

Diss. ETH No. 19911

# Statistical Properties of Watersheds

A dissertation submitted to  
ETH ZURICH

for the degree of  
DOCTOR OF SCIENCES

presented by  
ERIC MARCEL FEHR  
Dipl. phys., ETH Zurich

born 03.08.1982  
citizen of Kilchberg ZH, Switzerland

accepted on the recommendation of  
Prof. Dr. H. J. Herrmann, examiner  
Prof. Dr. L. Hurni, co-examiner

2011

# Zusammenfassung

Das Konzept Wasserscheide stammt ursprünglich aus der Geomorphologie, wobei die Wasserscheide definiert ist als die Linie, die benachbarte Wassereinzugsgebiete trennt. Sie spielt daher eine fundamentale Rolle in der Wasserbewirtschaftung, sowie in der Prävention von Erdbeben und Überflutungen, aber auch in der Bildverarbeitung. Heutzutage ist die effiziente, automatische Bestimmung der Wasserscheide auf digitalen Bildern oder digitalen Höhenmodellen (DHM), besonders in der Bildverarbeitung von grossem Interesse. Aber, trotz diesem Interesse und der Wichtigkeit von Wasserscheiden, ist nur wenig über ihre Eigenschaften bekannt.

Zunächst stelle ich einen fortschrittlichen Algorithmus für die Bestimmung von Wasserscheiden auf digitalen Landschaften vor, welcher auf der iterativen Anwendung von Invasions-Perkolations basiert. Der Hauptvorteil meiner Methode gegenüber früheren stellt die sublineare Zeitkomplexität dar.

Unter Verwendung dieses Algorithmus ist es mir möglich, überzeugend und mit hoher Genauigkeit, den fraktalen Charakter von Wasserscheiden auf realen und künstlichen Landschaften aufzuzeigen. Demnach ist die Länge der Grenze des Wassereinzugsgebietes, der Perimeter, keine wohldefinierte Grösse, sofern Informationen über die verwendete Auflösung fehlen. Dies relativiert die Bedeutung die der Perimeter bei der Charakterisierung von Eigenschaften des Wassereinzugsgebietes bis anhin besessen hat.

Systematisch kleine, lokale Störungen der Landschaften studierend, finde ich, dass diese einen grossen Einfluss auf die Form der Wasserscheide haben. Dieser Einfluss nimmt auch mit der Distanz der Störstelle zur Wasserscheide nicht ab, somit üben die Störungen einen nicht-lokalen Effekt aus. Es wird gezeigt, dass die Effekte Potenzgesetzen folgen unabhängig von der Störstärke. In Gegenwart von räumlichen, lang-reichweitigen Korrelationen, erreiche ich zudem eine Übereinstimmung in den Skalengesetzen für reale und künstliche Landschaften. Zusätzlich, zeige ich die Verbindung von den studierten Ef-

fekten zu Eigenschaften der Invasions-Perkolation auf.

Schlussendlich, untersuche ich systematisch die Skalenkorrekturen für die Wasserscheide, den optimal path crack und die bridge line, was für alle drei eine hochpräzise Messung der fraktalen Dimension und des Exponenten der führenden Korrektur erlaubt. Die erhaltenen Werte sind numerisch identisch, was die vermutete enge Verbindung zwischen den drei Modellen bestätigt und die Übertragung der gefundenen Eigenschaften der Wasserscheide auf die anderen Modelle ermöglicht.

# Summary

The concept of watersheds arises naturally in the field of geomorphology, where the watershed is defined as the line separating adjacent drainage basins. It plays, hence, a fundamental role in water management, landslide, and flood prevention, but also in image processing. Nowadays, in particular in image processing, the interest in efficient automatic delineation of the watersheds in digital images or Digital Elevation Models (DEM) is high. But, despite this interest and the important role they play, only little is known about the properties of watersheds.

Here I first present an advanced algorithm for the determination of watershed lines on Digital Elevation Models, which is based on the iterative application of invasion percolation. The main advantage of my method over previously proposed ones is that it has sub-linear time-complexity.

Using my algorithm I am able to demonstrate, convincingly and with high accuracy, the fractal character of watersheds in real and artificial landscapes. This means that the length of the boundary of a drainage basin, the perimeter, which is often used to characterize basin properties, is not a well defined quantity, if information about the used resolution is missing.

Systematically studying small, local perturbations of the landscapes, I find that they can have a large impact on the shape of watersheds even at very long distances, hence having a nonlocal effect. These effects are shown to follow power-laws independent on the perturbation strength. In the presence of spatial long-range correlations, I could achieve a matching for the resulting scaling laws of real and artificial landscapes. Additionally, I show the relation of the studied effects to properties of invasion percolation.

Finally, I investigate systematically the corrections to scaling for the watershed, the optimal path crack, and the bridge line, yielding highly precise estimates of the fractal dimension and the leading correction exponent for each of them. The obtained values are shown to be numerically equivalent,

confirming the proposed close relation between the different models and allowing the transmission of the watershed properties to the other models.