

Diss. ETH No. 20043

Mapping Polygons

A dissertation submitted to
ETH ZURICH

for the degree of
DOCTOR OF SCIENCES

presented by

YANN DISSER

Master of Science, TU Darmstadt

Dipl. Inform., TU Darmstadt

born March 4, 1983 in Frankfurt a.M., Germany

accepted on recommendation of

Prof. Dr. Peter Widmayer, ETH Zurich
examiner

Prof. Dr. David Peleg, Weizmann Institute of Science
co-examiner

Dr. Jérémie Chalopin, LIF, CNRS et Aix-Marseille Université
co-examiner

Dr. Matúš Mihaľák, ETH Zurich
co-examiner

2011

Abstract

This thesis is concerned with simple agents that move from vertex to vertex along straight lines inside a simple polygon with the goal of reconstructing the visibility graph. The visibility graph has a node for each vertex of the polygon with an edge between two nodes if the corresponding vertices see each other, i.e., if they can be connected by a straight line inside the polygon. While at a vertex, the agent perceives all vertices visible to its current location in the order in which they appear along the boundary. In each step, the agent can choose one of these vertices and move there.

We show that an agent that can distinguish whether two visible vertices are neighbors on the boundary cannot always solve the visibility graph reconstruction problem when restricted to moving along the boundary only. This even remains true if the agent knows the total number of vertices beforehand and if it can measure the angles formed by the boundary of the polygon. On the other hand, we show that an agent that can measure the angles between edges of the visibility graph can always solve the visibility graph reconstruction problem, even when restricted to moving along the boundary only.

We further consider an angle-type sensor which allows to distinguish whether the angle between any two edges is convex or reflex, and a look-back sensor which allows the agent to move back to where it came from in its last move. We show that an agent equipped with both sensors can always solve the visibility graph reconstruction problem, even without prior knowledge about the total number of vertices. The same is true for an agent that can measure the angle between any two edges and has a compass.

For agents that have knowledge of an upper bound on the total number of vertices, we show stronger results. We show that in this setting an agent with look-back sensor or angle-type sensor can always solve the visibility graph reconstruction problem. We further show that multiple, identical, deterministic, indistinguishable such agents can find each other in any polygon.

Zusammenfassung

Diese Arbeit beschäftigt sich mit Agenten, die sich von Eckpunkt zu Eckpunkt entlang gerader Linien innerhalb eines Polygons bewegen, mit dem Ziel den Sichtbarkeitsgraphen zu rekonstruieren. Dabei ist der Sichtbarkeitsgraph der Graph mit einem Knoten für jeden Eckpunkt des Polygons und einer Kante zwischen je zwei Eckpunkten, die sich sehen, deren geradlinige Verbindung also vollständig innerhalb des Polygons liegt. Während sich der Agent an einer Ecke befindet, nimmt er alle von dort sichtbaren Ecken in ihrer Reihenfolge entlang des Polygonrands wahr. In jedem Schritt kann der Agent einen dieser Eckpunkte wählen und sich dort hin begeben. Wir konzentrieren uns auf das Sichtbarkeitsgraphrekonstruktionsproblem, bei dem ein Agent in einem anfangs unbekanntem Polygon den Sichtbarkeitsgraphen bestimmen muss.

Wir zeigen, dass Agenten, die unterscheiden können, ob zwei sichtbare Eckpunkte Nachbarn entlang des Rands sind, das Sichtbarkeitsgraphrekonstruktionsproblem nicht immer lösen können, wenn sie sich nur entlang des Polygonrands bewegen dürfen. Dieses Ergebnis bleibt auch dann bestehen, wenn die Agenten zusätzlich die Zahl der Eckpunkte kennen und die Winkel am Polygonrand messen können. Andererseits zeigen wir, dass Agenten, die den Winkel zwischen zwei beliebigen Kanten messen können, das Sichtbarkeitsgraphrekonstruktionsproblem immer lösen können, selbst wenn sie sich nur entlang des Polygonrands bewegen dürfen.

Wir zeigen, dass Agenten, die unterscheiden können, ob der Winkel zwischen zwei beliebigen Kanten konvex oder konkav ist und die sich immer zu ihrer letzten Position zurück begeben können, das Sichtbarkeitsgraphrekonstruktionsproblem immer lösen können, selbst ohne jegliches anfängliche Wissen über die Gesamtzahl der Ecken.

Wir zeigen weiterhin, dass Agenten, die sich immer zu ihrer letzten Position zurück begeben können und denen eine obere Schranke für die Gesamtzahl der Ecken bekannt ist, das Sichtbarkeitsgraphrekonstruktionsproblem immer lösen können. Wir zeigen,

dass mehrere, deterministische, identische und ununterscheidbare solche Agenten sich in jedem Polygon gegenseitig finden können. Außerdem zeigen wir, dass beide Resultate auch für Agenten gelten, die unterscheiden können, ob der Winkel zwischen zwei beliebigen Kanten konvex oder konkav ist und denen eine obere Schranke auf die Gesamtzahl an Ecken bekannt ist.