Book review of Leo Corry's "A Brief History of Numbers"

Leo Corry, A Brief History of Numbers, Oxford University Press, 2015, 336 pp., ISBN 9780198702597

Leo Corry, *A Brief History of Numbers*, Oxford– New York, Oxford university press, 2015, 336 pp.

רועי וגנר

אין ספק שההיסטוריה הקצרה של מספרים שמציע ליאו קורי ראויה לשבח. הספר מציב את עצמו בשטח ההפקר שבין מדע פופולרי להיסטוריה אקדמית. רבים וטובים ניסו למקם את כתיבתם בשטחי הבור האלה, אבל על פי רוב הפֵּרות שהניבו היו עוד קשים לעיכול עבור הקהל הרחב, אבל כבר מעופשים ותפלים עבור הקהילה האקדמית. לא כך אצל קורי. הספר נגיש ונהיר לקורא הסקרן, ועשיר במידע עבור היסטוריונים והיסטוריוניות של רעיונות. את מי שחרד ממונחים ומסימנים מתמטיים הספר אמנם לא ירפא, אבל מי שראתה בלימודי המתמטיקה אתגר מעצים צפויה ליהנות מרוחב היריעה ומעומק הניתוח.

הספר פותח בסקירת מושגי המספר בתרבויות הבבלית והמצרית באלפים הראשונים לפני הספירה, ממשיך לשני פרקים רחבי היקף שדנים במתמטיקה היוונית הקלסית מן המאות הראשונות לפני הספירה ואחריה, ועובד לדיון במתמטיקה הערבית של ימי הביניים, שלעתים קרובות מדי נשמטת מהסקירה של המתמטיקה המזרח תיכונית-אירופית. משם ממשיך הדיון לעיסוק עשיר במתמטיקה האירופית של ימי הביניים המאוחרים, הרנסנס והמהפכה המדעית, דרך פרק קצר על המאות השמונה עשרה והתשע עשרה (קצר מדי, לטעמי), שמוביל לשני פרקים העוסקים באלגבריזציה ובהאחדה האריתמטית של מושג המספר המודרני סביב מפנה המאה העשרים. הפרק האחרון עוסק בהרחבת מושג המספר לעבר האין-סוף בזיקה לעבודתו של קנטור.

הפרקים האחרונים עשויים להיות קשים יותר עבור קוראות וקוראים שאין להם רקע מתמטי אקדמי, אבל גם שם מאמצי ההנגשה של קורי אינם בטלים. הספר אמנם איננו חף מרגעים של 'עיגול פינות' פשטני, אבל כמעט כולם ניתנים להצדקה בשל הכלכלה העדינה שבין נגישות לצייקנות. המחיר של ניסוחים מדויקים יותר היה התעמקות בפרטים שהיו הופכים את המכלול לנגיש הרבה פחות לקהל הרחב. הספר נמנע גם מעיסוק בתרבויות מתמטיות מזרחיות (הודו, סין, קוריאה ויפן) ודרום אמריקאיות. לצערי, על אף התקדמויות משמעותיות, מצב הידע ההיסטורי כיום היה מקשה על ניסיון להרחבת הדיון לתרבויות האלה. בסיכומו של דבר, עבור מי שרוצה להעשיר את הידע שלו או שלה על אודות מושג המספר המודרני וההיסטוריה המערבית-קנונית שלו, הספר של קורי הוא אמצעי מצוין.

ובכל זאת, מי שטורח או טורחת לכתוב ביקורת ספרים אקדמית, עושה זאת על פי רוב בגלל שמושא הביקורת מדיר משהו שיקר לו או לה, ואני איני יוצא מן הכלל הזה. אני חלוק עם קורי על ההבנה של תפקידה של היסטוריה של המדע, ומתקשה לקבל את תפיסת המתמטיקה שהוא מציע. לכן הייתי שמח לו הספר של קורי היה נקרא באופן חשדני וביקורתי. אנסה לטעת כאן בקוראות ובקוראים את זרעי החשדנות הביקורתית הזאת.

כבר בעמוד הראשון של הפרק הראשון מצהיר קורי על אנטגוניזם בין מתמטיקה ובין היסטוריה. הראשונה עוסקת ב'ודאי, הכרחי ואוניברסלי', ואילו האחרונה ב'פרטיקולרי, קונטינגנטי ואידיוסינקרטי' (עמ' 1). אינני יכול לקבל את הברירה הזאת. המתמטיקה בעיניי היא בת דמותו של העולם, החברה, המוסדות והטכנולוגיה שבהן היא מתפתחת. אין בכך כדי לטעון שהיא פרי של שרירות בלתי מותנית, משום שהעולם, החברה, המוסדות והטכנולוגיה שלנו מותנים לא רק ברצון חופשי וביצירתיות אנושית בלתי מוגבלת, אלא גם במה שאנחנו נוטים ונוטות לחשוב עליו כטבעי וככפוף לאילוצים חומריים אוניברסליים יותר או פחות. אבל ככל שהעולם, החברה, המוסדות והטכנולוגיה שלנו אינם רק ודאיים, הכרחיים ואוניברסליים, כך גם המתמטיקה אינה כזו.

ההיסטוריה מצדה איננה רק פרטיקולרית, קונטינגנטית ואידיוסינקרטית. בדיוק במידה שהעולם, החברה, המוסדות והטכנולוגיה שלנו אינם רק יצירי שרירות בלתי מותנית, כך גם להיסטוריה שלהם יש טעמים והטיות שנוח יותר לחשוב עליהם במונחים של הכרח וכלליות מאשר במונחים של גחמה מקרית. בעיניי, ההיסטוריה והמתמטיקה אינן זרות זו לזו. הן ביטויים שונים של אותו עולם. אבל ההיסטוריה שקורי מציע היא היסטוריה של המשגת המתמטיקה והיסטוריה של המחשבה על אודות המתמטיקה – ולא היסטוריה של המתמטיקה עצמה, שעל פי תפיסתו היא אוניברסלית.

במובן אחד הגישה של קורי מובילה אותו לאנכרוניזם (ניתוח העבר במונחי ההווה); במובן אחר לא. העבודה של קורי אינה אנכרוניסטית בכך שאינה מזהה מושגים היסטוריים עם מושגים מודרניים. בעקבות ההשפעה המכוננת של שבתאי אונגורו – היסטוריון שהוא מורה דרך עבור קורי ועבורי כאחד – קורי מקפיד מאוד להבדיל בין מושגי מספר היסטוריים למושג המספר המודרני. ההיסטוריוגרפיה של המתמטיקה היוונית לאורך המאה התשע עשרה וברוב המאה העשרים הבינה את הדיון היווני בגדלים גאומטריים כדרך אזוטרית או משובשת לבטא את האלגברה הסימבולית. המהפכה שחוללו אונגורו ואחרים לימדה אותנו לקרוא את מושגי הגודל היווניים כשונים

באופן מובהק ממושגי המספר המודרניים. את התובנות האלה מרחיב קורי להיסטוריה המזרח תיכונית והאירופית של המתמטיקה עד מפנה המאה העשרים.

למעשה, חלק הארי של הספר עוסק בהבדלים שבין תפיסות המספר ההיסטוריות ובין התפיסה המודרנית. במתמטיקה הבבלית והמצרית השימוש בשברים היה שונה מזה שאנחנו מכירים. המתמטיקה היוונית הקפידה על הבחנה ברורה בין גדלים אריתמטיים (צירופים של יחידות בדידות) לגאומטריים (אורכים, שטחים, נפחים, זויות). למעשה, הגאומטריה היוונית הקלסית נמנעה ממדידה מספרית של גדלים גאומטריים ועסקה רק בהשוואת היחסים בין גדלים גאומטריים שונים (כלומר, לא דובר על ריבוע ששטחו 4, למשל, אלא על זוג ריבועים שיחס השטחים ביניהם זהה ליחס בין המספרים 4 ו-1 – הקוראות והקוראים המודרניים עשויים להתקשות בהבנת ההשלכות הניכרות של ההבדל הזה, והספר של קורי עושה חיל בהנהרתו. בהמשך, שברים, מספרים אי-רציונליים, מספרים שליליים ומרוכבים התקבלו בחשדנות. המתמטיקאים המלומדים נמנעו מלהכיר בכולם או בחלקם, השתדלו לעקוף את השימוש בהם, וסירבו להכיל אותם תחת הכותרת 'מספר'. רק במפנה המאה העשרים נוצר מושג כולל של מספר שמכיר בכל הגדלים האלה כביטויים של מהות אחת. ההבחנות האלה מעוגנות באופני הסימון המתמטיים ההיסטוריים השונים, וקורי מקפיד להבהיר שאופני הסימון האלה לא היו רק ביטוי מיושן לרעיונות נצחיים, אלא גם השפיעו על הבנת מושג המספר לאורך הדורות.

עם כל אלה במובן אחר קורי בוחר באנכרוניזם בלי היסוס ומתוך אמונה מוצקה בצדקת הדרך. כל ההיסטוריה של החשיבה על מספרים בעבר מתוארת כדרך לקראת מושג המספר המודרני. אם מושג המספר המודרני הוא אוניברסלי, ודאי והכרחי, הרי מושגי המספר לאורך ההיסטוריה הם שלבים בגילויו שרוויים ב'היסוסים, אי-הבנות ואי-ודאויות' (עמ' 3) או ב'מבוכה מושגית' (עמ' 146). מושגי השבר היווניים הם למשל, לפי קורי, 'שלב מוקדם של תהליך שבו שברים ייכללו בסופו של דבר באופן אורגני במערכת הכוללת של המספרים' (עמ' 47). תפיסה היסטורית של רצף תהליכי כל כך ארוך נראית לי חשודה. ההבחנות בין סוגי גדלים לאורך ההיסטוריה והספקנות ביחס להכללת גדלים אי-רציונליים, שליליים ומרוכבים תחת הכותרת 'מספר' מצטיירות בספר כעקבה עיקשת של דעה יוונית קדומה שהותרה בסופו של דבר רק סביב מפנה המאה העשרים. הפתרון המיוחל הוא מושג המספר ההומוגני המודרני, שמצליח להקיף מרחב עצום של גדלים מסוגים שונים: גאומטריים, פיזיקליים, ואריתמטיים; רציונליים ואי-רציונליים; חיוביים, שליליים ומרוכבים כאחד. ההיסטוריה היא היסטוריה של בלבול וחסמים בדרך לפתרון הזה.

חשוב לי להבהיר שאני לא דוחה על הסף כל צורה של אנכרוניזם. להיסטוריה, בעיניי, יש טעם רק אם היא מתווכת בין ההווה ובין העבר. הפנטזיה של שחזור העבר הטהור היא בעיניי בלתי אפשרית כשם שהיא חסרת ערך. נשאיר למתים את נקודות המבט שמתו איתם. אבל תיווך בין ההווה לעבר אין משמעו רק שיפוט העבר במושגי ההווה כדי להכיר ביתרונותיו של האחרון. אנכרוניזם יצרני צריך לפתוח בפני ההווה דרכים חדשות, שנחשפות באמצעות שחזור החזקות האבודות של רעיונות העבר. זהו הטעם המרכזי, בעיניי, של העיון ההיסטורי: ניכוס של העבר בידי ההווה כדי לסייע ביצירת עתיד אפשרי אחר. אלא שניכוס כזה לא נמצא בספרו של קורי.

האנכרוניזם שקורי מאמץ מתאפשר במידה רבה בזכות הטענה שעד המאה התשע עשרה המספר היה 'חסר כל בסיס מתאים (proper)' (עמ' 4). בהיעדר בסיס כזה אפשר לפטור את מושגי המספר ההיסטוריים כמבולבלים. אבל יש כאן, בעיניי, ראייה שגויה של מה שניתן לזהות כבסיס מתאים למושג המספר. הרי הבסיס המודרני של מושג המספר לא היה מתקבל על דעתם של רבים מהמתמטיקאים והמתמטיקאיות לאורך הדורות ולא מתקבל על דעתם של חלק מהפילוסופיות והפילוסופים של המתמטיקה בני זמננו. קורי לא מפרש את השינוי שאִפשר את אימוצו של הבסיס המודרני למושג המספר.

מה שהופך תפיסת מספר נתונה לבעלת בסיס מתאים הוא מענה על סדרת שאלות שאותו בסיס אמור לענות עליהן. מושג המספר המודרני לא נותן מענה לכל השאלות שהציבו מלומדות ומלומדים לאורך ההיסטוריה. הוא בורר מתוכן שאלות מסוימות (כיצד אפשר לבנות אובייקט לוגי-פורמלי שיתנהג כמו שמתנהגים הגדלים והמספרים השונים שצברנו לאורך הדורות? איזה מערך לוגי-אקסיומטי אחדותי מכיל את כל הבניות האלה?), אבל אינו עונה על שאלות אחרות (כיצד מתקשרים מושגי המספר המופשטים והפורמליים ההיסטוריים והמודרניים לפרקטיקות של מדידה ופעולה בעולם החומרי? כיצד לגשר בין האינטואיטיציה של רצף – שזרה למושג הרצף הפורמלי של דדקינד מסוף המאה התשע עשרה – לבין המנייה הבדידה של יחידות?). מושג המספר התבסס באופנים שונים בזמנים שונים. הבסיס המודרני לא נותן מענה לכלל השאלות ההיסטוריות והעכשוויות בדבר מהות המספר. הוא מתאים למה שהוא מתאים ותו לא.

כתוצאה מהעדפתו את הבסיס המודרני של תפיסת המספר קורי לא נדרש ליתרונות של מושגי מספר היסטוריים, ולא מציג אותם לקוראות ולקוראים. קורי אמנם מסביר את הרקע הסיבתי שהוביל, ככל הנראה, להבחנות היווניות בין סוגי גדלים (בעיית האי-רציונליות), אבל אינו נותן את הדעת לתועלת הפרקטית שבבחירה הזאת ואינו

מציג את פרות הדעת שהצמיחה לאורך ההיסטוריה הספקנות ביחס להכללתם של גדלים חשודים תחת הכותרת 'מספר'. קורי גם אינו נותן דין וחשבון על השחיקה במעמדן של שאלות מסוימות על אודות מספרים לטובת שאלות אחרות – שחיקה שאפשרה את הביסוס המודרני של מושג המספר. הטעם לשינוי ההיסטורי של מושג המספר לא יכול להיות רק התרופפותה האיטית של העקבה העיקשת של דעה קדומה יוונית. הטעם, שקורי אינו מציג, חייב להיות מעוגן בכוח הפרקטי, היצרני וההסברי של ההבחנות וההסתייגויות שתרבויות מתמטיות קודמות דבקו בהן.

קשה להטיל את האשמה בדבר ההתחמקות מהשאלות האלה על קורי לבדו. הספר של קורי מוגדר כסינתזה של מחקר קיים ולא כמחקר עצמאי. המחקר הקיים לא מרבה לעסוק בכוח הטמון במושגי המספר ההיסטוריים. הוא מסתפק בתיאור המושגים האלה ובאפיון ההיגיון הפנימי שלהם, ונמנע מלחקור את התרומה שלהם לאור ההקשר שבו עוצבו. אני עצמי יכול להעיד על הקושי שבמציאת מענה לשאלות שהעליתי כאן. התשובות שמצאתי בעבודתם של אחרים ואחרות ובעבודתי שלי חלקיות וטנטטיביות. ובכל זאת, את השאלות האלה, בעיניי, חובה להציב.

דוגמה לגישה הבעייתית הזאת אפשר למצוא בניתוח של קורי לעבודתו של לוי בן גרשון, פילוסוף ומתמטיקאי בן המאות השלוש עשרה והארבע עשרה שכתב בעברית. קורי מדגיש את העובדה שלוי פיצל את הדיון במה שהיינו מתארים היום בעזרת הנוסחה $1+2+...+n = n(n+1)/2$ לשני מקרים: n זוגי ו-n אי-זוגי. מכיוון שבמקרה הראשון n מתחלק ב-2 אבל $n+1$ לא, ובמקרה השני ההפך הוא הנכון, הטיעון מנוסח אחרת בשני המקרים. קורי רואה בכך עדות לחוסר היכולת של לוי להציג את שני המקרים כמופעים של תופעה מתמטית אחת – חסך שנבע מהמגבלות המושגיות או הסמיוטיות של מושג המספר של לוי.

אבל טיעון כולל לשני המקרים דווקא היה נגיש ללוי. הדיאגרמה הבאה מדגימה אותו:

א א א א א

ס א א א א

ס ס א א א

ס ס ס א א

ס ס ס ס א

ס ס ס ס ס

במרובע הזה, שאורכו 6 שורות ורוחבו 5 עמודות, מחציתו השמאלית העליונה (מסומנת באות א) כוללת את סכום המספרים מ-1 (עמודה ימנית) עד 5 (עמודה שמאלית), ומחציתו הימנית התחתונה כוללת גם היא את אותו הסכום (מסומן באות ס). מכאן, שסכום המספרים מ-1 עד 5 שווה למחצית של 6 כפול 5.. טיעון שמבוסס על הדיאגרמה הזאת מתנסח באופן זהה הן עבור n זוגי והן עבור n אי-זוגי. טיעון כזה היה חלק מהארסנל של המתמטיקה היוונית והערבית, ובוודאי היה נגיש ללוי. אפשר היה גם לנסח גרסה שלו בשפה הטכנית שלוי השתמש בה. ובכל זאת, לוי <u>בחר</u> לטפל בנפרד בסכומים זוגיים ואי-זוגיים, ורק אחר כך לאחד אותם תחת הצהרה אחת (עובדה שקורי אינו מזכיר). אם כן, אין כאן עדות לחולשה שכופה המערך המושגי של לוי, אלא עדות לבחירה של לוי באופני חשיבה והצגה מסוימים. השאלות שראוי לשאול הן מה היתרונות הפדגוגיים או המושגיים שבאופן ההצגה הזה. דיון בשאלות כאלה עשוי לסייע לנו להנגיש ידע מתמטי לתלמידות ולתלמידים ולחשוף אותנו למה שההוכחה המודרנית באינדוקציה מסתירה מאיתנו.

דוגמה אחרת נמצאת בדיון של קורי במשוואות לא הומוגניות, כלומר כאלה שמשוות גדלים מתמטיים מסוגים שונים, למשל אורכים ושטחים. הכוונה כאן להשוואת קטע באורך 2 לצורה דו-ממדית ששטחה 2. משוואות כאלה נפסלו בקרב רוב המקורות הקנוניים שמוכרים לנו. אחת הדרכים 'לתקן' משוואות כאלה היא 'הכפלת' הקטע שאורכו 2 בקטע אחר שאורכו 1, והפיכתו למלבן (כלומר צורה) ששטחה 2. כך הופכת המשוואה להשוואה הומוגנית בין שתי צורות. קורי מציין שהומוגניזציה מהסוג הזה הייתה חלק (קטן) כבר מהפרקטיקה המתמטית הערבית (עמ' 178), אבל טוען שהתבססה רק אצל דקארט. אלא שלמעשה גם דקארט, שהציג את הטכניקה הזאת באופן מסודר, מיעט להשתמש בה, וההימנעות ממשוואות לא הומוגניות נותרה פרקטיקה מקובלת גם זמן רב אחריו. מה שדורש כאן הסבר הוא מדוע טכניקה שהייתה מוכרת מאות שנים, הפכה רק מאוחר כל כך לפרקטיקה מקובלת של השוואת גדלים מספריים תוך התעלמות מסוגיהם. עקבותיה של הדעה הקדומה היוונית אינן הסבר מספק. למעשה, עד היום פיזיקאיות ופיזיקאים מקפידים על כך שהיחידות של שני אגפיה של משוואה יהיו זהות, כך שהגבלת דיונים מדעיים מסוימים למשוואות הומוגניות איננה רק שריד מיושן.

דוגמה שלישית היא הדיון של קורי בטענה הבאה: אם היחס בין a ל-b זהה ליחס בין c ל-d, אז היחס בין a ל-c זהה ליחס בין b ל-d. במונחים מודרניים נכתוב: אם $a/b=c/d$, אז $a/c=b/d$. ההוכחה של הטענה הזאת כפי שהיא מופיעה באלמנטים של אוקלידס, על סמך תורת הפרופורציות של אודוקסוס, היא אכן מורכבת, אבל תמוהה בעיניי הקביעה של קורי לפיה 'במונחים של אלגברה סימבולית מודרנית... הטענה לא דורשת ניסוח נפרד, ובוודאי

לא הוכחה נפרדת' (עמ' 56). הוכחת הטענה הזאת במונחים שקורי מציג כתשתית המודרנית למושג המספר, כלומר בניית המספרים הממשיים על ידי דדקינד, היא לא עניין של מה בכך. אם, על פי דדקינד, הטענה לפיה $\sqrt{2}\sqrt{3} = \sqrt{6}$ לא זכתה להצדקה לפני שהציג את מושג המספר שלו, הדבר בוודאי נכון גם לטענה לעיל.

באופן כללי, אני מוצא את הדיון של קורי במגבלות של מערכות הסימון המתמטיות השונות חסר. הוא מדגיש שהדיון המתמטי עד המאה השבע עשרה היה מילולי בעיקרו (מתמטיקה רטורית). מניפולציות של סימנים מהסוג שאנחנו רגילים אליו באלגברה מודרנית לא היו חלק משפות מתמטיות עתיקות יותר. אני לא מבקש לסתור את הטענה הזאת, אלא רק לסייג אותה.

ראשית, הקביעה שלפיה הניתוח הרטורי היה מסורבל יותר מאשר הניסוח האלגברי המודרני, כלומר שהיה קשה יותר לעקוב אחריו, להבין אותו ולהשתמש בו (למשל, בעמ' 37 ו-43), היא קביעה בעייתית. למי שמורגל מילדות לסימונים אלגבריים, הקביעה הזאת בוודאי נכונה. אבל האם היא נכונה גם למי שהורגלו מילדות במתמטיקה רטורית? הניסיון שלי בקריאה של טקסטים מתמטיים מימי הביניים המאוחרים ומהרנסנס גורם לי להטיל ספק בקביעה הזאת. ההתמודדויות הראשונות שלי עם טקסטים רטוריים אכן היו קשות ודרשו תרגום מתמיד לשפה סימבולית מודרנית. אבל אחרי התנסות בכאלף עמודי מתמטיקה רטורית, השפה המתמטית המילולית הופכת מקוד אטום שדורש פיענוח לשפה טבעית יותר, שאיננה דורשת תרגום (בהקשר אחר, רויאל נץ מבהיר שהטקסט המתמטי היווני הקלסי היה מורכב ברובו ממספר מצומצם יחסית של 'נוסחאות' מילוליות שהורכבו יחד, ולא היה טקסט מילולי חופשי). לעומת זאת, אם נשאל תלמידים ותלמידות מתמטיקה בבתי ספר, נגלה שהלמידה של שפה אלגברית סימבולית היא אתגר שלא כולם מצליחים לעמוד בו.

שנית, על אף שבכתבי היד המתמטיים אנחנו מוצאים כמעט רק מתמטיקה רטורית, אנחנו יודעים היטב שלתרבויות מתמטיות היסטוריות היו שפות סימבוליות לכתיבת מתמטיקה. לא מדובר בשפות דומות לאלגברה מודרנית, אבל בהחלט מדובר בשפות סימבוליות ייחודיות. דיאגרמות חישוביות מורכבות ושכתובים סימבוליים או סימבוליים למחצה על לוחות מחיקים היו חלק מהפרקטיקה המתמטית ההיסטורית הרבה לפני המצאת האלגברה המודרנית, וקורי מכיר בכך. כתבי היד נוטים למעט בתיעוד הפרקטיקה הזאת – גם משום שהיא נתפסה כלא מתאימה לסטנדרט של ספרים, וגם משום שהמורים לא היו מעוניינים לחשוף את מלוא הידע הפרקטי לקורא, כיוון שהתפרנסו

מהוראה בעל פה של פרקטיקות כאלה. אבל היסטוריוניות והיסטוריונים לא יכולים להמעיט בחשיבות הפרקטיקות האלה רק בגלל ייצוגן החסר בכתבי יד.

התפיסה של פרקטיקות סימבוליות היסטוריות כצעדים מהוססים לקראת שפה אלגברית מודרנית היא בעייתית. מן הראוי ללמוד לא רק את המגבלות של השפות האלה, שקורי מקפיד להדגים, אלא גם את היתרונות שלהן בהקשר הפרקטי שבו נוצרו. עם זאת, שוב, קשה להטיל את מלוא האשמה על קורי. ההבנה שלנו את שיטות הייצוג הסימבוליות הקדם-מודרניות חלקית מאוד, והיכולת לתת דין וחשבון ראוי עליהן בעבודה סינתטית שמבוססת על המחקר הקיים מוגבלת.

כל זה מתקשר לנקודה חשובה אחרונה. הקשר היסטורי נתון לא כולל רק תפיסת מספר אחת, נבדלת מקודמותיה. למעשה, כפי שקורי מזכיר פה ושם (אבל לא מספיק לטעמי), ידוע לנו היטב שלצד תרבויות מתמטיות מלומדות, שהקפידו במידה כזו או אחרת על כתיבה רטורית ועל ההבחנה היוונית בין סוגי גדלים, התקיימו תרבויות פרקטיות, שהיו זהירות הרבה פחות ביחס להבחנות בין גדלים ויצירתיות יותר ביחס לסימונים מתמטיים. חשוב להבין שבדרך כלל גם מי שכתבו במסגרת התרבויות המלומדות הכירו את הפרקטיקה המתמטית היום-יומית. גם אם הם ניסו לטהר את הכתיבה שלהם מה'שגיאות המושגיות' של רואי חשבון, מודדים, ארכיטקטים ואסטרולוגים, ההצלחה שלהם הייתה חלקית. גם תחת ההגבלה של אחדות הזמן והמקום, אין רק תרבות מתמטית אחת, ותרבויות מתמטיות שמתקיימות באותו זמן ובאותו מרחב לא יכולות להיוותר אטומות לחלוטין זו לזו (הדיון של קורי בארכימדס מדגים את הטענה הזאת).

אבל הניתוח ההיסטורי של מושגים מתמטיים, אצל קורי ובכלל, מוטה לטובת ההמשגות של התרבויות המתמטיות המלומדות. אני מאמין שהיסטוריונים והיסטוריוניות צריכים לתקן את ההטיה הזאת. התיקון הזה דרוש לא רק מתוך מחויבות לדיוק ההסטורי, אלא גם כדי להכיר בריבוי של המתמטיקה בת זמננו. מה שקורי מציג כ'מושג המספר המודרני' (כלומר ההגדרות של דדקינד משובצות במערכת האקסיומטית של צרמלו-פרנקל), מוכרות רק למתי מעט. אעז ואנחש שפחות ממחצית מהמתמטיקאים המקצועיים הפעילים היום יכולים לשחזר בדיוק מניח את הדעת את ההגדרות האלה, ולפחות מאחוז בודד יש צורך בהן. ההגדרות האלה לא משקפות בהכרח את מושגי המספר והגודל שרוב המתמטיקאיות עושות בהם שימוש בפועל, והן בוודאי לא משקפות את מושגי המספר של פיזיקאיות,

מהנדסים, רואות חשבון, מורים למתמטיקה ותלמידות תיכון. היסטוריה של המספרים, קצרה ככל שתהיה, שמכוונת כולה אל ההמשגה המתמטית המלומדת של מספרים, היא בהכרח חלקית, והקוראים והקוראות צריכים להיזהר בה.

עם זאת הספר של קורי הוא ספר מצויין. מבין ספרים רבים שאני מכיר שעוסקים בהיסטוריה של המספר, הוא הטוב ביותר מסוגו. ההטיות שבו משקפות את מצב הידע בהיסטוריה של המתמטיקה ואת ההנחות הרווחות לגבי טבעה הכללי, ההכרחי והוודאי של המתמטיקה. הביקורת שהצעתי כאן היא עמדת מיעוט, פחות או יותר, בהיסטוריוגרפיה של המתמטיקה. היא שואפת למסגרת ניתוח אחרת, שמבוססת על הנחות שונות ביחס לטבעה של המתמטיקה. ניצלתי את הבמה הזאת כדי להטיף לטובת חלופה כזו. עבור מי שלא השתכנע, ההיסטוריה הקצרה של המספרים תהיה מדריך נפלא. מי ששוכנעה כדאי שתקרא בספר באופן זהיר וחשדני.