



Doctoral Thesis

Restricted agents in thermodynamics and quantum information theory

Author(s):

Krämer Gabriel, Lea Philomena

Publication Date:

2016

Permanent Link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-010858172> →

Rights / License:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

Restricted agents in thermodynamics and quantum information theory

A thesis submitted to attain the degree of
DOCTOR OF SCIENCES of ETH ZURICH
(Dr. sc. ETH Zurich)

presented by

Lea Philomena Krämer Gabriel

MPhysPhil, University of Oxford

born on 18th July 1990
citizen of Germany

accepted on the recommendation of

Renato Renner, examiner
Giulio Chiribella, co-examiner
Jakob Yngvason, co-examiner

2016

Abstract

A simple yet powerful way to address most questions in physics and information theory is to ask: “What is possible, and what is impossible, for an agent operating under a given set of constraints? And what would become possible if the agent had access to an additional set of resources?” This idea is at the heart of *resource theories*, a tool that was first introduced in quantum information theory in the context of entanglement theory, where it gave rise to the well-known concepts of entanglement of formation and distillation, and has found many applications since. For example, thermodynamics has long been understood as a theory that imposes fundamental constraints, like the second law of thermodynamics. Generalising this idea, resource theories of quantum thermodynamics have now shown that microscopic processes are governed by a whole family of second laws, which involve single-shot entropies known from information theory.

While resource theories have greatly advanced our understanding of many areas in physics, there are a few important aspects that have not yet been addressed explicitly within existing resource theories; it is the main aim and contribution of this thesis to fill these gaps. The first aspect concerns the *subjective knowledge* of agents. In quantum information theory, this is normally represented by means of density matrices — this does not admit approximate descriptions, coarse-grained descriptions such as specifying a few observable properties, or other kinds of *non-probabilistic knowledge*. This in particular implies that resource theories cannot study exactly how lack of knowledge influences the way that agents may exploit resources. The second aspect is that current resource theories cannot model the way that *different agents* interact and perceive each other’s actions. Resource theories are lacking tools to include several agents within the same framework, who may differ in their knowledge and their language to describe resources, such as a macroscopic observer and a microscopic “demon” in the Maxwell demon thought experiment. The final aspect concerns the understanding of *subsystems* and the *composition of resources*, as well as the way that one can quantify resources and the cost of transformations. Current resource theories pursue a bottom-up-approach: individual resources can be composed with the tensor product, and resources are quantified in terms of copies of resources and their asymptotic conversion rates. However, with such a model one cannot capture situations in which there are unknown correlations between subsystems — likewise, resource theories are lacking tools to quantify resources in the single-shot regime.

This thesis develops the missing tools to address these issues and formalises subjective knowledge as well as the interaction of different agents in resource theories.

Kurzfassung

Ein einfacher und doch vielversprechender Weg, die meisten Probleme der Physik und Informationstheorie anzugehen, ist, zu fragen: “Was ist möglich, und was unmöglich, wenn man unter gewissen Restriktionen arbeitet? Und was könnte man erreichen, wenn man noch zusätzliche Ressourcen zur Verfügung hätte?”

Diese Idee liegt den sogenannten *Ressourcentheorien* zugrunde. Ressourcentheorien wurden in der Quanteninformationstheorie als Erstes im Zusammenhang der Verschränkung durch die LOCC-Theorie betrachtet, welche die berühmten Verschränkungsmasse der ‘entanglement of formation’ und des ‘distillable entanglement’ einführte — Ressourcentheorien allgemein werden bis heute in vielen Bereichen mit grossem Erfolg angewandt. Ein Beispiel hierfür liefert die Thermodynamik, welche lange schon als eine Theorie verstanden wurde, die uns fundamentale Grenzen setzt, wie etwa das zweite Gesetz der Thermodynamik. Nun konnten Ressourcentheorien für Quanten-Thermodynamik zeigen, dass für mikroskopische Prozesse eine ganze Familie von “zweiten Hauptsätzen” gelten, die sich mit Hilfe von sogenannten Single-shot Entropien, die wir aus der Informationstheorie kennen, ausdrücken lassen.

Obwohl Ressourcentheorien unser Verständnis in vielen Bereichen der Physik und Informationstheorie erweitert haben, gibt es eine Reihe wichtiger Aspekte, die bisher noch nicht explizit von Ressourcentheorien formalisiert wurden oder überhaupt formalisierbar waren — diese Aspekte zu beschreiben ist das Hauptziel, und der grösste Beitrag, dieser Dissertation. Der erste Punkt bezieht sich auf den Aspekt des *subjektiven Wissens*. In der Quanteninformationstheorie wird dies üblicherweise mit Dichtematrizen beschrieben — damit lässt sich kein Teilwissen, z.B. Wissen über bestimmte Messergebnisse oder makroskopische Eigenschaften des Systems, oder andere Formen von *nicht probabilistischem Wissen* darstellen. Zweitens können Ressourcentheorien momentan nicht modellieren, wie *verschiedene Beobachter*, die unterschiedliches Wissen über ein System haben, miteinander interagieren und die Handlungen der anderen wahrnehmen. Der letzte Aspekt betrifft unser Verständnis von *Subsystemen* und das Zusammenbringen von Ressourcen, sowie die Mittel, um Ressourcen zu bewerten und die Kosten eines Prozesses zu bestimmen. Momentan verwenden Ressourcentheorien einen “bottom-up” Ansatz: einzelne Ressourcen können mit dem Tensorprodukt kombiniert werden, und Ressourcen werden mit Hilfe von asymptotischen Konvertierungsraten bewertet. Damit lassen sich allerdings keine Situationen beschreiben, in denen ein Beobachter die Korrelationen zwischen Subsystemen nicht oder nur beschränkt kennt — ebenso fehlen Mittel, um Ressourcen im Single-shot Limit, also bei einmaliger Verwendung, zu bewerten.

Diese Arbeit entwickelt die nötigen Werkzeuge, um diese Aspekte zu behandeln, und um subjektives Wissen sowie die Interaktion verschiedener Beobachter zu modellieren.