ETH zürich

ETH Library

Numerik und Existenzsätze schwacher Lösungen nichtlinearer partieller Differentialgleichungen

Doctoral Thesis

Author(s):
Brawer, Robert Alfred

Publication date:
1991

Permanent link:
https://doi.org/https://doi.org/10.3929/ethz-a-000594033

Rights / license:
In Copyright - Non-Commercial Use Permitted

This page was generated automatically upon download from the ETH Zurich Research Collection.
For more information, please consult the Terms of use.

Diss. ETH Nr. 9485

Numerik und Existenzsätze schwacher Lösungen nichtlinerarer partieller Differentialgleichungen

ABHANDLUNG

zur Erlangung des Titels
DOKTOR DER MATHEMATIK
der
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
ZÜRICH

vorgelegt von
Robert Alfred Brawer
dipl. Math., Universität Zürich
geboren am 19. März 1954
von Oetwil an der Limmat (ZH)

Angenommen auf Antrag von
Prof. J. T. Marti, Referent
Prof. R. LeVeque, Korreferent

1991

Kurzfassung

Im ersten Kapitel werden wir mit Hilfe einer Trennungseigenschaft ein Lemma über das Wachstumsverhalten eines stetig differenzierbaren Funktionals auf einem Hilbertraum beweisen. Zuerst werden die Hilfsmittel zusammengestellt: ein globaler Existenz- und Eindeutigkeitssatz für Differentialgleichungen in Banachräumen, der topologische Abbildungsgrad in endlichdimensionalen Räumen und ein Approximationssatz.
Im zweiten Kapitel wird ein Theorem über die Existenz schwacher Lösungen nichtlinearer Gleichungen mit Hilfe des Lemmas aus dem ersten Kapitel bewiesen. Dabei muss der Operator in einen linearen symmetrischen und einen nichtlinearen Teil zerlegbar sein. Für den linearen Operator verlangen wir ein reelles, abzählbares Spektrum ohne endlichen Häufungspunkt ausser Null, zudem müssen die vom Kern verschiedenen Eigenräume endlichdimensional sein. Für den nichtlinearen Teil fordern wir Lipschitzstetigkeit und eine Lipschitzkonstante kleiner als der kleinste positive Eigenwert des linearen Operators. Wir wenden unser Theorem auf eine nichtlineare Wellengleichung, ein nichtlineares elliptisches Problem und auf den eingespannten Stab mit einer nichtlinearen Störung an.
Im drittem Kapitel geben wir unter stärkeren Voraussetzungen einen Algorithmus für die oben erwähnten Probleme an und beweisen dessen Konvergenz. Am Schluss sind die Programme, die wir beim Austesten des Algorithmus verwendet haben, zusammengestellt.

Abstract

In the first chapter we prove a lemma on the growing behaviour of a continous differentiable functional on a Hilbert space. First we collect the auxiliary means: the global existence and uniqueness theorem for differential equations in Banach spaces, the topological degree and an approximation theorem.

In the second chapter a proof of the existence of weak solutions of a nonlinear equation in a Hilbert space is given. Thereby the operator must be decomposible into a linear symmetric part and a nonlinear part. We require for the linear operator a real and countable spectrum without any accumulation point exept zero, further we need that the eigenspaces different from the kernel are finite dimensional.We demand for the nonlinear operator Lipschitz continuity and a Lipschitz constant less than the smallest positive Eigenvalue of the linear operator. The Theorem is applied to a nonlinear wave equation, to an elliptic problem and to the fixed beam problem with a nonlinear disturbance.

In the third chapter we strengthen the hypothesis in order to present an algorithm for the problems mentioned above and we prove its convergence. At the end the codes we used are listed.