



Doctoral Thesis

Computing routes and trees under uncertainty

Author(s):

Montanari, Sandro

Publication Date:

2015

Permanent Link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-010608560> →

Rights / License:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

DISS. ETH NO. 23042

COMPUTING ROUTES AND TREES UNDER UNCERTAINTY

A thesis submitted to attain the degree of
DOCTOR OF SCIENCE of ETH ZURICH

Presented by

SANDRO MONTANARI

born 27.05.1986

citizen of Italy

Master of Science
Bachelor of Science

University of Pisa
University of Pisa

Accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Peter Widmayer
examiner

ETH Zurich

Dr. Matúš Mihalák
co-examiner

Maastricht University

Prof. Dr. Anita Schöbel
co-examiner

University of Göttingen

2015

Abstract

In this thesis we investigate algorithmic problems related to the computation of shortest paths and minimum spanning trees in graphs with uncertain edge weights. Two target applications motivate and drive our efforts.

The first application is the routing of private vehicles in road networks. To deal with the uncertainty, we adopt a general framework proposed by Buhmann [27]. We consider two different ways to apply this framework to the routing of cars in road networks, resulting in two criteria called *maximum similarity* and *first intersection*. We design an exponential-time algorithm to compute optimum paths according to these criteria and empirically demonstrate the good quality of the produced routes on real-world instances. We then turn to the design of efficient algorithms for the first intersection criterion by engineering a bi-directional algorithm with good practical performance. We also investigate speeding-up a particular step of the maximum similarity criterion by considering a technique known as *Markov chain Monte Carlo* in the context of sampling simple paths in planar graphs.

The second application concerns the computation of shortest paths and spanning trees in graphs where each vertex is associated with a point in the plane. We model the uncertainty according to the *imprecise points* model, where each point is replaced by an own *occurrence region*, and the “real” point can be located anywhere in its region. We consider the computation of the smallest/largest value that a geometric object or measure can attain for a given input of occurrence regions. In particular, for the shortest path problem we consider the case where the occurrence regions are axis-aligned rectilinear polygons and distances are measured with the L_1 metric. We design for this case an efficient algorithm computing the smallest weight that can be attained by a shortest path

between two given vertices of the graph. We also show that the problem of computing the largest weight of a shortest path between two given vertices is hard to approximate for any approximation factor $(1 - \epsilon)$ with $\epsilon < 1/4$ for any metric $L_p, p \geq 1$. We then turn at the computation of a spanning tree with minimum *weight*, defined as the sum of the lengths of its edges, or *diameter*, defined as the length of its longest simple path. We show that there does not exist an FPTAS to compute the smallest weight that can be attained by a spanning tree for imprecise points in axis-aligned segments. We also provide efficient algorithms computing the smallest diameter of a spanning tree for imprecise points in disks. The run-time of these algorithms ranges from $O(n^5)$ in the case where the n disks are unit and disjoint to $O(n^9)$ in the case where the disks have arbitrary radii and are possibly intersecting.

Sommario

In questa tesi studiamo problemi algoritmici connessi al calcolo di cammini e alberi di copertura minimi in grafi in cui il peso di ciascun arco è incerto. Due applicazioni di riferimento sono alla base e guidano i nostri sforzi.

La prima applicazione riguarda la commutazione per veicoli privati in reti stradali. Per gestire l'incertezza usiamo un metodo generale proposto da Buhmann [27]. Consideriamo due diversi modi per applicare questo metodo alla commutazione per veicoli privati in reti stradali ottenendo in questo modo due criteri, chiamati *maximum similarity* e *first intersection*. Sviluppiamo un algoritmo per calcolare cammini ottimali secondo questi criteri in tempo esponenziale e dimostriamo empiricamente la buona qualità dei cammini calcolati su istanze prese dal mondo reale. Ci volgiamo quindi alla realizzazione di algoritmi efficienti per il criterio *first intersection* sviluppando un algoritmo bidirezionale con buone prestazioni in pratica. Studiamo anche come accelerare uno stadio specifico del criterio *maximum similarity* considerando una tecnica nota con il nome di *Markov chain Monte Carlo* nel contesto del campionamento di cammini semplici in grafi planari.

La seconda applicazione riguarda il calcolo di cammini e alberi di copertura minimi in grafi dove ogni vertice è associato con un punto nel piano. Descriviamo l'incertezza usando il modello *punti imprecisi*, in cui ogni punto viene sostituito con una *regione di incertezza* e il punto "reale" si può trovare ovunque nella sua regione. In particolare, per il problema dei cammini minimi consideriamo il caso in cui le regioni di occorrenza sono allineate agli assi e rettilinee e le distanze sono misurate secondo la metrica L_1 . Per questo caso sviluppiamo un algoritmo efficiente per calcolare il più piccolo peso che può essere ottenuto da un cammino minimo tra due vertici del grafo. Dimostriamo anche che il problema

di calcolare il peso più grande che può essere ottenuto da un cammino minimo tra due vertici è difficile da approssimare per ogni fattore di approssimazione $(1 - \epsilon)$ con $\epsilon < 1/4$. Ci volgiamo quindi al calcolo di alberi di copertura con minimo *peso*, definito come la somma delle lunghezze dei suoi archi, o minimo *diametro*, definito come la lunghezza del suo cammino semplice più lungo. Dimostriamo che non può esistere una FPTAS per calcolare il più piccolo peso che può essere ottenuto da un albero di copertura per punti imprecisi in segmenti allineati alle assi. Proponiamo anche algoritmi efficienti per calcolare il più piccolo diametro di un albero di copertura per punti imprecisi in dischi. Il tempo di esecuzione di questi algoritmi varia tra $O(n^5)$ nel caso in cui gli n dischi sono unitari e disgiunti e $O(n^9)$ nel caso in cui i dischi hanno raggio arbitrario e possono intersecare.