



Doctoral Thesis

## **Optimal Control Strategies for Maximizing the Link Velocity of Elastic Joints with Nonlinear Impedance**

**Author(s):**

Özparpucu, Mehmet Can

**Publication Date:**

2018

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-b-000297795> →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

DISS. ETH NO. 25266

***Optimal Control Strategies for Maximizing the Link  
Velocity of Elastic Joints with Nonlinear Impedance***

A thesis submitted to attain the degree of  
DOCTOR OF SCIENCES of ETH ZURICH  
(Dr. sc. ETH Zurich)

presented by

*Mehmet Can Özparpucu*

*M.Sc. in Mechanical and Process Engineering,  
Technische Universität Darmstadt*

born on *03.06.1985*  
citizen of  
Turkey and France

accepted on the recommendation of  
*Prof. Dr. Jonas Buchli, examiner*  
*Dr. Christian Ott, co-examiner*  
*Prof. Dr. Geir E. Dullerud, co-examiner*

2018

# Abstract

In this thesis, we investigate the problem of maximizing the link velocity of elastic joints using velocity-sourced elastic actuators. More specifically, focusing on joints with nonlinear series elastic actuators we derive motor control strategies such that the link velocity is maximized at a given time instant when the joint is initially at rest. Furthermore, we provide a physical interpretation for the derived strategies by exploiting their time optimality. The interpretation reveals the dependence of these strategies on periods of mass-spring systems which in turn explains how nonlinear torque-deflection profiles influence the maximal link velocity. In order to clearly illustrate this influence, we analyse in detail three different elastic joints with softening, linear and hardening springs. In particular, we compare their maximal link velocities as well as the corresponding control strategies and elaborate on the observed differences. Our theoretical results are experimentally validated on the DLR Floating Spring Joint where link velocities at least more than three times the maximally applied motor velocity are attained in less than a second. Several extensions are also provided which reveal the influence of damping and stiffness actuation on optimal control strategies. Finally, we give a proof of Pontryagin's Minimum Principle, the main theorem used in the thesis, by exploiting the properties of transition maps. Assuming an additional degree in the smoothness of the system dynamics and the cost functional, this leads to an extension of the principle, namely the Second Order Minimum Principle.

# Zusammenfassung

In dieser Arbeit untersuchen wir das Problem der Maximierung der Ausgangsgeschwindigkeit von elastischen Gelenken mit geschwindigkeitsgesteuerten elastischen Aktuatoren. Wir konzentrieren uns dabei auf Gelenke mit nichtlinearen seriell elastischen Aktuatoren und leiten Motorsteuerungsstrategien ab, so dass die Ausgangsgeschwindigkeit zu einem gegebenen Zeitpunkt maximiert wird wenn das Gelenk anfänglich in Ruhe ist. Darüber hinaus liefern wir eine physikalische Interpretation für die abgeleiteten Strategien, indem wir deren Zeitoptimalität nutzen. Die Interpretation zeigt die Abhängigkeit dieser Strategien von Perioden von Masse-Feder-Systemen, die wiederum erklären wie nichtlineare Kennlinien für den Drehmoment die maximale Geschwindigkeit beeinflussen. Um diesen Einfluss deutlich zu veranschaulichen, analysieren wir im Detail drei verschiedene elastische Gelenke mit degressiven, linearen und progressiven Federkennlinien. Insbesondere vergleichen wir die maximal erreichbaren Geschwindigkeiten sowie die entsprechenden Steuerungsstrategien und erarbeiten die beobachteten Unterschiede. Unsere theoretischen Ergebnisse werden experimentell an dem DLR Floating Spring Joint validiert, wo Ausgangsgeschwindigkeiten von mehr als dem Dreifachen der maximal kommandierten Motorgeschwindigkeit in weniger als einer Sekunde erreicht werden. Es werden auch Erweiterungen hergeleitet, die den Einfluss einer aktiven Steifigkeits- und Dämpfungssteuerung auf optimale Steuerstrategien aufzeigen. Schließlich geben wir einen Beweis für das Minimumprinzip von Pontryagin, der Hauptsatz aus dem die Ergebnisse der Arbeit hervorgehen, indem wir die Eigenschaften von Flüssen von Differentialgleichungen nutzen. Unter der Annahme eines zusätzlichen Grads in der Differenzierbarkeit der Systemdynamik und des Kostenfunktional führt dies zu einer erweiterten Version des Prinzips, nämlich zu dem Minimumprinzip zweiter Ordnung.