

DISS. ETH № 23556

# **Holographic Minimal Models and Orbifold Conformal Field Theories**

A thesis submitted to attain the degree of  
**DOCTOR OF SCIENCES of ETH ZURICH**  
(Dr. sc. ETH Zurich)

presented by  
**MAXIMILIAN KELM**  
MSc ETH in Physics, ETH Zurich

born on  
15 April, 1987

citizen of  
Germany

accepted on the recommendation of  
Prof. Dr. M. R. Gaberdiel, examiner  
Prof. Dr. N. Beisert, co-examiner

2016

# Abstract

This doctoral thesis is concerned with two-dimensional conformal field theories (CFTs) that appear in the holographic dualities with higher spin theories on three-dimensional anti-de-Sitter (AdS) space. The latter are generalisations of gravity which include a tower of massless particles of spin larger than 2. The dual CFTs can be formulated as coset models with  $\mathcal{W}$  algebra symmetry.  $\mathcal{W}$  algebras are higher-spin generalisations of the Virasoro algebra describing conformal symmetry.

We will give an introduction to both sides of the original higher-spin AdS<sub>3</sub>/CFT<sub>2</sub> duality and explain the statement of the duality as well as the most important pieces of evidence in its favour. In the process, the quantum  $\mathcal{W}_\infty$  algebra describing the CFT side will be constructed by imposing algebraic consistency conditions. These will turn out to determine its structure uniquely up to two free parameters, one of which is the central charge of the CFT.

This analysis will then be carried over to a similar duality involving only even spin fields. As in the previous case, the resulting  $\mathcal{W}$  algebra is fully determined up to two parameters by algebraic consistency. We will analyse the relationship of this algebra to known constructions of CFTs, namely the coset construction and the Drinfel'd-Sokolov reduction of the bulk symmetry algebra. This will provide an interpretation as the asymptotic symmetry algebra of the quantised higher spin gravity theory.

The second part of the thesis will aim at finding relations between an  $\mathcal{N} = 2$  supersymmetric version of the CFTs studied before and CFTs that can be constructed as orbifolds of free theories. This might be a first step towards embedding the dual higher spin theories into string theory. First we will show that the CFT admits a description as an orbifold of free bosons and fermions by the unitary group U( $N$ ) in a certain limit. This continuous orbifold will then be shown to possess an extension which is given by an orbifold under the symmetric group  $S_{N+1}$ . The structure of both orbifolds will be studied in detail.

## Zusammenfassung

Diese Doktorarbeit befasst sich mit zweidimensionalen konformen Feldtheorien (CFTs), welche in den holographischen Dualitäten mit Higher-Spin-Theorien im dreidimensionalen Anti-de-Sitter-Raum (AdS) vorkommen. Letztere sind verallgemeinerte Theorien der Gravitation, die masselose Teilchen mit Spin grösser als 2 beinhalten. Die dualen CFTs können als Nebenklassen-Modelle mit  $\mathcal{W}$ -Algebren-Symmetrie formuliert werden.  $\mathcal{W}$ -Algebren sind Higher-Spin-Verallgemeinerungen der Virasoro-Algebra, welche die konforme Symmetrie beschreibt.

Nach einer kurzen Einführung in beide Seiten der ursprünglichen  $\text{AdS}_3/\text{CFT}_2$ -Dualität mit höheren Spins werden wir die Aussage der Dualität sowie die wichtigsten Argumente für ihre Richtigkeit vorstellen. In diesem Zusammenhang werden wir auch die Quanten- $\mathcal{W}_\infty$ -Algebra mit Hilfe von algebraischen Konsistenzbedingungen konstruieren, welche die Algebra bis auf zwei Parameter eindeutig bestimmen werden, wovon einer die zentrale Ladung der CFT ist.

Diese Analyse wird dann auch auf eine ähnliche Dualität angewendet werden, in der nur Felder mit geradem Spin vorkommen. Wie im zuvor behandelten Fall wird die so erzeugte  $\mathcal{W}$ -Algebra durch ihre algebraische Konsistenz bis auf zwei Parameter eindeutig bestimmt. Wir werden die Beziehung dieser Algebra zu mehreren bekannten CFT-Konstruktionen analysieren, und zwar zur Nebenklassen-Konstruktion und zur Drinfeld-Sokolov-Reduktion der Gravitationssymmetrieargebra. Dies erlaubt es uns, sie als asymptotische Symmetrieargebra der quantisierten Higher-Spin-Gravitationstheorie zu interpretieren.

Der zweite Teil dieser Arbeit beschäftigt sich mit der Beziehung zwischen einer  $\mathcal{N} = 2$  supersymmetrischen Version der vorher untersuchten CFTs und solchen CFTs, die man mit Hilfe von Orbifold-Konstruktionen aus freien Theorien erhalten kann. Dies könnte einen ersten Schritt in Richtung einer Einbettung der dualen Higher-Spin-Theorien in die Stringtheorie darstellen. Dabei wird die CFT zunächst in einem gewissen Limes als Orbifold einer freien Theorie bezüglich der unitären Gruppe  $U(N)$  interpretiert werden. In einem zweiten Schritt wird gezeigt werden, dass dieser kontinuierliche Orbifold eine Erweiterung besitzt, welche sich als Orbifold unter der symmetrischen Gruppe  $S_{N+1}$  beschreiben lässt. Wir werden die Struktur beider Orbifold-Theorien eingehend studieren.