

DISS. ETH No. 20713

**Superstring Theory on $\text{AdS}_3 \times \text{S}^3$
and the $\text{PSL}(2|2)$ WZW Model**

A dissertation submitted to

E T H Z Ü R I C H

for the degree of

D O C T O R O F S C I E N C E S

presented by

S E B A S T I A N G E R I G K

Diplom-Physiker, Ruprecht-Karls-Universität Heidelberg

Date of birth

18 December, 1983

citizen of

Germany

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Matthias R. Gaberdiel, examiner

Prof. Dr. Niklas Beisert, co-examiner

2012

Abstract

This thesis is concerned with the formulation of superstring theory within the WZW model on $\mathrm{PSL}(2|2)$. This approach naturally yields a formulation of string theory on $\mathrm{AdS}_3 \times \mathrm{S}^3$ that is manifest space-time supersymmetric. The primary goal of the present work is to investigate how physical string states can be identified within the algebraic framework set by the $\mathrm{PSL}(2|2)$ WZW model.

As an important preparation, known results on the representation theory of $\mathfrak{psl}(2|2)$ are extended to include representations relevant in the context of string theory, namely those that are infinite-dimensional with respect to the $\mathfrak{sl}(2)$ subalgebra describing the space-time Anti-de-Sitter part. Then, motivated by recent insights into the structure of logarithmic conformal field theories, our understanding of these representations is used to give a proposal for the full space of states of the logarithmic conformal field theory underlying the $\mathrm{PSL}(2|2)$ WZW model. We furthermore present an appropriately generalised cohomological characterisation of the subsector of massless physical string states on this full space of states. Both the spectrum of massless states that is independent of the choice of the compactification manifold as well as the massless spectrum specific to compactifications on the four-torus T^4 are confirmed to agree with the supergravity answer.

Motivated by this success, the massive string spectrum in $\mathrm{AdS}_3 \times \mathrm{S}^3$ backgrounds is investigated. In particular, the physical state constraints of the hybrid formulation of string theory are applied to appropriately chosen vertex operators in order to extract information how massive physical string states can be identified in the $\mathrm{PSL}(2|2)$ WZW model. It is shown that the appropriate characterisation of physical string states at the first mass level is a natural generalisation of the description at the massless level. On these grounds, we propose that this naturally extended algebraic characterisation of physical string states holds at every mass level and confirm the proposal at the first two mass levels.

Zusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit der Darstellung von Superstringtheorie in $\text{AdS}_3 \times \text{S}^3$ im Rahmen des $\text{PSL}(2|2)$ -WZW-Modells. Eine derartige Herangehensweise führt auf natürliche Weise zu einer Formulierung dieser Stringtheorie, die manifest supersymmetrisch in der Raumzeit ist. Das primäre Ziel der vorliegenden Arbeit ist die Beantwortung der Frage, wie die physikalischen Zustände des Strings durch die algebraischen Mittel des $\text{PSL}(2|2)$ -WZW-Modells identifiziert werden können.

Als wichtige Vorbereitung werden zunächst bekannte Resultate zur Darstellungstheorie von $\mathfrak{psl}(2|2)$ in einer Weise erweitert, dass auch die für Stringtheorie relevanten Darstellungen behandelt werden können. Diese Darstellungen sind unendlich-dimensional bezüglich der $\mathfrak{sl}(2)$ Lie Unteralgebra, die den Anti-de-Sitter-Anteil der Raumzeit beschreibt. Mit Kenntnis der Eigenschaften dieser Darstellungen und motiviert durch kürzlich errungene Erkenntnisse zur Struktur logarithmischer konformer Feldtheorien ist es möglich, einen Zustandsraum für jene logarithmische konforme Feldtheorie zu konstruieren, die dem $\text{PSL}(2|2)$ -WZW-Modell unterliegt. Des Weiteren wird eine verallgemeinerte kohomologische Charakterisierung der physikalischen masselosen Zustände des Strings auf diesem Zustandsraum eingeführt. In dieser Beschreibung wird sowohl das Spektrum bestimmt, das unabhängig von der genauen Wahl der Kompaktifizierung ist, wie auch das Spektrum im Falle von Kompaktifizierungen auf dem vier-dimensionalen Torus T^4 . Es stellt sich heraus, dass beide mit dem jeweiligen Supergravitationsspektrum übereinstimmen.

Nach der erfolgreichen Beschreibung des masselosen Untersektors widmet sich die Arbeit dann der Untersuchung des massiven Stringspektrums in $\text{AdS}_3 \times \text{S}^3$ Gravitationshintergründen. Im Detail werden die Bedingungen an physikalische Zustände im Rahmen des sogenannten Hybridformalismus auf sinnvoll ausgewählte Vertexoperatoren angewandt. Auf diesem Wege können wichtige Erkenntnisse gewonnen werden, in welcher Weise massive Zustände im Rahmen des $\text{PSL}(2|2)$ -WZW-Modells zu identifizieren sind. Es ergibt sich, dass die Identifizierung der leichtesten massiven Zustände eine natürliche Erweiterung der Beschreibung masseloser Zustände darstellt. Dies begründet die Vermutung, dass in der Tat das gesamte Spektrum durch eine derartige natürliche Erweiterung beschrieben werden kann. Diese Vermutung kann durch Vergleich des resultierenden Spektrums mit dem Spektrum des RNS-Strings auf erster und zweiter Massenstufe bestätigt werden.