



Doctoral Thesis

## Geometry and symmetries in N=4 super-Yang-Mills theory

**Author(s):**

Schwab, Burkhard U.W.

**Publication Date:**

2013

**Permanent Link:**

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-010050039> →

**Rights / License:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

DISS. ETH N° 21468

# Geometry and Symmetries in $\mathcal{N} = 4$ super–Yang–Mills theory

A dissertation submitted to

ETH ZURICH

for the degree of

DOCTOR OF SCIENCES

presented by

BURKHARD ULRICH WILHELM SCHWAB  
M.A.St., University of Cambridge

born the 7<sup>th</sup> of June 1986  
in Reutlingen, Germany,

accepted on the recommendations of

Prof. Niklas Beisert,  
Prof. Matthias Gaberdiel,  
Prof. Rainer Wallny

2013

## Abstract

In three interdependent parts, the geometry of  $\mathcal{N}$ -extended superspaces is studied, the symmetries of a novel type of Wilson loop on full  $\mathcal{N} = 4$  superspace are inspected and an additional symmetry generator residing outside of the hidden Yangian symmetry algebra  $Y[\mathfrak{psu}(2, 2|4)]$  of the planar tree-level scattering amplitudes of  $\mathcal{N} = 4$  super Yang-Mills theory is identified and put into context. In the first part, the geometry of flag manifolds is used to illustrate correspondences between theories on different types of superspaces—most importantly,  $\mathcal{N} = 4$  SYM on Minkowski superspace and holomorphic Chern-Simons theory on twistor space as well as  $\mathcal{N} = 3$  SYM on full Minkowski space and complex-real Chern-Simons-theory on  $\mathcal{N} = 3$  harmonic superspace. The second part develops a treatment of Wilson loops on null polygonal contours in full  $\mathcal{N} = 4$  superspace and ambitwistor space  $\mathbb{A}_{3|4}$  and inspects the symmetries of observables constructed from the one-loop expectation value  $\langle \mathcal{W}_n \rangle^{(1)}$ . The final part proves the existence of an additional symmetry generator called bonus symmetry  $\widehat{\mathfrak{B}}$  of the tree-level amplitudes and leading singularities in planar limit  $\mathcal{N} = 4$  SYM.

## Zusammenfassung

In drei voneinander abhängigen Teilen werden die Geometrie von  $\mathcal{N}$ -erweiterten Superräumen untersucht, die Konstruktion und Symmetrien von Wilsonschleifen auf lichtartigen polygonalen Integrationskonturen betrachtet und eine neuartige Symmetrie – welche nicht Teil der Yangschen Symmetriealgebra  $Y[\mathfrak{psu}(2, 2|4)]$  ist – der Baumdiagramme planarer  $\mathcal{N} = 4$  Super-Yang-Mills Theorie, wird identifiziert und untersucht. Im ersten Teil wird die Geometrie von Flaggenmanigfaltigkeiten verwendet um Korrespondenzen zwischen Eichtheorien auf verschiedenen Superräumen deutlich zu machen; insbesondere zwischen  $\mathcal{N} = 4$  SYM über dem vierdimensionalen  $\mathcal{N} = 4$  Minkowski-Superraum und holomorpher Chern-Simons-Theorie über dem Twistorraum und zwischen  $\mathcal{N} = 3$  SYM über dem vierdimensionalen  $\mathcal{N} = 3$  Minkowski-Superraum und komplex-reeller Chern-Simons-Theorie über dem harmonischen  $\mathcal{N} = 3$  Superraum. Der zweite Teil behandelt Wilsonschleifen auf lichtartigen polygonalen Integrationskonturen auf dem nichtchiralen  $\mathcal{N} = 4$  Minkowski-Superraum und dem Ambitwistorraum  $\mathbb{A}_{3|4}$  und untersucht das Verhalten von Observablen, die aus dem Einschleifenerwartungswert  $\langle \mathcal{W}_n \rangle^{(1)}$  gebildet wurden, unter Symmetrieoperationen der Yangschen Symmetriealgebra. Im letzten Teil wird die Existenz eines zusätzlichen Symmetriegenerators der Baumdiagramme und der führenden Singularitäten planarer  $\mathcal{N} = 4$  SYM-Theorie bewiesen. Dieser zusätzliche Generator trägt den Namen Bonussymmetrie  $\widehat{\mathfrak{B}}$ .