumpungsinstabilität und die Zeilenbildungsinstabilität, und wir beweisen, dass beide Instabilitäten durch eine passende Wahl des Kerns beseitigt werden können. Das zweite Problem ist die lokale Mischensinstabilität (LMI). Diese erfolgt wenn Teilchen versuchen an der Kernskala zu



mischen, aber dazu nicht fähig sind aufgrund der Konservierung der Entropie. Das Ergebnis ist eine Druckdiskontinuität an der Scherschicht, die die Flüssigkeiten mit verschiedenen Entropien auseinander drückt. Wir beseitigen die LMI mittels einer gewichteten Dichteschätzung, die gewährleistet, dass der Druck einwertig in der ganzen Strömung ist. Diese führt auch zu einer besseren Volumenschätzung für die Teilchen, und die Fehler in der Kontinuitätsgleichung und Momentungleichung nehmen ab. Wir erläutern das Mischen in unserem neuen Optimised Smoothed Particle Hydrodynamics (OSPH) Schema mit einem Kelvin-Helmholtz-Instabilität (KHI) Test, mit Dichtekontrast 1:2, und mit dem «Blob Test», ein 1:10 Dichtekontrast-Gasphäre in einem Windtunnel, und finden eine ausgezeichnete Übereinstimmung zwischen OSPH und Eulerischen Kodern.