

DISS. ETH NO. 16065

# FINITE ELEMENT SIMULATION OF A CARVING SNOW SKI

A dissertation submitted to the

SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY ZURICH

for the degree of

Doctor of Technical Sciences

presented by

PETER ANDREAS FEDEROLF

diploma physicist, ETHZ

born 18.01.1974

citizen of

Federal Republic of GERMANY

accepted on the recommendation of

Prof. Jürg Dual, examiner

Dr. Walter Ammann, co-examiner

Dr. Anton Lüthi, co-examiner

**2005**

# Abstract

Winter sports have developed tremendously during the last century. This increased popularity has not only generated significant industrial activities, but has also boosted tourism in many mountainous regions. The design of new skiing equipment has to date always been the work of expert craftsmen, who improved the existing equipment in expensive and time-consuming prototyping and testing cycles. Nowadays, advanced numerical simulation tools offer new ways to assist ski manufacturers in the development of new equipment designs and shorten the required prototyping and testing cycles. Furthermore, numerical simulation methods offer new ways to analyse the interaction between skier, skiing equipment, and snow, and they offer the opportunity to analyse the impact of single parameters on the turn characteristics.

The primary objective of this thesis is to develop a finite element simulation of the ski-binding system in the situation of a carved turn, specifically taking into account the ski-snow interaction. A quasi-static equilibrium of the external forces and moments is assumed, which allows to determine the boundary conditions on the model. These boundary conditions depend on the one hand on the forces and moments exerted by the skier onto the binding, on the other hand on the snow resistance pressure to the penetrating and sliding ski. Additionally the impact of the skis' weight and of inertia forces, which are brought about by accelerations of the system, was analysed. Via a detailed kinematic analysis of selected turns a consistent set of coordinates describing both the motion of the skis, and of the skier's centre of mass was obtained. Simultaneously, the forces and moments transferred from the skier onto the binding were measured, which constitute the first part of the boundary conditions to the simulation. The second part was determined by an extensive investigation of the ski-snow interaction process. In the regime of snow penetrating speeds typical for skiing, snow deformation is dominated by brittle fracture processes. To characterise the impact of the snow on a penetrating ski, the snow resistance pressure was measured in several penetration tests using two newly developed measurement devices. The results were summarised in an empirical equation describing the snow resistance pressure as a function of the penetration depth and of the edging angle. The penetration speed has a negligible effect on the resistance pressure. The snow type is characterized in the empirical equation by three coefficients. Due to the multifaceted characteristics of snow these three coefficients scatter strongly when measured on actual ski pistes and it was not possible to correlate them to other physical snow properties. In order to evaluate the impact of varying snow types on the simulation results, mean values for soft, medium, and hard snow conditions on the examined ski pistes were determined.

The numerical model of the ski and binding consists of shell and volume elements, respectively. The two blocks are coupled via constraints. The ski model represents the actual structure and geometry of the ski in detail, whereas the binding model represents all the important mechanical properties but does not model the numerous individual binding parts in detail. The mechanical properties of the numerical model were verified by comparison to static bending and torsion tests. Additionally, the force distribution under a loaded ski was calculated and compared to measurements.

The simulation of the ski-binding system in a turn was in a first step implemented for the static case, in which the ski-binding system is loaded with a given force and penetrates snow of a given resistance strength. The calculated shape of the lower ski edge was compared to the shape of the ski's trace obtained by measurements in a corresponding measurement set-up. Small deviations in the form of the measured and the calculated traces arise from

inhomogenities of the snow but the results still agree within the measurement accuracy. In a second step a circle was fitted to the calculated shape of the lower ski edge and its radius was compared to the instantaneous radius of the trace of an actually carved turn. To represent a moving ski two dynamical effects were included in the boundary conditions modelling the ski-snow interaction: the penetration of the ski into the snow is a non-reversible process generating a trace in the snow. This trace interacts with the ski's rear end instead of the undisturbed snow surface. Therefore, a hysteresis was implemented in the boundary condition representing the snow's penetration resistance. Moreover, the ski's side cut causes a lateral displacement of the trace, which is also included in the implemented boundary condition. The boundary conditions for the model obtained by the kinematic and kinetic analysis, and empiric snow resistance function, which were discussed in the first part of this work, were then used to calculate the ski radii for several discrete situations. These radii were compared to actual turn radii determined from the traces of the skis remaining in the snow. In the steering phase of the turns, in which the skis in fact carve, the simulated ski radii agree well with the instantaneous radii determined from the skis' traces. Small deviations arise on the one hand from errors in the large number of necessary input data of the simulation and on the other hand from uncertainties in the determination of instantaneous radius of the traces. Finally, the implemented simulation tool was used to investigate the interrelations between the turn radius and the edging angle, the load on the ski binding, and the snow type.

The simulation tool developed in this thesis was designed to allow an easy adaptation of new ski and binding designs in order to assist ski and binding manufacturers in the evaluation of new skiing equipment. It could also assist athletes and coaches in the selection of skiing equipment best suited to the athlete's body characteristics and skill. Finally, this research allows further investigation into the interrelationship of turn parameters and physical processes in skiing.

# Zusammenfassung

Seit seiner Entstehung erfuhr der Skisport einen nahezu kontinuierlichen Aufschwung, wodurch nicht nur ein bedeutender Wirtschaftszweig sondern auch der Wintertourismus in den alpinen Regionen entstand. Die Entwicklung von Skisportgeräten war bisher immer die Arbeit von erfahrenen Handwerkern, die in zeitaufwendigen Versuchsreihen die Sportgeräte weiterentwickelten. Moderne Simulationsmethoden bieten heute die Möglichkeit Skihersteller bei der Weiterentwicklung ihrer Produkte zu unterstützen, da sie den Kreislauf des Bauens und Austestens neuer Prototypen verkürzen können. Ausserdem erlauben numerische Simulationen das Zusammenspiel von Skifahrer, Sportgerät und Schnee mit neuartigen Methoden zu analysieren und sie erlauben die Bedeutung einzelner Parameter für den Schwungverlauf zu untersuchen.

Das Hauptziel dieser Arbeit ist die Entwicklung einer Simulationsmethode für das System Ski-Bindung in einem gecarvten Schwung mit Hilfe der Finiten Elemente Methode unter besonderer Berücksichtigung der Ski-Schnee Interaktion. Dazu wurde ein quasistatischer Gleichgewichtszustand der äusseren, am System angreifenden Kräfte und Momente angenommen, wodurch die Randbedingungen des Skimodells bestimmt werden können. Diese Randbedingungen hängen einerseits davon ab, welche Kräfte und Momente vom Skifahrer auf die Bindung übertragen werden, andererseits hängen sie ab vom Widerstandsdruck den der Schnee dem Ski an der Kontaktfläche entgegensetzt. Auch der Einfluss des Eigengewichts des Skis und der Inertialkräfte, die durch Beschleunigungen des Systems hervorgerufen werden, wurde untersucht. Durch eine detaillierte kinematische Analyse ausgewählter Schwünge wurde ein konsistentes Set von Koordinaten bestimmt, welche sowohl die Bewegung der beiden Skier, als auch die Bewegung des Schwerpunkts des Skifahrers beschreiben. Gleichzeitig wurden die Kräfte und Momente gemessen, welche vom Skifahrer während der Fahrt auf die Bindung übertragen werden, um sie als Randbedingungen in der Simulation einzusetzen. Um die zweite Randbedingung, welche an der Kontaktfläche zwischen Ski und Schnee wirkt zu bestimmen, wurde eine umfangreiche Untersuchung der Ski-Schnee-Wechselwirkungen durchgeführt. Bei hohen Deformationsgeschwindigkeiten des Schnees, welche beim Skifahren typischerweise auftreten, bestimmen im wesentlichen Sprödrbrüche das Deformationsverhalten des Schnees. Um den Widerstand des Schnees auf einen eindringenden Ski zu untersuchen, wurde der Widerstandsdruck des Schnees auf eine eindringende Platte mit zwei neuentwickelten Messgeräten charakterisiert. Die Messergebnisse wurden in einer empirischen Gleichung zusammengefasst, welche den Schneewiderstandsdruck als Funktion der Eindringtiefe und des Aufkantwinkels angibt. Die Eindringgeschwindigkeit hat dabei nur einen geringen Einfluss auf den Widerstandsdruck. Die Schneeart wurde in der empirischen Gleichung durch drei Parameter charakterisiert, welche aufgrund der vielfältigen Erscheinungsformen des Schnees so stark variieren, dass sie bei Feldmessungen auf verschiedenen Skipisten nicht mit anderen physikalischen Schneeeigenschaften korreliert werden konnten. Um den Einfluss der Schneeeigenschaften auf die Resultate der Simulation zu untersuchen, wurden Mittelwerte für weiche, mittlere und harte Schneebedingungen auf den Skipisten berechnet.

Im numerischen Modell wurde der Ski durch Schalenelemente, die Bindung durch Volumenelemente dargestellt. Diese beiden Blöcke wurden durch Zwangsbedingungen („constraints“) miteinander verbunden. Das numerische Skimodell bildet den Ski in Geometrie und innerem Aufbau detailgetreu ab. Das Bindungsmodell dagegen enthält alle mechanisch relevanten Eigenschaften, jedoch nicht jedes der zahlreichen einzelnen Bauteile. Die

mechanischen Eigenschaften dieses numerischen Ski-Bindungsmodells wurden durch Biege- und Torsionstests überprüft. Zusätzlich wurde die Druckverteilung unter einem belasteten Ski berechnet und mit Messergebnissen verglichen.

In einem ersten Schritt wurde dann eine statische Kurvensituation für das Ski-Bindungsmodell implementiert, bei der das Modell auf einer bekannten Schneeunterlage mit einer vorgegebenen Kraft belastet wird. Die berechnete Verformung des Skis wurde anhand der Form der unteren Kantenlinie mit Messergebnissen aus einem entsprechenden Messaufbau überprüft. Kleinere Abweichungen zwischen berechneter und gemessener Kantenlinie werden durch Inhomogenitäten der Schneeoberfläche verursacht, dennoch stimmen die Ergebnisse im Rahmen der Messgenauigkeit miteinander überein. In einem zweiten Schritt wurde dann der Skiradius durch einen Kreisfit an die Skikante bestimmt und mit dem momentanen Radius, der aus der Spur eines gecarvten Schwungs bestimmt wurde, verglichen. Dabei zeigte sich, dass zwei Effekte berücksichtigt werden müssen, damit die Randbedingungen für einen fahrenden Ski gültig sind: das Eindringen des Skis in den Schnee ist ein nicht-reversibler Vorgang, wodurch eine bleibende Spur in der Schneeoberfläche erzeugt wird. In der Fortbewegung interagiert das Skiende deswegen nicht mit einer unberührten Schneeoberfläche, sondern mit der Spur, die vorher erzeugt wurde. Deswegen ist es notwendig, eine Hysterese in der Funktion, welche den Schneewiderstandsdruck beschreibt, zu berücksichtigen. Ausserdem wird durch die Taillierung des Skis eine seitliche Verschiebung der Spur verursacht, welche in der Implementierung der Ski-Schnee Randbedingung ebenfalls berücksichtigt werden muss. Mit den Ergebnissen aus der kinematischen und kinetischen Schwunganalyse, welche anfangs beschrieben wurde, konnten die Randbedingungen der Kurvensimulation für verschiedene konkrete Kurvensituationen implementiert und die Skiradien berechnet werden. Diese Radien wurden dann verglichen mit dem momentanen Kurvenradius, welcher für den simulierten Zeitpunkt aus der im Schnee zurückgebliebenen Spur des Skis bestimmt wurde. Vor allem in der Steuerphase des Schwungs, in der die Annahme eines gecarvten Schwungs am besten erfüllt ist, stimmen gemessener Kurvenradius und berechneter Skiradius gut überein. Anschliessend wurde die Simulation verwendet um die Zusammenhänge zwischen dem Skiradius und dem Aufkantwinkel, der Last auf der Bindung und der Eigenschaft des Schnees zu untersuchen.

Die empirische Gleichung für den Schneewiderstandsdruck, welche in dieser Doktorarbeit aufgestellt wurde, erlaubt es, die Ski-Schnee Interaktion genau zu berechnen, kann aber auch für andere Interaktionsprozesse mit Schnee verwendet werden. Das Simulationsprogramm, welches in dieser Arbeit erstellt wurde, kann von Ski und Bindungsherstellern für die Weiterentwicklung ihrer Produkte eingesetzt werden. Ausserdem eignet es sich für Athleten oder Skitrainer um Sportgeräte auszuwählen, welche den Körpereigenschaften eines Sportlers am besten angepasst sind. Auch für eine weitere Analyse der Beziehungen zwischen verschiedenen Kurvenparametern kann das Programm verwendet werden.