



Doctoral Thesis

Infinitely Generated Quantum W Algebras in Minimal Model Holography

Author(s):

Vollenweider, Carl

Publication Date:

2015

Permanent Link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-010528211> →

Rights / License:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

DISS. ETH N° 22606

Infinitely Generated Quantum \mathcal{W} Algebras in Minimal Model Holography

A dissertation submitted to

ETH ZÜRICH

for the degree of

DOCTOR OF SCIENCE

presented by

CARL VOLLENWEIDER

MSc in Mathematics, ETH Zürich

Date of birth

29 January, 1987

citizen of

Zürich ZH

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Matthias Gaberdiel,

Prof. Dr. Niklas Beisert.

2015

Abstract

The \mathcal{W}_N minimal models, describing a family of two-dimensional conformal field theories, are dual to higher spin theories on AdS_3 . Recently, it has been shown that the symmetry algebras of the theories agree even at finite values of the parameter N and the central charge c .

In this thesis we investigate the quantum \mathcal{W}_∞ algebra underlying the analysis of the duality in the quantum regime. We find evidence in favor of the claim that the algebra depends only on a single parameter in addition to the central charge. Since already the classical asymptotic symmetry algebra depends only on two parameters, this suggests that the quantization procedure of the algebra is unique. The quantum \mathcal{W}_∞ algebra can be constructed explicitly. It has the property that it reproduces for a specific value of the additional parameter (and the central charge) the symmetry algebra of the conformal field theories at finite N , while a second value corresponds to the quantized asymptotic symmetry algebra of the higher spin theories. At the level of the \mathcal{W}_∞ algebra the duality corresponds therefore to certain non-trivial self-identifications.

The second objective of this thesis is to study the $\mathcal{N} = 1$ supersymmetric generalization of the minimal model duality, as well as the variant that involves only fields of even spin. We construct the relevant quantum \mathcal{W}_∞ algebras and use the results to establish the dualities at finite values of N and c . As a by-product of the analysis we describe novel relations between symmetry algebras of various coset conformal field theories and Drinfel'd-Sokolov reductions, as well as novel level-rank dualities.

The third main aim of this work is to study the generalization of the original duality that involves $M \times M$ matrix-extensions of the higher spin theories on AdS_3 . It has been recently shown that the higher spin theories extended by 2×2 matrices possess $\mathcal{N} = 4$ supersymmetry and that their dual conformal field theories can be embedded into free symmetric product orbifold theories. Since these theories are in turn related to the tensionless limit of string theory on an $\text{AdS}_3 \times S^3 \times \mathbb{T}^4$ background, it follows that the matrix-extended higher spin theories with $M = 2$ can be viewed as a subsector of the tensionless limit of string theory on $\text{AdS}_3 \times S^3 \times \mathbb{T}^4$. In the scope of this thesis we provide evidence in favor of the duality involving the matrix-extended higher spin theories. We determine their asymptotic symmetry algebra and compare the result to the symmetry algebra of the dual conformal field theory. Moreover, we give a simplified proof for the agreement of the partition functions of the two theories. Finally, we show that neither the Vasiliev theories nor the dual conformal field theories exhibit extended supersymmetry in the case when the matrix factor $M > 2$. This property has played an important role for the identification of the dual string theory. Furthermore, we find that the matrix-extended higher spin theories are closely related to the Vasiliev theories based on the Lie superalgebra $\mathfrak{osp}(N|2)$.

Inhaltsübersicht

Die \mathcal{W}_N minimalen Modelle, die eine zwei-dimensionale konforme Feldtheorie beschreiben, sind dual zu einer Höheren-Spin-Theorie auf AdS_3 . Es konnte kürzlich gezeigt werden, dass die Symmetrie-Algebren der beiden Theorien selbst bei endlichen Werten des Parameters N und der zentralen Ladung übereinstimmen.

In dieser Doktorarbeit untersuchen wir die Quanten- \mathcal{W}_∞ -Algebra, die der Analyse der Dualität im Quanten-Regime zu Grunde liegt. Wir finden Evidenz dafür, dass die Algebra zusätzlich zur zentralen Ladung von nur einem weiteren Parameter abhängt. Da bereits die klassische Symmetrie-Algebra der Höheren-Spin-Theorie nur von zwei Parametern abhängt bedeutet dies, dass die Quantisierung der Algebra eindeutig ist. Die Quanten- \mathcal{W}_∞ -Algebra kann explizit konstruiert werden. Sie besitzt die Eigenschaft, dass sie für einen bestimmten Wert des zusätzlichen Parameters (und der Zentralladung) genau die Symmetrie-Algebra der \mathcal{W}_N -minimalen Modelle bei endlichem N reproduziert, und für einen anderen Wert genau die quantisierten asymptotischen Symmetrien der Höheren-Spin-Theorien. Auf dem Niveau dieser \mathcal{W} -Algebra entspricht die Dualität somit einfach bestimmten nicht-trivialen Selbstidentifikationen.

Das zweite Ziel dieser Arbeit ist es, die $\mathcal{N} = 1$ supersymmetrische Verallgemeinerungen der Dualität zu untersuchen, ebenso wie die Variante, die nur Felder mit geradem Spin involviert. Wir konstruieren die entsprechenden Quanten- \mathcal{W}_∞ -Algebren und zeigen, dass die $\mathcal{N} = 1$ supersymmetrische und die gerade Dualität auch bei endlichen Werten des Parameters N und der zentralen Ladung gültig sind. Als Nebenprodukt der Analyse beschreiben wir neue Relationen zwischen Symmetrie-Algebren von Coset-Konformen Feldtheorien und Drinfel'd-Sokolov Reduktionen, sowie neue sogenannte Level-Rank Dualitäten.

Das dritte Ziel der Arbeit ist es, die Verallgemeinerung der ursprünglichen Dualität zu studieren, welche $M \times M$ -Matrix-Erweiterungen der Höheren-Spin-Theorie auf AdS_3 involviert. Es wurde kürzlich gezeigt, dass diese Theorien im Falle von 2×2 Matrizen $\mathcal{N} = 4$ supersymmetrisch ist und die dazu duale konforme Feldtheorien in symmetrische Produkt-Orbifold-Theorien eingebettet werden können. Da diese Theorien wiederum mit Stringtheorie auf dem Hintergrund $\text{AdS}_3 \times S^3 \times \mathbb{T}^4$ und im Grenzwert wenn die Spannung der Strings gegen null geht in Beziehung stehen, folgt daraus, dass Höheren-Spin-Theorien als Untersektor von Stringtheorie aufgefasst werden können. Im Rahmen dieser Arbeit sammeln wir Hinweise für die Korrektheit der Dualität mit den matrix-erweiterten Höhere-Spin-Theorien. Wir bestimmen ihre asymptotische Symmetrie-Algebra und vergleichen diese mit der Symmetrie-Algebra der dualen konformen Feldtheorien. Darüber hinaus geben wir einen vereinfachten Beweis für die Äquivalenz der Partitionssummen der beiden Theorien. Schliesslich wird gezeigt, dass sowohl die Höhere-Spin-Theorien als auch die duale konforme Feldtheorie nur im Falle von 2×2 Matrizen erweiterte Supersymmetrie besitzen. Diese Eigenschaft spielte eine wichtige Rolle bei der Identifikation der dualen Stringtheorie. Schliesslich finden wir auch, dass die matrix-erweiterten Höheren-Spin-Theorien mit einem anderen Typ Vasiliev Theorien basierend auf der Lie Superalgebra $\mathfrak{osp}(N|2)$ übereinstimmen.