

DISS. ETH NO. 18475

TIK-Schriftenreihe-Nr. 107

# **Computational Complexity and Scheduling Algorithms for Wireless Networks**

A dissertation submitted to the

ETH ZURICH

for the degree of

Doctor of Sciences

presented by

Olga Goussevskaia

MSc in Computer Science, UFMG, Brazil

born June 7, 1981

citizen of

Russia and Brazil

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Roger Wattenhofer, examiner

Prof. Dr. Nitin Vaidya, co-examiner

Dr. Stephan Eidenbenz, co-examiner

2009

## Abstract

The main problem studied in this thesis is that of scheduling communication requests in a wireless network. Given a set of wireless links, comprised by sender and receiver nodes, distributed in an arbitrary manner in space, we want to know how much time it takes until all the links are scheduled successfully. This problem is a fundamental part of the more general problem of determining the throughput capacity of a given wireless network.

One of the most important issues when studying wireless network problems is the choice of the interference model. Traditionally, the algorithmic community has focused on graph-based models. These models typically define a set of interference-edges, containing pairs of nodes within a certain distance to each other, thus modeling interference as a binary and local property. The notion of an interference-edge is a useful abstraction and allows for elegant algorithm design and analysis. It is, however, an oversimplification of the continuous and cumulative nature of the radio signal.

In contrast to the algorithmic community, researchers in information and communication theory have worked with fading channel models, such as the signal-to-interference-plus-noise-ratio (SINR) model, also referred to as the physical interference model. This model represents the physical reality more precisely, since the success of a signal reception depends on all concurrently scheduled transmissions. The analysis of algorithms in this model, however, is more challenging. Because of this increased complexity, the theoretical results in this model have been very limited. Most of the work has either consisted of heuristics and simulation-based evaluations of specific protocols, or has focused on theoretical capacity bounds of special-case networks, such as networks with grid topologies or random node distributions.

In this work we would like to gain a deeper understanding of the fundamental communication limits of wireless networks. This thesis covers several aspects of the problem of scheduling wireless requests. We start with the analysis of the problem's complexity and prove that it is NP-hard in the geometric physical interference model. In this model, it is assumed that nodes live in the Euclidean space, and path-loss is determined by the distances between nodes. Since this problem does not admit optimum solutions in polynomial time, unless  $P = NP$ , we concentrate on efficient approximation algorithms. In particular, we propose the first scheduling algorithm that computes a feasible solution in the SINR model in polynomial time with worst-case approximation guarantees for arbitrary network topologies. Besides studying the basic scheduling problem, we also address related problems, such as weighted versions of the scheduling problem, distributed algorithms, and scheduling in combination with analog network coding.

## Zusammenfassung

Diese Dissertation beschäftigt sich hauptsächlich mit dem Scheduling von Kommunikationsanfragen in drahtlosen Netzwerken. Es wird dabei angenommen, dass eine Menge von drahtlosen Verbindungen, definiert durch beliebig im Raum verteilte Sender- und Empfängerknoten, gegeben ist. Wir wollen nun wissen, wieviel Zeit benötigt wird, bis alle Empfängerknoten alle an sie adressierten Nachrichten empfangen und erfolgreich dekodieren können. Dieses Problem stellt einen fundamentalen Bestandteil eines generelleren Problems dar, in welchem es darum geht, den maximal erreichbaren Datendurchsatz in einem gegebenen drahtlosen Netzwerk zu bestimmen.

Einer der wichtigsten Aspekte bei der Behandlung von Problemen im Bereich drahtloser Netzwerke ist die Wahl des Interferenzmodells. In Algorithmerkreisen hat man sich dabei traditionellerweise auf graphbasierte Modelle konzentriert. Solche Modelle definieren typischerweise eine Menge von Interferenzkanten, die durch Paare von Knoten welche sich innerhalb einer gewissen Distanz zueinander befinden, gegeben sind. Als Folge dieser Definition wird Interferenz als eine binäre und lokale Eigenschaft modelliert. Diese Auffassung von Interferenz als Kanten ist eine nützliche Abstraktion welche sowohl den eleganten Entwurf wie auch die elegante Analyse von Algorithmen ermöglicht. Sie stellt allerdings auch eine zu starke Vereinfachung der kontinuierlichen und kumulativen Natur elektromagnetischer Signale dar.

Im Gegensatz dazu arbeiten Informations- und Kommunikationstheoretiker oft mit Fading-Channel-Modellen. Zu diesen Modellen gehört unter anderem das Signal-to-Interference-plus-Noise-Ratio (SINR) Modell, welches auch als physikalisches Interferenzmodell bezeichnet wird. Dieses Modell repräsentiert die physikalische Realität genauer, da der erfolgreiche Empfang eines Signals von allen zeitgleich übermittelten Signalen abhängt. Die Analyse von Algorithmen ist in diesem Modell allerdings anspruchsvoller. Aufgrund dieser erhöhten Komplexität sind die bisherigen theoretischen Resultate in diesem Modell sehr limitiert. Der Grossteil der bestehenden Arbeiten beschäftigt sich entweder mit Heuristiken und der simulationsbasierten Evaluation von spezifischen Protokollen, oder konzentriert sich auf theoretische Kapazitätsschranken für Spezialfälle von Netzwerken, wie zum Beispiel Netzwerke basierend auf Gittern oder zufälligen Knotenverteilungen.

Mit dieser Arbeit möchten wir das Verständnis für die fundamentalen Limiten betreffend Kommunikation in drahtlosen Netzwerken behandeln. Die Dissertation behandelt verschiedene Aspekte rund ums Scheduling von Nachrichten in drahtlosen Netzwerken. Wir beginnen mit der Analyse der Komplexität und zeigen insbesondere, dass das Problem im geometrischen SINR Modell NP-schwierig ist. In diesem Modell wird angenommen, dass die Knoten in einem Euklidischen Raum leben, und dass die paarweise Interferenz einzig durch die

Distanz zwischen den Knoten bestimmt ist. Da es, angenommen  $P \neq NP$ , nicht möglich ist, optimale Lösungen für dieses Problem in polynomieller Zeit zu finden, konzentrieren wir uns auf effiziente Approximationsalgorithmen. Insbesondere schlagen wir den ersten Scheduling Algorithmus für das SINR Modell vor, welcher in polynomieller Zeit eine korrekte Lösung mit Worst-Case Approximationsgarantieren für beliebige Netzwerktopologien berechnet. Ausser dem grundlegenden Scheduling Problem behandeln wir auch verwandte Probleme, wie zum Beispiel gewichtete Varianten des Scheduling Problems, verteilte Algorithmen, und Scheduling in Kombination mit analoger Netzwerk-Codierung.