



Doctoral Thesis

Stability and Computations in Cooperative Distributed Model Predictive Control

Author(s):

Conte, Christian

Publication Date:

2014

Permanent Link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-010194426> →

Rights / License:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#) →

This page was generated automatically upon download from the [ETH Zurich Research Collection](#). For more information please consult the [Terms of use](#).

Diss. ETH No. 21834

Stability and Computations in Cooperative Distributed Model Predictive Control

A dissertation submitted to
ETH ZURICH

for the degree of
Doctor of Sciences

presented by

Christian Conte

MSc in Electrical Engineering and Information Technology, ETH Zurich, Switzerland

born 26.09.1983

citizen of Zurich

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Manfred Morari (examiner)

Prof. Dr. Francesco Borrelli (co-examiner)

2014

Abstract

The main theme of this thesis is the development of *cooperative distributed model predictive control (MPC)* methods for large-scale networks of constrained dynamic systems. MPC is a modern control methodology, which is particularly suited for constrained systems and has proven successful in practice. For large-scale networks of systems, which are often subject to communication constraints, MPC controllers have to be operated in a distributed way, i.e. each system in the network has to take local control decisions based on local measurements and communication with neighboring systems. Moreover, for networks of systems with a common objective function, it is desirable for the systems to take their control decisions cooperatively, which implies the need for cooperative distributed MPC. *Distributed optimization* is a well-established methodology which allows the combination of the cooperative and the distributed aspect within the MPC framework. Specifically, one finite-horizon optimal control problem, in the following referred to as MPC problem, can be formulated for the whole network of systems, and it can be solved by a distributed optimization method at each time step. This thesis is concerned with issues arising from the use of distributed optimization in MPC.

In the first part of the thesis, distributed optimization based cooperative distributed MPC controllers for networks of linear systems are presented. All controllers guarantee stability and feasibility in closed-loop. The first controller presented is a nominal MPC controller. Closed-loop stability and feasibility are guaranteed by adapting well-established methodologies from the centralized MPC literature. Specifically, the global MPC problem is equipped with a suitably designed terminal cost, which is a Lyapunov function for the unconstrained system, and a terminal set, which is positively invariant (PI). In order to make the MPC problem amenable to distributed optimization algorithms, the terminal cost is designed as a separable function and the terminal set is a Cartesian product of local sets, which are time-varying. Specific synthesis methods for terminal cost and set are presented, where these methods can be executed in a distributed fashion themselves.

In the following, two cooperative distributed MPC controller are presented, which extend the nominal one described above. The first is a robust MPC controller for networks of linear systems subject to bounded additive noise, the second is an MPC controller for reference tracking. In both cases, well established methodologies from the centralized MPC literature

are adapted for the use in a cooperative distributed setup, where the MPC problem is solved by distributed optimization. For distributed robust MPC, the main additional ingredients are structured robust positive invariant (RPI) sets, as well as constraint tightening methods, which can be executed in a distributed way. For distributed reference tracking MPC, the main additional ingredient is an invariant set for tracking, again designed as a Cartesian product, and again equipped with a synthesis method that can be carried out in a distributed fashion.

In the second part of the thesis, computational aspects of specific distributed optimization methods in MPC are investigated. In particular, the performance of these methods on the MPC problem, i.e. the number of iterations to convergence, is computationally analyzed under various system setups and operational modes. A first study contains computational results for general networks of linear systems, which are controlled by standard nominal cooperative distributed MPC controllers. In the computational scenarios considered, various system properties, such as the strength of the dynamic coupling between the systems or the network topology, are varied. The results show that the performance of distributed optimization is sensitive to changes in these properties. In particular, as a general qualitative observation, the performance decreases in cases where coordination among the systems in the network is crucial, which usually manifests in Lagrange multipliers of large magnitude. These observations could be confirmed in a wind farm application study. In particular, it is shown that the performance of the distributed optimization methods decreases in operational conditions where the power production has to be dynamically reallocated across the wind farm. This is the case for example when there is not enough wind to fulfill the farm-wide power production requirements.

Zusammenfassung

Diese Dissertation befasst hauptsächlich mit der Entwicklung von *kooperativen, verteilten, modellbasierten prädiktiven Reglern* (engl.: *Model Predictive Controller, MPC*) für grosse Netzwerke von dynamischen Systemen. MPC ist eine moderne Regelungsmethodik für Systeme, welche Bedingungen bezüglich ihrer Eingänge und Zustände unterliegen. Diese Methodik wird erfolgreich in der Praxis eingesetzt. Da Netzwerke von Systemen oft Kommunikationsbeschränkungen unterliegen, müssen MPC Regler verteilt funktionieren, d.h. jedes System macht seine lokalen Regelentscheidungen basierend auf lokalen Messungen und Kommunikation mit benachbarten Systemen. Ausserdem ist es für viele Netzwerke wünschenswert, dass die lokalen Entscheidungen kooperativ, d.h. im Sinne einer globalen Zielfunktion, getroffen werden. *Verteilte Optimierung* ist eine etablierte Methodik, mit der der kooperative und der verteilte Aspekt innerhalb eines MPC Reglers kombiniert werden können. Dabei wird das Optimierungsproblem, welches den MPC Regler für das globale Netzwerk von Systemen definiert und im Folgenden *MPC Problem* genannt wird, in jedem Zeitschritt durch eine verteilte Optimierungsmethode gelöst.

Im ersten Teil der Arbeit werden kooperative, verteilte MPC Regler präsentiert, deren MPC Probleme so formuliert sind, dass sie von verteilten Optimierungsmethoden gelöst werden können. Des Weiteren weisen alle diese Regler Garantien bezüglich der Stabilitäts- und Beschränkungskonformität des geschlossenen Regelkreises auf. Der erste präsentierte Regler ist ein nominaler MPC Regler für Netzwerke linear Systeme. Stabilität und Beschränkungskonformität werden durch die Adaptierung etablierter Methoden aus der Literatur über zentralisiertes MPC ermöglicht. Insbesondere weist das globale MPC Problem einen Endkostenterm auf, der durch eine Lyapunov Funktion für das nicht beschränkte System beschrieben wird. Des Weiteren weist das Problem eine Endzustandsbedingung auf, welche durch eine positiv invariante (PI) Menge charakterisiert ist. Um das MPC Problem mit verteilten Optimierungsmethoden lösen zu können wird die Endkostenfunktion so gewählt, dass sie separierbar ist. Ausserdem wird die Endzustandsmenge als kartesisches Produkt lokaler Mengen gewählt, wobei diese lokalen Mengen zeitvariant sind. Spezifische Synthesemethoden, sowohl für die Endkostenfunktion als auch für die Endzustandsmenge werden präsentiert, wobei alle diese Methoden selbst auf eine verteilte Weise ausgeführt werden können.

Im weiteren Verlauf der Arbeit werden zwei kooperativ verteilte MPC Regler vorgestellt, welche den oben vorgestellten Regler erweitern. Der erste ist ein robuster MPC Regler für Netzwerke von linearen Systemen, welche beschränkten, additiven Störungen unterliegen, der zweite ist ein MPC Regler zur Referenzfolge. In beiden Fällen werden etablierte Methoden aus der Literatur über zentralisiertes MPC adaptiert, um MPC Probleme zu formulieren, welche Stabilitäts Garantien aufweisen und durch verteilte Optimierungsmethoden gelöst werden können. Im Falle des robusten MPC Reglers bestehen die, im Vergleich zum nominalen Fall, neu benötigten Komponenten aus strukturierten robust positiv invarianten (RPI) Mengen, sowie Beschränkungsverkleinerungsmethoden, welche verteilt ausgeführt werden können. Im Falle des Referenzfolge MPC Reglers besteht die, im Vergleich zum nominalen Fall, neu benötigte Komponente aus einer strukturierten invarianten Referenzfolgemenge. Diese wird, wie die positiv invariante Menge im nominalen Fall, als kartesisches Produkt gewählt und kann ebenfalls mit einer verteilten Methode synthetisiert werden.

Im zweiten Teil der Arbeit werden berechnungsspezifische Aspekte der verteilten Optimierung in der MPC Regelung untersucht. Insbesondere wird die Leistung von verteilten Optimierungsmethoden bei der Lösung von MPC Problemen, d.h. die Anzahl der Iterationen bis zur Konvergenz, für verschiedene Systemeigenschaften und Operationsmodi untersucht. Eine erste Studie befasst sich mit allgemeinen Netzwerken linearer Systeme, welche durch nominale, kooperativ verteilte MPC Regler geregelt werden. In den berücksichtigten Szenarien werden verschiedene Eigenschaften dieser Netzwerke variiert, wie beispielsweise die Kopplungsstärke zwischen den Systemen oder die Netzwerktopologie. Die Resultate zeigen, dass die Leistung der verteilten Optimierung sensitiv auf diese Änderungen reagiert. Insbesondere konnte qualitativ beobachtet werden, dass die Leistung der verteilten Optimierungsmethoden abnimmt, je wichtiger die Kooperation zwischen den Systemen im jeweiligen Fall ist, was sich normalerweise durch Lagrange Multiplikatoren mit grossen Absolutwerten äussert. Diese Beobachtungen konnten in einer Windfarm Anwendungsstudie bestätigt werden. Insbesondere konnte beobachtet werden, dass die Leistung der verteilten Optimierungsmethoden in spezifischen Fällen abnimmt, in denen die Energieproduktion in der Windfarm dynamisch neu verteilt werden muss. Dies ist beispielsweise der Fall wenn nicht genug Wind vorhanden ist, um ein vorgegebenes Produktionsziel zu erfüllen.