

3D Graphical Statics Using Reciprocal Polyhedral Diagrams

Doctoral Thesis

Author(s):

Akbarzadeh, Masoud

Publication date:

2016

Permanent link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-010867338>

Rights / license:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#)

Diss. ETH No. 23582

3D Graphical Statics

Using Reciprocal Polyhedral Diagrams

A thesis submitted to attain the degree of
Doctor of Sciences of ETH Zurich
(Dr. Sc. ETH Zurich)

presented by

Masoud Akbarzadeh

*B.Sc. in Civil and Environmental Engineering
Zanjan University, 2004*

*M.Sc. in Earthquake Engineering and Dynamics of Structures
Iran University of Science and Technology, 2007*

M.Arch.

Massachusetts Institute of Technology, 2011

*S.M.Arch.S. in Design and Computation
Massachusetts Institute of Technology, 2012*

*born on 20.09.1981
citizen of Iran*

supervised by

Prof. Dr. Philippe Block
(ETH Zurich)

co-supervised by

William F. Baker
(SOM Chicago)

2016

Abstract

More than 150 years after [Culmann \(1864\)](#) established the methods of 2D graphic statics at ETH Zurich, this research aims to establish the methods of *3D graphic statics* based on the historical concept of *3D reciprocal diagrams*. It clarifies and develops the concept of geometric representation of the equilibrium of forces in polyhedral frames based on the proposition by [Rankine \(1864\)](#) in 1864 . It uses Rankine's proposition on the reciprocity between the *form* of a polyhedral frame and its *force* diagram and redefines the topological relationships to be used as the basis for the 3D graphic statics methods. It also provides a computational framework to construct 3D reciprocal diagrams from convex polyhedral cells.

Using 3D structural reciprocity, this thesis provides methods to find global equilibrium for systems of forces in 3D and establishes step-by-step geometric procedures to construct spatial funicular forms that are geometrically constrained to given boundary conditions and applied loads. Moreover, it describes the procedures to show the equilibrium of internal and external forces in the members of general polyhedral frames using force polyhedrons.

In addition to the 3D graphic statics methods, this research introduces valuable design and optimization techniques for form finding of complex spatial structural systems by aggregating force polyhedrons and subdividing the global equilibrium in the force diagram. These methods are valuable in deriving complex compression-only structural solutions with different topological properties for given boundary conditions. Lastly, this research provides additional examples to show the extensive design potential of these methods to generate non-conventional structural systems with a combination of compressive and tensile forces in their members.

Abstrakt

150 Jahre nachdem Culmann die Methoden der zweidimensionalen graphischen Statik an der ETH Zürich bestimmte, begründet diese Forschung die Methoden der dreidimensionalen graphischen Statik basierend auf dem historischen Konzept der dreidimensional-reziproken Diagramme. Sie erklärt und entwickelt das Konzept der geometrischen Darstellung des Gleichgewichts der Kräfte in polyedrischen Rahmen, welche 1864 von Rankine eingeführt wurden. Es nutzt Rankins Aussage über die Gegenseitigkeit zwischen der Form eines polyedrischen Rahmens und dessen Kräfteplan und definiert ihre topologischen Beziehungen neu, um sie als Grundlage für die Methoden der dreidimensionalen graphischen Statik zu verwenden. Sie stellt auch rechnergestützte Grundlagen bereit, um dreidimensional-reziproke Diagramme von konvexen polyedrischen Zellen zu konstruieren.

Mit Hilfe der dreidimensionalen reziproken Diagramme stellt diese Arbeit Methoden vor, um ein globales Gleichgewicht für räumliche Kraftsysteme zu finden und begründet sukzessive geometrische Verfahren zur Konstruktion von in ihren Teilen rein druck- und/oder zugbeanspruchten Formen, die zu gegebenen Randbedingungen und angewendeten Lasten geometrisch beschränkt sind. Darüber hinaus beschreibt sie Verfahren, um das Gleichgewicht der inneren und äußeren Kräfte in den Teilen der allgemeinen polyedrischen Rahmen durch Kräftepolyeder anzuzeigen.

Zusätzlich zu den Methoden der dreidimensionalen graphischen Statik führt diese Forschung durch die Ansammlung von Kräftepolyedern und die Unterteilung des globalen Gleichgewichts im Kräfteplan wertvolle Entwurfs- und Optimierungstechniken zur Formfindung von komplexen räumlichen Struktursystemen ein. Diese Methoden sind wertvoll bei der Herleitung von komplexen, rein druckbeanspruchten Strukturlösungen, die unterschiedliche topologischen Eigenschaften für gegebene Randbedingungen vorweisen. Abschließend zeigt diese Forschung weitere Beispiele für die umfangreichen und durch die beschriebenen Methoden hergeleiteten Gestaltungsmöglichkeiten von unkonventionellen, in ihren Teilen rein auf druck- oder zugbeanspruchten Tragwerkssystemen.