ETH zürich

ETH Library

La Détermination purement optique des constantes E, nü, G des matières isotropes transparentes

Doctoral Thesis

Author(s):
Martinola, Marzio

Publication date:
1959

Permanent link:
https://doi.org/https://doi.org/10.3929/ethz-a-000107760

Rights / license:
In Copyright - Non-Commercial Use Permitted

This page was generated automatically upon download from the ETH Zurich Research Collection.
For more information, please consult the Terms of use.

Prom. No 2863

La détermination purement optique des constantes E, ν, G des matières isotropes transparentes

Contribution à l'étude des plaques minces fléchies d'épaisseur brusquement variable

THÈSE

PRÉSENTÉE

À L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE FÉDÉRALE, ZURICH

POUR L'OBTENTION DU

GRADE DE DOCTEUR ÈS SCIENCES TECHNIQUES

PAR

Marzio Martinola

Ing. civ. dipl. E.P.F.

de Malvaglia (Tessin)

Rapporteur: M. le Prof. Dr. H. Favre

Corapporteur: M. le Prof. Ed. Amstutz

Zurich 1959 Imprimerie Leemann S. A.

valeurs M_{xtot}, obtenues directement en multipliant la grandeur $P/2$ de la réaction résultante d'un appui par la distance de cet appui à la section considérée. La comparaison des valeurs indiquées à côtés des diagrammes en question, est satisfaisante.

Enfin la figure 23 donne les diagrammes des moments M_x, M_y et M_{xy} relatifs à des sections parallèles à l'axe x.

§ 4. *Discussion des résultats*

Pour faire ressortir l'influence de la variation de l'épaisseur sur les valeurs des moments, nous avons comparé les résultats obtenus à ceux relatifs à la plaque carrée d'épaisseur constante, déjà étudiée expérimentalement par le

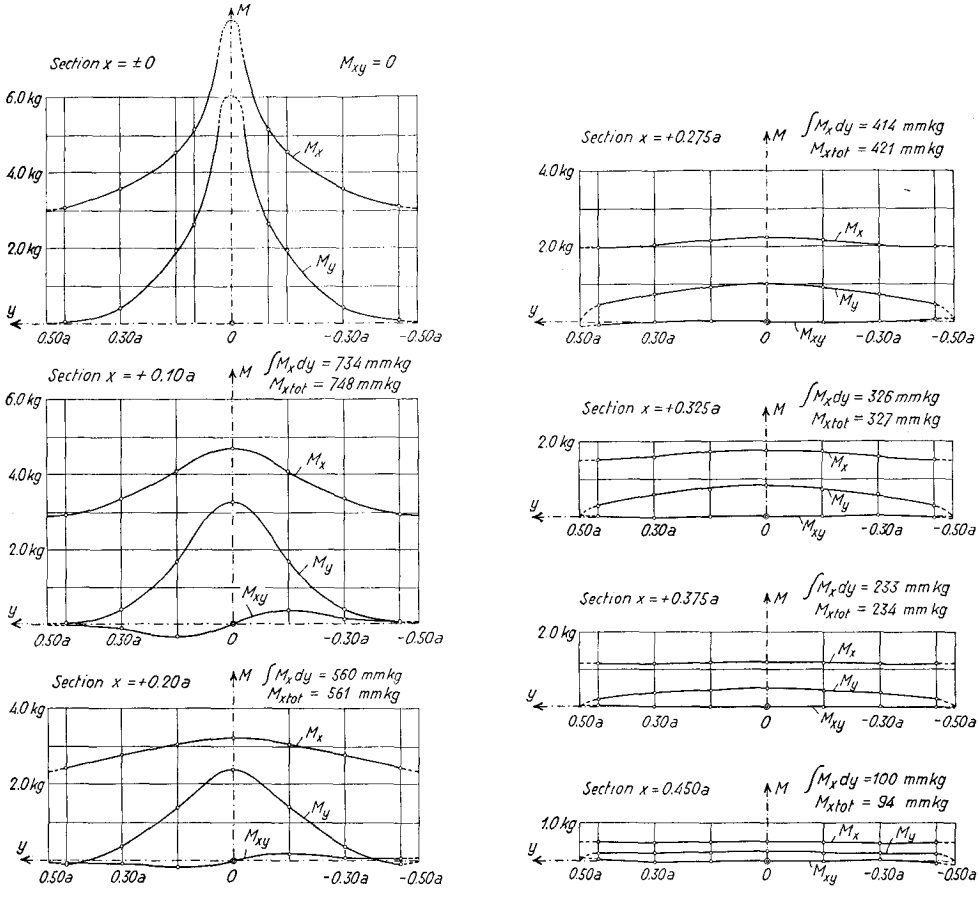

Fig. 22. Plaque carrée de la fig. 19. Diagrammes des moments M_x, M_y et M_{xy} relatifs à des sections parallèles à l'axe y.

Laboratoire[30]). Dans la figure 20, nous avons dessiné, à côté des trajectoires déjà mentionnées, celles des moments principaux relatives à la dernière plaque en question. Nous reconnaissons dans celle-ci la présence d'un point singulier attractif (S_a), coïncidant avec celui S_a de la première plaque, et la présence de deux points singuliers répulsifs (S_r). Dans la zone centrale, les trajectoires des deux plaques coïncident sensiblement, tandis qu'au voisinage des appuis, les différences sont sensibles.

Il est intéressant de remarquer que dans le cas de la plaque d'épaisseur variable, les trajectoires des moments principaux coupent la ligne de discontinuité de l'épaisseur sous un angle droit. Pour expliquer cette propriété, nous allons examiner les relations existant entre les moments M_n, M_t, M_{nt} et les courbures C_n, C_t et la torsion C_{nt} de la surface élastique, en un point P appartenant à une telle ligne de discontinuité F (fig. 24)[31]).

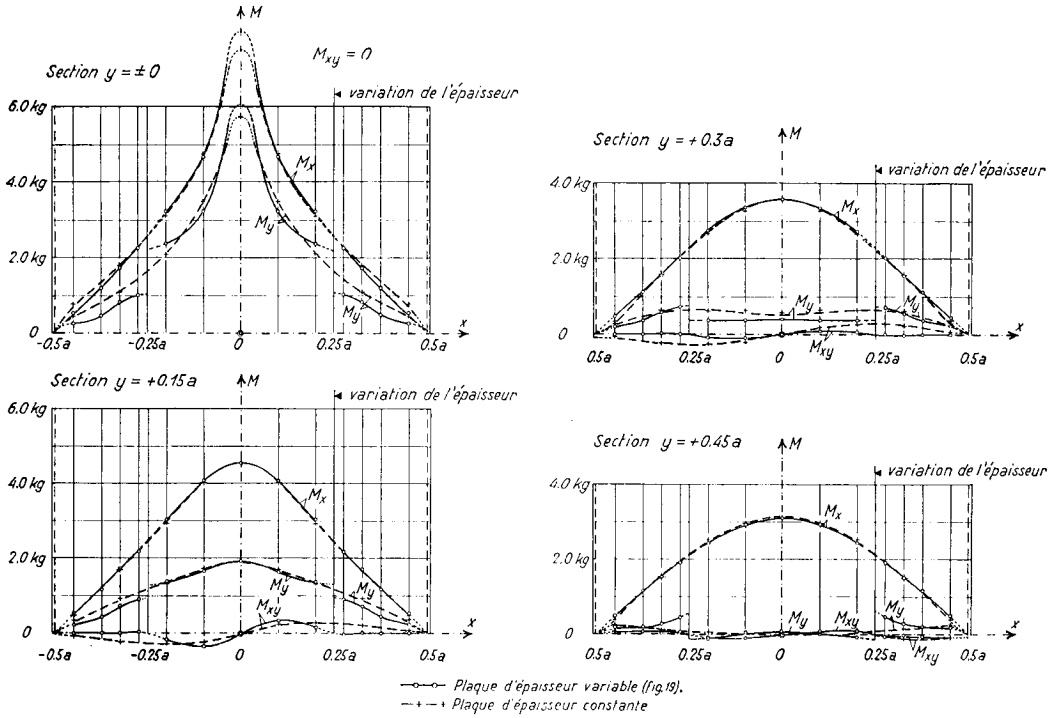

Fig. 23. Plaque carrée de la fig. 19. Diagrammes des moments M_x, M_y et M_{xy} relatifs à des sections parallèles à l'axe des x.

---

[30]) Voir la première des deux publications de *H. Favre* et *W. Schumann* citées dans la note 2, p. 41 et suiv.

[31]) Cette question a été traité dans un cas analogue par *W. Prager* (voir: Discontinuous fields of plastic stress and flow, Proceedings of the second National Congress of Applied Mechanics, June 14—18, 1954).

Pour que la loi d'égalité de l'action et de la réaction soit satisfaite au point P, il faut que:

$$(M_n)_1 = (M_n)_2, \tag{29}$$

$$(M_{nt})_1 = (M_{nt})_2, \tag{30}$$

tandis qu'en général on a

$$(M_t)_1 \neq (M_t)_2 \tag{31}$$

(les indices 1 et 2 se rapportent respectivement aux deux zones définies par la discontinuité). Entre les courbures et la torsion au point P, nous avons les relations:

$$(C_t)_1 = (C_t)_2, \tag{32}$$

$$(C_{nt})_1 = (C_{nt})_2, \tag{33}$$

tandis qu'en général

$$(C_n)_1 \neq (C_n)_2. \tag{34}$$

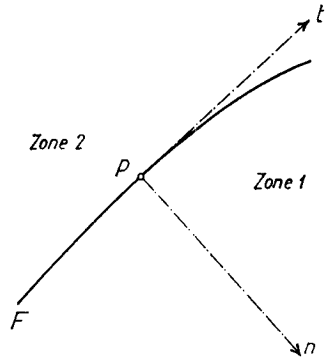

Fig. 24.

Or, pour chacune des deux parties, on a:

$$C_n = -\frac{1}{D(1-\nu^2)}(M_n - \nu M_t), \tag{35}$$

$$C_t = -\frac{1}{D(1-\nu^2)}(M_t - \nu M_n), \tag{36}$$

$$C_{nt} = -\frac{1}{D(1-\nu)} M_{nt}. \tag{37}$$

D_1 étant différent de D_2, on déduit facilement de (30), (33) et (37) que

$$\underline{M_{nt} = 0}. \tag{38}$$

Les trajectoires des moments principaux coupent donc F à angle droit. Enfin des expressions (29), (32) et (36), on tire:

$$\underline{(M_t)_2 - k(M_t)_1 = \nu M_n(1-k)}, \tag{39}$$

où $k = D_2/D_1$. Dans le tableau suivant, nous donnons les valeurs des deux membres de l'expression (39), obtenues par extrapolation des mesures. La concordance des résultats est satisfaisante[32]).

Section $y =$	0	$0{,}15\,a$	$0{,}3\,a$	$0{,}45\,a$
$(M_t)_2 - k\,(M_t)_1$ kg	0,81	0,79	0,70	0,64
$\nu M_n\,(1-k)$ kg	0,81	0,78	0,72	0,67

La figure 23 donne, dans les deux cas, les diagrammes des moments M_x, M_y et M_{xy} relatifs aux sections parallèles à x. Nous voyons ainsi qu'une discontinuité de l'épaisseur engendre une légère augmentation des moments maxima au voisinage du centre de la plaque (propriété déjà rencontrée dans l'étude des plaques circulaires). Cette discontinuité a de moins en moins d'influence sur la répartition des moments M_x à mesure qu'on s'éloigne du centre. On observe par contre dans les diagrammes des moments M_y et M_{xy}, des différences beaucoup plus grandes entre les valeurs relatives aux deux cas examinés. Remarquons encore les discontinuités des moments M_y engendrées par les variations de l'épaisseur et signalons le fait que les moments M_{xy} ont, pour la zone non renforcée, des valeurs relativement faibles.

Pour terminer, ajoutons que les angles de la plaque d'épaisseur variable étudiée n'ont eu aucune tendance à se soulever et à quitter les appuis, lorsqu'on appliquait la force P au centre. Cette dernière propriété a déjà été rencontrée dans le cas de la plaque carrée d'épaisseur constante.

---

[32]) La relation (39) n'est plus valable pour les points situés sur le contour de la plaque.