



Doctoral Thesis

## **Batalin-Vilkovisky formality and configuration spaces of points**

**Author(s):**

Campos, Ricardo

**Publication Date:**

2017

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-010886114> →

**Rights / License:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

DISS. ETH NO. 24139

**BATALIN-VILKOVISKY FORMALITY AND  
CONFIGURATION SPACES OF POINTS**

A thesis submitted to attain the degree of  
DOCTOR OF SCIENCES of ETH ZURICH  
(Dr. sc. ETH Zurich)

presented by  
RICARDO CAMPOS

MSc. Math., UPMC

Born on 11.09.1990

Citizen of Portugal

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Thomas Willwacher

Prof. Dr. Alberto Cattaneo

Prof. Dr. Bruno Vallette

# Abstract

This thesis is divided in two parts that are fundamentally connected by their relation to the little discs operad and its homotopical properties.

The first part generalizes the work of Kontsevich and his “Formality Theorem” that states that the differential graded Lie algebra of multivector fields on a smooth manifold is quasi-isomorphic to the one of multidifferential operators. If the manifold is oriented and compact, these spaces have an additional Batalin-Vilkovisky (BV) algebra structure. We show that Kontsevich’s morphism can be extended in order to preserve this more general structure. In order to prove this result we develop the theory of operadic quasi-torsors which allows us to identify quasi-isomorphic operads.

The second part of this thesis focuses on the study of configuration spaces of points of smooth closed manifolds. We construct a real combinatorial model of these spaces (in the homotopy theoretical sense) using graph complexes. Using these models we show that the real homotopy type of the configuration space of a simply connected manifold only depends on the manifold’s real homotopy type.

The configuration space of points on a  $D$ -dimensional framed manifold may be compactified so as to admit a right action over the little  $D$ -discs operad. We show that our graph complex model is compatible with this right action and prove that the real homotopy type of this right action only depends on the real homotopy type of the manifold.

# Zusammenfassung

Diese Dissertation ist in zwei Teile geteilt, die grundsätzlich durch ihre Beziehung zu der Little Discs Operade und ihren homotopischen Eigenschaften verbunden sind.

Der erste Teil verallgemeinert die Arbeit von Kontsevich. Sein “Formalitätssatz” besagt, dass die differentielle graduierte Lie-Algebra von Multivektorfeldern auf einer glatten Mannigfaltigkeit zu der der multidifferentiellen Operatoren quasi-isomorph ist. Wenn die Mannigfaltigkeit orientiert und kompakt ist, haben diese Räume eine zusätzliche Batalin-Vilkovisky (BV) Algebra-Struktur. Wir zeigen, dass Kontsevichs Morphismus erweitert werden kann, um diese allgemeinere Struktur zu erhalten. Um dieses Ergebnis zu beweisen, entwickeln wir die Theorie der operadischen Quasi-Torsoren, die uns erlaubt, quasi-isomorphe Operaden zu identifizieren.

Der zweite Teil dieser Arbeit konzentriert sich auf die Untersuchung der Konfigurationsräume von Punkten von glatten geschlossenen Mannigfaltigkeiten. Wir konstruieren ein kombinatorisches reelles Modell dieser Räume im homotopietheoretischen Sinne unter Verwendung von Graphenkomplexen. Mit diesen Modellen zeigen wir, dass der reelle Homotopietyp des Konfigurationsraumes einer einfach zusammenhängenden Mannigfaltigkeit nur vom reellen Homotopietyp der Mannigfaltigkeit abhängt.

Der Konfigurationsraum von Punkten auf einer  $D$ -dimensionalen Mannigfaltigkeit mit trivialisiertem Tangentialbündel kann kompaktifiziert werden, um so eine rechte Wirkung der Little  $D$ -Discs Operade zuzulassen. Wir zeigen, dass unser Graphenkomplex mit dieser rechten Wirkung kompatibel ist und beweisen, dass der reelle Homotopietyp dieser rechten Wirkung nur vom Homotopietyp der Mannigfaltigkeit abhängt.