ETH zürich

ETH Library

Analysis of resonances in the spin-orbit problem in celestial mechanics

Doctoral Thesis

Author(s):
Celletti, Alessandra

Publication date:
1989

Permanent link:
https://doi.org/https://doi.org/10.3929/ethz-a-000510312

Rights / license:
In Copyright - Non-Commercial Use Permitted

This page was generated automatically upon download from the ETH Zurich Research Collection.
For more information, please consult the Terms of use.

7. Juli 1989

Diss. ETH

Diss. ETH No. 8926

Analysis of Resonances in the Spin-Orbit Problem in Celestial Mechanics

A dissertation submitted to the
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY ZÜRICH
for the degree of
Doctor of Mathematics

presented by
ALESSANDRA CELLETTI
Laurea in Math., Univ. of Rome
born on February 12, 1962
citizen of Rome (Italy)

accepted on the recommendation of
Prof. Dr. Jürgen Moser, examiner
Prof. Dr. Jörg Waldvogel, co-examiner

Jürgen Moser

1989

ETH-BIBLIOTHEK ZÜRICH
CatE

ABSTRACT:

In this work we study the stability of the spin-orbit resonances (namely commensurabilities between the rotational and revolutional periods) of a triaxial satellite moving around a central body.

We simplify the physical model assuming that the satellite's orbit is Keplerian, that the spin-axis is normal to the orbit plane and that it always coincides with the shortest physical axis. Moreover, we neglect external dissipative tidal torques.

The equation governing this model has the form

$$\ddot{x} + \varepsilon \sum_{m \neq 0, m=-\infty}^{+\infty} W(\frac{m}{2}, e)\, sin(2x - mt) = 0 \ ,$$

where $(x,t) \in (\mathbf{R}/2\pi\mathbf{Z})^2$, ε is proportional to the oblateness parameter and the coefficients $W(\frac{m}{2}, e)$ depend on the orbital eccentricity.

We further simplify the problem, retaining only the leading terms in the sum. Then we select a set of satellites (the Moon and the three satellites of Saturn: Enceladus, Dione and Rhea) for which such model is a good approximation.

In the first part of this work we apply KAM theory in order to trap the synchronous resonance between invariant surfaces. Moreover we try to confine the resonance in a finer region, selecting the rotation numbers of the invariant tori as close as possible to the frequency of the resonance. The existence of the KAM tori is established for the natural values of the physical and orbital parameters (like the oblateness parameter or the eccentricity).

In the second part we implement some numerical techniques in order to compute the break-down threshold of the invariant tori of the spin-orbit problem.

RIASSUNTO:

In questo lavoro studiamo la stabilità delle risonanze spin-orbita (ovvero commensurabilità tra i periodi di rotazione e rivoluzione) di un satellite triassiale in moto attorno ad un corpo centrale.

Semplifichiamo il modello fisico assumendo che l'orbita del satellite sia kepleriana, che l'asse di spin sia normale al piano dell'orbita e che coincida sempre con l'asse fisico minore. Inoltre, trascuriamo le forze mareali esterne di carattere dissipativo.

L'equazione che governa tale modello ha la forma

$$\ddot{x} + \varepsilon \sum_{m \neq 0, m=-\infty}^{+\infty} W(\frac{m}{2}, e)\, sin(2x - mt) = 0 \ ,$$

dove $(x,t) \in (\mathbf{R}/2\pi\mathbf{Z})^2$, ε è proporzionale al parametro di schiacciamento ai poli e i coefficienti $W(\frac{m}{2}, e)$ dipendono dall'eccentricità orbitale.

Semplifichiamo ulteriormente il problema, considerando soltanto i termini più significativi nella sommatoria precedente. Quindi selezioniamo alcuni satelliti (la Luna e i tre satelliti di Saturno: Enceladus, Dione e Rhea) per i quali tale modello risulta essere una buona approssimazione.

Nella prima parte di questo lavoro applichiamo la teoria KAM per intrappolare la risonanza sincrona tra superfici invarianti. L'esistenza di tori KAM è stabilita per i valori naturali dei parametri fisici e orbitali (come il parametro di schiacciamento ai poli o l'eccentricità).

Nella seconda parte implementiamo alcune tecniche numeriche per il calcolo della soglia di rottura dei tori invarianti del problema spin-orbita.