



Doctoral Thesis

Factorization Homology as a Fully Extended Topological Field Theory

Author(s):

Scheimbauer, Claudia Isabella

Publication Date:

2014

Permanent Link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-010399715> →

Rights / License:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

Diss. ETH No. 22130

Factorization Homology as a Fully Extended Topological Field Theory

A thesis submitted to attain the degree of

DOCTOR OF SCIENCES of ETH ZURICH

(Dr. sc. ETH Zurich)

presented by

Claudia Isabella Scheimbauer

Dipl.-Ing., TU Wien

born 15.06.1986

citizen of Austria

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Damien Calaque

Prof. Dr. Giovanni Felder

Prof. Dr. Bertrand Toën

2014

Abstract

Given an E_n -algebra A we explicitly construct a fully extended n -dimensional topological field theory which is essentially given by factorization homology. Under the cobordism hypothesis, this is the fully extended n -TFT corresponding to the E_n -algebra A , considered as an object in a suitable Morita- (∞, n) -category Alg_n . We first give a precise definition of a fully extended n -dimensional topological field theory using complete n -fold Segal spaces as a model for (∞, n) -categories. This involves developing an n -fold Segal space Bord_n of n -dimensional bordisms and endowing it with a symmetric monoidal structure. Exploiting the equivalence between E_n -algebras and locally constant factorization algebras proven by Lurie we use locally constant factorization algebras on stratified spaces to construct an (∞, n) -category with E_n -algebras as objects, (pointed) bimodules as 1-morphisms, (pointed) bimodules between bimodules as 2-morphisms, etc. and endow it with a symmetric monoidal structure. Finally, given an E_n -algebra we construct a morphism of n -fold Segal spaces from Bord_n to Alg_n given by a suitable pushforward of the factorization algebra obtained by taking factorization homology. We show that this map respects the symmetric monoidal structure and thus is a fully extended n -TFT.

Zusammenfassung

Gegeben eine E_n -Algebra A konstruieren wir in expliziter Weise eine vollständig erweiterte n -dimensionale topologische Feldtheorie, die im Wesentlichen durch Faktorisierungshomologie gegeben ist. Unter Verwendung der Kobordismus-Hypothese entspricht diese der vollständig erweiterten n -TFT, die durch die E_n -Algebra A , als Objekt einer geeigneten Morita- (∞, n) -Kategorie Alg_n betrachtet, bestimmt ist. Als Modell für (∞, n) -Kategorien benutzen wir vollständige n -fache Segalräume und geben zunächst eine präzise Definition einer vollständig erweiterten n -dimensionalen topologischen Feldtheorie. Diese benötigt die Konstruktion eines n -fachen Segalraumes n -dimensionaler Bordismen Bord_n und einer symmetrisch monoidalen Struktur darauf. Motiviert durch die Äquivalenz zwischen E_n -Algebren und lokal konstanten Faktorisierungsalgebren, die von Lurie bewiesen wurde, verwenden wir lokal konstante Faktorisierungsalgebren auf stratifizierten Räumen um eine (∞, n) -Kategorie, deren Objekte E_n -Algebren, 1-Morphismen (punktierte) Bimoduln, 2-Morphismen (punktierte) Bimoduln zwischen Bimoduln, etc. sind, und eine symmetrisch monoidale Struktur darauf zu definieren. Schließlich konstruieren wir, in Abhängigkeit einer E_n -Algebra, einen Morphismus n -facher Segalräume von Bord_n nach Alg_n , der durch einen gewissen Pushforward der Faktorisierungsalgebra, die mittels Faktorisierungshomologie erhalten wird, gegeben ist. Wir zeigen, dass diese Abbildung die symmetrisch monoidale Struktur respektiert und daher eine vollständig erweiterte n -TFT ist.