

# Künstliches Feedback für Oberschenkelamputierte

## Theoretische Analyse

**Journal Article****Author(s):**

Pagel, Anna; Oes, Julian; Pfeifer, Serge; Riener, Robert; Vallery, Heike

**Publication date:**

2013-09

**Permanent link:**

<https://doi.org/https://doi.org/10.3929/ethz-b-000058577>

**Rights / license:**

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#)

**Originally published in:**

at - Automatisierungstechnik 61(9), <https://doi.org/10.1524/auto.2013.0055>



# Künstliches Feedback für Oberschenkelamputierte – Theoretische Analyse

Artificial Feedback for Transfemoral Amputees – Theoretical Analysis

Anna Pagel\*, Julian Oes, Serge Pfeifer, Robert Riener, ETH Zürich und Universität Zürich, CH,  
Heike Vallery, TU Delft, NL, ETH Zürich, CH, KUSTAR, Abu Dhabi, VAE

\* Korrespondenzautor: [anna.pagel@hest.ethz.ch](mailto:anna.pagel@hest.ethz.ch)

**Zusammenfassung** Dieser Beitrag untersucht auf Basis von Modellen der menschlichen Wahrnehmung den Einfluss künstlichen sensorischen Feedbacks auf posturale Kontrolle und Gangsymmetrie von Oberschenkelamputierten. In der Standphase wird ein vereinfachtes, statisches neuromechanisches Modell verwendet, in der Schwungphase ein Erweitertes Kalman-Filter, das dynamische Effekte berücksichtigt. Die Simulation lässt den Schluss zu, dass Rückmeldung des Fußdruckpunktes während der Standphase die Wahrnehmung verbessern könnte, künstliches Feedback während der Schwungphase jedoch nicht von Vorteil ist. Eine klinische Fallstudie wäre nötig, um die in der Simulation beobachteten Effekte sensorischen Feedbacks in der praktischen Anwendung mit Amputierten

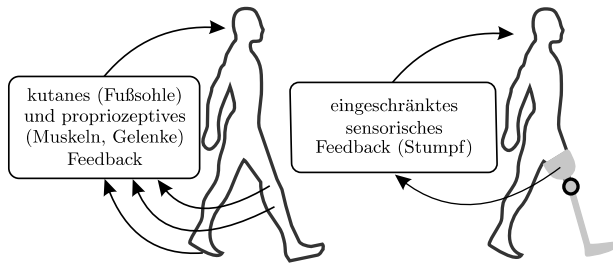
zu überprüfen. ▶▶▶ **Summary** Based on models of human perception, this paper investigates the influence of artificial sensory feedback on prosthetic gait. A simple static neuromechanic model of a transfemoral prosthesis and amputee perception reveals possible effects during stance phase. To analyze swing phase, an observer model of the prosthesis is implemented using an Extended Kalman Filter. While standing, feedback of the Center of Pressure may improve perception, whereas during gait amputees do probably not profit from additional information. A clinical case study would have to reveal whether the theoretical analysis correctly determines the effects of feedback on amputee locomotion.

**Schlagwörter** Erweitertes Kalman-Filter, Beobachtermodell, sensorische Augmentation, posturale Kontrolle ▶▶▶  
**Keywords** Extended Kalman filter, observer model, sensory augmentation, postural control

## 1 Einleitung

Nach der Amputation einer unteren Extremität und der Versorgung mit einer konventionellen Oberschenkelprothese stürzen im ersten Jahr nach dem Eingriff mehr als die Hälfte aller Patienten [10]. Auch nach intensiver Physiotherapie und Gangschulung sind selbst bei erfahrenen Prothesenträgern die posturale Kontrolle sowie die Gangsymmetrie stark beeinträchtigt [13]. Dies ist unter anderem auf die eingeschränkte Aktuierung heutiger Oberschenkelprothesen zurückzuführen. Der Verlust

des Beines resultiert jedoch nicht nur in motorischen, sondern auch sensorischen Defiziten. Dem unversehrten sensomotorischen Regelkreis stehen kontinuierlich Informationen über die Interaktion des Körpers mit der Umwelt sowie über Körperbewegung und -lage zur Verfügung. Diese Informationen werden von Mechanorezeptoren unter der Fußsohle und Propriozeptoren in Muskeln und Sehnen bereitgestellt. Amputierten Personen fehlen diese sensorischen Eingänge und sie müssen sich auf die Wahrnehmungen im Stumpf sowie auf vi-



**Bild 1** Eingeschränktes sensorisches Feedback eines Oberschenkelamputierten (rechts) verglichen mit nicht beeinträchtigtem Feedback (links).

suelles Feedback verlassen (Bild 1). Es wird vermutet, dass diese sensorischen Einschränkungen für Balanceprobleme und Asymmetrien im prothetischen Gang mitverantwortlich sind [6], obwohl nach einer Amputation eine ungewöhnlich präzise Wahrnehmung in Hüfte und Stumpf vorliegt. So können Amputierte im prothetischen Knie Winkeländerungen von 3° detektieren [4]. Einen vielversprechenden Ansatz, um Amputierten zusätzliche Informationen über die Prothese zur Verfügung zu stellen, ist die sensorische Substitution [19]. Dieses Prinzip beruht darauf, dass eine Amputation die kognitive Fähigkeit sensorische Informationen zu verarbeiten, nicht beeinträchtigt. Es müssen jedoch alternative Kanäle gefunden werden, um Informationen zu übertragen. Mithilfe von in die Prothese integrierter Sensoren können Signale gemessen und über auditorische, visuelle oder taktile Displays an den Prothesenträger zurückgegeben werden. Ein Beispiel für diesen, auch als künstliches Feedback bezeichneten Ansatz, ist die kutane elektrotaktile Stimulation. Zwischen zwei auf die Haut geklebte Elektrodenpaaren wird durch relative Intensitätsänderung ein sich linear bewegendes Stimulus erzeugt und zur Informationsübertragung verwendet [1].

In der Literatur finden sich bereits einige Studien zu künstlichem Feedback, die mit Oberschenkelamputierten Personen durchgeführt wurden. Die geringe Anzahl an Probanden lässt zwar keine abschließende Aussage zu, der Druckmittelpunkt unter der Fußsohle (Center of Pressure CoP) wird jedoch als sinnvolle Information während des Stehens genannt [17]. Studien mit nicht-amputierten Probanden, in denen die Funktion des Druckmittelpunktes für die Balancekontrolle untersucht wurde [12], lassen dieses Ergebnis erwarten. Während des Gehens hingegen zeigte die Rückmeldung des Kniewinkels positive Effekte auf das Gangbild [8].

Unseres Wissens gibt es bisher keine quantitative Analyse, die untersucht, ob sich zusätzliches künstliches Feedback positiv auf posturale Kontrolle und Gangsymmetrie von Oberschenkelamputierten auswirkt und den gestörten sensomotorischen Regelkreis schließen kann. Diese Arbeit untersucht daher mithilfe einer Simulation der menschlichen Wahrnehmung zum einen, wie genau Oberschenkelamputierte den CoP mithilfe am Stumpf auftretender Kräfte und Momente bestimmen können. Dazu wird ein einfaches Modell der Ober-

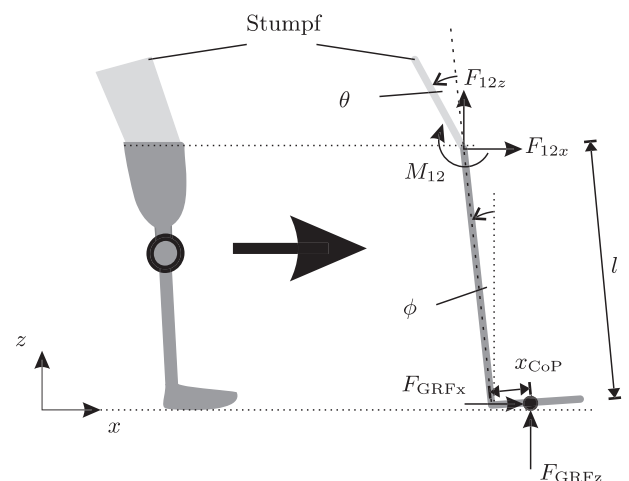
schenkelprothese sowie der sensorischen Wahrnehmung nach Amputation entworfen. Zum anderen wird mithilfe eines Beobachtermodelles analysiert, ob künstliches Feedback während der Schwungphase die Kenntnis über den Zustand der Prothese präzisiert und somit indirekt zu einer verbesserten Integration der Prothese in das Körperschema beiträgt [11]. Beide Modelle sind physiologisch motiviert und Segmentlängen und -massen sowie für die Simulationen benötigte Bodenreaktionskräfte und Gelenkwinkel stammen aus der Ganganalyse (optisches Trackingsystem, Kraftmessplatten) eines nicht-amputierten Probanden (männlich, 29 Jahre, 180 cm, 70 kg).

## 2 Methodik und Material

### 2.1 Statische Analyse der Standphase

Um die Standphase des prothetischen Beines zu modellieren, werden auf Basis der Literatur verschiedene Vereinfachungen getroffen. Die Prothese besteht aus den drei Segmenten Fuß, Unterschenkel und Schaft. Da das Kniegelenk konventioneller Prothesen während der gesamten Standphase vollständig durchgestreckt ist [5], werden Unterschenkel und Schaft zu einem einzelnen Segment der Länge  $l$  zusammengefasst. Des Weiteren wird angenommen, dass der Knöchel während des prothetischen Ganges eine steife Verbindung mit einem konstantem Winkel von 90° bildet [5]. Die Prothese wird als masseloser Starrkörper modelliert. Trägheitskräfte, die auf das künstliche Bein wirken, sind viel kleiner als die unter dem Fuß angreifenden äußeren Kräfte und daher vernachlässigbar. Die Analyse beschränkt sich somit auf den statischen Fall, der dem ruhigen aufrechten Stehen und der Standphase entspricht. Nähme der Amputierte am Stumpf wirkende Kräfte  $F_{12x}$ ,  $F_{12z}$  und das Moment  $M_{12}$  (Bild 2) perfekt wahr, könnte der Druckmittelpunkt exakt bestimmt werden:

$$x_{CoP} = \frac{M_{12} + l(\sin \phi F_{12z} + \cos \phi F_{12x})}{\sin \phi F_{12x} - \cos \phi F_{12z}} \quad (1)$$



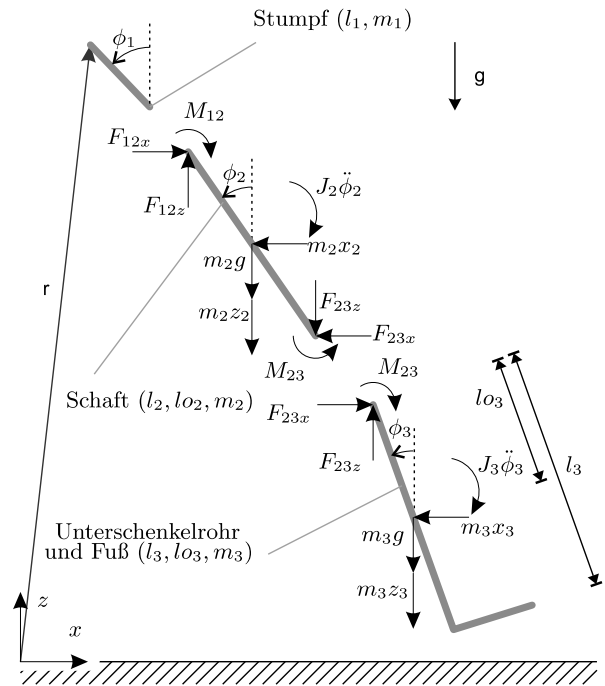
**Bild 2** Vereinfachtes Modell der Prothese in der Standphase.

Verschiedene Unsicherheiten verhindern diese genaue Abschätzung: die Propriozeption in der Hüfte ist nicht perfekt und resultiert in einer Unsicherheit  $\theta_{\text{hip}} = \pm 0,5^\circ$  [4]. Mithilfe zweier in den Schaft integrierten Ultraschallsonden konnten während des Gehens Aufnahmen gemacht werden, die zeigen, dass sich der Stumpf in der Standphase deutlich im Schaft bewegen kann ( $\theta_{\text{socket}} = \pm 6^\circ$  [3]). Diese Bewegung hängt von verschiedenen Parametern wie der Amputationshöhe, dem Grad des Muskelschwundes und dem Sitz des Schaftes ab. Es ist außerdem nicht bekannt, in welchem Maße der Amputierte diese Bewegung spürt. Alle Unsicherheiten werden daher zusammengefasst ( $\theta = \pm 2^\circ$ , Bild 2) und als mittelwertfreies Gaußsches Rauschen mit Standardabweichung (SD) modelliert.

Die Annahme perfekter Wahrnehmung der am Stumpf wirkenden Kräfte und Momente ist ebenfalls eine Vereinfachung. Die minimale Wahrnehmungsschwelle angreifender Kräfte liegt bei etwa 5% ihres Betrages. Aufgrund fehlender Daten zur Wahrnehmungsschwelle am Stumpf basiert diese Annahme auf einer Studie zur Unterscheidung von Gewichten bei gesunden Probanden [16]. Dieser Sachverhalt wird als Rauschen mit einer SD von 5% der Größen  $F_{12x}$ ,  $F_{12z}$  und  $M_{12}$  modelliert. Die Daten der Ganganalyse eines nicht-amputierten Probanden dienen als Referenzwerte für den Druckmittelpunkt sowie die Bodenreaktionskraft. Der Winkel zwischen der Vertikalen und der imaginären Verbindung zwischen Hüft- und Knöchelgelenk beschreibt die Neigung  $\phi$  des Beines. Nach Aufaddieren des oben beschriebenen Rauschens wird eine Monte-Carlo-Simulation mit 500 unterschiedlichen Realisierungen dieses Rauschens durchgeführt. Die SD der resultierenden Trajektorien des CoP wird als Indikator für die Wahrnehmungsunsicherheit des CoP berechnet. Die Unsicherheit wird anschließend auf die tatsächliche Trajektorie des CoP addiert, um die erhaltenen Werte in Kontext zu der Messung zu setzen.

## 2.2 Dynamische Analyse der Schwungphase

Die Analyse der Schwungphase beruht auf der Annahme, dass der Mensch ein internes dynamisches Modell seines Körpers besitzt, das Körperschema [9]. Die Befehle, die das Zentrale Nervensystem an die Muskeln sendet, werden dazu verwendet, die resultierende Bewegung vorherzusagen. Mithilfe sensorischer Informationen aus Muskeln, Gelenken und der Haut können Soll- und Ist-Trajektorie verglichen und korrigiert werden. Dies ermöglicht präzise und effiziente Bewegungsabläufe. Das Körperschema kann mithilfe eines Beobachters, der sowohl Ein- als auch Ausgänge des Systems kennt, nachgebildet werden [18]. In dieser Arbeit werden Veränderungen des sensomotorischen Systems nach Amputation im Beobachtermodell berücksichtigt und untersucht, ob künstliches Feedback Einfluss auf die Schätzung von Zuständen und Messungen nehmen und womöglich den eingeschränkten sensorischen Input



**Bild 3** Vereinfachtes Modell der dreisegementigen Prothese in der Schwungphase.

kompensieren kann. Ausgehend vom stark vereinfachten, zweidimensionalen Modell des prothetischen Beines (Bild 3) wird der auf dem Kalman-Bucy-Filter beruhende Beobachter hergeleitet. Dabei sind der Massenschwerpunkt des Schaftes  $x_2$  und  $z_2$  sowie die Neigung des Ober- und des Unterschenkels  $\phi_2$  bzw.  $\phi_3$  als generalisierte Koordinaten des Systems in  $\mathbf{q}$  zusammengefasst. Die Eingänge  $\mathbf{u}$  sind die dem Amputierten bekannte Neigung des Stumpfes  $\phi_1$ , die Position des Hüftgelenkes  $r_x$  und  $r_z$  und deren erste Ableitung.

$$\mathbf{q} = [x_2, z_2, \phi_2, \phi_3]^T \quad (2)$$

$$\mathbf{u} = [\phi_1, r_x, r_z, \dot{\phi}_1, \dot{r}_x, \dot{r}_z]^T \quad (3)$$

Zwischen Stumpf und Schaft wirken die Kräfte und Momente  $F_{12x}(\mathbf{u}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ ,  $F_{12z}(\mathbf{u}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  und  $M_{12}(\mathbf{u}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ , die körpereigene Sensoren mit einer Genauigkeit von 5% messen können [16]. Die elastische Verbindung zwischen Mensch und Prothese wird als Feder-Dämpfer-Element modelliert [20]. Steifigkeiten sowie Dämpfungskoeffizienten sind mit  $c_i$  bzw.  $d_i$  bezeichnet.

$$F_{12x}(\mathbf{u}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = s_x(\mathbf{u}, \mathbf{q})c_{12x} + \dot{s}_x(\mathbf{u}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})d_{12x} \quad (4)$$

$$F_{12z}(\mathbf{u}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = s_z(\mathbf{u}, \mathbf{q})c_{12z} + \dot{s}_z(\mathbf{u}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})d_{12z} \quad (5)$$

Die Längenänderung dieser Feder-Dämpfer-Elemente entspricht den Verschiebungen  $s_x(\mathbf{u}, \mathbf{q})$  und  $s_z(\mathbf{u}, \mathbf{q})$  zwischen Stumpf- und Schaftende.

$$s_x(\mathbf{u}, \mathbf{q}) = r_x - x_2 + l_1 \sin \phi_1 + l_2 \sin \phi_2 \quad (6)$$

$$s_z(\mathbf{u}, \mathbf{q}) = r_z - z_2 - l_1 \cos \phi_1 - l_2 \cos \phi_2 \quad (7)$$

Das Moment  $M_{12}$  wird in Abhängigkeit der Winkel  $\phi_1$  und  $\phi_2$  angegeben und beschreibt ein rotatorisches Feder-Dämpfer-Element.

$$M_{12}(\mathbf{u}, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = c_{12}(\phi_2 - \phi_1) + d_{12}(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) \quad (8)$$

Auch für das Kniemoment  $M_K$  nehmen wir vereinfacht einen linearen Zusammenhang erster Ordnung an, der das Moment mit dem Kniewinkel  $\phi_{23} = \phi_3 - \phi_2$  verknüpft:

$$M_K = M_{23}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = c_{23}(\phi_3 - \phi_2) + d_{23}(\dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_2) \quad (9)$$

Die in den Gleichungen (4)–(9) verwendeten Parameter für Steifigkeit  $c_i$  und Dämpfung  $d_i$  werden so gewählt, dass das störungsfreie nichtlineare Prothesenmodell die Bewegung des gesunden Beines möglichst gut approximiert. Abweichungen der Simulation von den in einer Ganganalyse mit nicht-amputierten Probanden gemessenen Trajektorien können als Abweichung des prothetischen vom physiologisch korrekten Gang interpretiert werden. Die nichtlinearen Bewegungsdifferentialgleichungen für das störungsfreie System werden nach Einsetzen der in (4)–(9) definierten Kräfte und Momente mithilfe des 2. Newtonschen Gesetzes hergeleitet und mit dem Lagrange-Formalismus überprüft. In matrixieller Form können sie mit der Massenmatrix  $\mathbf{M}(\mathbf{q})$ , der Matrix der Coriolis- und Zentrifugalkräfte  $\mathbf{Z}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  und den Resttermen  $\mathbf{f}(\mathbf{u}, \mathbf{q})$  angegeben werden (siehe Gleichungen (11)–(13)).

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{Z}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{f}(\mathbf{u}, \mathbf{q}) = \mathbf{0} \quad (10)$$

Reale Systeme hingegen sind nicht störungsfrei und Prozessrauschen beschreibt ihre Abweichung vom idealen System. Eine Störungsquelle in diesem Modell sind Ungenauigkeiten  $w_1$  und  $w_2$  der menschlichen Sensoren im Hüftgelenk. Winkel und Winkelgeschwindigkeit können mit einer Genauigkeit von etwa 10% [4] bestimmt werden. Mit

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{u}} &= \mathbf{u} + \mathbf{w} \\ &= [\phi_1 + w_1, r_x, r_z, \dot{\phi}_1 + w_2, \dot{r}_x, \dot{r}_z]^T \end{aligned} \quad (14)$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} -(m_2 + m_3) & 0 & -m_3(l_2 - l_{o2}) \cos \phi_2 & -m_3 l_{o3} \cos \phi_3 \\ 0 & -(m_2 + m_3) & -m_3(l_2 - l_{o2}) \sin \phi_2 & -m_3 l_{o3} \sin \phi_3 \\ (m_2 l_{o2} + m_3 l_2) \cos \phi_2 & (m_2 l_{o2} + m_3 l_2) \sin \phi_2 & m_3 l_2(l_2 - l_{o2}) + J_2 & m_3 l_2 l_{o3} \cos(\phi_3 - \phi_2) \\ m_3 l_{o3} \cos \phi_3 & m_3 l_{o3} \sin \phi_3 & m_3 l_{o3}(l_2 - l_{o2}) \cos(\phi_3 - \phi_2) & m_3 l_{o3}^2 + J_3 \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$\mathbf{Z}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \begin{pmatrix} -d_{12x} & 0 & m_3(l_2 - l_{o2})\dot{\phi}_2 \sin \phi_2 & m_3 l_{o3} \dot{\phi}_3 \sin \phi_3 \\ 0 & -d_{12z} & -m_3(l_2 - l_{o2})\dot{\phi}_2 \cos \phi_2 & -m_3 l_{o3} \dot{\phi}_3 \cos \phi_3 \\ 0 & 0 & 0 & m_3 l_2 l_{o3} \sin(\phi_3 - \phi_2) \\ 0 & 0 & m_3(l_2 - l_{o2})l_{o3} \sin(\phi_3 - \phi_2) & 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{f}(\mathbf{u}, \mathbf{q}) = \begin{pmatrix} c_{12x}(l_1 \sin \phi_1 + r_x + l_{o2} \sin \phi_2 - x_2) + d_{12x}(l_1 \cos \phi_1 \dot{\phi}_1 + \dot{r}_x) \\ -c_{12z}(l_1 \cos \phi_1 - r_z + l_{o2} \cos \phi_2 + z_2) + d_{12z}(l_1 \sin \phi_1 \dot{\phi}_1 + \dot{r}_z) - g(m_2 + m_3) \\ c_{12}(\phi_2 - \phi_1) + d_{12}(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) + g(l_2 m_3 + l_{o2} m_2) \sin \phi_2 - M_K \\ g l_{o3} m_3 \sin \phi_3 + M_K \end{pmatrix} \quad (13)$$

folgt die störungsbehaftete Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{Z}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{q}) = \mathbf{0} \quad (15)$$

Durch Definition des Zustandsvektors  $\mathbf{x} = [\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}]^T$  kann Gleichung (15) unter Berücksichtigung von Gleichung (14) in die nichtlineare Zustandsgleichung (16) überführt werden. Zusammen mit der Ausgangsgleichung (17) beschreibt sie das Zustandsmodell des Systems. Während sich die differenzierbare Funktion  $\mathbf{h}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{w})$  unmittelbar aus Gleichung (15) ergibt, folgt Funktion  $\mathbf{c}(\mathbf{x}, \tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{v})$  aus den zwischen Stumpf und Schaft auftretenden, messbaren Kräften (4)–(8) sowie aus der Berechnung des zusätzlich zur Verfügung gestellten Feedbacks  $\gamma_{FB}(\mathbf{x})$ . Dass auch die Ausgangsgleichung störungsbehaftet ist, wird durch Addition des Messungsstörvektors  $\mathbf{v} = [v_1, v_2, v_3, v_{FB}]^T$  deutlich.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w}) \quad (16)$$

$$= [\dot{\mathbf{q}}, -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{Z}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{q}))]^T$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{c}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v}) \quad (17)$$

$$= [F_{12x}(\tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{x}), F_{12z}(\tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{x}), M_{12}(\tilde{\mathbf{u}}, \mathbf{x}), \gamma_{FB}(\mathbf{x})]^T + [v_1, v_2, v_3, v_{FB}]^T$$

Grundlegende Idee dieser Arbeit ist, dass der Mensch Beobachter eines dynamischen Systems ist und somit aus bekannten und gemessenen Eingangsgrößen Mess- und Zustandsgrößen rekonstruieren kann [9; 18]. Eine Möglichkeit den Beobachter für ein nichtlineares System zu realisieren, ist die Implementierung eines Erweiterten Kalman-Filters, das durch die Kalman-Filtergleichungen beschrieben ist [15]:

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \mathbf{0}) + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \quad (18)$$

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{c}(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}, \mathbf{0}) \quad (19)$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{P}\mathbf{C}^T\mathbf{R}^{-1} \quad (20)$$

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{A}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}^T - \mathbf{P}\mathbf{C}^T\mathbf{R}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{P} + \mathbf{T}\mathbf{Q}\mathbf{T}^T \quad (21)$$

Um eine möglichst gute Approximation des Systemverhaltens zu erreichen, wird die Rückführmatrix  $\mathbf{L}$  für jeden Schätzwert online neu berechnet. Analog zum linearen Fall werden zu ihrer Bestimmung sowohl die Kovarianzmatrix des Schätzfehlers  $\mathbf{P}$  als auch die Prozessmatrizen  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{C}$  und  $\mathbf{T}$  benötigt [15]. Letztere erhält man durch Linearisierung von  $\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w})$  und  $\mathbf{c}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v})$  im jeweiligen Arbeitspunkt, dem aktuellen Schätzwert  $\hat{\mathbf{x}}$ .

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}} & \mathbf{T} &= \left. \frac{\partial \mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}} \\ \mathbf{C} &= \left. \frac{\partial \mathbf{c}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \mathbf{v})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{u}} \end{aligned} \quad (22)$$

Die Kovarianzmatrizen  $\mathbf{R}$  und  $\mathbf{Q}$  sind abhängig vom gewählten Feedback und werden jeweils aus den Messungs- bzw. Systemstörvektoren  $\mathbf{v}$  und  $\mathbf{w}$  bestimmt. Zusätzlich zu den Kräften und Momenten (4)–(8), die der Amputierte am Stumpf spürt, sind während der Schwungphase möglicherweise sowohl der Kniewinkel  $\phi_{23}$  als auch die -geschwindigkeit  $\dot{\phi}_{23}$  oder das Kniemoment  $M_K$  sinnvolle Informationen, die über ein sensorisches Display an den Prothesenträger zurück gegeben werden können.

1. Kniewinkel  $\phi_{23}$ : Die Rückmeldung erfolgt über den Ausgangsvektor  $\mathbf{y}$  durch Hinzufügen der Komponente  $y_{FB} = \phi_{23} = \phi_3 - \phi_2$ . Es wird vorausgesetzt, dass der Mensch das durch (9) beschriebene Modell für das Kniemoment  $M_K$  besitzt und entsprechend Steifigkeit  $c_{23}$  und Dämpfung  $d_{23}$  des prothetischen Knies kennt. Das Prozessrauschen beschreibt die Wahrnehmungsstörungen der Eingänge Hüftwinkel und -geschwindigkeit. Das Messrauschen gibt zum einen an, wie genau die Kräfte und Momente am Stumpf gespürt werden. In der Literatur ist hierfür eine Abweichung von bis zu 5% [16] angegeben. Zum anderen beschreibt es, wie gut Informationen über den elektrotaktilen Feedbackkanal wahrgenommen werden. Die Varianz wird in Anlehnung an den Ort der Stimulation durch die Zwei-Punkt-Diskriminierung auf dem Rücken definiert und hängt nicht von der übertragenen Information ab. Bei einer Displaylänge von 10 cm und einer Zwei-Punkt-Diskriminierung von 10 mm [7] liegt die Auflösung bei 10%.
2. Kniewinkelgeschwindigkeit  $\dot{\phi}_{23}$ : Hier gilt  $y_{FB} = \dot{\phi}_{23} = \dot{\phi}_3 - \dot{\phi}_2$ . Die beiden Kovarianzmatrizen  $\mathbf{Q}$  und  $\mathbf{R}$  ändern sich im Vergleich zur Rückmeldung des Winkels nicht, da das Rauschen auf dem künstlichen sensorischen Kanal unabhängig von der übertragenen Größe ist. Auch die Eingänge des Systems sind denen des ersten Szenarios identisch und unterliegen den gleichen Störungen.
3. Kniemoment  $M_{FB}$ : Vor der Amputation liefern Golgi-Sehnenorgane, die sich am Übergang zwischen Muskel und Sehne befinden, Informationen über Muskelkräfte und damit indirekt über Gelenkmomente. Die Rückmeldung des Kniemoments  $M_{FB}$ , das z. B. mit einem Momentensensor gemessen werden kann, ersetzt da-

her diese Golgi-Sehnenorgane. In Gleichung (13) gilt nun  $M_K = M_{FB}$ . Das Kniemoment  $M_{FB}$  wird dem Beobachter nicht über den Ausgangsvektor  $\mathbf{y}$ , sondern über den Eingangsvektor  $\mathbf{u}$  zur Verfügung gestellt, der nun eine zusätzliche Komponente enthält:

$$\mathbf{u} = [\phi_1, r_x, r_z, \dot{\phi}_1, \dot{r}_x, \dot{r}_z, M_{FB}]^T \quad (23)$$

Die Sensitivität des sensorischen Kanals wird als Prozessrauschen  $w_3$  berücksichtigt, das auf  $M_{FB}$  addiert wird.  $\mathbf{Q}$  ändert sich entsprechend. In  $\mathbf{R}$  sind nur noch die Messunsicherheiten für die Kräfte und das Moment am Stumpf beschrieben.

Als Referenz wird zusätzlich zu den drei beschriebenen Szenarien die Situation ohne Feedback simuliert. Für die Berechnung der Szenarien mit MATLAB 2011b (The MathWorks Inc., Natick, MA, 2011) werden sowohl  $\mathbf{y}$  als auch  $\mathbf{u}$  aus Ganganalysedaten eines nicht-amputierten Probanden generiert. Dies basiert auf der Annahme, dass mithilfe moderner Prothetik der prothetische dem physiologischen Gang angenähert werden kann und z. B. die Bewegung des Stumpfes der Bewegung des gesunden Oberschenkels entspricht. Prozess- und Messrauschen werden als mittelwertfreies Gaußsches Rauschen mit Standardabweichung modelliert. Für jedes Szenario wird eine Monte-Carlo-Simulation mit 100 unterschiedlichen Realisierungen dieses Rauschens durchgeführt. Um die unterschiedlichen Szenarien miteinander vergleichen zu können, werden die minimale Bodenfreiheit (Minimum Toe Clearance MTC) während der Schwungphase

$$\text{MTC} = \min(z_2 - (l_2 - l_{o2}) \cos \phi_2 - l_3 \cos \phi_3), \quad (24)$$

der Kniewinkel  $\phi_{23,HS}$  bei Fersenkontakt (Heel Strike HS)

$$\phi_{23,HS} = \phi_{3,HS} - \phi_{2,HS} \quad (25)$$

sowie deren Variabilität berechnet. Die MTC kann dazu verwendet werden, während der mittleren Schwungphase die Sturzgefahr aufgrund zu geringen Abstandes zwischen Fuß und Untergrund abzuschätzen [14]. Bei der Schätzung der minimalen Bodenfreiheit können Abweichungen zwischen Beobachter und Istwert

$$\Delta \text{MTC} = \text{MTC}(\mathbf{u}, \mathbf{x}) - \widehat{\text{MTC}}(\mathbf{u}, \hat{\mathbf{x}}) \quad (26)$$

das Risiko eines Sturzes entweder erhöhen ( $\Delta \text{MTC} < 0$ ) oder dazu führen, dass die Schwungphase unnötig verlängert wird und Gangasymmetrien begünstigt werden ( $\Delta \text{MTC} > 0$ ). Der Kniewinkel  $\phi_{23,HS}$  gibt Aufschluss darüber, wie stark die Prothese beim ersten Fersenkontakt gebeugt ist. Die Kenntnis über die Flexion des prothetischen Gelenkes ist vor allem bei konventionellen passiven Prothesen wichtig, da die angreifende Bodenreaktionskraft bei unvollständiger Streckung ein beugendes Moment erzeugt. Die Prothese kann kollabieren und zum Sturz des Patienten führen. Mithilfe der Kniewinkeldifferenz

$$\Delta \phi_{23,HS} = \phi_{23,HS}(\mathbf{x}) - \widehat{\phi}_{23,HS}(\hat{\mathbf{x}}) \quad (27)$$

wird abgeschätzt, ob künstliches Feedback Einfluss auf das Sturzrisiko bei Fersenkontakt und die Dauer der Schwungphase nehmen kann. Das Sturzrisiko ist erhöht, wenn die Beugung des Knies unterschätzt wird ( $\Delta\phi_{23,HS} > 0$ ).

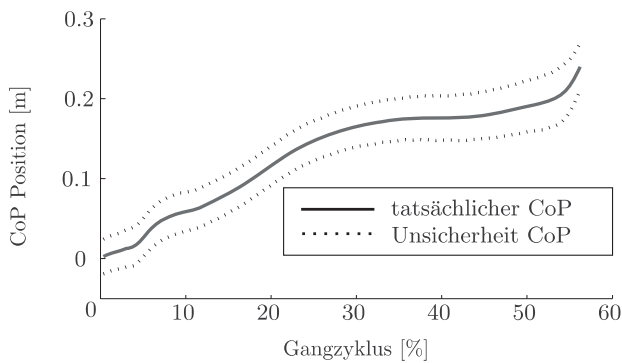
### 3 Ergebnisse

#### 3.1 Statische Analyse der Standphase

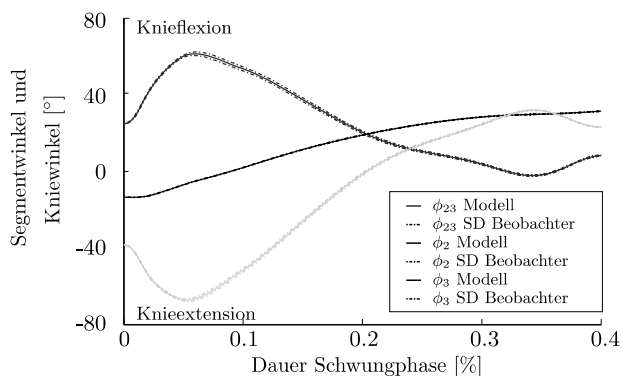
Während der gesamten Standphase nimmt die Unsicherheit der Druckpunkt-wahrnehmung annähernd konstante Werte an (Bild 4). Zu Beginn, wenn die Bodenreaktionskräfte sehr klein sind, ist die Unsicherheit etwas geringer als am Ende der Standphase. Die durchschnittliche SD des CoP beträgt 27 mm.

#### 3.2 Dynamische Analyse der Schwungphase

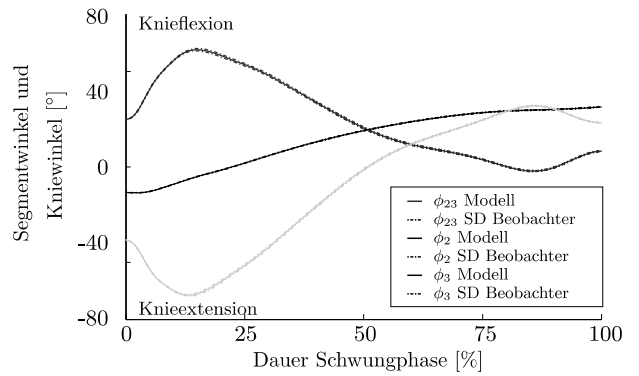
Die Bild 5–8 zeigen sowohl die Segmentwinkel  $\phi_2$  und  $\phi_3$  als auch den resultierenden Kniewinkel  $\phi_{23}$  im störungsfreien Modell der Prothese und die Standardabweichungen der Zustandsschätzungen bei unterschiedlichem Feedback. Die Schätzungen der Schaftposition  $\hat{x}_2$ ,  $\hat{z}_2$  variieren zwischen den einzelnen Szenarien nur unwesentlich und weichen nur geringfügig vom in Bild 9 dargestellten nichtlinearen Modell ab. Des Weiteren sind die Bodenfreiheit während der gesamten Schwungphase sowie der Zeitpunkt des MTC abgebildet. In Tabelle 1 sind die mit Gleichung (26) und (27) berechneten Abweichungen zwi-



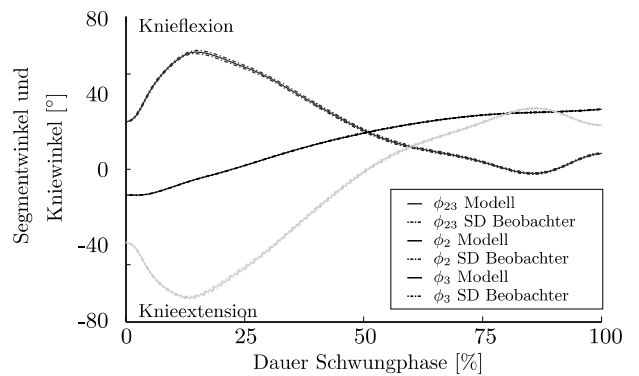
**Bild 4** Unsicherheit in der Wahrnehmung des CoP während der Standphase.



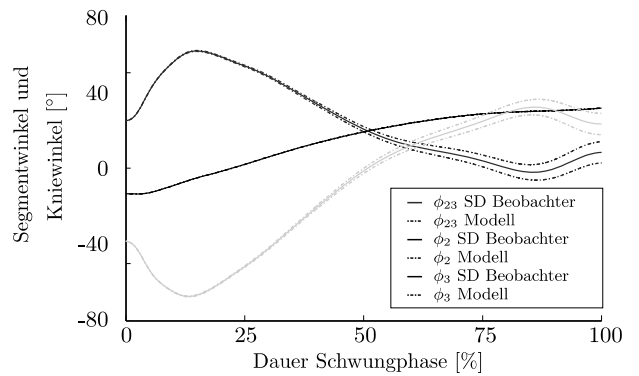
**Bild 5** Schätzung der Winkel ohne zusätzliches Feedback.



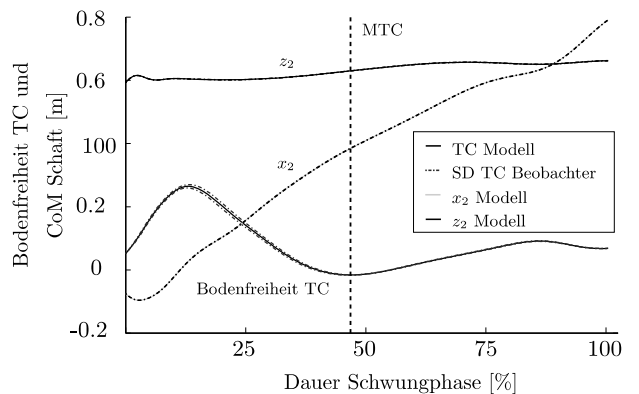
**Bild 6** Schätzung der Winkel mit Kniewinkel als Feedback.



**Bild 7** Schätzung der Winkel mit Kniewinkelgeschwindigkeit als Feedback.



**Bild 8** Schätzung der Winkel mit Kniemoment als Feedback.



**Bild 9** Schätzung der Bodenfreiheit ohne zusätzliches Feedback. Schaftposition aus nichtlinearem Modell.

**Tabelle 1** Mittelwert und Standardabweichung der Differenz zwischen tatsächlichem und geschätztem Minimum Toe Clearance (MTC) sowie Kniewinkel  $\phi_{23}$  am Ende der Schwungphase.

Feedback	$\Delta\text{MTC} \pm \text{std}$ [mm]	$\Delta\phi_{23,HS} \pm \text{std}$ [°]
ohne	$-1,8 \pm 0,7$	$-0,4 \pm 0,3$
$\phi_{23}$	$-1,1 \pm 0,7$	$-0,3 \pm 0,3$
$\dot{\phi}_{23}$	$-1,5 \pm 0,7$	$-0,4 \pm 0,3$
$M_{23}$	$-0,2 \pm 1,4$	$-0,7 \pm 5,4$

schen idealem System und dem Beobachtermodell sowie die entsprechenden Standardabweichungen für die unterschiedlichen Feedbackszenarien aufgeführt.

## 4 Diskussion

### 4.1 Statische Analyse der Standphase

Das in dieser Arbeit entworfene statische Modell erlaubt eine Abschätzung, mit welcher Genauigkeit Oberschenkelamputierte den CoP unter dem prothetischen Fuß bestimmen können. Die Annahmen zur Genauigkeit der Wahrnehmung basieren teilweise auf Studien an gesunden Gliedmaßen, die möglicherweise nicht direkt auf die Wahrnehmung am Stumpf übertragbar sind. Der Wahrnehmungsfehler von 27 mm ist wesentlich größer als die Zwei-Punkt-Diskriminierung, die bei aufrechtem, ungestörten Stand unter dem gesunden Fuß vorliegt (12 mm [2]). Dieses Ergebnis deutet darauf hin, dass die Balancekontrolle von Amputierten selbst bei perfekter Wiederherstellung der Motorik aufgrund der unzulänglichen Wahrnehmung eingeschränkt bleibt. Um ein besseres Verständnis der Wahrnehmung am Stumpf zu bekommen, müssten Studien mit Amputierten durchgeführt werden.

### 4.2 Dynamische Analyse der Schwungphase

Um herauszufinden, ob sensorische Substitution Einfluss auf die Schwungphase des prothetischen Ganges hat und worin dieser besteht, wurden mithilfe eines Beobachters vier verschiedene Feedbackszenarien simuliert. Der Einsatz von Feedback sollte sowohl die Schätzung der Minimalen Bodenfreiheit MTC als auch die des Kniewinkels am Ende der Schwungphase  $\phi_{23,HS}$  verbessern und die Variabilität dieser Schätzungen verringern. Tabelle 1 zeigt, dass durch Rückmeldung des Kniemoments die kleinste Abweichung von der tatsächlichen MTC erzielt wurde (Bild 6); allerdings bei sehr großer Variabilität. Die Rückmeldung des Kniewinkels resultierte in einem Fehler von  $-1,1$  mm, die Kenntnis von  $\dot{\phi}_{23}$  in einem Fehler von  $-1,5$  mm (Bild 7). Werden diese Werte in Kontext zu dem im physiologischen Gang auftretenden minimalen Abstand von  $15 \pm 5$  mm [14] gesetzt, wird deutlich, dass die erzielten Änderungen womöglich im Rahmen der natürlichen Variabilität und somit ohne Bedeutung sind.

Mithilfe der Kniewinkeldifferenz  $\Delta\phi_{23,HS}$  kann abgeschätzt werden, ob künstliches Feedback Einfluss auf das Sturzrisiko bei Fersenkontakt und die Dauer der

Schwungphase nehmen kann. Wird die Beugung des Knies unterschätzt ( $\Delta\phi_{23,HS} > 0$ ), ist die Sturzgefahr erhöht. Dieser Fall trat bei keinem der vier Szenarien auf (Tabelle 1); die Differenz war stets negativ. Der Prothesenträger vermutet daher, dass die Prothese noch nicht ausreichend gestreckt ist, um sie sicher belasten zu können und verlängert die Schwungphase durch Ausgleichsbewegungen mit dem Stumpf. Dies kann das asymmetrische Gangbild von Oberschenkelamputierten begünstigen. Das Beobachtermodell lässt den Schluss zu, dass künstliches Feedback den Schätzfehler und dessen Variabilität am Ende der Schwungphase nicht verbessern können. Setzt man die berechnete Differenz  $\Delta\phi_{23,HS}$  in Kontext zu der Variabilität des physiologischen Kniewinkels, die  $3\text{--}6^\circ$  beträgt, wird umso deutlicher, dass Feedback für die potentielle Vermeidung von Stürzen wahrscheinlich nicht relevant ist.

Die theoretische Analyse der Schwungphase legt den Schluss nahe, dass ein Feedbacksystem keinen Einfluss auf das Gangbild nimmt, da Amputierte bei guter sensorischer Sensibilität im Stumpf allein durch die angreifenden Kräfte und Momente Position und Bewegung der Prothese sehr gut einschätzen können. Die Vermeidung von Nervenschädigungen während der Amputation und bei der Versorgung des Stumpfes ist daher entscheidend. Das erhöhte Sturzrisiko wird vermutlich weniger durch die eingeschränkte Sensorik als viel mehr durch den mangelnden Ersatz der Motorik verursacht. In einer klinische Fallstudie mit amputierten Probanden können die in dieser Arbeit entwickelten Modelle validiert und abschließend untersucht werden, ob sensorisches Feedback die Wahrnehmung während der Standphase sowie – wider Erwarten – die Gangsymmetrie verbessern kann.

## Danksagung

Diese Arbeit wurde vom ETH Reseach Grant ETHIIRA, der Gottfried und Julia Bangerter Rhyner Stiftung sowie dem Schweizer Nationalfonds im Rahmen des National Centre of Competence in Research Robotics NCCR unterstützt.

## Literatur

- [1] A. Arieta, H. Yokoi, and T. Arai, *Study on the effects of electrical stimulation on the pattern recognition for an emg prosthetic application*, Proceedings of the 2005 IEEE Engineering in Medicine and Biology 27th Annual Conference, 2005.
- [2] S. Citaker, A. Gunduz, M. Guclu, B. Nazliel, C. Ircek, and D. Kaya, *Relationship between foot sensation and standing balance in patients with ms*, *Gait & Posture* **34** (2011), no. 2, 275–278.
- [3] P. Convery and K. Murray, *Ultrasound study of the motion of the residual femur within a trans-femoral socket during gait*, *Prosth. & Orth. Int.* **24** (2000), 226–232.
- [4] C. Eakin, P. Quesada, and H. Skinner, *Lower-limb proprioception in above-knee amputees*, *Clinical Orth. & Rel. Research* **284** (1992), 239–246.
- [5] F. Farahmand, T. Rezacian, and P. Dinan, *Kinematic and dynamic analysis of the gait cycle of above-knee amputees*, *Sc. Iranica* **13** (2006), no. 3, 261–271.

- [6] A. Geurts and T. Mulder, *Reorganisation of postural control following lower limb amputation: Theoretical considerations and implications for rehabilitation*, *Physiotherapy Theory & Practice* **8** (1992), 145–157.
- [7] K. Kaczmarek, J. Webster, P. Bach y Rita, and W. Tompkins, *Electrotactile and vibrotactile displays for sensory substitution systems*, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering* **38**(1) (1991), 1–16.
- [8] J. Kawamura, O. Sueda, K. Harada, K. Nishihara, and S. Isobe, *Sensory feedback systems for the lower-limb prosthesis*, *J. Osaka Rosai Hospital* **5** (1981), 104–112.
- [9] M. Kawato, *Internal models for motor control and trajectory planning*, *Current opinion in neurobiology* **9** (1999), no. 6, 718–727.
- [10] J. Kulkarni, C. Toole, R. Hiron, J. Morris, and S. Wright, *Falls in patients with lower limb amputations: Prevalence and contributing factors*, *Physiotherapy* **82** (1996), no. 2, 130–136.
- [11] A. Maravita and A. Iriki, *Tools for the body (schema)*, *Trends in Cognitive Sciences* **8** (2004), 79–86.
- [12] P. Meyer, L. Oddsson, and C. De Luca, *The role of plantar cutaneous sensation in unperturbed stance*, *Exp. Brain Res.* **156** (2004), 505–512.
- [13] W. Miller, M. Speechley, and A. Deathe, *Balance confidence among people with lower-limb amputations*, *Physical Therapy* **82** (2002), 856–865.
- [14] P. M. Mills, R. S. Barrett, and S. Morrison, *Toe clearance variability during walking in young and elderly men*, *Gait & posture* **28** (2008), no. 1, 101–107.
- [15] M. Papageorgiou, *Optimierung: statische, dynamische, stochastische Verfahren für die Anwendung*, München [etc.]: Oldenbourg, 1996.
- [16] H. Ross and E. Brodie, *Weber fractions for weight and mass as a function of stimulus intensity*, *The Quarterly J. of Exp. Psychology* **39** (1987), 77–88.
- [17] J. Sabolich and G. Ortega, *Sense of feel for lower-limb amputees: A phase-one study*, *Journal of Prosth. & Orth.* **6** (1994), no. 2, 36–41.
- [18] D. Wolpert, Z. Ghahramani, and M. I. Jordan, *An internal model for sensorimotor integration*, *Science* **269** (1995), 1880–1882.
- [19] P. Bach y Rita and S. W. Kerckel, *Sensory substitution and the human-machine interface*, *Trends in Cognitive Sciences* **7**(12) (2003), 541–546.
- [20] M. Zhang, A. R. Turner-Smith, V. C. Roberts, and A. Tanner, *Frictional action at lower limb/prosthetic socket interface*, *Med. Eng. Phys.* **18** (1996), 207–214.

Manuskripteingang: 15. Oktober 2012

**Dipl.-Ing. Anna Pagel** ist Doktorandin am Labor für Sensomotorische Systeme an der ETH Zürich. Hauptarbeitsgebiete: Prothetik untere Extremitäten, Sensorische Augmentation und Substitution, Zweibeinige Lokomotion.

Adresse: ETH Zürich, Institut für Robotik und Intelligente Systeme, Labor für Sensomotorische Systeme, Sonneggstr. 3, ML G55, CH-8092 Zürich, E-Mail: [anna.pagel@hest.ethz.ch](mailto:anna.pagel@hest.ethz.ch)

**BSc ETH Julian Oes** hat am Labor für Sensomotorische Systeme seine Bachelor-Arbeit über die theoretische Analyse von künstlichem Feedback angefertigt. Hauptarbeitsgebiete: Robotik, Computer Vision

Adresse: E-Mail: [joes@student.ethz.ch](mailto:joes@student.ethz.ch)

**MSc ETH Serge Pfeifer** ist Doktorand am Labor für Sensomotorische Systeme an der ETH Zürich. Hauptarbeitsgebiete: Prothetik untere Extremitäten, Biomechanik, Intentionsschätzung.

Adresse: ETH Zürich, Institut für Robotik und Intelligente Systeme, Labor für Sensomotorische Systeme, Sonneggstr. 3, ML F 53.1, CH-8092 Zürich, E-Mail: [serge.pfeifer@hest.ethz.ch](mailto:serge.pfeifer@hest.ethz.ch)

**Prof. Dr.-Ing. Robert Riener** ist Inhaber einer Doppelp Professur für Sensomotorische Systeme an der ETH Zürich (Department Gesundheitswissenschaften und Technologie) und der Universität Zürich (Fakultät Medizin). Hauptarbeitsgebiete: Rehabilitationstechnik, Robotik, VR in der Medizin, Biomechanik.

Adresse: ETH Zürich, Institut für Robotik und Intelligente Systeme, Labor für Sensomotorische Systeme, Tannenstr. 1, TAN E4, CH-8092 Zürich, E-Mail: [robert.riener@hest.ethz.ch](mailto:robert.riener@hest.ethz.ch)

**Dr.-Ing. Heike Vallery** ist Assistenzprofessorin an der TU Delft, NL. Sie ist zudem affiliert mit der ETH Zürich, CH, und mit KUSTAR, Abu Dhabi, VAE. Hauptforschungsgebiete: Robotik, Zweibeinige Lokomotion, Rehabilitationstechnik.

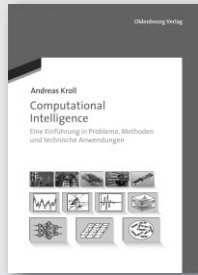
Adresse: Delft University of Technology, Department of BioMechanical Engineering, Mekelweg 2, E-1-240, NL-2628 CD Delft, E-Mail: [h.vallery@tudelft.nl](mailto:h.vallery@tudelft.nl)



Oldenbourg  
Verlag

Ein Unternehmen von De Gruyter

## Das erste deutschsprachige Lehrbuch zum Thema Computational Intelligence für Ingenieure



Andreas Kroll  
**Computational Intelligence**  
*Eine Einführung in Probleme, Methoden und technische Anwendungen*

1. Auflage 2013 | XIII, 428 Seiten, 200 farbige Abb. | broschiert  
ISBN 978-3-486-70976-6 | € 39,80

Computational Intelligence (CI) bewegt sich an der Schnittstelle zwischen Ingenieurwissenschaften und Informatik: mess- und regelungstechnische Problemstellungen werden hier mit Hilfe ausgefeilter computergestützter Methoden gelöst. Das Buch ist eine anwendungsorientierte Einführung in das Thema und vermittelt Studenten und berufstätigen Ingenieuren das notwendige Wissen über die derzeit verbreitetsten Ansätze der CI (Fuzzy-Systeme, neuronale Netze und evolutionäre Algorithmen).

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Andreas Kroll ist Leiter des Fachgebiets Mess- und Regelungstechnik an der Universität Kassel. Er arbeitet seit vielen Jahren aktiv im GMA Fachausschuss 5.14 Computational Intelligence mit.

[www.degruyter.com/oldenbourg](http://www.degruyter.com/oldenbourg)



Oldenbourg  
Verlag

Ein Unternehmen von De Gruyter

## Ideale Aufbereitung des Vorlesungsstoffs für eine erfolgreiche Prüfungsvorbereitung



Martin Bossert  
**Kanalcodierung**

3. überarbeitete Auflage 2013 | XVIII, 531 Seiten, farbige Abb. | broschiert  
ISBN 978-3-486-72128-7 | € 79,80

Die Kanalcodierung zur Fehlererkennung und -korrektur ist ein wesentlicher Bestandteil in modernen digitalen Kommunikationssystemen wie CD und DVD, Internet-Datenübertragung, Mobilfunk, Satellitenkommunikation und digitales Fernsehen. Das Buch gibt eine grundlegende Einführung in die Codierungstheorie. Alle derzeit bekannten Decodierverfahren werden beschrieben und eingeordnet. Durch die übersichtliche und geschlossene Darstellung eignet sich das Werk gut zum vorlesungsbegleitenden Studium. Übungsaufgaben helfen, das vermittelte Wissen zu vertiefen.

Prof. Dr.-Ing. Martin Bossert forscht und lehrt seit 1993 an der Universität Ulm und leitet dort das Institut für Nachrichtentechnik.

[www.degruyter.com/oldenbourg](http://www.degruyter.com/oldenbourg)