

Morphogenesis in constrained spaces

Doctoral Thesis

Author(s):

Stoop, Norbert Bernhard

Publication date:

2011

Permanent link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-006696674>

Rights / license:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#)

Diss. ETH No. 19661

Morphogenesis in Constrained Spaces

A dissertation submitted to
ETH ZÜRICH

for the degree of
DOCTOR OF SCIENCES

presented by
NORBERT BERNHARD STOOP
Dipl. Phys. ETH
born 24.4.1981
citizen of Schänis SG, Switzerland

accepted on the recommendation of
Prof. Dr. H. J. Herrmann, ETH Zürich, examiner
Prof. Dr. P. Hora, ETH Zürich, co-examiner

2011

Zusammenfassung

Dünne mechanische Körper wie Drähte oder Schalen finden sich vielerorts in der Natur, dem alltäglichen Leben und bei technischen Anwendungen. Unter dem Einfluss von Kräften und Momenten deformieren sie sich oftmals zu hochkomplexen Formen. Wohlbekannte Beispiele sind die Faltenbildung in Kleidungsstücken, das Zerknüllen von Papier oder das Verheddern von langen Kabeln. Aber auch unter dem Einfluss von Wachstum treten solche Verformungsvorgänge auf. Sie präsentieren sich in einer Vielfalt unterschiedlicher Pflanzenblätter, gewellten Quallenschirmen oder den typischen, drahtähnlichen Ranken von Kletterpflanzen. Verwandte Faltungsvorgänge lassen sich oft auf ganz unterschiedlichen Grössenskalen beobachten, z.B. bei der Verformung von Polymermembranen, oder bei der Faltung tektonischer Platten. Die oftmals ähnlichen makroskopischen Eigenschaften weisen auf universelle Prinzipien im Prozess der Formfindung hin. Tatsächlich sind einige zugrundeliegende Mechanismen mechanischer Natur, wie z.B. Knick- und Beulvorgänge mit einhergehender Symmetriebrechung, oder Eigenkontakt. Während diese im Einzelnen und als isolierte Effekte heutzutage gut verstanden sind, ist deren Zusammenspiel nur in Ansätzen bekannt. Genau dies ist aber für das gesamtheitliche Verständnis solcher komplexen Vorgänge zwingend erforderlich.

In der vorliegenden Arbeit wird die zentrale Fragestellung beleuchtet, wie sich diese Mechanismen gemeinsam auf die Formfindung, d.h. die *Morphogenese*, dünner Drähte und Schalen auswirken. Dabei stellt sich zum einen die Frage nach der Identifikation der relevanten mechanischen Parameter, die über die Formgebung entscheiden. Durch deren systematische Variation kann dann die grosse Variabilität von solchen Morphologien untersucht und besser verstanden werden. Zum anderen ist es von Interesse, insbesondere im Hinblick auf Anwendungen in Industrie und Biologie, die makroskopischen Eigenschaften der deformierten Strukturen zu kennen. Beide Fragestellungen werden in der vorgelegten Arbeit anhand von drei Beispielen verfolgt. In den ersten zwei werden Zerknüllvorgänge von Drähten untersucht, die in zwei- und dreidimensionale Hohlräume gedrückt

werden. Die gewonnenen Resultate zeigen, dass sich die beobachtete Formenvielfalt auf mechanische Mechanismen wie Plastizität, Kontaktreibung und Torsion zurückführen lässt. Von praktischer Relevanz für biologische, industrielle und medizinische Anwendungen sind die gewonnenen Erkenntnisse über die benötigte Einschiebekraft oder die maximal erreichbaren Packungsdichten. Die vorliegenden Resultate legen dar, wie solche Grössen mit den Materialparametern und der Morphologie zusammenhängen, in welche sich die Drähte falten. Das dritte Beispiel befasst sich mit der Formfindung von Schalen, die einem Wachstum unterworfen sind. Bei diesem Prozess entstehen einzigartige Deformationen, die ganz wesentlich von der lokalen Wachstumsrate und -richtung abhängen. An einem einfachen Beispiel einer im Umfang wachsenden Kreisplatte wird untersucht, wie sich aufgrund von Eigenkontakt aus symmetrischen Deformationen asymmetrische Formen herausbilden können, die energetisch günstigere Eigenschaften haben. Die theoretischen Einsichten stellen einen möglichen Grundbaustein dar, der mitverantwortlich sein könnte für die enorme Formenvielfalt in der Biologie.

Die untersuchten Beispiele beinhalten das Zusammenspiel komplexer mechanischer Mechanismen. Aus diesem Grunde werden im folgenden effiziente Computermodelle vorgestellt, welche die Simulation solcher Prozesse ermöglichen. Für die Untersuchung der Drahtverformungen der ersten beiden Anwendungsbeispiele wird die Diskrete-Elemente-Methode (DEM) verwendet. Sie erlaubt die effiziente Simulation dicht zerknüllter Drahtpackungen und hat sich als ausreichend präzise Modellierungsmethode herausgestellt. Bei der Untersuchung des Schalenwachstums kommt die Finite-Elemente-Methode (FEM) zum Zug. Sie ermöglicht eine adäquate diskrete Umsetzung der Wachstumstheorie insbesondere im Hinblick auf die Modellierung von anisotropischem und inhomogenem Wachstum.

Summary

Slender mechanical structures such as rods, wires, plates and shells are ubiquitous in nature, daily life and industrial applications. In contrast to a bulk body, they deform into highly complicated shapes when subjected to forces, moments or constraints. Examples range from the draping of cloth and crumpled paper to the spontaneous entanglement of long cables. Another, quite different mechanism that effectuates the deformation of shapes is volumetric growth. It manifests itself in numerous occasions, such as the rich variety of plant leaves, wavy jellyfish rims, and tendriled vines that climb along trees or walls. Similar folding patterns, or *morphologies*, can often be found on entirely different length scales, for instance in the crumpling of polymer sheets or the geomorphology of tectonic plates. The similarity in morphology and macroscopic quantities across different length scales hints at the universality hidden in such processes. Indeed, common mechanical principles were found to be underlying these processes. Among them are buckling transitions and resulting symmetry-breaking, nonlinearities in the material law, and geometric constraints, such as self-contact. Scientific research has gained a profound knowledge of each of these individual mechanisms. Their interplay and influence on the morphogenesis of an entire body, however, is as of today still poorly understood.

The present work addresses the question of how these different mechanical mechanisms and their interaction determine the shapes and shape development of thin wires and shells. In particular, two tasks are pursued in this context: First, relevant mechanisms and mechanical parameters are identified from the vast set of irrelevant ones. This does not only help to understand why a certain shape manifests itself. It also allows to explore the variability of morphologies in dependence of few fundamental parameters - a key concept that could help to understand the richness of shapes in nature. Second, a quantification of the morphology in terms of macroscopic quantities, which are typically of interest in real-world applications, is given. Both tasks are addressed using three distinct examples of thin body morphogenesis: In the first two, the folding of wires injected in two- and three-dimensional cavities is investigated. The presented examples

demonstrate that essential parameters for these types of folding processes are contact friction, plasticity, and torsion. Furthermore, it is shown how these parameters and the resulting morphology influence macroscopic quantities such as the required injection force or the maximally achievable packing fraction. The obtained results have practical relevance in a number of biological, industrial and medical applications. The third example deals with morphogenesis of thin, growing shells. In general, the shapes obtained from a growth process depend fundamentally on the local growth rate and the amount of anisotropy. By means of a disc growing in circumferential direction, symmetry-breaking due to anisotropic growth and self-contact is highlighted. In particular, it is shown how asymmetric shapes with lower energy emerge from symmetric ones when the amount of growth reaches a critical value. The theoretical findings could constitute a possible building block that is responsible for the enormous variety of shapes in biology.

The examples investigated deal with the interplay and coupling of highly complex mechanical mechanisms, such as nonlinear material laws, self-contact, or friction. A numerical approach is therefore inevitable. The thesis presents three different numerical models that allow an efficient simulation of such processes. To investigate the first two examples - the folding of wires in cavities - the Discrete Element Method (DEM) is employed. This method proved to be well-suited for the simulation of densely packed wire structures with a large amount of elements, while still yielding accurate results. To investigate the anisotropic shell growth of the third example, the Finite Element Method (FEM) is chosen. The presented FEM model allows an adequate discretization of the continuum growth theory including anisotropic, inhomogeneous growth.