



Doctoral Thesis

Perspectives on Hawkes Processes

Author(s):

Kirchner, Matthias

Publication Date:

2017

Permanent Link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-b-000161487> →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

Diss. ETH No. 24278

Perspectives on Hawkes Processes

A thesis submitted to attain the degree of
DOCTOR OF SCIENCES of ETH ZURICH
(Dr. sc. ETH Zurich)

presented by

MATTHIAS KIRCHNER

MSc Mathematics, ETH Zurich, Switzerland

born on 18.10.1978

citizen of Germany

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Paul Embrechts, examiner

Prof. Dr. Valérie Chavez-Demoulin, co-examiner

Prof. Dr. Alan Hawkes, co-examiner

Prof. Dr. Thomas Mikosch, co-examiner

2017

DOI: 10.3929/ethz-b-000161487

ISBN: 978-3-906327-81-5

Abstract

This thesis addresses Hawkes point processes in seven scientific papers. We build theoretical bridges between Hawkes processes and other mathematical concepts—such as time series, branching random walks, or graph theory. In **Paper A**, we represent monotype Hawkes processes as limits of time-series based point processes. We examine the corresponding time series, the integer-valued autoregressive (INAR) time series of infinite order, in some detail. Furthermore, we point out structural analogies between Hawkes processes and INAR time series. In **Paper B**, we represent multitype Hawkes processes as type/space projections of certain branching random walks. This representation allows to generalize the convergence result from Paper A to the multitype case. Furthermore, it opens the door to generalizations of Hawkes processes that might be interesting in applications. In **Paper C**, we introduce a nonparametric estimation procedure for multitype Hawkes processes: we discretize Hawkes-process data. From Paper A and Paper B, we know that the resulting bin-count sequences can be approximated by INAR time series. Thus, we estimate the INAR parameters by standard methods and retranslate the results into the point process world. In **Paper D**, we represent multitype Hawkes processes as directed weighted graphs. These ‘Hawkes graphs’ summarize the branching structure of a Hawkes process in a compact, yet meaningful way. We point out how the graphical perspective is also fertile mathematically, implementation-wise, and pedagogically. Furthermore, we apply the estimation method from Paper C to infer the Hawkes graph from large datasets. We pay special attention to computational issues. In **Paper E**, we apply the methods and concepts from Paper C and Paper D to limit-order-book data. In particular, we extend our estimation procedure to the marked case. The various estimation results allow insights into market microstructure. In **Paper F**, we give the results of a simulation study, where we compare our estimation procedure with maximum-likelihood estimation. Finally, in **Paper G**, we consider a certain critical case of the monotype Hawkes process. We study the critical Hawkes process by applying results from critical cluster fields, renewal theory, and regular variation. We discuss a possible Poisson embedding and a Palm version of the critical Hawkes process. Our methods give possible directions for the open discussion of multitype critical Hawkes processes as well as of critical INAR times series.

Kurzfassung

Diese Doktorarbeit stellt sieben wissenschaftliche Abhandlungen zu Hawkesprozessen vor. Wir konstruieren theoretische Brücken zwischen Hawkesprozessen und anderen mathematischen Objekten wie Zeitreihen, Verzweigungsirrfahrten und Graphen. In **Paper A** stellen wir Hawkesprozesse als Grenzwerte von zeitreihenbasierten Punktprozessen dar. Wir untersuchen die entsprechende Zeitreihe – die ganzzahlige autoregressive (INAR) Zeitreihe von unendlicher Ordnung und zeigen strukturelle Analogien zwischen Hawkesprozessen und INAR Zeitreihen auf. In **Paper B** stellen wir Hawkesprozesse mit mehreren Punkttypen als Typ/Raum-Projektionen bestimmter Verzweigungsirrfahrten dar. Diese Darstellung erlaubt die Verallgemeinerung des Konvergenzresultats von Paper A zum Fall mit mehreren Punkttypen. Zudem führt diese Darstellung zu Verallgemeinerungen von Hawkesprozessen, die für Anwendungen interessant sein könnten. In **Paper C** stellen wir eine nichtparametrische Schätzmethode für Hawkesprozesse mit mehreren Punkttypen vor: Wir diskretisieren Daten eines Hawkesprozesses. Von Paper A und Paper B wissen wir, dass die resultierende Zahlenfolge durch eine INAR-Zeitreihe angenähert werden kann. Also schätzen wir die INAR-Parameter und übersetzen die Resultate wieder zurück in die Punktprozesswelt. In **Paper D** stellen wir Hawkesprozesse als gerichtete und gewichtete Graphen dar. Diese „Hawkesgraphen“ fassen die Verzweigungsstruktur eines Hawkesprozesses kompakt, aber doch aussagekräftig zusammen. Wir zeigen auf, inwiefern diese graphische Perspektive auch mathematisch, programmiertechnisch und pädagogisch fruchtbar ist. Ausserdem wenden wir die Schätzmethode von Paper C an, um den Hawkesgraph von grossen Datensätzen abzuleiten – mit besonderem Augenmerk auf Implementierungsfragen. In **Paper E** wenden wir die Methoden und Konzepte von Paper C und Paper D auf Orderbuchdaten an. Insbesondere erweitern wir unsere Schätzmethode auf den markierten Fall. Die verschiedenen Schätzergebnisse geben Einblick in die Mikrostruktur von Märkten. In **Paper F** präsentieren wir die Resultate einer Simulationsstudie, in der wir unsere Schätzmethode mit einer „Maximum Likelihood“-Schätzung vergleichen. Zuletzt betrachten wir in **Paper G** einen gewissen kritischen Fall des einfachen Hawkesprozesses. Wir untersuchen den kritischen Hawkesprozess, indem wir Resultate zu kritischen Clusterfeldern, Erneuerungstheorie und regulärer Variation anwenden. Wir erörtern zudem eine mögliche Poisson-einbettung sowie eine Palmversion des kritischen Hawkesprozesses. Unsere Methoden bieten sich für die noch offene Untersuchung von kritischen Hawkesprozessen mit mehreren Punkttypen sowie von kritischen INAR Zeitreihen an.