Numerical investigations of rotating MHD in a spherical shell

DISS. ETH NO. 22035

Numerical investigations of rotating MHD in a spherical shell.

A dissertation submitted to

ETH ZÜRICH

for the degree of

Doctor of Sciences

presented by

ANDREY SHEYKO

MSc. in applied Physics and Mathematics
Moscow Institute of Physics and Technology (Russian Federation)

born on December 06, 1984

citizen of Russian Federation

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. Andrew Jackson, examiner
Dr. Chris Finlay, co-examiner
Prof. Dr. Rainer Hollerbach, co-examiner
Dr. Johannes Wicht, co-examiner

2014

Abstract

Motions of liquid metal inside the Earth's outer core are responsible for generating the geomagnetic field in a dynamo process. We use a pseudo-spectral magnetohydrodynamic code to investigate dynamos maintained by various mechanisms. Boundary conditions (BC) and governing parameters are varied with the purpose of modelling the Earth's core. An accurate means to benchmark codes with so-called pseudo-vacuum magnetic BCs is proposed and an alternative way to drive a laboratory dynamo, by fluid injection is investigated.

Many prominent features in the observed core surface magnetic field are not yet explained due to the intrinsic complexity of the system and the difficulty in solving the model equations with the Earth's core parameters. It is however possible to gradually advance the models towards a geophysically relevant parameter regime as greater computing resources become available. We present dynamo simulations at rapid rotation rates ($E = \nu/(2\Omega d^2) = 3 \cdot 10^{-7}$ and 10^{-6}) that are at the cutting edge of geodynamo research today. We vary the convection strength by a factor of 30 and ratio of magnetic to viscous diffusivities by a factor of 20 ($0.05 \leq Pr_m \leq 1$) using a heat flux outer BC. This regime has been little explored due to significant computing resources required: several tens of millions cpu-hours were consumed to obtain the presented results. We report energy spectra of steady solutions, a comparison of volume-integrated characteristics of fields with the proposed rotating convection and dynamo scaling laws, time- and longitude- averages of force and energy balances, and the structure of the dynamos deep in the shell and on the CMB in relation to the selection of control parameters.

Insulating magnetic boundary conditions (used for the mentioned above big runs) are not easy to implement in non-spectral codes. A more convenient pseudo-vacuum boundary condition (setting to zero tangential magnetic field) may be used instead for practical reasons. We present essential properties of two dynamo solutions with regular deterministic characteristics operating with pseudo-vacuum BCs. One of them has been used in the community benchmark paper (Jackson et al., 2014). We also present analytical solutions for the decay rates of magnetic field decay modes in a sphere and in a spherical shell.

We investigate in addition the capability of a laboratory dynamo to be driven by the fluid injection (from one boundary and draining off from another boundary). A linear calculation is used to delineate the curve defining the onset of non-axisymmetric velocity modes: these modes are only possible in a limited range of injection strengths and rotation rates. We also conduct a set of experiments with the magnetic induction equation included and identified dynamos in several cases.

Kurzfassung

Die Bewegungen des flüssigen Metalls im äusseren Erdkern sind für die Generierung des Geomagnetfeldes in einem Dynamoprozess zuständig. Wir verwenden einen pseudo-spektralen magnetohydrodynamischen Code um Dynamos zu untersuchen, die durch verschiedenen Mechanismen aufrechterhalten werden. Die Randbedingungen (RB) und die dominierenden Parameter werden mit dem Ziel variiert den Erdkern zu modellieren. Es wird ein genaues Hilfsmittel vorgeschlagen um Codes mit sogenannten pseudo-vakuum magnetischen RBen zu benchmarken und es wird ein alternativer Weg untersucht, durch Fluidinjektionen, einen Labordynamo anzutreiben.

Aufgrund der Komplexität des Systems und Schwierigkeiten bei der Lösung der Modellgleichung mit den Erdkern Parametern konnten viele typischen Merkmale des auf der Kernoberfläche beobachteten Magnetfeldes noch nicht erklärt werden. Da mittlerweile grössere Rechenressourcen verfügbar geworden sind ist es jedoch möglich die Modelle schrittweise an das Regime der geophysikalisch relevanten Parameter heranzuführen. Wir präsentieren Dynamosimulationen bei grossen Drehzahlen ($E = \nu/(2\Omega d^2) = 3 \cdot 10^{-7}$ und 10^{-6}), welche an der Spitze der heutigen Geodynamoforschung stehen. Wir variieren die Konvektionsstärke um einen Faktor von 30 und das Verhältnis der magnetischen zu den viskosen Diffusionen um einen Faktor von 20 ($0.05 \leq Pr_m \leq 1$) unter Verwendung einer äusseren Wärmefluss RB. Das Regime wurde bislang wenig erforscht, da es erhebliche Rechenressourcen erfordert: es wurden mehrere zehn Millionen CPU-Stunden verbraucht, um die vorgestellten Ergebnisse zu erhalten. Wir zeigen Energiespektren der stetigen Lösungen, einen Vergleich von der volumenintegrierten Eigenschaften der Felder mit der vorgeschlagenen Drehkonvektion und Dynamo Skalierungsgesetze, über Zeit und Länge gemittelte Kräftegleichgewichte und Energiebilanzen und die Struktur von Dynamos tief in der Schale und an der CMB in Bezug auf die Auswahl der dominierenden Parameter.

Isolierende magnetische Randbedingungen (die für die oben genannten grossen Simulationen verwendet wurden), sind nicht einfach in nicht-spektrale Codes zu implementieren. Stattdessen kann aus den praktischen Gründen eine günstigere pseudo-vakuum Bedingung (tangentiales Magnetfeld auf Null gesetzt) angewendet werden. Wir zeigen wesentliche Eigenschaften von zwei Dynamo Lösungen mit regulären deterministischen Merkmalen die mit den pseudo-vakuum RBen bestimmt wurden. Eine dieser wurde im Gemeinschafts-Benchmarkartikel (Jackson et al., 2014) verwendet. Wir präsentieren auch analytische Lösungen für die Zerfallsrate der Magnetfeld-Zerfallsmoden in einer Sphäre und in einer sphärischen Schale.

Ausserdem untersuchen wir die Fähigkeit eines Labordynamos von der Fluidinjektion (von einem Rand und dem Ausfluss am anderen Rand) angetrieben zu werden. Es wird eine lineare Berechnung zum Skizzieren der Kurve für die Bestimmung des Ausbruchs von nicht-axialsymmetrischen Geschwindigkeitsmoden angewandt: diese Moden können nur in einem begrenzten Bereich von Injektionsstärke und Drehzahl auftreten. Wir führen auch eine Reihe von Experimenten unter Einbeziehung der Gleichung der magnetischen Induktion durch und identifizierten in mehreren Fällen Dynamos.