ETH zürich

ETH Library

# Theoretische und experimentelle Untersuchung über den rotierenden Gleichrichter

**Doctoral Thesis**

**Author(s):**
Kesselring, Fritz H.

**Publication date:**
1923

**Permanent link:**
https://doi.org/https://doi.org/10.3929/ethz-a-000096200

**Rights / license:**
In Copyright - Non-Commercial Use Permitted

This page was generated automatically upon download from the ETH Zurich Research Collection.
For more information, please consult the Terms of use.

# Theoretische und experimentelle Untersuchung über den rotierenden Gleichrichter.

VON DER

EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE IN ZÜRICH

ZUR ERLANGUNG

DER WÜRDE EINES DOKTORS DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

GENEHMIGTE

PROMOTIONSARBEIT

VORGELEGT VON

**FRITZ H. KESSELRING,** DIPL. ELEKTRO-ING.

AUS **BACHTOBEL** (KT. THURGAU).

Referent: Herr Prof. Dr. K. Kuhlmann
Korreferent: Herr Prof. Dr. P. Debye.

292

ZÜRICH □ 1923.
Diss.-Druckerei Gebr. Leemann & Co. A.-G.
Stockerstr. 64.

Leer - Vide - Empty

Meinen Eltern.

Leer - Vide - Empty

# Inhalt.

Seite

Einleitung . . . . . 9

I. Teil.

Wirkungsweise des rotierenden Gleichrichters im allgemeinen. Mängel der bisherigen Ausführungen . . . . . 12

II. Teil.

Der Sechsphasen-Synchrongleichrichter . . . . . 17

1. Kap. Wirkungsweise, Gesetz der Gleichstromkurve, Schaltungen, Ausnützung des Transformators . . . . . 17

2. Kap. Die Pendelungsmöglichkeiten des Synchronmotors . . . 25

3. Kap. Ableitung einiger Methoden zur Vermeidung der Funkenbildung infolge Pendelungen des Synchronmotors . . . 37

*I. Mechanische Vorrichtungen.*

A. Die Verwendung mitrotierender Bürsten . . . . . 37

B. Die Verwendung einer elastischen Kupplung zwischen Motor und Kommutator . . . . . 39

*II. Elektromagnetische Vorrichtungen.*

C. Die Verwendung von Synchrongenerator und Asynchronmotor in Serieschaltung . . . . . 45

D. Die Verwendung einer Doppelbürste zur Messung der Potentialdifferenz zwischen zwei benachbarten Segmenten 48

4. Kap. Die Stromverhältnisse im Drehstromtransformator bei einer dem Gleichrichter entsprechenden unsymmetrischen Belastung 50

a) Primär Sternschaltung . . . . . 50

b) „ Dreieckschaltung . . . . . 58

5. Kap. a) Abschalten eines Einphasentransformators auf der Sekundärseite . . . . . 63

b) Einschalten eines Einphasentransformators auf der Sekundärseite . . . . . 72

c) Vergleich zwischen Einschaltvorgang mit konstantem und zeitlich variablem Widerstand . . . . . 74

6. Kap. Die Spannungsgleichung des Sechsphasen-Synchrongleichrichters 78
a) Belastung des Gleichrichters . . . . . 84
b) Leerlauf des Gleichrichters . . . . . 92
c) Berechnungsbeispiel . . . . . 96

III. Teil.

Der Einphasen-Synchrongleichrichter . . . . . 101

IV. Teil.

Experimentelle Untersuchung . . . . . 104

Zusammenfassung . . . . . 112

# Zusammenstellung der wichtigsten Bezeichnungen.

| | |
|---|---|
| $E$, $J$, $X$ | Effektivwerte. |
| $\widehat{E}$, $\widehat{J}$ | Maximalwerte. |
| $\breve{E}$, $\breve{J}$ | Minimalwerte. |
| $\overline{E}$, $\overline{J}$, $\overline{X}$ | Mittelwerte. |
| $e$, $i$, $x$, $y$ | Momentanwerte. |
| $J_m$, $i_m$ | Magnetisierungsstrom. |
| $P$ | Leistung. |
| $T$, $U$, $A$ | Energie, Arbeit. |
| $t$, $\tau$ | laufende Zeit, Verhältnis zweier Zeiten. |
| $T$ | Abschaltzeit. |
| $v$, $u$ | Geschwindigkeiten. |
| $\omega$ | Winkelgeschwindigkeit, Kreisfrequenz. |
| $r$, $R$, $\varrho$ | Widerstände. |
| $L$, $M$, $\lambda$, $l$ | Induktivitäten. |
| $\alpha$ | Winkel zw. $E_N$ und $-E$ (Synchronmotor). |
| $\beta$ | Bürstenbreite in Grad od. cm. |
| $\varphi$, $\psi$, $\gamma$ | Phasenverschiebungen. |
| $K$, $C$, $A$, $B$ | Konstanten. |
| $g$ | Ungleichförmigkeitsgrad, ganze Zahl. |
| $g_w$, $\widehat{g}_w$ | Welligkeit, Welligkeitsgrad. |
| $k_i$ | Stromkopplungsfaktor. |
| $\Theta$ | Massenträgkeitsmoment. |

Leer - Vide - Empty

# Einleitung.

Das Problem der Gleichrichtung von Wechselstrom trat zum ersten Male im Jahre 1916 an mich heran, wo ich zur Aufladung einer kleinen Akkumulatorenbatterie einer Gleichstromquelle benötigte. Es gelang mir, zusammen mit meinem Bruder, im November 1916 einen oscillierenden Gleichrichter fertig zu stellen. Die Koinzidenz zwischen Gleichrichterschwingung und Netzspannung wurde dadurch erreicht, daß die Eigenschwingung eines gekoppelten Systems auf Resonanz mit der störenden Kraft abgestimmt war.

Um größere Leistungen umformen zu können, ging ich im Frühjahr 1917 vom oscillierenden Kommutator auf den synchron rotierenden über. Zu Beginn meiner Studienzeit erfuhr ich, daß dieser Gedanke im Jahre 1894 von Pollak zum Patent angemeldet worden war. Eingehendere Nachforschungen ergaben, daß die Literatur über den rotierenden Gleichrichter sehr spärlich ist; theoretisch ist so gut wie nichts, experimentell nur sehr wenig gemacht worden. Beinahe allen Veröffentlichungen ist gemeinsam, daß sie die Pendelungen des Synchronmotors als die Hauptursache ansehen, warum sich der Synchrongleichrichter nicht weiter entwickelt hat.

Da der rotierende Gleichrichter aber eine außerordentlich einfache und billige Maschine ist, die in mancher Hinsicht gegenüber andern Gleichrichtern wesentliche Vorteile bietet, schien es mir angebracht, dieses Problem einmal genauer zu untersuchen.

Im Einverständnis mit meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. Ing. Kuhlmann, machte ich daher diese Untersuchung zum Gegenstand meiner Promotionsarbeit.

Das Ziel, das ich bei der Ausarbeitung vor Augen hatte, war die Beantwortung der Frage: Ist es möglich, den rotierenden Gleichrichter zum Großgleichrichter auszubauen?

Gleichzeitig sollten die nötigen theoretischen und experimentellen Grundlagen geschaffen werden, die uns eine rechnerische Behandlung sämtlicher beim Gleichrichter auftretenden Erscheinungen gestatten, um so die Richtlinien für seine Weiterentwicklung zu finden.

Der Gedankengang, der die einzelnen Teile dieser Arbeit verbindet, ist der folgende:

Der I. Teil dient zur Orientierung über die zu behandelnden Erscheinungen. Als Resultat ergibt sich, daß die Untersuchung auf den Sechsphasengleichrichter beschränkt werden darf, welcher im 1. Kapitel des II. Teiles mit seinen verschiedenen Schaltungen näher besprochen wird. Alle nachfolgenden Überlegungen des II. Teiles sind dem Problem der Funkenbildung gewidmet; sie zerfallen in die zwei Abschnitte: Funkenbildung infolge Pendelung des Synchronmotors (2. und 3. Kapitel) und Funkenbildung infolge der Schaltvorgänge (4. bis 6. Kapitel).

Zunächst wird im 2. Kapitel untersucht, unter welchen Verhältnissen der Synchronmotor überhaupt pendelt und welche Vorkehrungen zu treffen sind, um dies zu vermeiden.

Im 4. Kapitel werden einige Anordnungen angegeben, welche die allfällig doch noch auftretenden Pendelungen für die Kommutation unschädlich machen. Auf Grund der Ergebnisse wird im weiteren nur noch der synchrone Gang des Motors in Betracht gezogen. —

Wollte man nun gleich an die allgemeine Lösung des Kommutationsproblems gehen, so stellen sich dem zwei Hindernisse in den Weg.

Erstens kennt man das Verhalten des Transformators bei der im Gleichrichterbetrieb sich ergebenden stark unsymmetrischen Belastung nicht; man hat keine Anhaltspunkte über den Einfluß der Schaltung, der magnetischen Kopplung der Phasen, sowie über die Größe der auftretenden Streuung. Der Klärung dieser Aufgabe dient das 4. Kapitel, dessen theoretische Ergebnisse experimentell geprüft werden. Es ergibt sich dabei, daß für den Synchrongleichrichter nur die Dreieckschaltung primär in Betracht kommt, und daß in diesem Falle der Drehstromtransformator als ein System von drei getrennten Einphasentransforma-

toren aufgefaßt werden darf, also keine nennenswerte magnetische Kopplung vorhanden ist.

Zweitens zeigt sich, daß die Differentialgleichung in ihrer allgemeinsten Form nicht lösbar ist, und zwar infolge der Einführung des variablen Bürstenübergangswiderstandes.

Die Kommutation des Synchrongleichrichters besteht nun im wesentlichen aus Ein- und Ausschaltvorgängen, die allerdings nicht unabhängig voneinander verlaufen, sondern durch die gemeinsame Differentialgleichung (S. 83) verknüpft sind. Nach den Ergebnissen des 4. Kapitels ist es nun gestattet, die Schaltvorgänge zunächst in dem einfacheren Fall des Einphasentransformators genauer zu untersuchen. Es wird dabei bewiesen, daß jeder Einschaltvorgang mit variablem Widerstand von der Form

$$r_e(t) = \frac{r_u \cdot T}{t}$$

durch einen mit konstantem Widerstand $r$ ersetzt werden kann. Die Bestimmung des fiktiven Widerstandes $r$ und der fiktiven Streuung $\lambda$ wird an einem Beispiel erläutert. Wir machen nun die Hypothese, daß dieser Widerstand $r$ auch beim Gleichrichterbetrieb die Verhältnisse richtig wiedergibt, was nach Kapitel 4 wohl mit großer Annäherung zutrifft.

Durch diesen Kunstgriff gelingt nun im 6. Kapitel die Integration der allgemeinen Differentialgleichung. Die Anwendung der erhaltenen Gleichungen wird an einem Beispiel gezeigt.

Es folgt dann eine kurze Behandlung des Einphasengleichrichters und im IV. Teil die experimentelle Untersuchung.

Die Zusammenfassung gibt einen Überblick über die erhaltenen Resultate und zeigt eine Möglichkeit zur Weiterentwicklung des Synchrongleichrichters.

# I. TEIL.

## Wirkungsweise des rotierenden Gleichrichters im allgemeinen. Mängel der bisherigen Ausführungen.

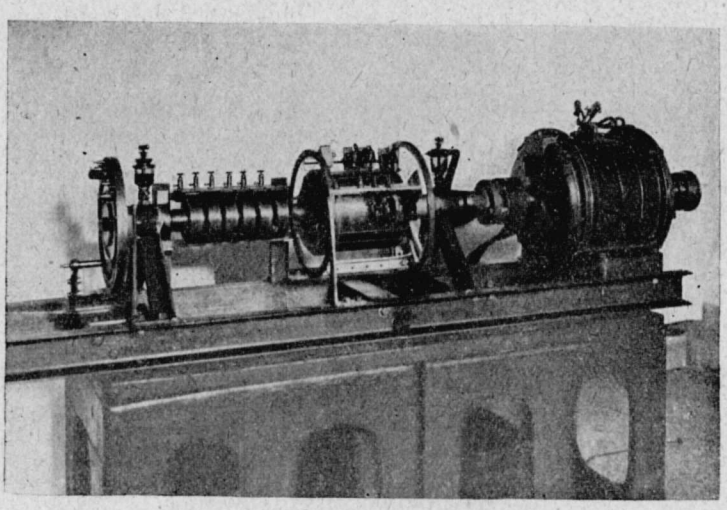


Fig. 1.

Figur 1 gibt eine Ansicht des bei der experimentellen Untersuchung benützten Gleichrichters. Seine Hauptbestandteile sind rechts der Synchronmotor, in der Mitte der Kommutator und links die sechs Schleifringe, durch die der Wechselstrom dem Kollektor zugeführt wird. Der Gleichstrom wird an den um 90° räumlich versetzten Bürstenpaaren abgenommen. Der Transformator, der zur Speisung des Gleichrichters dient, ist nicht

sichtbar. Bevor wir auf die spezielle Schaltung des in Figur 1 abgebildeten Gleichrichters eingehen, sei an einem nach Art des Quecksilberdampfgleichrichters geschalteten Dreiphasensynchrongleichrichter die allgemeine Wirkungsweise kurz erläutert.

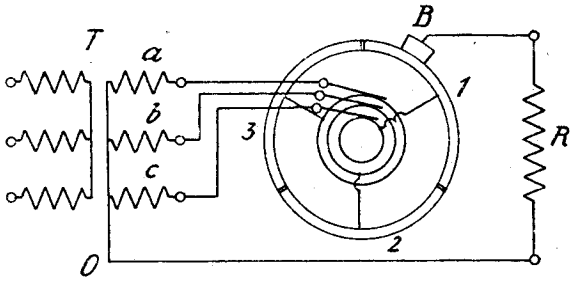



Fig. 2.

Seine Schaltung ist aus Figur 2 ersichtlich. Mit Hülfe dreier Schleifringe sind die drei Segmente 1, 2 und 3 des Kollektors dauernd mit den Enden der drei Sekundärwicklungen des Trans-

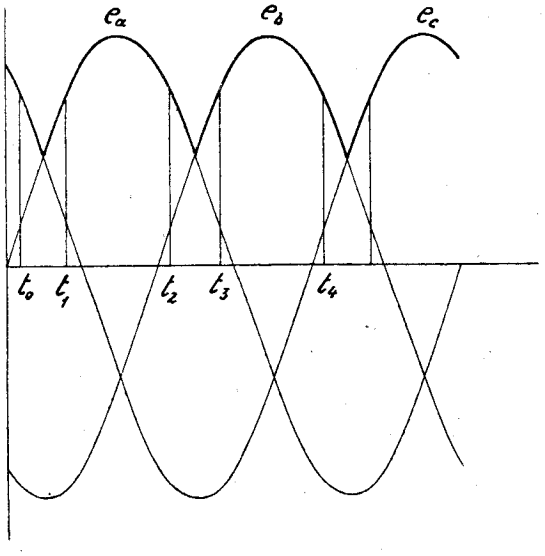



Fig. 3.

formators $T$ verbunden. Der Gleichstromanschluß wird gebildet durch die Bürste $B$ und den Nullpunkt $O$ des Transformators. Der

Antrieb hat bei nur drei Kollektorsegmenten durch einen zweipoligen Synchronmotor zu erfolgen.

In Figur 3 ist das Liniendiagramm der drei sekundären Transformatorspannungen $e_a$, $e_b$ und $e_c$ gezeichnet.

Die Gleichrichtung vollzieht sich nun in folgender Weise:

Von der Zeit $t_1$ bis $t_2$ (Figur 3) liegt die Bürste $B$ (Figur 2) auf Segment 1; es arbeitet die Phase $a$ des Transformators auf den Gleichstromkreis. Von $t_2$ bis $t_3$, für welches Zeitintervall $e_a \sim e_b$, arbeiten die beiden Phasen $a$ und $b$ parallel und zwar wird durch die Bewegung des Kollektors $a$ ab-, $b$ zugeschaltet. Von $t_3$ bis $t_4$ arbeitet $b$ allein. In $t_4$ wiederholt sich der gleiche Vorgang zwischen den Phasen $b$ und $c$.

Ist der Widerstand $R$ induktionsfrei und vernachlässigen wir die Streuung des Transformators, so ist der Gleichstrom in Phase mit seiner Spannung, d. h. die in Figur 3 stark ausgezogene Kurve stellt in diesem Falle je nach Wahl des Maßstabes die Strom- oder Spannungskurve dar.

Betrachten wir zunächst den Leerlauf des Gleichrichters ($R = \infty$) und nehmen wir die Bürstenbreite $\beta$ klein an, so ist es klar, daß bei richtiger Bürstenstellung und vollkommen synchronem Lauf des Kommutators keine Funken auftreten werden; denn die Spannungsdifferenz $e_a - e_b$ zur Zeit $t_2$ bis $t_3$ ist so klein, daß sich kein Lichtbogen zünden kann;[1]) d. h. der sogen. zusätzliche Strom, der während der Zeit des Parallelbetriebs zweier Phasen von einem Segment über die Bürste zum benachbarten fließt, ist sehr klein. Dabei ist allerdings vorausgesetzt, daß der Transformator streuungslos sei.

Läuft aber aus irgend einem Grunde der Kollektor nicht genau synchron (Pendelungen des Motors), so werden durch die Bürste jeweils Spannungen kurz geschlossen, deren Größe gegeben ist durch die jenem Moment entsprechende Falschstellung des Kommutators. Dies führt natürlich zu einer heftigen Funkenbildung.

---

[1]) Nach Burstyn, E. T. Z. 1920, S. 503, ist die Zündspannung zwischen $C_+$ und $Cu_-$ ca. 25 Volt, zwischen $Cu_+$ und $C_-$ ca. 16 Volt.

Wird nun der Gleichrichter belastet, so tritt zu diesem Umstand noch der hinzu, daß z. B. die Phase $a$ (Figur 2 und 3) in der sehr kurzen Zeit $t_3 - t_2$ abgeschaltet wird, was infolge der nicht zu vermeidenden Streuung des Transformators mit unter Umständen beträchtlichen Überspannungen verbunden sein kann, die ihrerseits wieder zu einer Funkenbildung führen. Die Überspannungen werden um so größer sein, je kleiner die Abschaltzeit $T$ ist. Diese ist, wenn $v$ (cm/sec) die Umfangsgeschwindigkeit des Kollektors und $\beta$ (cm) die längs der Peripherie gemessene Bürstenbreite bedeuten:

$T = \frac{\beta}{v}$ (sec), variiert also nur in engen Grenzen.

Im folgenden werden wir sehen, daß nicht die Pendelungen, sondern die funkenfreie Abschaltung die größten Schwierigkeiten bereitet.

Bis jetzt haben wir nur den Mehrphasengleichrichter betrachtet; ganz besonders ungünstig liegen nun aber die Verhältnisse beim Einphasengleichrichter, bei welchem im Falle Ohmscher Belastung sowohl Spannungs- wie Stromkurve die Form einer umgeklappten Sinuskurve annehmen, die sich durch folgende Fourier'sche Reihe ausdrücken läßt:

$$e = \frac{2\,\widehat{E}}{\pi}\left[1 - 2\sum_{\nu=1}^{\infty}\frac{\cos(2\,\nu\,\omega t)}{(2\,\nu)^2 - 1}\right]$$

Wir wissen, daß für $\omega t = g \,.\, \pi$ ($g$ = ganze Zahl) Nullstellen von $e$ existieren; d. h. der Gleichstrom sinkt während jeder Periode des Wechselstroms zweimal auf Null. Wird nun z. B. eine Akkumulatorenbatterie geladen, so findet eine Ladung nur statt, solange die Gleichrichterspannung größer ist als die Batteriespannung; in der übrigen Zeit wird die Batterie entladen. Der Bürstenübergang von einem Segment zum andern wird von starker Lichtbogenbildung begleitet sein.

Pollak suchte nun diesem Umstande zu begegnen dadurch, daß er eine variable Segmentbreite einführte, d. h. immer dann abschaltete, wenn Gleichrichter- und Batteriespannung einander gleich waren. Technisch konkurrenzfähig scheint aber diese Lösung nicht gewesen zu sein.

Im III. Teil dieser Arbeit wird gezeigt, wie mit einfachen Mitteln diese Schwierigkeiten beim Einphasengleichrichter umgangen werden können. Der Grundgedanke ist der, daß man den Einphasenstrom in symmetrischen $n$-Phasenstrom verwandelt und diesen gleichrichtet. Dadurch läßt sich auch bei Einphasennetzen eine beliebig kleine Welligkeit erreichen.

In den folgenden Abschnitten werden wir uns nun eingehender mit den hier gestreiften Erscheinungen zu beschäftigen haben. Dabei genügt es, wie wir sahen, die Betrachtungen auf den Mehrphasengleichrichter zu beschränken.

---

# II. TEIL.
# Der Sechsphasen-Synchrongleichrichter.

## 1. Kapitel.
## Wirkungsweise. Gesetz der Gleichstromkurve. Schaltungen. Ausnützung des Transformators.

Bezüglich der Wirkungsweise des Sechsphasengleichrichters können wir uns kurz fassen, da sie in allen wesentlichen Punkten mit dem früher Gesagten übereinstimmt. Die Zahl der Segmente und Schleifringe verdoppelt sich, und der Verdopplung der Phasenzahl entsprechend wird die Wirkungszeit, die bei Drehstrom Figur 3 gegeben ist durch das Intervall $t_0$—$t_3$, halb so groß. Darin liegt der Nachteil des Gleichrichters mit großer Phasenzahl, da dadurch die Ausnützung des Kupfers immer schlechter wird. Vorteilhaft ist dagegen der flachere Verlauf der Spannungen zur Zeit des Parallelbetriebs, denn es tritt eine kleinere Potentialdifferenz zwischen den Segmenten auf.

Die Gleichstromkurve bei Ohm'scher Belastung ist durch Figur 4 dargestellt.

Da wir diese Kurve später noch benötigen, sei gleich hier ihr analytisches Gesetz abgeleitet. Sie muß sich als Fourier'sche Reihe darstellen lassen, bei der neben einem konstanten Glied $b_0$ nur Glieder mit geradem Vielfachen der Abszisse $x$ auftreten, und da die Kurve eine gerade Funktion darstellt, können wir sagen, daß die Summe aller Sinusglieder Null ist.

Es ist also in diesem Fall:

$$y = b_o + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cos (k x),$$

wobei die Konstanten sich nach folgenden Formeln berechnen lassen:

$$b_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} y \, d x$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y \cos (k x) \, d x$$

Aus der Bedingung, daß alle Symmetriestellen der gegebenen Funktion auch Symmetriestellen aller Harmonischen sein müssen, ergibt sich, daß nur für $k = g \,.\, 6$ die Konstanten $b_k$ von Null verschieden sind, da einzig die durch 6 teilbaren Harmonischen dieser Forderung genügen.

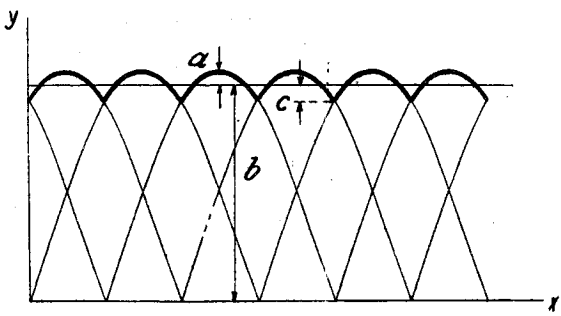



Fig. 4.

Da die Funktion $y = f(x)$ Spitzen aufweist, haben wir die Integration teilweise auszuführen:

$$b_k = \frac{1}{\pi} \left[ \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos (k x) \, d x + \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin x \cdot \cos (k x) \, d x + \cdots \right]$$

$$- \frac{1}{\pi} \left[ \int_{\pi}^{\frac{4\pi}{3}} \sin \left( x + \frac{\pi}{3} \right) \cos (k x) \, d x - \cdots - \cdots \right]$$

Ein Integral von der Form

$$\int_a^b \sin \left( x \pm \frac{\pi}{3} \right) \cos (k x) \, d x$$

läßt sich auflösen in die Summe zweier von der Struktur:

$$\int_a^b \sin\left(x \pm \frac{\pi}{3}\right) \cos(kx)\, dx = \frac{1}{2}\left[\int_a^b \sin\left[x(1+k) \pm \frac{\pi}{3}\right] + \right.$$

$$\left. + \int_a^b \sin\left[x(1-k) \pm \frac{\pi}{3}\right]\right] \cdot dx$$

$$= -\frac{1}{2}\left[\underbrace{\left\{\frac{\cos\left[x(1+k) \pm \frac{\pi}{3}\right]}{1+k}\right\}_a^b}_{Kl_1} + \underbrace{\left\{\frac{\cos\left[x(1-k) \pm \frac{\pi}{3}\right]}{1-k}\right\}_a^b}_{Kl_2}\right]$$

Man hat nun für alle $k = g \,.\, 6$ ($g$ = ganze Zahl) die Klammern $Kl_1$ und $Kl_2$ auszurechnen. Für die Grenzen $a$ und $b$ muß gesetzt werden:

$$0 - \frac{\pi}{3}, \quad \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi}{3} \text{ und } \frac{2\pi}{3} - \pi$$

und im Argument hat man jeweilen diesen entsprechend zu addieren

$$+\frac{\pi}{3}, \quad 0 \text{ und } -\frac{\pi}{3}.$$

In dieser Weise erhalten wir für:

$$k = 6, \qquad b_6 = -\frac{3}{\pi} \cdot \frac{2}{5 \cdot 7}$$

$$k = 12, \qquad b_{12} = -\frac{3}{\pi} \cdot \frac{2}{11 \cdot 13}$$

$$\ldots\ldots \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Das konstante Glied wird:

$$b_0 = \frac{3}{\pi}$$

und die Gleichstromkurve ergibt sich zu:

$$y = \frac{3}{\pi}\left[1 - \frac{2\cos(6x)}{5 \cdot 7} - \frac{2\cos(12x)}{11 \cdot 13} - \frac{2\cos(18x)}{17 \cdot 19} - \ldots\right]$$

oder

$$\underline{y = \frac{3}{\pi}\left[1 - 2\sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\cos(6\nu x)}{(6\nu)^2 - 1}\right]}$$

Wir berechnen nun noch ihren Mittelwert $\overline{X}$ und Effektivwert $X$. Es ist:

$$\overline{X} = \frac{3}{\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin x \, dx = \frac{3}{\pi} \quad \text{und}$$

$$X = \sqrt{\frac{3}{\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin^2 x \cdot dx} = \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)}$$

oder $\overline{X} = 0{,}955$

$X = 0{,}956$

Damit wird der Formfaktor

$$k_f = \frac{X}{\overline{X}} = 1{,}001$$

Wir hätten jetzt noch den Begriff der Kurvenwelligkeit zu definieren. Nach den mir bekannten Notizen[2]) scheint unter Wellenstrom immer ein Strom verstanden zu sein, der aus der Übereinanderlagerung eines Gleichstroms und eines rein sinusförmigen Wechselstroms entsteht.

Dieser Fall trifft aber speziell beim Gleichrichter nicht zu. Wir definieren daher:

Die Welligkeit einer periodischen Kurve ist gegeben durch das Verhältnis der Amplitude der Grundwelle zum Mittelwert. ($g_w$)

Der Welligkeitsgrad ist definiert durch die größte Abweichung vom Mittelwert, dividiert durch diesen Mittelwert. ($\widehat{g}_w$)

Mit Bezug auf Figur 4 hätten wir also:

$$g_w = \frac{\text{Amplitude d. Grundwelle}}{b} = 0{,}055 \sim 5{,}5\ \%$$

$$\widehat{g}_w = \frac{c}{b} = 0{,}093 \sim 9{,}3\ \%$$

---

[2]) Arnold, Bd. IV, S. 43. — Linker, Meßkunde, S. 501. — B. B. C. Mitteilungen 1919, S. 58.

Man ersieht daraus, daß die Einführung eines Welligkeitsgrades unbedingt erforderlich ist, da $g_w$ viel zu günstige Werte liefert.

Für die Rechnung ist es aber bequemer, mit $g_w$ zu rechnen; bei Bestimmung von Verlusten wird man entweder eine weitere Harmonische berücksichtigen, oder $g_w$ von vornherein etwas größer wählen.

*Die Schaltungen des Sechsphasensynchrongleichrichters.*

Die durch Figur 2 gekennzeichnete Schaltung ist in der Literatur über den Quecksilberdampfgleichrichter ausführlich behandelt, wir brauchen daher nicht näher darauf einzugehen.

Dagegen soll eine andere Schaltung, welche sich beim Synchrongleichrichter im Gegensatz zum Quecksilberdampfgleichrichter ohne weiteres ausführen läßt und bezüglich der Ausnutzung des Transformators wesentliche Vorteile bietet, etwas eingehender besprochen werden.

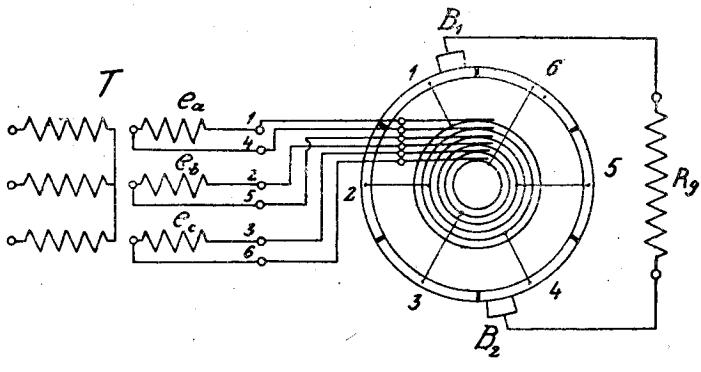



Fig. 5.

Sie ist durch Figur 5 erläutert. $T$ bedeutet einen normalen Dreiphasentransformator, der primär in Stern oder Dreieck geschaltet sein kann. Die sekundären Spulen sind unverkettet, sodaß alle Wicklungsanfänge und -Enden zugänglich sind. Durch sechs Schleifringe sind die Kommutatorsegmente 1, 2 . . . 6 mit dem Transformator verbunden. Zwei Bürsten $B_1$ und $B_2$ nehmen den Gleichstrom ab.

Die drei Spannungen $E_a$, $E_b$ und $E_c$ (Figur 5) sind um 120° verschoben (Figur 6). Dadurch, daß nun die Wicklungsenden 2 und 5 vertauscht werden (2 liegt an Segment 5 und 5 an 2), klappt sich die Spannung $E_b$ um 180° um und kommt in die punktiert gezeichnete Lage $E'_b$, bildet also mit $E_a$ und $E_c$ je einen Winkel von 60°. Diese drei Spannungen $E_a$, $E'_b$ und $E_c$ werden nun durch den Kommutator nochmals umgeklappt, wodurch wir die weiteren Spannungen $E'_a$, $E_b$ und $E'_c$ erhalten.

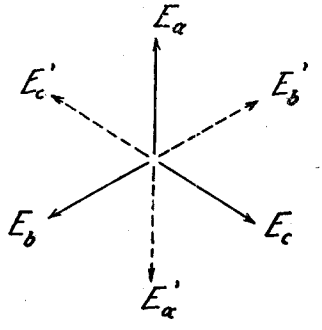



Fig. 6.

Mit dieser Anordnung ist es also möglich, mit einem normalen Dreiphasentransformator die gleiche Welligkeit auf der Gleichstromseite zu erzielen, wie ein Quecksilbergleichrichter mit einem Dreiphasen—Sechsphasentransformator. Dabei ergibt sich aber eine ganz wesentliche Kupfererspar nis, denn es arbeitet bei der Drehstromschaltung immer mindestens ein Drittel des sekundären Kupfers, bei der Sechsphasenschaltung aber nur ein Sechstel.

Um die Größe des Transformators aproximativ zu bestimmen, machen wir die gleiche Überlegung, wie sie von Dr. B. Schäfer in den B. B. C. Mitteilungen 1919, Heft 5 angegeben wurde.

Die effektive Phasenspannung auf der Sekundärseite des Transformators sei $E$; ihr Maximalwert $\widehat{E}$ also $\sqrt{2}E$. Auf S. 20 haben wir gesehen, daß der Effektivwert der Gleichspannung sehr angenähert gleich dem $\frac{3}{\pi}$fachen des Maximalwertes der

Wechselspannung ist. Es wird daher:

$$\sqrt{2}\, E \cdot \frac{3}{\pi} = E_g\,;$$

genauer wäre

$$\sqrt{2}\, E \sqrt{\frac{1}{2}\left(1 + \frac{3\sqrt{3}}{2\pi}\right)} = E_g\,.$$

Der Unterschied ist aber verschwindend klein, sodaß wir ohne nennenswerten Fehler die einfache Form beibehalten können.

$$E = \frac{\pi}{3\sqrt{2}} \cdot E_g = 0{,}74\, E_g$$

Ein Vergleich mit den experimentell gefundenen Werten (siehe S. 112) zeigt, daß z. B. bei induktiver Belastung sich ergab:

$$E = 0{,}83\, E_g\,.$$

Die Differenz ist auf den Abfall im Gleichrichter zurückzuführen.

Das Verhältnis zwischen Gleichstrom und Schleifringstrom ergibt sich bei Vernachlässigung der Überlappung zu

$$J_g = \sqrt{\frac{1}{2\pi}\left[\left(\int_0^{\frac{2\pi}{6}} i_a^2\, d\alpha + \int_{\pi}^{\frac{8\pi}{6}} i_a^2\, d\alpha\right) + \left(\int_{\frac{2\pi}{6}}^{\frac{4\pi}{6}} i_b^2\, d\alpha + \int_{\frac{8\pi}{6}}^{\frac{10\pi}{6}} i_b^2\, d\alpha\right) + (\cdots\ )\right.}$$

$$J_g = \sqrt{\frac{3}{2\pi}\int_0^{2\pi} i_a^2\, d\alpha} = \sqrt{3} \cdot J_a = \sqrt{3}\, J_b = \sqrt{3}\, J_c$$

d. h. bei $500^A$ Gleichstrom ist der Effektivwert des Schleifringstromes

$$J = \frac{500}{\sqrt{3}} \approx 290^A$$

Würde jeder Schenkel 1/3 des effektiven Gleichstromes führen, so ergäbe sich der Idealwert:

$$J_i = \frac{500}{3} = 166^A \quad \text{und} \quad \frac{J}{J_i} = 1{,}75\,;$$

beim Quecksilbergleichrichter ergibt sich hingegen

$$\frac{J}{J_i} = \frac{203}{83} = 2{,}45$$

Aus den Strom- und Spannungsverhältnissen geht hervor, daß beim Synchrongleichrichter im Falle, wo sich die Schleifringströme nicht überlappen, der Transformator für etwa die 1,28 fache Gleichstromleistung zu bemessen ist. Es bezieht sich dies auf Primär- und Sekundärwicklung, da die Stromverhältnisse in unserem Falle für beide Wicklungen gleich sind.

In Wirklichkeit tritt aber beim Synchrongleichrichter eine beträchtliche Überlappung auf (im Beispiel S. 96 ergab sich der günstigste Wert der Überlappung zu 26°, siehe auch S. 100). Dies hat zur Folge, daß sich der Schleifringstrom immer mehr der Sinusform nähert. Eine Nachrechnung zeigt, daß man beim Synchrongleichrichter im allgemeinen mit einem Transformator, der für die 1,15 fache Gleichstromleistung bemessen ist, auskommt. Beim Quecksilbergleichrichter ist der entsprechende Faktor 1,50.[3])

*Parallel- und Serieschaltung.*

Bei der Parallelschaltung von rotierenden Gleichrichtern ist darauf zu achten, daß sich die Belastung gleichmäßig verteilt; man erreicht dies z. B. durch Einschalten von Drosselspulen im Gleichstromkreis, wie dies auch bei den Quecksilbergleichrichtern üblich ist.[4]) Zweckmäßigerweise wird man dabei die $n$ Kollektoren auf eine gemeinsame Welle setzen und von einem einzigen Motor antreiben.

Da die Spannung zwischen zwei benachbarten Segmenten proportional der Gleichspannung ist, muß für hohe Gleichspannungen eine Serieschaltung angewendet werden. Ein diesbezügliches Schaltungsschema ist in Figur 7 dargestellt:

Die Sekundärwicklung des Transformators ist in zwei gleiche Teile geteilt, von denen jeder Teil nach Art der Figur 5 mit dem entsprechenden Kollektor verbunden ist. Die Kollektoren stehen daher unter den Teilspannungen $e$ bezw. $e'$. Die Gleichspannung ist gleich der Summe von $e$ und $e'$ und wird an den Bürsten $B_1$ und $B'_2$ abgegriffen. Die Ausnützung des Transfor-

[3]) Nach Abschluß der Arbeit fand ich noch eine 3. Schaltung, die in Bezug auf Ausnützung des Transformators noch weitaus günstigere Resultate ergibt.

mators stellt sich gleich günstig wie in der Schaltung nach Figur 5.

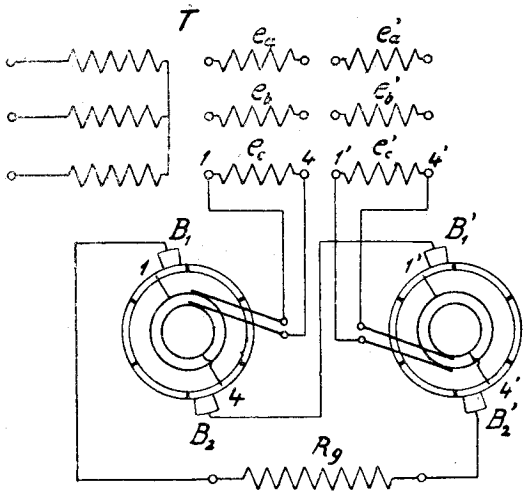



Fig. 7.

## 2. Kapitel.

## Die Pendelungsmöglichkeiten des Synchronmotors. [5])

Der Synchronmotor des rotierenden Gleichrichters hat die Aufgabe, den Kommutator möglichst genau synchron mit dem Netzspannungsvektor $E_N$ rotieren zu lassen; d. h. die beiden Winkelgeschwindigkeiten $\omega_1$ von $E_N$ und die elektrische Winkelgeschwindigkeit $\omega_2 = p \cdot \omega_{2r}$ müssen in jedem Augenblick einander gleich sein. Da Motor und Kollektor im allgemeinen starr gekuppelt sind, bedeutet $\omega_2$ auch die Winkelgeschwindigkeit der induzierten *EMK* $E$. Den Winkel zwischen $E_N$ und $-E$ bezeichnen wir im folgenden mit $\alpha$.

[4]) B. Schäfer, E. T. Z. 1918, S. 321.

[5]) Unter Pendelungen sind im Nachfolgenden alle Betriebszustände verstanden, bei denen der Winkel $\alpha$ zwischen Netzspannung ($E_N$) und neg. *EMK* ($-E$) nicht konstant ist.

Es lassen sich nun zwei Fälle unterscheiden:

a) Die Pendelungen werden dem Motor von außen aufgedrückt; d. h. normalerweise konstante Größen des Wechsel- oder Gleichstromnetzes sind zeitlichen Schwankungen unterworfen. In diesem Falle haben wir der Bedingung zu genügen: $\alpha \approx$ konstant.

b) Alle Größen der in Betracht kommenden Netze sind konstant. Der Grund für die Pendelungen liegt in den dem Synchronmotor eigentümlichen Eigenschaften.

Dieser Fall b kommt allerdings relativ selten vor; meist lassen sich die Pendelungen durch Anbringen von Dämpfungswicklungen leicht beseitigen. In Fällen, wo dies nicht gelingen sollte, haben wir der Bedingung zu genügen $\alpha = -\alpha'$, wobei $\alpha'$ die momentane Falschstellung des Motors bedeutet, d. h. $\alpha$ soll variabel sein.

Bevor wir auf den Fall a näher eintreten, sei erwähnt, daß Pendelungen, die begründet sind in einer Variation der Belastung, beim Gleichrichter nicht in Frage kommen; denn das Widerstandsmoment ist einzig durch Lager- und Bürstenreibung verursacht, welche Größen nur ganz wenig mit der Tourenzahl ändern.

*Fall a.*

*I. Schwankungen im Gleichstromnetz;*[6]) *die Größen des Wechselstromnetzes seien konstant.*

Der Erregerstrom betrage zur Zeit $t$, $J_e$ Amp.; er ändere sich nun so, daß er zu einer Zeit $t'$ den Wert $J'_e$ habe. Die Änderung denken wir uns so langsam vollzogen, daß keinerlei Ausgleichsvorgänge auftreten. Wir fragen uns nun:

Welche Größen sind von wesentlichem Einfluß auf die Änderung von $\alpha$?

Da die dem Drehmoment entsprechende Leistung während dem ganzen Vorgange konstant bleibt, d. h. zur Zeit $t'$ den gleichen Wert hat wie zur Zeit $t$, übersehen wir die Vorgänge am besten, wenn wir die Drehmomentleistung $P_d$ in Funktion von $\widehat{E}$ und $\alpha$ bestimmen. Wir benötigen dazu das Diagramm des Synchronmotors (Figur 8).

[6]) Bei synchronisierten Asynchronmotoren oder Reaktionsmaschinen liegen die Verhältnisse etwas anders.

Es bedeuten:

$\widehat{E}_N$ Maximalwert der Netzspannung
$\widehat{E}$ Induzierte $EMK$ (Maximalwert)
$-\widehat{E}$ Komponente der Klemmenspannung (M W)
$\widehat{J}$ Maximalwert des Ankerstromes
$r$ Ankerwiderstand
$x$ resultierende Ankerreaktanz
$z = \sqrt{r^2 + x^2}$ Ankerimpedanz
$\varphi$ Phasenverschiebung zwischen $\widehat{E}_N$ und $\widehat{J}$
$\psi$ „ „ $-\widehat{E}$ „ $\widehat{J}$
$\gamma$ „ „ $\widehat{J} \cdot z$ „ $\widehat{J} \cdot x$, daher
$tg\,\gamma = \frac{r}{x}$
$P_d$ Leistung, die dem Drehmoment entspricht
$P$ totale zugeführte Leistung.

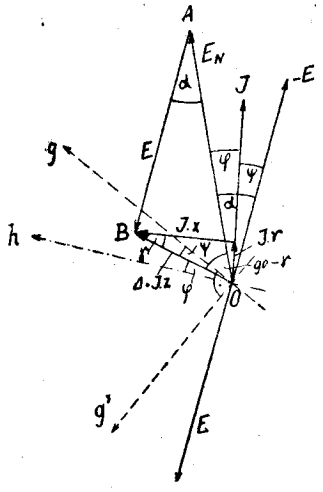



Fig. 8.

Es ist nun:

$$P_d = \frac{(-\widehat{E}) \cdot \widehat{J}}{2} \cdot \cos \psi$$

Wir zeichnen eine Gerade $g$ unter dem Winkel $\psi$ gegen $\widehat{J} . z$ geneigt (Figur 8) und projizieren darauf das Dreieck $OAB$.

$$\widehat{J} z \cos \psi = \widehat{E}_N \cos (90 - \gamma - \alpha) + \widehat{E} \cos (180 - (90 - \gamma))$$

$$\widehat{J} z \cos \psi = \widehat{E}_N \sin (\gamma + \alpha) - \widehat{E} \sin \gamma \quad \text{somit}$$

$$P_d = \frac{-\widehat{E}\widehat{J}}{2} \cos \psi = \frac{\widehat{E}_N (-\widehat{E})}{2 z} \left[ \sin (\gamma + \alpha) - \frac{\widehat{E}}{\widehat{E}_N} \sin \gamma \right]$$

Da nun $\gamma$ im allgemeinen klein ist, können wir in Annäherung schreiben:

$$P_d = \frac{\widehat{E}_N (-\widehat{E})}{2 z} \cdot \sin \alpha$$

oder

$$(-\widehat{E}) \cdot \sin \alpha = \frac{2 P_d z}{\widehat{E}_N} = c,$$

d. h. für kleinere Werte von $\alpha$, wo $\sin \alpha \approx \alpha$, sind $-\widehat{E}$ und $\alpha$ nach einer gleichseitigen Hyperbel verbunden.

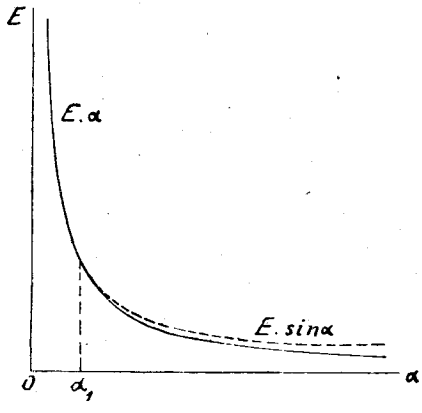



Fig. 9.

Aus Figur 9 ist nun ersichtlich, daß eine Änderung von $\widehat{E}$ um so kleineren Einfluß auf $\alpha$ hat, je kleiner $\alpha$ selbst ist, d. h. wir müssen darnach trachten, daß der Motor bei der leicht voraus zu berechnenden Belastung durch den Gleichrichter in dem Gebiet zwischen 0 und $\alpha_1$ arbeitet, was mit andern Worten heißt: Der Motor soll nicht zu klein gewählt werden.

Andererseits ist darauf zu achten, daß die Hyperbel in dem Arbeitsgebiet des Motors auch möglichst steil verläuft; d. h. die Konstante

$$\frac{2 P_d z}{\widehat{E}_N}$$

soll klein sein, was bekanntlich eine kleine numerische Exzentrizität bedingt.

Aus dem Gesagten geht nun hervor, daß man $E_N$ nicht zu klein wählen soll, während $z$ nicht zu groß werden darf. Bei $z$ muß man jedoch vorsichtig sein, da bei zu kleinem $x$ der Stabilitätsbereich klein wird, d. h. der Motor fällt leicht außer Tritt.

Es sei noch bemerkt, daß die obigen Forderungen im Kreisdiagramm des Synchronmotors für konstantes Drehmoment große Kreise bedingen, denn wie bekannt ist der Radius des *EMK*-Kreises:

$$\varrho = \sqrt{\frac{E_N^2}{4} - P_d \cdot r}$$

Da bei großem $\varrho$ die Kreise flach verlaufen, bedarf es großer Änderungen von $E$, um eine nennenswerte Beeinflussung von $\alpha$ zu erhalten. Das obige Resultat deckt sich also mit dem aus der Anschauung gewonnenen.

Einfluß der Sättigung. Die bisherigen Überlegungen galten für proportionale Abhängigkeit zwischen $\widehat{E}$ und dem Erregerstrom; im allgemeinen ist dies nur bei schwach gesättigten Maschinen der Fall. Die Änderungen des Erregerstromes werden hervorgerufen durch die Spannungsschwankungen im Gleichstromnetz, und sind diesen proportional bei konstantem Widerstand im Erregerkreis. Arbeitet der Motor nun im Gebiet großer Sättigung, so sind die entsprechenden Schwankungen von $\widehat{E}$ sehr klein, was eine ebenfalls kleine Variation des uns wichtigen Winkels $\alpha$ bedeutet, d. h. die Sättigung ist günstig.

Ist ein Gleichstromnetz aus irgend einem Grunde häufigen starken Schwankungen unterworfen, so kann durch Einschaltung einer großen Drosselspule in den Erregerkreis oder Zwischenschaltung einer Pufferbatterie ein Ausgleich getroffen werden.

*II. Schwankungen im Wechselstromnetz; die Größen des Gleichstromnetzes seien konstant.*

Sehen wir vorläufig von Freipendelungen ab, so ergibt sich die Leistung, die das Netz an den Synchronmotor abgibt, aus Figur 8, indem wir das Dreieck $OAB$ auf eine unter dem Winkel $\varphi$

gegen $\widehat{J} \cdot z$ geneigte Gerade $h$ projizieren. Es ist die Leistung pro Phase:

$$P = \frac{\widehat{E}_N \widehat{J}}{2} \cos \varphi = \frac{\widehat{E}_N \widehat{E}}{2z} \left[ \frac{\widehat{E}_N}{\widehat{E}} \sin \gamma + \sin (\alpha - \gamma) \right]$$

Daraus ergibt sich, daß im Fall II $P$ sich nur ändern kann, wenn entweder $\widehat{E}$ oder $\alpha$ oder beide sich ändern. Da die Belastung konstant ist, ist die Variation von $\alpha$ auch nur vom Wechselstromnetz abhängig. Erhöht sich zum Beispiel infolge Entlastung die Netzfrequenz, so rotiert $\widehat{E}_N$ etwas schneller als $-\widehat{E}$; der Winkel $\alpha$ vergrößert sich, der Motor nimmt mehr Leistung auf. Es ist nun unsere Aufgabe, nachzusehen, wie der Motor beschaffen sein muß, damit sich $\alpha$ möglichst wenig ändert.

1. Änderung von $\widehat{E}_N$.

Betrachten wir $\gamma$ wieder als klein, so erhalten wir für konstante indizierte Leistung bei konstanter *EMK* $\widehat{E}$.

$$\widehat{E}_N \sin \alpha = \frac{2 P_d \cdot z}{-\widehat{E}} = C$$

was die gleichen Bedingungen ergibt wie bei Änderung von $\widehat{E}$, d. h. große Spannung und kleine Impedanz.

Wir wollen nun an einem Beispiel untersuchen, wie stark sich $\alpha$ ändert bei einer Spannungsschwankung von 10 %.

Die Effektivwerte der Spannungen seien:

1) $$E_N = 100^V; \quad E = 100^V$$

$$r = 0{,}3\ \Omega; \quad x = 2 \pi f \cdot \lambda = 2 \pi \cdot 50 \cdot 0{,}01 \approx 3\ \Omega$$

$$z = \sqrt{0{,}3^2 + 3^2} \approx 3\ \Omega; \quad P_d = 1000^W$$

$$P_d = \frac{E_N E}{z} \left[ \sin (\gamma + \alpha) - \frac{E}{E_N} \sin \gamma \right]$$

$$tg\, \gamma = \frac{r}{x} = \frac{0{,}3}{3} = 0{,}1 \qquad \gamma = 5^0\, 40'; \quad \sin \gamma = 0{,}1$$

$$100 = \frac{10^4}{3} \left[ \sin (5^0\, 40' + \alpha) - 0{,}1 \right]$$

$$0{,}3 + 0{,}1 = \sin (5^0\, 40' + \alpha)$$

$$\underline{\alpha} = 23^0\, 40' - 5^0\, 40 = \underline{18^0}$$

Würden wir setzen $\gamma \approx 0$, so ergibt sich:

$$\sin \alpha = 0{,}3; \quad \alpha = 17^0\ 30'.$$

Man sieht, daß der Fehler nur 30′ beträgt.

2. $E_N = 110$ Volt; die übrigen Werte bleiben gleich.

In diesem Fall ergibt sich im stationären Zustand:

$$\alpha = 15^0\ 40' \text{ und die Änderung}$$
$$\Delta\alpha = 2^0\ 20'.$$

Wir ersehen daraus, daß die Spannungsänderung im allgemeinen den Betrieb des Synchronmotors nicht gefährdet. Allerdings haben wir hier nur den Fall betrachtet, wo die Spannungsvariation langsam erfolgt; treten Ausgleichsvorgänge auf, so sind die Änderungen von $\alpha$ größer. Wir werden diesen Fall im Nachfolgenden noch näher untersuchen.

2. Änderung der Frequenz des Wechselstromnetzes.

Wir machen folgende Überlegung: Die Netzfrequenz ändere sich sprunghaft von 50 auf 50,5. Der $EMK$-Vektor $-\widehat{E}$, der an die Maße von Motor + Kollektor gebunden ist, kann dieser Erhöhung der Tourenzahl nicht momentan folgen. Wir nehmen nun an, er sei in $^1/_5$ Sekunde auf die Winkelgeschwindigkeit gelangt, die der Frequenz 50,25 entspricht, und fragen uns: Um wieviel Grade hat sich $\alpha$ bei einer zweipoligen Maschine in dieser $^1/_5$ Sekunde geändert?

Der Winkel wird:

$$\Delta\alpha = 2\pi (f_1 - f_2)\, t = 2\pi\,(50{,}5 - 50{,}25)\,\frac{1}{5} = 0{,}1\,\pi$$

$$\underline{\Delta\alpha = 18^0}$$

Diese einfache Überlegung zeigt uns, wie verhängnisvoll eine Frequenzänderung werden kann im Falle eines kleinen synchronisierenden Drehmomentes und großer Trägheitsmomente von Rotor und Kollektor; hohe Polzahl ist daher von vornherein ungünstig, da sie ein großes Trägheitsmoment bedingt.

Die energetischen Verhältnisse beim Synchronmotor.

In Figur 10 bedeutet $S$ den Stator, $R$ den Rotor des Synchronmotors. Die fünf Pfeile 1, 2 . . . stellen in Summa die totale

Änderung $Pdt$ der zugeführten Energie dar. Wir wollen nun nachsehen, was mit diesem Energiequantum $Pdt$ im Motor geschieht.

1. Da einer Energiezunahme eine Vergrößerung von $\alpha$ entspricht, ändert sich entsprechend $J.z$ (siehe Figur 8), und da $z$ konstant angenommen wurde, wächst der Ankerstrom $J$. Der der Vermehrung der Ankerkupferverluste entsprechende Arbeitsbetrag $i^2.r\,dt$ entspricht dem Pfeil 1.

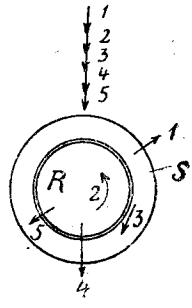



Fig. 10.

2. Andererseits wird sich die kinetische Energie des rotierenden Systems vergrößern. Bedeutet $\varphi_2$ den laufenden elektrischen Winkel des Rotors und $p$ die Polpaarzahl des Motors, so ist die Vermehrung der kinetischen Energie:

$$d\,T = \Theta \cdot d\left[\frac{\left(\frac{\varphi_2'}{p}\right)^2}{2}\right], \text{ wobei } \varphi_2' = \frac{d\,\varphi_2}{d\,t} \quad \text{und}$$

$\Theta$ = Massenträgheitsmoment von Rotor + Kollektor. $dT$ entspricht dem Pfeil 2.

3. Der normalen Belastung entspricht eine bestimmte Winkelausweichung $\alpha_0$, analog der Verlängerung einer durch ein konstantes Gewicht belasteten Feder. Wir können diese aufgespeicherte Federenergie beim Synchronmotor in übertragenem Sinne als potentielle Energie betrachten, d. h. nun, einer Änderung von $\alpha$ entspricht eine Änderung der potentiellen Energie. Diese ist, wenn $P_d$ die Drehmomentleistung bedeutet:

$$d\,U = \left(\int_{\alpha_0}^{\alpha} \frac{\partial\,P_d}{\partial\,\alpha} \cdot d\,\alpha\right) \cdot d\,t$$

Für kleine Pendelungsamplituden ist

$$\frac{\partial P_d}{\partial \alpha} \approx \text{konst. (im allgem. synchronisierende Kraft genannt)}$$

$$d\,U = C_u\,(\alpha - \alpha_0)\,dt$$

4. Durch die bei Pendelung auftretende Relativbewegung zwischen Drehfeld und Polrad werden in den Polschuhen, sowie in der Erregerwicklung *EMKK* induziert, die Wirbelströme, bezw. einen Wellenstrom in der Erregerwicklung zur Folge haben. Diese Ströme, zusammen mit dem Feld, in dem sie sich jeweils befinden, ergeben treibende, bezw. bremsende Momente. Um eine kräftige Dämpfung zu haben, sowie zur Unterdrückung der Wellenströme in der Erregerwicklung wird man im allgemeinen Dämpferwicklungen anbringen.

Die jeweilige Größe des Dämpfungsmomentes hängt von den elektrischen und geometrischen Abmessungen der Synchronmaschine ab. Im allgemeinen kann für das Dämpfungsmoment in Annäherung gesetzt werden[7]):

$$D = C_d\,\frac{d\alpha}{dt}$$

Die entsprechende Arbeitsänderung ist:

$$d\,A = C_d\,\frac{d\alpha}{dt}\,\frac{\varphi_2'}{p}\cdot dt$$

was dem Pfeil 4 in Figur 10 entspricht.

5. Die Änderung der abgegebenen Arbeit wird, da das Bürstenreibungsmoment konstant ist:

$$d\,R = W\,\frac{\varphi_2'}{p}\cdot dt$$

Damit wird der Energieansatz:

$$P\,dt = i^2\,r\,dt + d\,T + d\,U + d\,A + d\,R$$

$$P_d\cdot dt - d\,R = \Theta\,d\left[\frac{\left(\frac{\varphi_2'}{p}\right)^2}{2}\right] + \left(\int_{\alpha_0}^{\alpha}\frac{\partial P_d}{\partial \alpha}\,d\alpha\right)dt + C_d\,\frac{\varphi_2'}{p}\,\frac{d\alpha}{dt}\,dt$$

---

[7]) Vergl. W. O. Schumann, Diss., Karlsruhe 1912. — M. Liwschitz, Archiv f. Elektr. 1921, S. 96.

Oder angenähert für $\varphi'_2 = \overline{\varphi'_2}$ = konst.:

$$\frac{p\,P_d}{\overline{\varphi_2}'} - W = \frac{\Theta}{p}\,\frac{d^2\varphi_2}{dt^2} + \frac{p\,C_u}{\overline{\varphi_2}'}\,(\alpha - \alpha_0) + C_d\,\frac{d\alpha}{dt}$$

Bezeichnen wir mit $\omega_1$ die elektrische Winkelgeschwindigkeit von $E_N$, mit $\omega_2$ diejenige von $-E$, so ist:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega_1 - \omega_2 = \frac{d\varphi_1}{dt} - \frac{d\varphi_2}{dt}$$

$$\frac{p\,P_d}{\overline{\varphi_2}'} - W = \frac{\Theta}{p}\,\frac{d^2(\varphi_1 - \alpha)}{dt^2} + \frac{p\,C_u}{\overline{\varphi_2}'}\,(\alpha - \alpha_0) + C_d\,\frac{d\alpha}{dt}$$

Bezeichnen wir den variablen Teil von $\alpha$ mit $\alpha_t = \alpha - \alpha_0$, so können wir obige Gleichung auch in folgender Form schreiben:

$$D' = \frac{\Theta}{p}\,\frac{d^2}{dt^2}\,(\varphi_1 - \alpha_t) + p\,\frac{C_u}{\overline{\varphi_2}'}\,\alpha_t + C_d\,\frac{d\alpha_t}{dt}$$

wobei

$$D' = \frac{p}{\overline{\varphi_2}'} \cdot m\left(\frac{\widehat{E}_N(-\widehat{E})}{2\,z}\right)\left[\sin(\gamma + \alpha) - \frac{\widehat{E}}{\widehat{E}_N}\sin\gamma\right] - W$$

$m$ = Phasenzahl

oder angenähert:

$$D' = \frac{p}{\overline{\varphi_2}'} \cdot m \cdot \frac{\widehat{E}_N(-\widehat{E})}{2\,z} \cdot (\alpha_0 + \alpha_t)$$

Wir sehen nun, daß wir eine Pendelung infolge Spannungsänderung erhalten, wenn wir $E_N$ als Zeitfunktion ansetzen.

Unter Berücksichtigung, daß

$$\alpha'_t = \int (\omega_1 - \omega_2)\,dt - \alpha_0$$

erhalten wir eine Pendelung infolge Frequenzänderung, wenn wir $\omega_1$ als Zeitfunktion einführen. Leiten wir die obige Differentialgleichung nochmals nach $t$ ab, so erhalten wir:

$$\frac{p}{\overline{\varphi_2}'} \cdot m\,\frac{\widehat{E}_N(-\widehat{E})}{2\,z} \cdot (\omega_1 - \omega_2) = \frac{\Theta}{p}\,\frac{d^2}{dt^2}\,(\omega_2) + \frac{p\,C_u}{\overline{\varphi_2}'}\,(\omega_1 - \omega_2)$$
$$+ C_d\,\frac{d}{dt}\,(\omega_1 - \omega_2)$$

worin $\omega_1 = 2\pi f$ die bekannte zeitliche Funktion der Netzfrequenz darstellt. Gesucht ist die Winkelgeschwindigkeit $\omega_2$ des Rotors bezw. des $EMK$-Vektors $\widehat{E}$.

Der weitere Gang der Rechnung ist nun der folgende: Man untersucht bei dem betreffenden Netz, an das der Gleichrichter angeschlossen werden soll, die Spannungs- und Frequenzschwankungen, was in erster Annäherung mit einem empfindlichen Voltmeter bezw. Frequenzmesser geschehen kann, und versucht diese Schwankung durch eine Funktion darzustellen. Ein Ausdruck, der sich leicht differenzieren und integrieren läßt und sich im allgemeinen den Verhältnissen, wie sie bei Reguliervorgängen auftreten, gut anpassen läßt, ist der folgende:

$$\omega_1 = \nu t\, e^{-\beta t}$$

Für $\nu$ und $\beta$ sind dann jeweils solche Werte einzusetzen, daß die Funktion nach Möglichkeit mit den gemessenen Werten übereinstimmt.

Schreiben wir die letzte Differentialgleichung in der Form:

$$C_1 (\omega_1 - \omega_2) = C_2 \frac{d^2 \omega_2}{dt^2} + C_3 \frac{d}{dt} (\omega_1 - \omega_2) + C_4 (\omega_1 - \omega_2)$$

$$(C_1 - C_4)\, \omega_1 - C_3 \frac{d\, \omega_1}{dt} = C_2 \frac{d^2 \omega_2}{dt^2} - C_3 \frac{d\, \omega_2}{dt} + (C_1 - C_4)\, \omega_2$$

und mit obiger Funktion

$$[(C_1 - C_4 + \beta C_3) \cdot t - C_3]\, \nu e^{-\beta t} = C_2 \frac{d^2 \omega_2}{dt^2} - C_3 \frac{d\, \omega_2}{dt} + (C_1 - C_4)\, \omega_2 ,$$

welche Differentialgleichung sich leicht nach der Methode der Variation der Konstanten lösen läßt. Man trägt nun die Funktion $\omega_1$, sowie die berechnete $\omega_2$ auf und bestimmt die jeweilige Falschstellung des Kollektors durch Differenzbildung unter Berücksichtigung der synchronen Ausweichung $\alpha_0$. Durch Änderung der Konstanten $C_1 \ldots C_4$ kann nun auf die Phasenverschiebung eingewirkt werden. Was in jedem Fall das zweckmäßigste ist, läßt sich nicht allgemein angeben. Sicher ist aber, daß kleines Trägheitsmoment von Rotor und Kollektor, großes synchronisierendes Moment und kräftige Dämpfung als günstig für den Gleichrichterbetrieb zu erachten sind.

Bei Zentralen mit Kolbenmaschinen kann nun die zugeführte Leistung nach einer periodischen Funktion schwanken. Man wird dann zweckmäßig $P_d$ als Summe aus einer mittleren Leistung und einer überlagerten Pendelleistung ansetzen. In diesem Fall ist

vor allem darauf zu achten, daß die Eigenschwingungszahl nicht in die Nähe der Frequenz der Leistungspendelung zu liegen kommt und zwar wäre es vorteilhaft (siehe oben), wenn die Eigenschwingungszahl größer ist, als die Grundwelle der Leistungspendelung. Es ist aber darauf zu achten, daß dann nicht Resonanz mit einer höheren Harmonischen auftritt. Im übrigen sei auf die zahlreiche Literatur über die erzwungenen Schwingungen bei Synchronmaschinen verwiesen.

### *b. Eigenschwingungen des Synchronmotors.*

Wird ein Synchronmotor im Leerlauf stark übererregt und ist seine Dämpfung klein, so zeigen sich im allgemeinen auch bei vollkommen konstantem Netz sog. Freipendelungen. Besonders stark machen sich diese bemerkbar, wenn zu den vorigen Umständen noch der hinzutritt, daß der Motor mit einem Wechselstrom kleiner Frequenz gespeist wird. Der Grund für diese Erscheinung liegt darin, daß der Synchronmotor bei einigermaßen großem Ankerwiderstand eine negative Dämpfung besitzt, d. h. läuft z. B. der Synchronmotor aus irgend einem Grunde ein wenig schneller, so wird die Spannung $\Delta = i \cdot z$ (siehe Figur 8) etwas kleiner, was wir uns entstanden denken können als Summe aus der ursprünglichen Spannung $\Delta$ plus einer angenähert entgegengesetzten Spannung $\Delta'$. Die letztere kann nun, wie aus dem Diagramm (Figur 8) leicht ersichtlich ist, im Leerlauf (kleines $a$), starker Übererregung und großem $\gamma = arc\,tg \frac{r}{x}$ (großes $r$) einen Strom erzeugen, der mit $E_N$ motorisch wirkt, d. h. eine kleinere Phasenverschiebung als 90° aufweist. Dadurch wird aber die bereits begonnene Voreilung vergrößert; wir haben also eine negative Dämpfung.[8]) Diese ist aber im allgemeinen nicht sehr groß, und kann bei einigermaßen kräftiger Querfelddämpfung leicht zum Verschwinden gebracht werden.

Eine weitere Möglichkeit von Pendelungen kann ihren Grund haben in einer ungleichen Spannungskurve von Motor und Netz.[9])

---

[8]) Siehe auch K. W. Wagner, E. u. M. 1908, S. 686. — Dreyfuß, E. u. M. 1911, S. 323. — Rogowski, A. f. E. 1915, S. 150.

[9]) L. Bloch, S. el. Vorträge Voit 1904, S. 237.

Sie spielt aber heutzutage keine so große Rolle mehr und kann im allgemeinen durch Vorschalten einer Drosselspule behoben werden.[9])

---

# 3. Kapitel.

# Ableitung einiger Methoden zur Vermeidung der Funkenbildung infolge Pendelungen des Synchronmotors.

Bei der Ausarbeitung der Kapitel 5 und 6 zeigte sich, daß der schwache Punkt des Synchrongleichrichters in seinen äußerst ungünstigen Kommutationsverhältnissen liegt. Im weiteren ergab sich bei der experimentellen Untersuchung, daß es bei dem für die Versuche verwendeten Motor überhaupt kein Mittel gab, um ihn zu Pendelungen zu veranlassen.[10])

Dies besagt doch, daß es gewiß in den weitaus meisten Fällen möglich sein wird, den Motor so zu dimensionieren, daß er stabil läuft. Durch diese Ergebnisse haben die Ausführungen dieses Kapitels wesentlich an Wert verloren und sollen daher auch nur gekürzt wiedergegeben werden.

Als Pendelung wollen wir im folgenden jede Zustandsänderung des Motors betrachten, bei der die zeitliche Ableitung des Winkels $\alpha$ zwischen Netzspannung und negativer $EMK$ des Motors von Null verschieden ist. Diese Änderung von $\alpha$ kann nun ganz allgemeiner Natur sein, oder in speziellen Fällen nach einer periodischen Funktion verlaufen, was für die Verwendungsmöglichkeit der nachstehenden Methoden beachtet werden muß.

## I. Mechanische Vorrichtungen.

### A. Die Verwendung mitrotierender Bürsten.

Wir betrachten die Bewegung eines Punktes $P$ auf dem Kollektor relativ zu einer feststehenden Bürste. Läuft der zweipolig gedachte Motor schneller als der Netzvektor $E_N$, so er-

---

[10]) Näheres siehe IV. Teil, S. 107.

reicht der Punkt $P$ die Bürste zu früh; gelänge es uns nun, die Bürste gerade um so viel in der Drehrichtung zu verschieben, daß der Punkt $P$ sie genau in dem Moment erreicht, der dem synchronen Lauf entspricht, so hätten die Pendelungen absolut keinen schädlichen Einfluß mehr auf die Wirkungsweise des Synchrongleichrichters. Analog verhält es sich, wenn der Motor langsamer umläuft als $E_N$. Das heißt:

Ist es möglich, bei Pendelungen des Motors die Bürsten genau synchron mitpendeln zu lassen, so sind auch die stärksten Änderungen von $\alpha$ ohne schädlichen Einfluß auf die Kommutation, da die Relativgeschwindigkeit konstant und gleich der synchronen ist.

Diese Bedingung läßt sich nun erfüllen, wenn wir von der ruhenden Bürste zur mitrotierenden übergehen, wobei die Dreh-

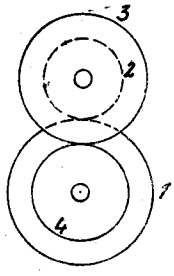



Fig. 11.

bewegung dieser letzteren von derjenigen des treibenden Synchronmotors abgeleitet sei. Dies kann beispielsweise durch eine möglichst spielfreie Zahnradübertragung nach Art der Figur 11 erreicht werden. Rad 1 sei mit dem Kollektor, 4 mit dem Bürstenhalter gekuppelt; 2 und 3 sind unter sich starr verbunden. Dann ergibt sich für das Verhältnis der Geschwindigkeiten, bezogen auf den Kollektorumfang

$$\frac{u_4}{u_1} = \frac{r_1 \cdot r_3}{r_2 \cdot r_4} = \frac{u_b}{u_k} = k;$$

d. h. das Verhältnis

$$\frac{u_b}{u_k} = \frac{\text{Bürstengeschw.}}{\text{Kollektorgeschw.}}$$

ist in jedem Moment konstant.

Bezeichnen wir die Relativgeschwindigkeit zwischen Kollektor und Bürsten mit $v$, so ist:

$$v = u_k(t) - u_b(t) = (1 - k)\, u_k(t)$$

d. h. $v$ wird um so konstanter, je näher $k$ an 1 kommt, oder mit Hülfe des Ungleichförmigkeitsgrades $g$ ausgedrückt, wenn

$$g_{max} = \frac{u_{k\,max} - u_{k\,min}}{\bar{u}_k}$$

den maximalen Ungleichförmigkeitsgrad bedeutet.

$$g = \frac{v_{max} - v_{min}}{\bar{u}_k} = \frac{(u_{k\,max} - u_{b\,max}) - (u_{k\,min} - u_{b\,min})}{\bar{u}_k}$$

$$\underline{g = (1 - k)\, g_{max}}$$

Die Lamellenzahl $N_L$ in Funktion von $k$ ergibt sich zu

$$N_L = \frac{p \cdot q}{2\,(1 - k)}$$ [11])

wobei $p$ = Polzahl des Motors
$q$ = Phasenzahl des Gleichrichters.

Betrachten wir als praktisch äußerste Grenze von $N_L$ den Wert 100, so können wir sagen:

Es läßt sich durch Anwendung mitrotierender Bürsten der Ungleichförmigkeitsgrad $g$ höchstens auf etwa $^1/_8$ des maximalen Ungleichförmigkeitsgrades $g_{max}$ bringen.

Dies wäre bei nicht allzu großen Pendelungsamplituden in den meisten Fällen ausreichend; es ist aber damit eine wesentliche Verteuerung verbunden, und der Synchrongleichrichter büßt seinen größten Vorteil, die Einfachheit, teilweise ein.

## B. Die Verwendung einer elastischen Kupplung zwischen Motor und Kommutator.

Diese Methode könnte eventuell Verwendung finden bei Freipendelungen des Motors, d. h. im Falle, wo der Netzvektor $E_N$ absolut gleichförmig umläuft, der Motor aber trotzdem periodische Schwingungen ausführt.

---

[11]) Selbstverständlich ist praktisch für $N_L$ nur eine ganze Zahl möglich, und bei der Schaltung nach S. 21 nur eine gerade Zahl.

In Figur 12 bedeuten:

I. den Rotor des Motors mit dem Trägkeitsmoment $\Theta_m$

II. den Kollektor mit dem Trägkeitsmoment $\Theta_k$

III. die elastische Kupplung mit den Federn $F$.

IV. die Bürsten.

$m$ das resultierende auf den Rotor wirkende Moment

$W$ das Widerstandsmoment sämtlicher Bürsten

$n$ das aus der jeweiligen Federkraft $F$ am Hebelarm $r$ sich ergebende Federmoment

$\varphi_m$ bez. $\varphi_k$ die laufenden Winkel, gezählt von der gleichen Anfangslage an

$\varphi = \varphi_m - \varphi_k$ den Winkel zwischen den 2 im Stillstand zusammenfallenden Geraden $g$ und $g'$

$\frac{d\varphi}{dt}$ die Relativgeschwindigkeit zwischen Motor und Kollektor

$\varphi_0$ die Winkelausweichung im stationären pendelungsfreien Betrieb.

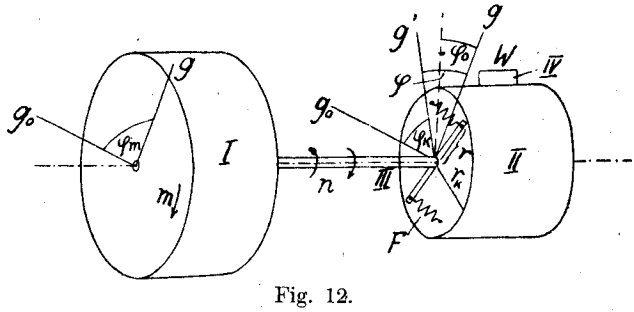



Fig. 12.

Das Moment $m$ können wir uns aus einem konstanten, dem pendelungsfreien Betrieb entsprechenden Glied $M_0$ und einem überlagerten periodischen Pendelmoment bestehend denken. Berücksichtigen wir von letzterem nur die Grundwelle, so ist:

$$m = M_0 + M_1 \cos (c\,t)$$

Das Federmoment wird bei Annahme der Gültigkeit des Hooke'schen Gesetzes:

$$F = \frac{r \cdot \varphi}{c_F}$$

$$n = F \cdot r = F \cdot \lambda\, r_k = \frac{(\lambda\, r_k)^2}{c_F} \cdot \varphi = D_F \cdot \varphi$$

wobei

$$c_F = \text{Federkonstante}$$
$$r_k = \text{Kollektorradius}$$
$$\lambda = \frac{r}{r_k}$$

Das Widerstandsmoment der Bürsten ist nach Arnold, Gleichstrommaschinen, Bd. I, S. 611, unabhängig von der Geschwindigkeit.

Damit erhalten wir nun die beiden nachstehenden Differentialgleichungen:

$$\Theta_m \cdot \frac{d^2 \varphi_m}{d t^2} = m - n$$
$$\Theta_k \cdot \frac{d^2 \varphi_k}{d t^2} = n - W \qquad 1)$$

Im stationären gleichförmigen Betrieb ist

$$\frac{d^2 \varphi_m}{d t^2} = \frac{d^2 \varphi_k}{d t^2} = 0 \qquad \text{also}$$

$$M_0 = | N | = W \quad \text{und} \quad \varphi_0 = \frac{M_0}{D_F}$$

Subtrahieren wir die Gleichungen 1 und führen wir $\varphi$ ein, so ergibt sich:

$$\frac{d^2 \varphi}{d t^2} + D_F \left( \frac{1}{\Theta_m} + \frac{1}{\Theta_k} \right) \cdot \varphi = \frac{M_1}{\Theta_m} \cos c t + \left( \frac{M_0}{\Theta_m} + \frac{W}{\Theta_k} \right) \qquad 2)$$

oder

$$\underline{\varphi'' + \nu^2 \varphi = A \cos c t + K} \qquad 3)$$

wobei

$$\nu^2 = D_F \left( \frac{1}{\Theta_m} + \frac{1}{\Theta_k} \right)$$

$$A = \frac{M_1}{\Theta_m}; \qquad K = \frac{M_0}{\Theta_m} (\pm) \frac{W}{\Theta_k}$$

Der Bürstenwiderstand $W$ wirkt immer der momentan herrschenden Bewegung entgegen. Wechselt daher die Bewegungsrichtung, so geht der Bürstenwiderstand unstetig von $-W$ in $+W$ über. Die Differentialgleichung 3) gilt daher nur von einer Extremallage bis zur folgenden; denn das Vorzeichen von $W$ regelt

sich nicht von selbst. Man kann diesen Bewegungszustand in Analogie setzen mit der durch konstante Reibung gedämpften harmonischen Schwingung

$$\varphi'' + \nu^2 \varphi = \pm W'$$

deren Amplituden, wie bekannt, nach einer arithmetischen Reihe abklingen.

Daß dieser Fall beim Synchronmotor nicht auftreten kann, ist selbstverständlich, denn der Motor müßte ja seinen Drehsinn ändern, würde also längst vorher außer Tritt fallen.

3) hat die allgemeine Form:

$$p_0(t)\,\varphi'' + p_1(t)\,\varphi' + p_2(t)\,\varphi = q(t)$$

Die Lösung der reduzierten Gleichung $\varphi'' + \nu^2\varphi = 0$ ist die harmonische Schwingung. Ein partikuläres Integral ergibt sich in einfacher Weise nach Lagrange durch Variation der Konstanten:

Es ist allgemein:

$$y_0 = -\eta_1 \int \frac{q(t)}{p_0(t)} \cdot \frac{\eta_2}{\Delta}\, dt + \eta_2 \int \frac{q(t)}{p_0(t)} \frac{\eta_1}{\Delta}\, dt$$

wobei $\eta_1$ und $\eta_2$ mit der Lösung der reduzierten Differentialgleichung $\varphi'' + \nu^2\varphi = 0$ in folgender Weise zusammenhängen:

$$\eta = C_1\,\eta_1 + C_2\,\eta_2 = C_1 \underbrace{\cos(\nu t)}_{\eta_1} + C_2 \underbrace{\sin(\nu t)}_{\eta_2}$$

und

$$\Delta = \begin{vmatrix} \eta_1 & \eta_2 \\ \eta_1' & \eta_2' \end{vmatrix} = \nu\,(\cos^2 \nu t + \sin^2 \nu t) = \nu$$

Daher wird

$$y_0 = -\cos \nu t \int_0^t \frac{A \cos \nu t + k}{\nu} \sin \nu t\, dt +$$

$$\sin \nu t \int_0^t \frac{A \cos \nu t + k}{\nu} \cos \nu t\, dt$$

$$y_0 = \frac{A}{2\,\nu\,(\nu + c)} \cos \nu t \cdot \cos[(\nu + c)\,t] + \sin \nu t \sin[(\nu + c)\,t] +$$

$$+ \frac{A}{2\,\nu\,(\nu - c)} \cos \nu t \cos[(\nu - c)\,t] + \sin \nu t \sin[(\nu - c)\,t] +$$

$$+ \frac{K}{\nu^2} \cos^2 \nu t + \frac{K}{\nu^2} \sin^2 \nu t$$

was bei Zusammenfassung folgendes Resultat ergibt:

$$y_0 = \frac{A \cos ct}{\nu^2 - c^2} + \frac{K}{\nu^2}$$

Damit wird die allgemeine Lösung von 3)

$$\varphi = C_1 \eta_1 + C_2 \eta_2 + y_0$$

$$\varphi = C_1 \cos \nu t + C_2 \sin \nu t + \frac{A \cos ct}{\nu^2 - c^2} + \frac{K}{\nu^2} \qquad 5)$$

5) setzt sich zusammen aus einer harmonischen Schwingung mit der Eigenfrequenz

$$\nu = \sqrt{D_F \left[\frac{1}{\Theta_m} + \frac{1}{\Theta_k}\right]},$$

wobei $D_F$ den Einfluß der Feder berücksichtigt, und einer zweiten Schwingung mit der Frequenz $c$ der gekoppelten Schwingung (Leistungspendelung). Das letzte Glied gibt den Einfluß der durch konstante Reibung erzeugten Dämpfung.

Zur Bestimmung der Integrationskonstanten $C_1$ und $C_2$ haben wir folgenden Bedingungen zu genügen:

$$t = 0: \quad \varphi = \varphi_0 \quad \text{und} \quad \varphi' = 0$$

was folgende Werte ergibt:

$$C_1 = \varphi_0 - \frac{A}{\nu^2 - c^2} - \frac{K}{\nu^2}$$

$$C_2 = 0 \qquad \text{womit}$$

$$\varphi = \left(\varphi_0 - \frac{A}{\nu^2 - c^2} - \frac{K}{\nu^2}\right) \cos \nu t + \frac{A \cos ct}{\nu^2 - c^2} + \frac{K}{\nu^2} \qquad 6)$$

oder abgekürzt:

$$\varphi = B_1 \cos \nu t + B_2 \cos ct + B_3$$

Durch Gleichung 6) ist die Bewegung des Kollektors vollkommen bestimmt, da wir nun die zeitliche Änderung der Federkraft $n$ kennen. Es ist nach 1)

$$\frac{d^2 \varphi_k}{dt^2} = \frac{D_F}{\Theta_k} \cdot \left[B_1 \cos \nu t + B_2 \cos ct + B_3\right] - \frac{W}{\Theta_k}$$

Damit die Tourenzahl im Mittelkonstant bleiben kann, müssen sich die nicht periodischen Glieder wegheben: Setzen wir ein, so ergibt sich:

$$\frac{D_F}{\Theta_k}\frac{K}{\nu^2}-\frac{W}{\Theta_k}=\left(\frac{M_0}{\Theta_m}+\frac{W}{\Theta_k}\right)\frac{1}{D_F\left(\frac{1}{\Theta_m}+\frac{1}{\Theta_k}\right)}-\frac{W}{\Theta_k}=\frac{D_F}{\Theta_k}\cdot\varphi_0-\frac{W}{\Theta_k}=0$$

und damit: $$\frac{d^2\varphi_k}{dt^2}=\frac{D_F}{\Theta_k}\left[B_1\cos\nu t+B_2\sin ct\right] \qquad 7)$$

Aus Gleichung 7) ergibt sich nun, daß die Geschwindigkeit des Kollektors $\frac{d\varphi_k}{dt}$ um so konstanter ist, je größer das Trägheitsmoment $\Theta_k$ ist. Ist die maximal zulässige Falschstellung des Kollektors bekannt, so kann daraus die Größe von $\Theta_k$ bestimmt werden; d. h. der Ungleichförmigkeitsgrad kann in diesem Falle beliebig klein gemacht werden.

## II. Elektromagnetische Vorrichtungen.

Zur richtigen Beurteilung der Abschnitte C und D sei folgendes vorausgeschickt:

Jede Reguliervorrichtung besteht im Wesentlichen aus dem eigentlichen Regulator und dem Reguliermechanismus. Der Regulator hat die Aufgabe, Änderungen der konstant zu haltenden Größe festzustellen. Jedem Wert dieser Größe entspricht eine bestimmte Stellung des Regulators, d. h. es existiert eine Funktion $f_1$.

Zu regulierende Größe $= f_1$ (der Regulatorstellung).

Der einfachste Zusammenhang ist der lineare.

Andererseits existiert eine zweite Funktion $f_2$.

Zu regulierende Größe $= f_2$ (der Kraft bezw. des Momentes des Regulators).

Es ist nun wohl zu beachten, daß im allgemeinen zwischen der Änderung der zu regulierenden Größe und der Regulatorbewegung eine bestimmte Phasenverschiebung herrscht; denn sowohl eine Stromänderung in einem induktiven Kreis und ein solcher ist fast immer vorhanden, sowie die Beschleunigung einer Masse beanspruchen eine bestimmte Zeit. In unserem Fall liegen nun die Verhältnisse günstig, denn die Pendelungen verlaufen relativ sehr langsam. (Größte Frequenz ca. 3 pro sec.) Die Beschleunigung ergibt daher nur eine ganz kleine Verzögerung.

Berücksichtigt man noch, daß speziell bei Methode D die Induktivität sehr klein ist, so darf man sehr wohl den Vorgang als einen stationären auffassen.

Es eröffnen sich nun zwei Wege:

1. Ist die Kraftwirkung des Reglers groß genug, so kann sie direkt zur Betätigung des Reguliermechanismus benützt werden (direkt wirkender Regler, Funkt. $f_2$).

2. Ist die Kraftwirkung des Regulators nur klein, so kann durch ihn eine Hülfskraft (Servomotor) gesteuert werden. Es entspricht dann jeder Stellung des Regulators (Funkt. $f_1$) ein bestimmtes Drehmoment des Servomotors.

Im nachfolgenden sind nun nur die Regulatoren angeführt, nicht aber der Betätigungsmechanismus. Vorrichtung C ist als direkt wirkender, D als indirekt wirkenden Regler gedacht. Die Überlegungen werden im ersten Fall nach der Bestimmung der Drehmomentfunktion $f_2$, im zweiten bei der Stellungsfunktion $f_1$ abgebrochen. Vorrichtung D wurde bei der experimentellen Untersuchung zur Feststellung der Pendelungen benützt und als außerordentlich empfindlich befunden.

An die Ausführungen von C und D hat die kinematische und dynamische Untersuchung des Reguliermechanismus anzuknüpfen; erst diese gibt die sicheren Anhaltspunkte über die Tauglichkeit einer bestimmten Anordnung.

## C. Die Verwendung von Synchrongenerator und Asynchronmotor in Serieschaltung.

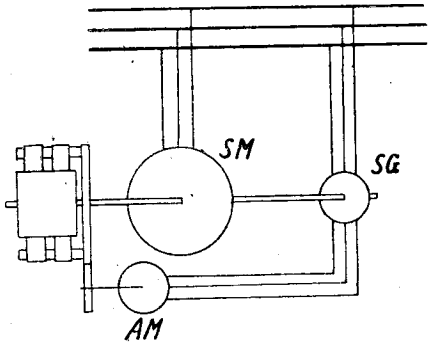



Fig. 13.

Mit dem Synchronmotor *SM* (Figur 13), der zum Antrieb des Gleichrichters dient, sei ein kleiner Synchrongenerator[12]) *SG* gekuppelt, dessen Stator an das gemeinsame Netz angeschlossen ist. Die Wicklung dieses Dreiphasengenerators hat nun aber ihren Kernpunkt nicht in der Maschine selbst, sondern sie ist weitergeführt durch die drei Statorphasen eines kleinen Asynchronmotors *AM*, der die Bürstenregulierung betätigt.

Der Synchronmotor laufe genau im Takt mit dem Netzvektor $E_N$. Erregen wir nun den Generator so, daß seine *EMK* $E$ genau gleich und entgegengesetzt $E_N$ ist, so fließt in den drei Leitungen $a$, $b$, $c$ (Figur 14) kein Strom.

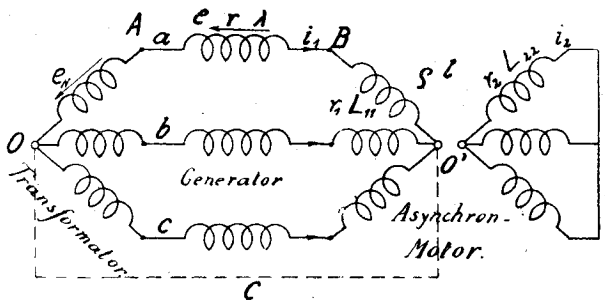



Fig. 14.

In Figur 14 bedeuten:

$e_N$ Klemmenspg. auf der Sekundärseite des Netztransformators.
$e$ induzierte *EMK* des Generators
$i_1$ Strom in der Phase $a$
$i_2$ Strom im Rotor des Asynchronmotors
$r$, $\lambda$ Wid. und Streuinduktivität d. Generators
$r_1$, $r_2$ Widerstände des Asynchronmotors primär und sekundär.
$L_{11}$, $L_{22}$ Selbstinduktivitäten des Asynchronmotors primär u. sekundär.[13])

Wie bekannt, läßt sich die Behandlung der Mehrphasenasynchronmaschine auf die eines Mehrphasentransformators zurückführen, dessen sekundäre Reaktanz mit der des Rotors überein-

[12]) Im allgemeinen wird man mit Vorteil einen synchronisierten Asynchronmotor verwenden.

[13]) $L_{11}$ und $L_{22}$ sind als Drehindukt. aufzufassen.

stimmt, dessen sekundärer Widerstand hingegen durch die Schlüpfung $s$ zu dividieren ist.

Da in unserem Falle $s$ im Mittel gleich 1 ist, unterscheidet sich unser Asynchronmotor nicht von einem Transformator. Wir können ihn daher durch die Maxwell'schen Ersatzwerte $\varrho$ und $l$ ersetzen, wobei:

$$\varrho = r_1 + k_i^2 r_2$$
$$l = L_{11} + k_i^2 L_{22} \quad \text{und}$$
$$k_i = \frac{J_2}{J_1}$$

der Stromkopplungsfaktor ist. (Siehe z. B. K. Kuhlmann, Mitteilungen der physikalischen Gesellschaft, Zürich 1919, No. 19.)

Die Spannungsgleichung wird nun:

$$e_N + e = e_z = i_1 r + i_1 \varrho + \frac{d i_1}{dt} \lambda + \frac{d i_1}{dt} l$$

$e_z$ ist nur im Falle von Pendelungen von Null verschieden. Setzen wir Sinuswellen voraus, so können wir schreiben:

$$E_z = \overline{J_1 r + J_1 \omega \lambda + \underbrace{J_1 \varrho + J_1 \omega l}_{E_A}}$$

$E_A$ ist die Spannung, die auf den Asynchronmotor entfällt. Obige Gleichung gibt das Diagramm Figur 15.

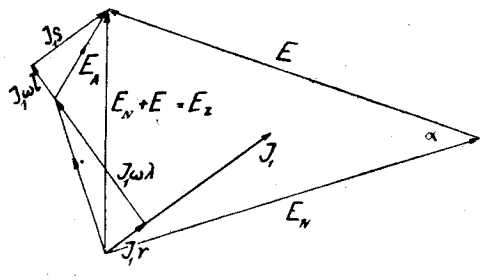



Fig. 15.

Um die eingangs erwähnte Funktion $f_2$, d. h. den funktionellen Zusammenhang zwischen Drehmoment des Asynchronmotors und der Falschstellung $\alpha$ des Kollektors zu bestimmen, geht man am

besten graphisch vor. Man konstruiert für verschiedene Werte von $\alpha$ das Diagramm Figur 15 und erhält so die entsprechenden Werte von $E_A$ und die jeweilige Phasenverschiebung von $J_1$, woraus sich dann in bekannter Weise das Drehmoment in Funktion von $\alpha$ bestimmen läßt. Damit ist die Grundlage für die dynamische Behandlung des Reguliermechanismus gegeben.

## D. Die Verwendung einer Doppelbürste zur Messung der Potentialdifferenz zwischen zwei benachbarten Segmenten.

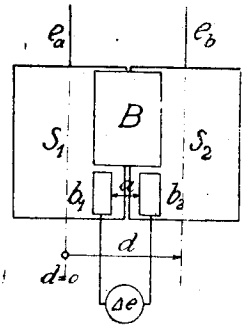



Fig. 16.

In Figur 16 bedeuten $S_1$ und $S_2$ zwei Segmente des Kollektors, die an die nach einer Sinusfunktion verlaufenden Spannungen $e_a$ und $e_b$ angeschlossen sind. $B$ ist eine Hauptbürste, $b_1$ und $b_2$ sind Hülfsbürsten. Legen wir an $b_1$ und $b_2$ ein Gleichstromvoltmeter, so zeigt es uns folgenden Mittelwert an:

$$\Delta e = \frac{1}{\frac{d}{v}} \int_0^{\frac{d}{v}} (e_a - e_b)\, dt \qquad \text{wobei}$$

$d$ = Lamellenteilung und $v$ = Umfangsgeschwindigkeit.

Ist nun:

$$\int_{\frac{d-a}{2v}}^{\frac{d}{2v}} (e_a - e_b)\, dt = - \int_{\frac{d}{2v}}^{\frac{d+a}{2v}} (e_a - e_b)\, dt$$

wobei $a$ den inneren Abstand der beiden Hülfsbürsten bedeutet, so zeigt das Gleichstromvoltmeter keinen Ausschlag an. Es ent-

spricht diese Lage der Bürsten der für den Gleichrichterbetrieb günstigsten Einstellung.

Setzen wir sinusförmigen Verlauf der Spannungen $e_a$ und $e_b$ voraus, was nach dem Oscillogramm, Tafel II, No. 7, wohl erlaubt ist, so erhalten wir folgenden einfachen Ausdruck für die Stellungsfunktion $f_1$.

$$\Delta e = \frac{v}{d} \int_{\frac{d-a+2\frac{\Delta}{p}}{2v}}^{\frac{d+a+2\frac{\Delta}{p}}{2v}} \widehat{E} \cos(\omega t + 60)\, dt$$

wobei $\Delta$ die Bürstenverschiebung in cm bedeutet.

$$\Delta e = \frac{v}{d\,\omega} \cdot 2\,\widehat{E} \cos\left[\left(\frac{d+2\frac{\Delta}{p}}{2\,v}\right)\omega + 60\right] \cdot \sin\left(\frac{a}{2\,v} \cdot \omega\right)$$

Es ist noch zu bemerken, daß der Ausschlag positiv oder negativ wird, je nach dem Sinn der Bürstenverschiebung.[14]) Aus dem Gesagten ergeben sich nun die beiden folgenden Möglichkeiten für eine Bürstenregulierung.

1. Die Hülfsbürsten $b_1$ und $b_2$ sind unabhängig von $B$ feststehend angeordnet. In diesem Falle ist $\Delta e$ um so größer, je kräftiger die Pendelungen sind. Diese Methode hat den Nachteil, daß durch die Hülfsbürsten, deren Breite aus Festigkeitsgründen nicht unter 3—4 mm angenommen werden kann, bei starken Pendelungen beträchtliche Spannungen kurz geschlossen werden, was heftige Funkenbildung zur Folge hätte. Dies wird vermieden bei der folgenden Anordnung.

2. Die Hülfsbürsten $b_1$ und $b_2$ sind auf dem gleichen Bürstenhalter befestigt wie die Bürsten $B$. Tritt nun eine Änderung in dem synchronen Gang des Motors ein, so soll bei einer Falschstellung der Bürsten, welche für den Betrieb noch nicht gefährlich ist, ein Relais ansprechen, welches eine Verschiebung der Bürsten veranlaßt, die so lange dauert, bis das Relais wieder stromlos wird, d. h. $\Delta e = 0$. Das Relais kann geschaltet werden wie das Voltmeter in Figur 16. Die Stellungsfunktion $f_1$ kann mit den im Meßinstrumentenbau gebräuchlichen Mitteln beeinflußt werden.

[14]) Siehe auch ballistische Methode, IV. Teil, S. 106.

# 4. Kapitel.

## Die Stromverhältnisse im Drehstromtransformator bei einer dem Gleichrichter entsprechenden unsymmetrischen Belastung.

Wie in der Einleitung näher auseinandergesetzt wurde, sind vor der Lösung des allgemeinen Kommutationsproblems noch zwei Voruntersuchungen zu machen. Das 4. Kapitel soll Aufschluß geben über die Strom-, Streuungs- und Kopplungsverhältnisse beim Gleichrichtertransformator.

Das nachfolgende 5. Kapitel ist den Ein- und Ausschaltvorgängen beim Einphasentransformator gewidmet.

Es ist nun der Versuch gemacht worden, durch eine künstliche unsymmetrische Belastung den Verhältnissen beim Gleichrichterbetrieb möglichst nahe zu kommen. Der wesentlichste Unterschied ist, daß wir im einen Fall sinusförmigen Verlauf der Ströme haben, während er beim Gleichrichter mehr trapezförmig ist (siehe Figur 34). Andererseits setzt beim Gleichrichter der Strom erst ein, nachdem die Spannung schon einen bestimmten Wert erreicht hat, was natürlich Veranlassung zu einem Einschaltvorgang gibt. Dieser ist aber sehr stark gedämpft durch den anfänglich sehr hohen Wert des Bürstenübergangswiderstandes; wie stark der Einfluß dieser nicht stationären Ströme ist, kann aus dem nachfolgenden 5. Kapitel ersehen werden.

Die Momentanwertsgleichungen behalten ihre Gültigkeit. Die Diagramme sind natürlich nur richtig für sinusförmigen Strom; abgesehen von der jeweiligen Größe der Ströme, geben sie aber die relative Lage derselben auch für den Gleichrichter richtig wieder.

Wir haben nun beim Transformator mit einspuliger Belastung zwei Fälle zu unterscheiden; sie sind gekennzeichnet durch die Schaltungsweise auf der Primärseite des Transformators.

### a) Primär Sternschaltung.

Um die Lösung der Aufgabe möglichst übersichtlich zu gestalten, wurden folgende Annahmen gemacht:

1. Alle zeitlich variablen Größen sollen sich nach Sinusgesetzen ändern.

2. Der Leerlaufstrom soll in Phase mit seinem Fluß sein; d. h. die Eisenverluste sind nicht berücksichtigt.

Das Experiment zeigte, daß auch folgende Voraussetzungen noch berechtigt sind.

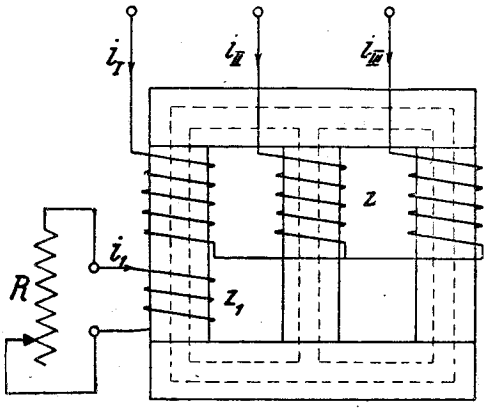



Fig. 17.

3. Der unsymmetrische Bau des Transformators soll keinen Einfluß auf die Stromverteilung haben.[15])

4. Der gemeinsame Fluß pro Schenkel bleibt nach Größe und Phase konstant.[16])

Unter obigen Annahmen läßt sich der gemeinsame Fluß, der von einer Primärspule allein erzeugt wird, immer in Phase und proportional zu einem Magnetisierungsstrome darstellen. Auf diese Tatsache, daß die drei Magnetisierungsströme konstant bleiben und ihre Phasenverschiebung von 120° fast genau beibehalten, stützt sich der Aufbau der nachstehenden Diagramme.

---

[15]) Zu 3. ist zu bemerken, daß es ebenso leicht wäre, den Einfluß des unsymmetrischen Baus zu berücksichtigen. Da die Abweichungen bei Belastung aber außerordentlich klein sind, wurde davon Abstand genommen; es zeigt sich dies in einem etwas zu großen Wert von $J_{II}$ (siehe Figur 18).

R. Bauch. Die induktiven Vorgänge in einem Kern-Transformator mit Sternschaltung bei einspuliger Last, E & M 1917, Seite 371.

[16]) Die Größe der Abweichungen ist aus den Diagrammen Fig. 18 und 22 zu ersehen.

Die primären Ströme, die ein Ampèremeter anzeigen würde, lassen sich in folgender Weise darstellen:

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{I}} &= i_{\mathrm{I}}' + i_{\mathrm{I}m} \\ i_{\mathrm{II}} &= i_{\mathrm{II}}' + i_{\mathrm{II}m} \\ i_{\mathrm{III}} &= i_{\mathrm{III}}' + i_{\mathrm{III}m} \end{aligned} \qquad 1)$$

Da nach Kirchof I und Voraussetzung 4 $\Sigma i = 0$ und $\Sigma i_m = 0$ so ist auch $\Sigma i' = 0$. $i'$ sind die Ströme, die zu den Magnetisierungsströmen $i_m$ bei Belastung hinzutreten.

Unter der Voraussetzung, daß die resultierenden $AW$ konstant sind, läßt sich für den magnetischen Kreis, der die sekundäre Spule nicht umfaßt, schreiben:

$$(i_{II} - i_{III})\, z = (i_{IIm} - i_{IIIm})\, z$$

wobei $z = z_I = z_{II} = z_{III}$ die primäre Windungszahl bedeutet.

Führen wir den fiktiven Strom $i$ ein, so läßt sich schreiben:

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{II}} - i_{\mathrm{II}m} &= i \\ i_{\mathrm{III}} - i_{\mathrm{III}m} &= i \end{aligned} \qquad 2)$$

Addiert ergibt:

$$i_{\mathrm{II}} + i_{\mathrm{III}} - i_{\mathrm{II}m} - i_{\mathrm{III}m} = 2\,i$$

und daher

$$\underline{i = \frac{-i_{\mathrm{I}} + i_{\mathrm{I}m}}{2}} \qquad 3)$$

Ferner ist mit 1)

$$i_{\mathrm{II}m} + i_{\mathrm{II}}' + i_{\mathrm{III}m} + i_{\mathrm{III}}' - i_{\mathrm{II}m} - i_{\mathrm{III}m} = 2\,i$$

$$i_{\mathrm{II}}' + i_{\mathrm{III}}' = 2\,i$$

$$\underline{i_{\mathrm{I}}' = -2\,i} \qquad 4)$$

$$i_{\mathrm{II}} - i_{\mathrm{II}m} = i_{\mathrm{III}} - i_{\mathrm{III}m} = i_{\mathrm{II}}' = i_{\mathrm{III}}' = i$$

$$\underline{i_{\mathrm{II}}' = i_{\mathrm{III}}' = i} \qquad 5)$$

Für den mag. Kreis, der die sekundäre Spule mit umfaßt, ergibt sich:

$$i_{\mathrm{I}}' + i_{\mathrm{I}m} + i_1 \frac{z_1}{z} - (i_{\mathrm{II}}' + i_{\mathrm{II}m}) = i_{\mathrm{I}m} - i_{\mathrm{II}m}$$

$$-2\,i + i_1 \frac{z_1}{z} - i = 0$$

$$\underline{i_1 \frac{z_1}{z} = 3\,i} \qquad 6)$$

$z_1 =$ sekundäre Windungszahl.

Die Gleichungen 1) bis 6) gelten natürlich vektoriell für die Effektiv- oder Maximalwerte.

Da die *EMK* im ersten Schenkel, die durch die Variation des Flusses, erzeugt von allen drei Magnetisierungsströmen, gleich $\frac{3}{2}$ derjenigen ist, die $i_{Im}$ allein erzeugen würde, mit dieser letzteren aber gleiche Phase hat, läßt sich bei bekannten Streuinduktivitäten und Widerständen für jeden Belastungsfall die gegenseitige Lage von $J_1$ und $J_{1m}$ leicht aufzeichnen. Damit ist das Diagramm bestimmt.

Da beim Gleichrichterbetrieb eine induktive Belastung auf der Gleichstromseite nur eine relativ kleine Rückwirkung auf die Wechselstromseite hat, ist $J_1$ im allgemeinen in Phase mit der sekundären Klemmenspannung $E_{1k}$ und bei kleiner Streuung also auch beinahe in Phase mit der *EMK*. Diese Annahme ist dem nachstehenden Diagramm zu Grunde gelegt.

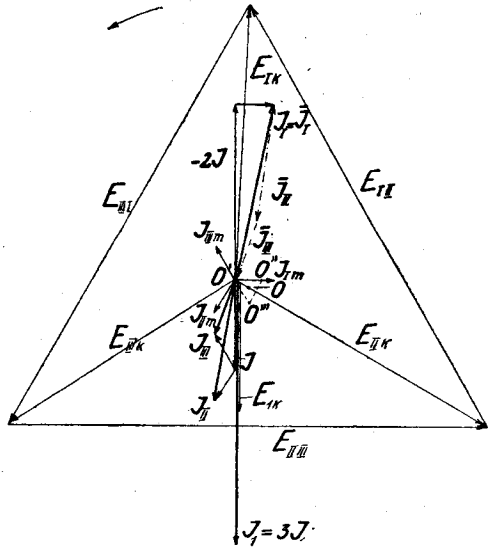



Fig. 18.

Wie die Figur 18 zeigt, hat die experimentelle Kontrolle eine sehr gute Übereinstimmung gezeigt. (Die überstrichenen Vektoren $\bar{J}_I$, $\bar{J}_{II}$, $\bar{J}_{III}$ . . . geben die gemessenen Werte an.) Da

es hier zu weit geführt hätte, die Spannungsgleichungen noch abzuleiten, sind die Klemmenspannungen nach dem Experiment relativ zu den Strömen eingezeichnet. Man sieht hier sehr deutlich, daß bei zunehmender Belastung alle Ströme in die Richtung von $E_k$ gedrängt werden.

Eine weitere interessante Erscheinung zeigt sich bei Betrachtung der Ströme $J'$. Sie ergeben zusammen mit $J_1$ drei in allen Schenkeln gleichgerichtete $MMKK$ von der Größe $i.z$.

$$a\,w_{\mathrm{I}j} = a\,w_{\mathrm{II}j} = a\,w_{\mathrm{III}j} = i\,z = -\frac{1}{2}\,i_{\mathrm{I}}\,z$$

Es ist klar, daß sich der Kraftfluß, herrührend von diesen drei $MMKK$, nicht mehr durch das Eisen schließen kann; er ist gezwungen, seinen Weg von Joch zu Joch durch die Luft zu nehmen, hat also die gleiche Wirkung wie eine vermehrte Streuung. Wir bezeichnen sie mit Bauch[17]) als Jochstreuung.

Neuerdings wird dieser Umstand, bei Sternschaltung eine große Streuung zu haben, bei den Quecksilberdampf-Gleichrichtern benutzt, um die Anodendrosselspulen ersparen zu können.

Dieser Jochstreufluß machte sich beim Experimentieren in unangenehmer Weise bemerkbar, indem die dynamometrischen Instrumente in einem Umkreis von ca. 3 m vom Transformator noch merklich beeinflußt wurden. Es bedingte dies lange Meßleitungen, die sorgfältig verlegt werden mußten.

Über die Nullpunktsverschiebung (Leerlauf $O$, Belastung $O'$, Figur 18) ist folgendes zu sagen:

Der Nullpunkt der Phasenspannungen ist bei Belastung irgend eines Schenkels um eine Strecke $a = OO'$ auf der zeitlich folgenden symmetrischen Phasenspannung verschoben. Die Strecke $a$ vergrößert immer diese folgende Spannung und ist proportional der sekundären Belastung $J_1$. Der geometrische Ort des Sternpunktes $O'$ ist also in erster Annäherung ein gleichseitiges Dreieck $O'O''O'''$, das um 180° gedreht ist gegen das Dreieck der verketteten Spannungen $E_{I\,II}$. . . .; sein Schwerpunkt fällt mit dem symmetrischen Mittelpunkt $O$ zusammen (Figur 18).

[17]) R. Bauch. Die induktiven Vorgänge in einem Kerntransformator mit $\lambda - \lambda$ Schaltung bei einspuliger Last. E & M 1917, S. 371.

Die prozentuale Spannungserhöhung der zeitlich nachfolgenden Phase beträgt bei Vollast in dem vorliegenden Falle etwas mehr als 9 %; das gleiche gilt natürlich für die sekundären Spannungen.

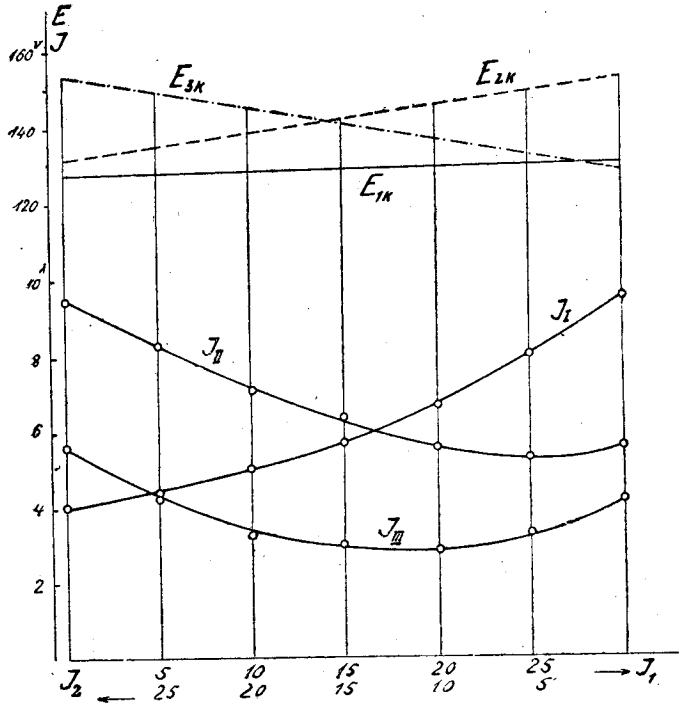



Fig. 19.

Es wurden nun für den Belastungsübergang von Phase I auf II noch die Spannungs- und Stromverhältnisse experimentell untersucht und zwar in der Art, daß die Summe der Ströme $J_1 + J_2 = 30^A$ = konstant blieb, was dem Gleichrichterbetrieb entspricht. Es zeigte sich, daß auch hier der unsymmetrische Bau des Transformators keine Rolle spielt; die Übergänge zwischen den Phasen I und III verhalten sich genau gleich. Figur 19 gibt eine Anschauung über die Verhältnisse. Man sieht, wie sich bei $J_1 = 30_A$ und $J_2 = 0$ die zyklische Vertauschung aller Größen eingestellt hat.

*Erläuterung zu den Messungen am Transformator und den Tabellen S. 57 und 62.*

Die Messungen wurden an einem Drehstrom-Kerntransformator der Maschinenfabrik Örlikon ausgeführt. Seine Daten sind:

| | |
|---|---|
| Übersetzungsverhältnis | 500/225 Volt |
| Maximalströme | 15/35 Amp. |
| Leistung | 6 KVA. |

Einfache Zylinderwicklung, Luftkühlung.

Zur Messung des resultierenden Flusses pro Kern wurde auf jeder der drei Säulen eine Hilfsspule von 10 Windungen angebracht. Ihre Spannungen $E'_1$, $E'_2$, $E'_3$, $E'_{12}$ etc. wurden mit einem Präzisionsvoltmeter von S. & H. gemessen. Die Bestimmung aller übrigen Spannungen und Leistungen geschah ausschließlich mit Präzisionsinstrumenten von Trüeb-Täuber und Siemens-Halske. Die Ströme maß ich mit Hitzdraht-Instrumenten von Hartmann & Braun. Infolge der Nullpunktsverschiebungen war es nötig, diese Instrumente vor jeder Messung neu zu eichen.

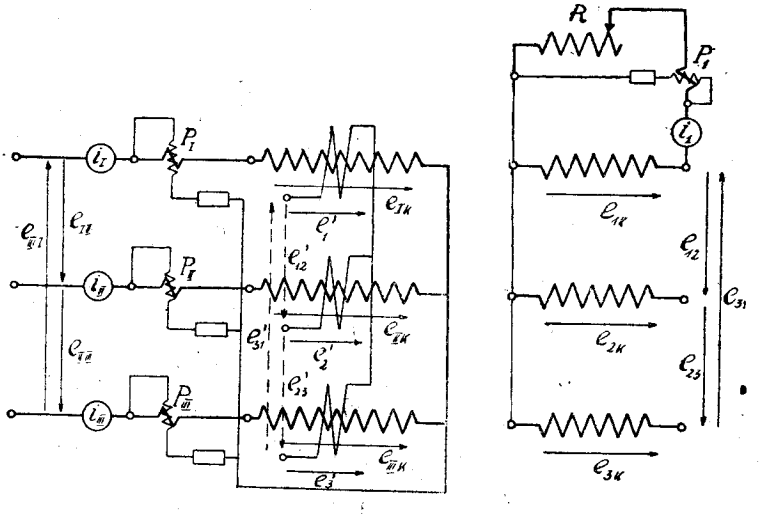



Fig. 20.

Die Bezeichnungen in den Tabellen gehen ohne weiteres aus den Schaltungsschemata der Fig. 20 und 21 hervor. Es wurde jeweils zuerst ein Versuch mit Belastung in nur einer Phase, daran

## Untersuchung eines unsymmetrisch belasteten Transformators.

### *a) Primär Sternschaltung.*

0 — 11 Belastg. in Phase 1; $E_{I\,II} = E_{II\,III} = E_{III\,I} \sim 505$ Volt (konst.)

$a - e$ Belastg. in Phase 1 und 2. $E_{12} = E_{23} = E_{31} \sim 235$ Volt (konst.)

Frequenz $f = 50{,}9 =$ konst. $E_{12}' = E_{23}' = E_{31}' \sim 28{,}6$ Volt (konst.)

| No. | $J_I$ A | $J_{II}$ A | $J_{III}$ A | $E_{IK}$ V | $E_{IIK}$ V | $E_{IIIK}$ V | $P_I$ W | $P_{II}$ W | $P_{III}$ W | $\cos\varphi_I$ | $\cos\varphi_{II}$ | $\cos\varphi_{III}$ | $J_1$ A | | $E_{1k}$ V | $E_{2k}$ V | $E_{3k}$ V | $P_1$ W | $\cos\varphi_1$ | $E_1'$ V | $E_2'$ V | $E_3'$ V |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1,20 | 1,00 | 1,06 | 292 | 288 | 290 | 57 | 62 | 140 | 0,16 | 0,20 | 0,45 | 0,00 | | 136 | 135 | 134 | 0 | — | 17,0 | 16,4 | 16,3 |
| 1 | 1,51 | 1,25 | 0,96 | 292 | 288 | 288 | 238 | 102 | 182 | 0,65 | 0,28 | 0,66 | 1,95 | | 136 | 135 | 133 | 250 | 0,94 | 16,8 | 16,5 | 16,2 |
| 2 | 1,87 | 1,52 | 0,92 | 291 | 292 | 285 | 400 | 140 | 220 | 0,74 | 0,32 | 0,84 | 3,7 | | 134 | 136 | 132 | 493 | 0,99 | 16,6 | 16,6 | 16,1 |
| 3 | 2,19 | 1,70 | 0,92 | 291 | 295 | 288 | 513 | 164 | 240 | 0,81 | 0,33 | 0,91 | 4,8 | | 135 | 138 | 132 | 648 | 1,00 | 16,8 | 17,0 | 16,0 |
| 4 | 3,14 | 2,25 | 1,16 | 285 | 296 | 283 | 841 | 242 | 338 | 0,94 | 0,36 | 1,00 | 8,4 | | 132 | 139 | 130 | 1090 | 0,99 | 16,4 | 17,0 | 15,9 |
| 5 | 3,75 | 2,56 | 1,42 | 290 | 304 | 282 | 1040 | 280 | 388 | 0,96 | 0,36 | 0,97 | 10,3 | | 132 | 141 | 130 | 1360 | 1,00 | 16,4 | 17,4 | 15,8 |
| 6 | 4,74 | 3,08 | 1,85 | 286 | 303 | 281 | 1340 | 346 | 470 | 0,99 | 0,37 | 0,91 | 13,7 | | 131 | 144 | 131 | 1780 | 0,99 | 16,4 | 17,6 | 15,6 |
| 7 | 6,40 | 3,92 | 2,58 | 286 | 310 | 281 | 1845 | 432 | 620 | 0,99 | 0,36 | 0,86 | 18,4 | | 132 | 147 | 132 | 2440 | 1,00 | 16,4 | 18,1 | 15,2 |
| 8 | 7,95 | 4,65 | 3,31 | 280 | 313 | 278 | 2250 | 504 | 764 | 0,99 | 0,35 | 0,83 | 23,0 | | 128 | 148 | 128 | 3040 | 1,00 | 15,8 | 18,0 | 15,1 |
| 9 | 9,05 | 5,00 | 3,85 | 280 | 320 | 277 | 2580 | 572 | 880 | 1,00 | 0,36 | 0,83 | 26,1 | | 128 | 150 | 128 | 3480 | 1,00 | 15,8 | 18,2 | 15,0 |
| 10 | 10,50 | 5,70 | 4,57 | 280 | 325 | 275 | 3000 | 652 | 1050 | 1,00 | 0,35 | 0,83 | 30,8 | | 127 | 152 | 126 | 4030 | 1,00 | 15,6 | 18,7 | 14,8 |
| 11 | 12,56 | 6,40 | 5,30 | 275 | 330 | 266 | 3470 | 725 | 1180 | 1,00 | 0,34 | 0,83 | 36,7 | | 124 | 155 | 124 | 4600 | 1,00 | 15,3 | 19,0 | 14,6 |
| | | | | | | | | | | | | | $J_1$ | $J_2$ | | | | | | | | |
| a | 7,9 | 5,2 | 3,3 | 281 | 320 | 285 | 2200 | 980 | 840 | 0,99 | 0,59 | 0,89 | 25 | 5 | 129 | 149 | 131 | | | 15,9 | 18,2 | 16,2 |
| b | 6,7 | 5,6 | 2,8 | 280 | 310 | 394 | 1840 | 1360 | 780 | 0,98 | 0,80 | 0,92 | 20 | 10 | 129 | 146 | 136 | | | 16 | 17,9 | 16,8 |
| c | 5,8 | 6,4 | 2,95 | 280 | 305 | 304 | 1580 | 1740 | 745 | 0,97 | 0,89 | 0,83 | 15,1 | 14,9 | 129 | 144 | 140 | | | 16 | 17,5 | 17,3 |
| d | 5,0 | 7,1 | 3,3 | 280 | 300 | 310 | 1350 | 2000 | 710 | 0,97 | 0,94 | 0,69 | 10 | 19,7 | 130 | 140 | 144 | | | 16 | 17,2 | 17,7 |
| e | 4,4 | 8,3 | 4,4 | 279 | 292 | 320 | 1100 | 2370 | 685 | 0,90 | 0,98 | 0,49 | 5 | 25,4 | 128 | 136 | 149 | | | 16 | 16,8 | 18,4 |

anschließend einer mit Belastung in zwei Phasen gemacht und letzterer zwar so, daß die Summe der beiden Sekundärströme $J_1$ und $J_2$ sich zu 30 Amp. ergänzten. Die Diagramme sind gezeichnet für die mit * bezeichneten Versuchswerte.

### b) Primär Dreieckschaltung.

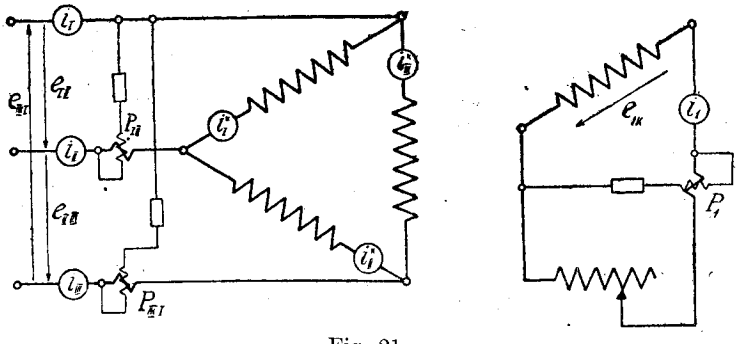


Fig. 21.

Unter den gleichen Annahmen[18]) wie unter a ergibt sich nach Kirchhof I für den vorläufig beliebig angenommenen Richtungssinn der Ströme $i^*$ (Figur 21):

$$
\begin{aligned}
i_{\mathrm{I}} + i_{\mathrm{III}}^* - i_{\mathrm{I}}^* &= 0 \\
i_{\mathrm{II}} + i_{\mathrm{I}}^* - i_{\mathrm{II}}^* &= 0 \\
i_{\mathrm{III}} + i_{\mathrm{II}}^* - i_{\mathrm{III}}^* &= 0 \quad \text{oder} \\
i_{\mathrm{I}} &= i_{\mathrm{I}}^* - i_{\mathrm{III}}^* \\
i_{\mathrm{II}} &= i_{\mathrm{II}}^* - i_{\mathrm{I}}^* \qquad 7) \\
i_{\mathrm{III}} &= i_{\mathrm{III}}^* - i_{\mathrm{II}}^*
\end{aligned}
$$

Daraus ergibt sich, wie bekannt:

$$i_{\mathrm{I}} + i_{\mathrm{II}} + i_{\mathrm{III}} = 0 \qquad 8)$$

Da die Magnetisierungsströme nach Größe und Phase konstant bleiben, lassen sich die Ströme $i^*$ zusammensetzen aus dem betreffenden Magnetisierungsstrom $i_m$ und einem Strom $i'$, der bei Belastung hinzutritt.

$$
\begin{aligned}
i_{\mathrm{I}}^* &= i_{\mathrm{I}}' + i_{\mathrm{I}m} \\
i_{\mathrm{II}}^* &= i_{\mathrm{II}}' + i_{\mathrm{II}m} \qquad 9) \\
i_{\mathrm{III}}^* &= i_{\mathrm{III}}' + i_{\mathrm{III}m}
\end{aligned}
$$

Nach obigem ist: $\Sigma i_m = 0$ dagegen $\Sigma i' \neq 0$ und $\Sigma i^* \neq 0$.

[18]) Annahme 4) ist hier fast absolut genau erfüllt.

7) und 9) ergeben:

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{I}} &= (i_{\mathrm{I}}' + i_{\mathrm{I}m}) - (i_{\mathrm{III}}' + i_{\mathrm{III}m}) \\ i_{\mathrm{II}} &= (i_{\mathrm{II}}' + i_{\mathrm{II}m}) - (i_{\mathrm{I}}' + i_{\mathrm{I}m}) \\ i_{\mathrm{III}} &= (i_{\mathrm{III}}' + i_{\mathrm{III}m}) - (i_{\mathrm{II}}' + i_{\mathrm{II}m}) \end{aligned} \qquad 10)$$

Bei Leerlauf ist:

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{I}o} &= i_{\mathrm{I}m} - i_{\mathrm{III}m} \\ i_{\mathrm{II}o} &= i_{\mathrm{II}m} - i_{\mathrm{I}m} \\ i_{\mathrm{III}o} &= i_{\mathrm{III}m} - i_{\mathrm{II}m} \end{aligned} \qquad 11)$$

Unter Voraussetzung der Konstanz der resultierenden $AW$ läßt sich wiederum schreiben:

$$(i_{\mathrm{II}}^* - i_{\mathrm{III}}^*)\, z = (i_{\mathrm{II}m} - i_{\mathrm{III}m})\, z$$

woraus sich ergibt:

$$i_{\mathrm{II}}^* - i_{\mathrm{II}m} = i_{\mathrm{III}}^* - i_{\mathrm{III}m} \quad \text{und mit 9}$$

$$\underline{i_{\mathrm{II}}' = i_{\mathrm{III}}'} \qquad 12)$$

12) zusammen mit der 3. Gleichung von 10) ergibt

$$\underline{i_{\mathrm{III}} = i_{\mathrm{III}m} - i_{\mathrm{II}m} = i_{\mathrm{III}o}} \qquad 13)$$

Dies bedeutet, der Linienstrom $i_{III}$ bleibt unabhängig von der Belastung konstant.

Für den magnetischen Kreis, der die sekundäre Spule umschlingt, ergibt sich:

$$i_{\mathrm{I}}^* + i_1 \frac{z_1}{z} - i_{\mathrm{II}}^* = i_{\mathrm{I}m} - i_{\mathrm{II}m}$$

$$\underline{i_{\mathrm{II}} = i_1 \frac{z_1}{z} + i_{\mathrm{II}m} - i_{\mathrm{I}m} = i_1 \frac{z_1}{z} + i_{\mathrm{II}o}} \qquad 14)$$

Analog erhalten wir:

$$\underline{i_{\mathrm{I}} = - i_1 \frac{z_1}{z} + i_{\mathrm{I}m} - i_{\mathrm{III}m} = - i_1 \frac{z_1}{z} + i_{\mathrm{I}o}} \qquad 15)$$

Es handelt sich nun noch darum, die übrigen Ströme $i^*$ und $i'$ zu bestimmen. Wir ersehen aus den bisherigen Gleichungen, daß sich bei Änderung der Belastung nur die Linienströme $i_I$ und $i_{II}$ ändern; $i_{III}$ bleibt hingegen konstant. Nach 13) und 7) ist:

$$i_{\mathrm{III}} = i_{\mathrm{III}m} - i_{\mathrm{II}m} = i_{\mathrm{III}}^* - i_{\mathrm{II}}^* = \text{konst.} \qquad 13a)$$

Die einfachste Lösung der Gleichung 13a) ergibt sich bei der Annahme:

$$\begin{aligned} i_{\mathrm{III}m} &= i_{\mathrm{III}}^* \quad \text{und} \\ i_{\mathrm{II}m} &= i_{\mathrm{II}}^* \end{aligned} \qquad 16)$$

Dies bedingt nach 9)

$$i_{II}' = i_{III}' = 0 \qquad 17)$$

und mit 10)

$$i_I = i_I' + i_{Im} - i_{IIIm} = i_I' + i_{Io} \qquad 18)$$

Durch Vergleich mit 15) ergibt sich:

$$i_I' = - i_1 \frac{z_1}{z} \qquad 19)$$

und der Strom in der Wicklung I wird:

$$i_I^* = i_I' + i_{Im} = - i_1 \frac{z_1}{z} + i_{Im} \qquad 20)$$

Diese Lösung bedeutet, daß die Primärwicklung I allein an der Kompensation der $AW$ des sekundären Stromes $i_1$ beteiligt ist; es stellt dies die einfachste Lösung dar, die alle Gleichungen

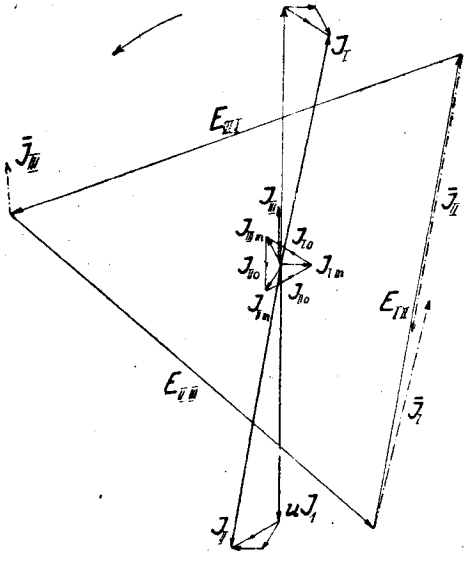


Fig. 22.

befriedigt. Man sieht aber, daß ein nach Richtung und Größe beliebiger Vektor $J'_{II} = J'_{III}$ angenommen werden kann und alle Gleichungen trotzdem erfüllt sind, da immer nur die Differenz $J'_{II} - J'_{III} = 0$ auftritt. Dies hätte aber zur Folge, daß in den Wickelungen II und III ebenfalls von der Belastung herrührende gleiche Ströme fließen würden.

Das Experiment zeigte nun, daß die erste Annahme sehr angenähert erfüllt ist. Immerhin läßt sich ein Vektor $J'_{II} = J'_{III} =$ 0,15 Amp. bei Vollast deutlich erkennen. Ein näheres Eingehen auf alle Détails würde hier zu weit führen. Mit Hilfe der Gleichungen 1) bis 20) sind wir im Stande, alle vorkommenden Ströme nach Größe und Phase zu bestimmen.

In Figur 22 ist das Diagramm für Dreieckschaltung primär gezeichnet. Die Spannungen sind relativ zu den Strömen nach den experimentellen Ergebnissen aufgetragen. Es zeigt sich, daß alle Ströme mit zunehmender Belastung mehr und mehr in Phase mit $E_{I\,II}$ kommen.

Die Übereinstimmung zwischen Theorie und Versuch ist auch hier, wie Figur 22 zeigt, sehr gut. ($\bar{J}_I$, $\bar{J}_{II}$ .... gemessene Werte.)

Es lassen sich durch Vergleich der beiden Figuren 18 und 22 interessante Schlüsse ziehen über die Höchstbeanspruchungen des

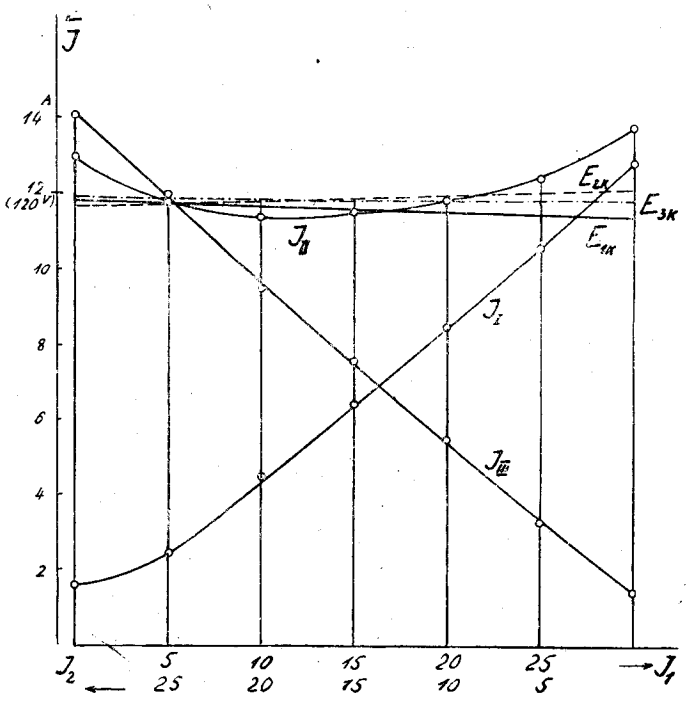



Fig. 23.

## Untersuchung eines unsymmetrisch belasteten Transformators.

### *b) Primär Dreieckschaltung.*

0 — 7 Belastg. in Phase 1; *a* — *e* Belastg. in Phase 1 und 2

| No. | $J_I$ (A) | $J_{II}$ (A) | $J_{III}$ (A) | $J_I^*$ (A) | $J_{II}^*$ (A) | $J_{III}^*$ (A) | $E_{I\,II}$ (V) | $E_{II\,III}$ (V) | $E_{III\,I}$ (V) | $P_{I\,II}$ (W) | $P_{III\,I}$ (W) | $\cos\varphi_{I\,II}$ | $\cos\varphi_{III\,I}$ | | $J_1$ (A) | $E_{1\,k}$ (V) | $E_{2\,k}$ (V) | $E_{3\,k}$ (V) | $E_1'$ (V) | $E_2'$ (V) | $E_3'$ (V) | $f$ | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1,21 | 1,48 | 1,42 | 0,82 | 0,98 | 0,81 | 252 | 254 | 254 | 292 | — 96 | 0,78 | 0,27 | | 0 | 116,3 | 117,3 | 119 | 14,4 | 14,6 | 14,6 | Frequenz $f = 50{,}0$ = konst. | |
| 1 | 2,4 | 3,6 | 1,5 | | | | 253 | 254 | 254 | 840 | — 98 | 0,92 | 0,26 | | 5 | 116 | 117 | 119 | 14,4 | 14,5 | 14,6 | | |
| 2 | 4,4 | 5,6 | 1,4 | | | | 256 | 257 | 258 | 1390 | —102 | 0,97 | 0,28 | | 10 | 116,5 | 118,5 | 121 | 14,5 | 14,6 | 14,7 | | |
| * | 6,3 | 7,6 | 1,45 | 7,5 | 0,88 | 0,86 | 254 | 257 | 258 | 1880 | —102 | 0,98 | 0,27 | $J_1 = 15$ | 15 | 118 | 120 | 14,4 | 14,6 | 14,7 | | Belastg. in Ph. 1 |
| 3 | 1,4 | 6,4 | 7,4 | | | | 258 | 256 | 257 | 1140 | 670 | 0,69 | 0,36 | $J_2 = 15$ | 15 | 119 | 116 | 120,5 | 14,8 | 14,5 | 14,8 | | „ „ Ph. 2 |
| | 7,45 | 1,6 | 6,2 | | | | 257 | 258 | 256 | 306 | 1530 | 0,75 | 0,96 | $J_3 = 15{,}3$ | 118,5 | 119 | 118,5 | 14,6 | 14,6 | 14,5 | | „ „ Ph. 3 |
| 4 | 8,4 | 9,7 | 1,6 | 9,6 | 0,90 | 0,88 | 252 | 255 | 256 | 2340 | —102 | 1,0 | 0,25 | | 20,1 | 114 | 117,5 | 119 | 14,2 | 14,4 | 14,5 | | |
| 5 | 10,4 | 11,6 | 1,6 | 12,0 | 0,92 | 0,89 | 252 | 255 | 258 | 2920 | —102 | 1,0 | 0,25 | | 24,5 | 114,5 | 117,5 | 120 | 14,2 | 14,6 | 14,7 | | |
| 6 | 12,8 | 14,2 | 1,6 | 14,4 | 1,15 | 0,89 | 252 | 255 | 257 | 3600 | —102 | 1,0 | 0,25 | | 30,3 | 114 | 118 | 121 | 14,2 | 14,6 | 14,8 | | |
| 7 | 14,7 | 16,1 | 1,6 | 16,8 | 0,97 | 0,92 | 252 | 256 | 257 | 4080 | —102 | 1,0 | 0,26 | | 35,1 | 112,5 | 118 | 120 | 14,2 | 14,5 | 14,8 | | |
| | | | | | | | | | | $P_{I\,III}$ | $P_{II\,III}$ | | | $J_1$ | $J_2$ | | | | | | | | |
| a | 10,6 | 12,4 | 3,2 | | | | 254 | 256 | 256 | 1730 | 1690 | 0,64 | 0,53 | 24,5 | 5 | 114,5 | 120 | 118 | 14,4 | 14,6 | 14,7 | | |
| b | 8,4 | 11,8 | 5,4 | | | | 254 | 256 | 256 | 1430 | 2020 | 0,67 | 0,67 | 20,2 | 10 | 115,5 | 119 | 118 | 14,5 | 14,6 | 14,6 | | |
| c | 6,4 | 11,5 | 7,6 | | | | 255 | 256 | 256 | 1150 | 2340 | 0,70 | 0,80 | 15 | 15 | 116 | 118 | 119 | 14,5 | 14,5 | 14,6 | | |
| d | 4,5 | 11,3 | 9,4 | | | | 257 | 256 | 258 | 885 | 2570 | 0,76 | 0,89 | 19,9 | 19,9 | 118 | 118,5 | 119 | 14,5 | 14,5 | 14,6 | | |
| e | 2,4 | 11,9 | 11,8 | | | | 256 | 256 | 257 | 570 | 2900 | 0,92 | 0,95 | 5 | 24,9 | 118 | 117 | 119 | 14,6 | 14,4 | 14,6 | | |

Kupfers in den primären Zuleitungen und den primären Spulen, sowie über Spannungsabfall bei Stern- und Dreieckschaltung. Wir treten aber auf diese Erscheinungen nicht mehr ein; die für uns wichtigen Ergebnisse werden bei Aufstellung der Spannungsgleichung diskutiert.

Figur 23 zeigt die Verhältnisse bei Umschaltung von Phase I auf II im Falle der Dreieckschaltung. Ein Vergleich der Fig. 19 und 23 zeigt, daß auch in dieser Beziehung die Verhältnisse wesentlich anders liegen. Die Stromänderungen von $J_I$ und $J_{III}$ sind viel größer; dagegen bleibt die sekundäre Klemmungsspannung bedeutend konstanter. Der Strom $J_{II}$ vollzieht im wesentlichen eine Drehung um ca. 120°, ändert aber seine Größe nur wenig. Bei $J_1 = 0$ liegen alle drei Ströme angenähert in der Richtung von $E_{II\,III}$.

---

# 5. Kapitel.

## a) Abschalten eines Einphasentransformators auf der Sekundärseite.

In Figur 24 stellt $Tr$ einen normalen Einphasentransformator dar, dessen Primärwickelung (römische Indices) ständig an ein

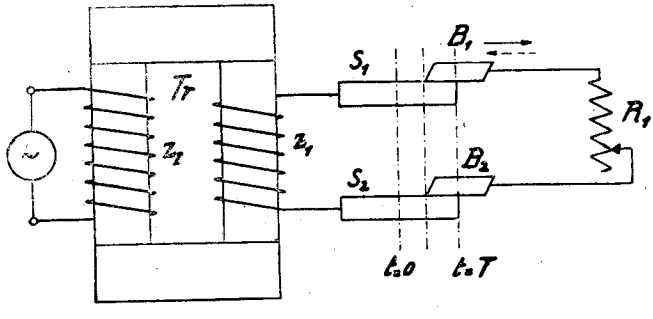



Fig. 24.

unendlich starkes Einphasennetz angeschlossen sei. Die Enden der Sekundärwicklung sind an zwei Segmente $S_1$ und $S_2$, ähnlich denen eines Kollektors, angeschlossen. Vermittelst zweier Bürsten

$B_1$ und $B_2$, die mit konstanter Geschwindigkeit von den Segmenten wegleiten, kann der sekundäre Stromkreis unterbrochen werden. Die Vorgänge bei einer derartigen Unterbrechung, wobei die Abschaltdauer $T$ klein sei gegen die Periodenzeit des aufgedrückten Wechselstroms, sollen im Nachfolgenden untersucht werden.

Der Einfachheit halber sei $z_I = z_1$ angenommen, was ja immer durch Reduktion erreicht werden kann.

Durch Vergleich der Differentialgleichungen des Transformators und derjenigen des Ersatzschemas von Steinmetz (Fig. 25) läßt sich leicht beweisen, daß letzteres auch für die nicht stationären Vorgänge, wie sie beim Ein- und Ausschalten auftreten, seine volle Gültigkeit behält. Wir werden uns daher für alle

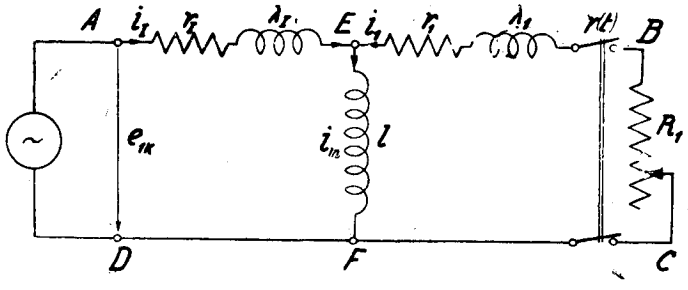



Fig. 25.

nachfolgenden Ableitungen auf das Steinmetz'sche Ersatzschema, Figur 25, beziehen.

Bilden wir das Linienintegral der elektrischen Feldstärke längs der Fläche $ABCDA$, Figur 25, so ergibt sich:

$$e_{Ik} = i_I r_I + \lambda_I \frac{d i_I}{dt} - i_1 (r_1 + R_1) - i_1 r(t) - \lambda_1 \frac{d i_1}{dt} \qquad 1)$$

Und für die Fläche $FCBEF$

$$0 = i_1 (r_1 + R_1) + i_1 r(t) + \lambda_1 \frac{d i_1}{dt} + l \frac{d i_m}{dt} \qquad 2)$$

wobei die Selbstinduktivitäten zerlegt sind in:

$$L_{II} = l_{II} + \lambda_I \quad \text{und}$$
$$L_{11} = l_{11} + \lambda_1$$

Dabei ist: $l_{II} = M_{I1} \frac{z_I}{z_1}$ und $l_{11} = M_{I1} \frac{z_1}{z_I}$ [19])

also für $z_I = z_1 : \quad l_{II} = l_{11} = l$

$\lambda_I$ und $\lambda_1$ sind die primäre, bezw. sekundäre Streuinduktivität. Nach Kirchhof I ist für den Punkt $E$:

$$i_I + i_1 = i_m \qquad 3)$$

$i_m$ = Magnetisierungsstrom.

Der Widerstand $r(t)$ läßt sich bei Annahme einer mit der Berührungsfläche proportionalen Leitfähigkeit in folgender Weise darstellen:

$$y = \frac{1}{r(t)} = \left(1 - \frac{t}{T}\right) y_u \qquad \text{oder}$$

$$r(t) = \frac{r_u T}{T - t} = r_u + \frac{r_u t}{T - t} \qquad 4)$$

Darin bedeuten:

$\frac{r_u}{2}$ den Übergangswiderstand, wenn die ganze Bürste aufliegt; $T$ die Abschaltezeit. Wir betrachten $r_u$ im folgenden als konstant; dies ist allerdings nur sehr angenähert der Fall.[20]) Es hat aber keinen Sinn, all die verschiedenen Einflüsse berücksichtigen zu wollen; denn dadurch verlöre die Rechnung sehr an Übersichtlichkeit, und hauptsächliche Dinge wie Erschütterungen etc. könnten doch nicht berücksichtigt werden.

Es ist nun unsere Aufgabe, den Strom $i_1$ als Funktion der Zeit darzustellen:

Mit 3) erhalten wir:

$$e_{Ik} = (i_m - i_1) r_I + \lambda_I \frac{d}{dt}(i_m - i_1) - i_1 (r_1 + R_1) - i_1 r(t) - \lambda_1 \frac{d i_1}{dt}$$

$$e_{Ik} = i_m r_I - i_1 r_I + \lambda_I \frac{d i_m}{dt} - (\lambda_I + \lambda_1) \frac{d i_1}{dt} - i_1 (r_1 + R_1) - i_1 r(t)$$

---

[19]) Siehe z. B. Kuhlmann, Theoretische Elektrotechnik, Bd. I.

[20]) Arnold, Gleichstrom-Maschine I, S. 282 u. f.

Da sowohl $r_I$ wie der Magnetisierungsstrom $i_m$ immer klein sind, vernachlässigen wir das Glied $i_m r_I$; dies hat zur Folge, daß wir eine Differentialgleichung erster Ordnung erhalten.

Zusammen mit 2) ergibt sich nun:

$$e_{Ik} = -i_1 r_I - \frac{\lambda_I}{l}\left[i_1(r_1 + R_1) + i_1 r(t) + \lambda_1 \frac{d i_1}{d t}\right] - (\lambda_I + \lambda_1)\frac{d i_1}{d t}$$
$$- i_1 (r_1 + R_1) - i_1 r(t)$$

Setzen wir $r_1 + R_1 = \varrho_1$, so ergibt sich

$$e_{Ik} = -\frac{d i_1}{d t}\left[\lambda_1\left(1 + \frac{\lambda_I}{l}\right) + \lambda_I\right] - i_1\left[\varrho_1\left(1 + \frac{\lambda_I}{l}\right) + r_I + r(t)\left(1 + \frac{\lambda_I}{l}\right)\right]$$

Führen wir die Abkürzungen ein:

$$\left(1 + \frac{\lambda_I}{l}\right) = 1 + \tau_1 = a \quad \text{und} \quad a\,\varrho_1 + r_I = \varrho$$
$$a\,\lambda_1 + \lambda_I = \lambda$$

so können wir schreiben:

$$\underline{\frac{d i_1}{d t} + i_1\left(\frac{\varrho + a \cdot r(t)}{\lambda}\right) + \frac{e_{Ik}}{\lambda} = 0} \qquad 5)$$

Die Gleichung 5) ist von der allgemeinen Form:

$$f_1(t)\frac{d i}{d t} + f(t)\, i + \varphi(t) = 0$$

Sie läßt sich nach dem folgenden Ansatz[21]) lösen:

$$i = e^{-\int \frac{f(t)}{f_1(t)} d t}\left[-\int\left(\frac{\varphi(t)}{f_1(t)}\, e^{\int \frac{f(t)}{f_1(t)}}\right) d t + C\right]$$

Bei der Annahme $T \ll \frac{1}{f}$ ($f$ = Frequenz des Wechselstroms) können wir $e_{Ik}$ für den kurzen Zeitabschnitt $0 - T$ als im Mittel konstant ansehen; $e_{Ik}$ von $t = 0$ bis $t = T$ sei gleich $\bar{e}_{Ik}$.

Damit ergibt sich

$$i_1 = e^{-\int \frac{\varrho + a \cdot r(t)}{\lambda} d t}\left[-\int\left(\frac{\bar{e}_{Ik}}{\lambda}\, e^{\int \frac{\varrho + a \cdot r(t)}{\lambda} \cdot d t}\right) d t + C\right]$$

---

[21]) Z. B. „Hütte“, Bd. I, S. 81.

Die Lösung des ersten Integrals gibt:

$$-\int \frac{\varrho + a\,r(t)}{\lambda}\,dt = -\int \frac{\varrho + \dfrac{a\,r_u\,T}{T-t}}{\lambda}\cdot dt = e^{-\frac{\varrho t}{\lambda} + \frac{a\,r_u\,T}{\lambda}\,lu\,(T-t)}$$

$$= \frac{(T-t)^{\frac{a\,r_u\,T}{\lambda}}}{e^{\frac{\varrho t}{\lambda}}}$$

Damit wird der Strom

$$i_1 = (T-t)^{\frac{a\,r_u\,T}{\lambda}} \cdot e^{\frac{-\varrho t}{\lambda}} \left[\frac{-\bar{e}_{1k}}{\lambda}\left(\int e^{\frac{\varrho t}{\lambda}} \cdot (T-t)^{-\frac{a\,r_u\,T}{\lambda}} \cdot dt\right) + C\right] \qquad 6)$$

Es ist nun noch das folgende Integral zu lösen:

$$\int e^{\alpha t} \cdot (T-t)^{-\beta}\,dt\,,$$

das sich nur streng lösen läßt, wenn $\beta$ ganzzahlig ist, da dann die Reihe, die durch wiederholte partielle Integration entsteht, abbricht. Wir schlagen nun folgenden Weg ein: Die Exponentialfunktion wird in eine Reihe entwickelt, die bekanntlich gliedweise integrierbar ist, und bei der Kleinheit von $\alpha\,t$ sehr rasch konvergiert:

$$\int e^{\alpha t} \cdot (T-t)^{-\beta}\,dt = \int (T-t)^{-\beta} \cdot \left[1 + \frac{\alpha t}{1!} + \frac{(\alpha t)^2}{2!} + \cdots\right] dt$$

Machen wir die Substitution

$$T - t = \tau \quad \text{und daher} \quad dt = -\,d\tau$$

so ergibt sich:

$$\int e^{\alpha t} \cdot (T-t)^{-\beta}\,dt = -\,e^{\alpha T}\left[\frac{\tau^{1-\beta}}{1-\beta} - \frac{\alpha}{1!}\cdot\frac{\tau^{2-\beta}}{2-\beta} + \frac{\alpha^2}{2!}\cdot\frac{\tau^{3-\beta}}{3-\beta} - \cdots\right]$$

$$= -\,e^{\alpha T}\left[\frac{(T-t)^{1-\beta}}{1-\beta} - \frac{\alpha}{1!}\,\frac{(T-t)^{2-\beta}}{2-\beta} + \cdots\right]$$

Damit wird die Lösung unserer Differential-Gleichung

$$i_1 = (T-t)^{\frac{a\,r_u\,T}{\lambda}} \cdot e^{-\frac{\varrho t}{\lambda}} \cdot \left[\frac{-\bar{e}_{1k}}{\lambda}\left(-e^{\frac{\varrho T}{\lambda}}\right)\left(\frac{(T-t)^{1-\frac{a\,r_u\,T}{\lambda}}}{1-\dfrac{a\,r_u\,T}{\lambda}} - \right.\right. \qquad 7)$$

$$\left.\left. - \frac{\alpha}{1!}\,\frac{(T-t)^{2-\frac{a\,r_u\,T}{\lambda}}}{2-\dfrac{a\,r_u\,T}{\lambda}} + \cdots\right) + C\right]$$

Um die Rechnung nicht gar zu kompliziert zu gestalten, berücksichtigen wir im Nachfolgenden nur das erste Glied der Reihe. Dies bedeutet, daß wir den Faktor $e^{\frac{\varrho}{\lambda} t}$ über den Zeitraum $t = 0 \rightarrow T$ als konstant und gleich $e^{\frac{\varrho}{\lambda} T}$ annehmen. Dies trifft um so mehr zu, je kleiner $\frac{\varrho}{\lambda}$ ist, d. h. je größer der Strom $i_1$ zur Zeit $t = 0$ ist; denn in diesem Fall ist: $e^{\frac{\varrho}{\lambda} t} \approx e^{\frac{\varrho}{\lambda} T} \approx 1$

Für die Fälle eines großen $a = \frac{\varrho}{\lambda}$, d. h. bei schwach belastetem Transformator, sind weitere Glieder zu berücksichtigen, was ja immer leicht erfolgen kann.

$$i_1 = \frac{e_{Ik}}{\lambda} \cdot e^{\frac{\varrho}{\lambda}(T-t)} \cdot \frac{T-t}{1 - \frac{a r_u T}{\lambda}} + (T-t)^{\frac{a r_u T a}{\lambda}} \cdot e^{-\frac{\varrho}{\lambda}} \cdot C \qquad 8)$$

Für $t = 0$ (Figur 24) sei $i_1 = i_{10}$. Dies ergibt die Bedingung für die Integrationskonstante $C$.

$$C = \left( i_{10} - \frac{e_{Ik}}{\lambda} \cdot e^{\frac{\varrho}{\lambda} T} \cdot \frac{T}{1 + \frac{a r_u T}{\lambda}} \right) \cdot T^{-\frac{a r_u T}{\lambda}}$$

Und damit wird der sekundäre Strom:

$$i_1 = - e_{Ik} \cdot e^{\frac{\varrho}{\lambda}(T-t)} \cdot \frac{T-t}{a r_u T - \lambda} + \left(\frac{T-t}{T}\right)^{\frac{a r_u T}{\lambda}} \cdot e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t} \left[ i_{10} + \frac{e_{Ik}\, T}{a r_u T - \lambda} \cdot e^{\frac{\varrho}{\lambda} T} \right] \qquad 9)$$

wobei:

$$a = 1 + \frac{\lambda_I}{l}; \quad \lambda = a \lambda_1 + \lambda_I; \quad \varrho = a \varrho_1 + r_I = a (R_1 + r_1) + r_I$$

Gleichung 9) stellt uns die zeitliche Abhängigkeit von $i_1$ dar, wenn sekundär in der durch Gleichung 4) gegebenen Weise abgeschaltet wird. Sie gilt um so genauer, je kleiner $\frac{\varrho}{\lambda}$ und je kleiner $T$ gegen $\frac{1}{f}$ ist.

Die Spannungsdifferenz zwischen Bürste und Segment (Fig. 24) ergibt sich zu:

$$\Delta e_1 = i_1 \frac{r_u t}{T - t}$$

$$e_1 = -e_{Ik}\, e^{\frac{\varrho}{\lambda}(T-t)} \cdot \frac{r_u t}{a r_u T - \lambda} + \left(\frac{T-t}{T}\right)^{\frac{a r_u T}{\lambda} - 1} \cdot \frac{r_u t}{T} e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t} \left[ i_{10} + \frac{e_{Ik} T}{a r_u T - \lambda} e^{\frac{\varrho}{\lambda} T} \right] \quad 10)$$

Die Gleichungen 9) und 10) haben eine ähnliche Struktur wie diejenigen, die man erhält beim Abschalten eines induktiven Kreises, d. h. wir dürfen den Transformator im wesentlichen auffassen als eine Impedanz mit dem Widerstand $a\varrho_1 + r_I$ und der Induktivität $a\lambda_1 + \lambda_I$. Die Größe $a = 1 + \frac{\lambda_I}{l} = 1 + \tau_1$ ist bei größeren Transformatoren sehr angenähert $= 1$.

Für Leerlauf $R_1 = \infty$, d. h. $\varrho = \infty$ ergäbe sich $i_1 = -\infty + \infty$; eine nähere Untersuchung zeigt, daß der wirkliche Wert dieser unbestimmten Form Null ist.

Die Arnold'sche Abschaltekonstante $A$ würde sich in unserem Falle ergeben zu:

$$A = \frac{a \cdot r_u T}{\lambda} = \frac{a \cdot r_u T}{a\lambda_1 + \lambda_I} = \frac{r_u T}{\lambda + \frac{\lambda_I}{a}}$$

Auch hier zeigt sich, daß für $A > 1$, $\Delta e_1$ in Gleichung 10) endliche Werte annimmt, dagegen für $A = 1$ und $A < 1$ die Überspannung $\infty$ wird. Im Falle $A = 1$ sind allerdings die obigen Gleichungen nicht richtig, da die Potenzformel den Fall $-1$ ausschließt.

Über die Größenordnung von $A$ beim rotierenden Gleichrichter gibt uns folgende Überlegung Aufschluß. Bedeuten $\beta$ die Bürstenbreite und $v$ die Umfangsgeschwindigkeit des Kollektors, so ist:

$$T = \frac{\beta}{v};$$

für mittlere Verhältnisse $\beta = 15$ mm und $v = 15$ m/sec. ergibt sich

$$T \simeq \frac{1}{1000}\ sec$$

Die Werte von $r_u$ liegen zwischen 1 und 10 $\Omega$ [22]) maximal, $\lambda$ hat die Größenordnung $0{,}01 \div 0{,}3$ Henry, kann aber unter

[22]) Nur bei Anwendung von Hülfslamellen.

Umständen auch wesentlich größer sein, $a$ hat nur geringen Einfluß auf $A$; wir können praktisch immer $a = 1$ setzen.

Damit wird.

$$A \sim \frac{1}{100}$$

d. h. wir müßten im allgemeinen einen Übergangswiderstand von der Größenordnung 100 $\Omega$ haben, um die Abschaltekonstante in die Nähe der Einheit zu bringen; dies ist natürlich nicht möglich. Die funkenlose Abschaltung muß daher beim rotierenden Gleichrichter in anderer Weise ermöglicht werden.

Wie aus Gleichung 10) ersichtlich ist, kann die Überspannung $\Delta e_1$ bei $A < 1$ nur Null werden, wenn $e_{Ik}$ und $i_{10}$ zur Zeit des Bürstenwegganges Null sind; dies wird im allgemeinen angenähert der Fall sein zur Zeit, wo $e_{Ik}$ durch Null geht.

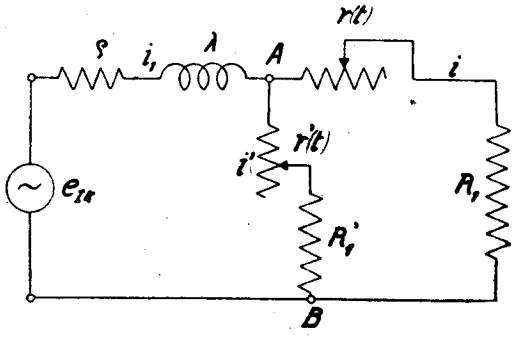



Fig. 26.

Schalten wir nun zu einer Zeit $t = t'$ (wobei $t' < T$) zum Belastungskreis $(R_1 + r(t))$ einen zweiten $(R_1' + r'(t))$ parallel (Figur 26) derart, daß für das Zeitintervall $t' \to T$, $i_1 \sim$ konstant bleibt, so erfolgt die Abschaltung bei fast konstanter magnetischer Energie der Streufelder, also ohne nennenswerte Funkenbildung. Der Strom $i'$ kann dann nach obigem funkenlos unterbrochen werden, wenn die Abschaltung zur Zeit erfolgt, wo $e_{Ik} = 0$ ist.

Die Bedingung $t'$ bis $T$, $i_1 =$ konst. kann angenähert durch die in Figur 26 gezeigte Schaltung erreicht werden. Darin bedeutet $r'(t)$ einen $r(t)$ analog gebauten Widerstand.

$i_1$ = konstant bedingt nun eine konstante resultierende Leitfähigkeit $y = \frac{1}{R}$ zwischen den beiden Punkten $A$ und $B$ des durch die Impedanz $(\varrho, \lambda)$ dargestellten Transformators. $e_{Ik}$ nehmen wir wieder für die kurze Zeit des Schaltvorganges als konstant an.

Damit wird:

$$y = \frac{1}{R_1 + r(t)} + \frac{1}{R_1' + r'(t)} = \frac{1}{R_1 + \frac{r_u T}{T-t}} + \frac{1}{R_1' + \frac{r_u T}{t}}$$

$$y = \frac{T-t}{R_1(T-t) + r_u T} + \frac{t}{R_1' t + r_u T}$$

Dieser Ausdruck ist nur konstant für $R_1 = R'_1 = 0$. Für irgend einen Bruchteil

$$\frac{T}{n} \text{ von } T \text{ wobei } 0 < \frac{T}{n} < 1$$

ergibt sich

$$y_t = \frac{\frac{n-1}{n}}{R_1\left(\frac{n-1}{n}\right) + r_u} + \frac{\frac{1}{n}}{R_1' \frac{1}{n} + r_u}$$

Für die beiden Fälle

I) $R_1 = R_1' = 1\,\Omega$; $r_u = 1\,\Omega$

II) $R_1 = 1\,\Omega$; $R_1' = 0{,}5\,\Omega$; $r_u = 1\,\Omega$

ist $y = f\left(\frac{t}{T}\right)$ in Figur 27 dargestellt.

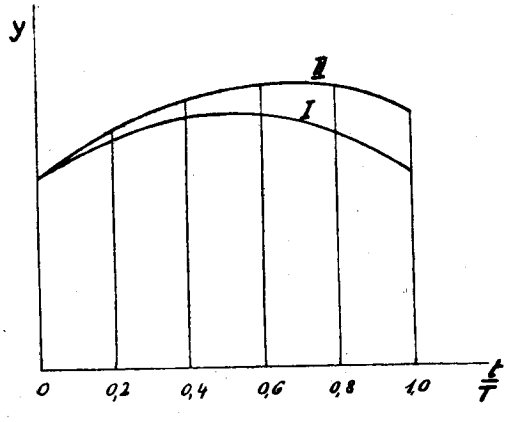



Fig. 27.

Daraus ersieht man, daß $y$ um so konstanter wird, je größer $r_u$ und je kleiner $R_1$ und $R'_1$ sind. Es ist wichtig, daß mit zunehmender Belastung die Wirkung der sog. Abschaltlamelle (es ist dies eine besondere Lamelle, die die Funktion des Widerstandes $r'(t)$ hat. Siehe Figur 35, Seite 106) günstiger wird. Durch richtige Wahl der Stromdichte kann die $y$-Kurve noch konstanter gestaltet werden.

### b) Einschalten eines Einphasentransformators auf der Sekundärseite.

Bewegen sich die Bürsten in Figur 24 in Richtung des punktierten Pfeiles, so ergibt sich der a) entsprechende Einschaltvorgang. Die Gleichungen 1), 2) und 3) bleiben bestehen. An Stelle von 4) ist zu setzen:

$$r(t) = \frac{r_u T}{t} \qquad 4')$$

wobei die Zeitzählung im umgekehrten Sinn erfolgt; analog ist:

$$i_1 = e^{-\int\left(\frac{\varrho + \frac{a \cdot r_u T}{t}}{\lambda}\right) dt}\left[-\int\left(\frac{e_{Ik}}{\lambda} \cdot e^{\int\left(\frac{\varrho + \frac{a r_u T}{t}}{\lambda}\right) dt}\right) dt + C\right]$$

und bei Entwickelung der Exponentialfunktion in eine Reihe erhalten wir:

$$i_1 = e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t} t^{-\frac{a r_u T}{\lambda}}\left[-\frac{e_{Ik}}{\lambda}\left(\frac{t^{\frac{a r_u T}{\lambda}+1}}{\frac{a r_u T}{\lambda}+1} + \frac{\frac{\varrho}{\lambda} t^{\frac{a r_u T}{\lambda}+2}}{\frac{a r_u T}{\lambda}+2} + \cdots\right) + C\right]$$

Berücksichtigen wir im folgenden wieder nur das erste Glied der Reihe, so wird:

$$i_1 = -\frac{e_{Ik}}{\lambda} e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t} \frac{t}{\frac{a r_u T}{\lambda} + 1} + e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t} \cdot t^{-\frac{a r_u T}{\lambda}} \cdot C \qquad 8')$$

Für $t = 0$ ist $i_1 = 0$; dies ergibt

$$0 = e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t} \frac{1}{t^{+\frac{a r_u T}{\lambda}}} \cdot C ,$$

was für $t = 0, \infty$ wird. Nehmen wir $C = 0$ an und untersuchen wir die unbestimmte Form $\infty . 0$, so ergibt sich, daß obiger Ausdruck tatsächlich Null wird. Daher:

$$i_1 = -\frac{\bar{e}_{1k}}{\lambda} \cdot e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t} \cdot \frac{t}{\frac{a r_u T}{\lambda} + 1} \qquad 9')$$

Gleichung 9') ist gültig von $t = 0$ bis $T$. Zur Zeit $T$ beginnt ein neuer Einschaltvorgang mit konstantem Widerstand $(\varrho + r_u)$; er folgt der Differentialgleichung

$$\frac{d i_1}{d t} + i_1 \left(\frac{\varrho + r_u}{\lambda}\right) = -\frac{\bar{e}_{1k}}{\lambda} \qquad 11)$$

Die Lösung der reduzierten Differentialgleichung ist:

$$i_1' = C' e^{-\left(\frac{\varrho + r_u}{\lambda}\right) \cdot t},$$

das partikuläre Integral wird:

$$i_1'' = -\frac{\bar{e}_{1k}}{\lambda} e^{-\left(\frac{\varrho + r_u}{\lambda}\right) t} \int e^{\left(\frac{\varrho + r_u}{\lambda}\right) t} d t = -\frac{\bar{e}_{1k}}{\varrho + r_u}$$

Also:

$$i_1 = -\frac{\bar{e}_{1k}}{\varrho + r_u} + C' e^{-\frac{\varrho + r_u}{\lambda} t} \qquad 12)$$

Da der Übergang zur Zeit $T$ stetig erfolgt, ist für $t = T$ nach Gl. 11) und 12)

$$-\frac{\bar{e}_{1k} e^{-\frac{\varrho}{\lambda} T}}{a r_u + \frac{\lambda}{T}} = -\frac{\bar{e}_{1k}}{\varrho + r_u} + C' e^{-\left(\frac{\varrho + r_u}{\lambda}\right) T}$$

$$C' = \bar{e}_{1k} \left( \frac{1}{\varrho + r_u} - \frac{e^{-\frac{\varrho}{\lambda} T}}{a r_u + \frac{\lambda}{T}} \right) e^{\left(\frac{\varrho + r_u}{\lambda}\right) T}$$

und

$$i_1 = -\frac{\bar{e}_{1k}}{\varrho + r_u} + \bar{e}_{1k} e^{\left(\frac{\varrho + r_u}{\lambda}\right)(T - t)} \left( \frac{1}{\varrho + r_u} - \frac{e^{-\frac{\varrho}{\lambda} T}}{a r_u + \frac{\lambda}{T}} \right) \qquad 13)$$

Die Gleichung 13) gibt den Verlauf von $i_1$ im Falle, daß $e_{1k}$ konstant bliebe, für den Zeitraum von $t = T$ bis $t = \infty$. Für $t = \infty$ hat $i_1$ seinen stationären Wert

$$i_{1\varrho} = -\frac{\bar{e}_{1k}}{\varrho + r_u}$$

Setzen wir in Gleichung 9') für den Zeitraum $t = 0$ bis $T$, $\varrho = 0$ und $a = 1$, so wird:

$$i_1 = \frac{-\bar{e}_{1k}}{r_u T + \lambda} \cdot t$$

und für $t = T$

$$i'_{1T} = \frac{-\bar{e}_{1k}}{r_u + \frac{\lambda}{T}} \approx \frac{+e_{1k}}{r_u + \frac{\lambda}{T}}$$

Wir sehen also, daß auch bei dieser Art der Einschaltung $i_1$ seinen stationären Wert $i_{1s} = \frac{e_{1k}}{r_u}$ erst erreicht für $T = \infty$; er kommt ihm aber um so näher, je kleiner $\lambda$ gegenüber $T$ ist.

Betrachten wir schließlich noch den Fall, wo wir annehmen, $r(t)$ sei gleich vom ersten Moment ($t = 0$) schon gleich $r_u$ und in dem Zeitabschnitt $t = 0 \rightarrow T$ konstant, so erhalten wir in 12) die folgende Bedingung für $C'$:

$$t = 0; \quad i_1 = 0: \quad C' = \frac{\bar{e}_{1k}}{\varrho + r_u}$$

und damit

$$\underline{i_1 = -\frac{\bar{e}_{1k}}{\varrho + r_u}\left(1 - e^{\left(\frac{\varrho + r_u}{\lambda}\right)t}\right)} \qquad 14)$$

Gleichung 14) stellt den gewöhnlichen Einschaltvorgang dar, wie er beim Einschalten von Widerstand und Induktivität in Serie zu Stande kommt.

## C. Vergleich zwischen Einschaltvorgang mit konstantem und zeitlich variablem Widerstand.

Auf S. 73, Gl. 9') haben wir den Strom $i_1$ in Funktion der Zeit bei variablem Widerstand berechnet; den Verlauf von $i_1$ unter Annahme eines konstanten Widerstandes gibt Gl. 14), S. 74. Wir stellen uns nun die Aufgabe, nachzusehen, unter welchen Um-

ständen die beiden Funktionen nach Möglichkeit übereinstimmen, oder anders gesagt: Wir suchen die Bedingungen, denen $r_u$ und $\lambda$ genügen müssen, damit der Einschaltvorgang mit konstantem Widerstand $r$ möglichst genau so verläuft, wie der in Wirklichkeit vorhandene mit variablem Widerstand.

Zu diesem Zweck entwickeln wir die beiden Funktionen gemäß Gl. 9') und 14) in Potenzreihen und vergleichen die Koëffizienten. Dazu ist es aber nötig, nicht wie bisher die Entwicklungen beim ersten Glied abzubrechen, sondern es müssen auch die Glieder höherer Ordnung berücksichtigt werden. Wir berechnen zunächst $i_1$ bei variablem Widerstand bis zu den Gliedern 3. Ordnung. Werten wir das Integral

$$\int e^{\frac{\varrho}{\lambda}t}\, t^{\frac{a r_u T}{\lambda}}\, dt,$$

wie bereits S. 67 gezeigt, aus, so ergibt sich:

$$i_1 = -\frac{\bar{e}_{1k}}{\lambda} e^{-\frac{\varrho}{\lambda}t}\left[\frac{t}{A+1} + \frac{\frac{\varrho}{\lambda}t^2}{(A+2)1!} + \frac{\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2 t^3}{(A+3)2!} + \cdots\right] + e^{-\frac{\varrho}{\lambda}t}\cdot t^{-A}\cdot C$$

$$\text{wobei} \quad A = \frac{a r_u T}{\lambda}$$

Wie wir gesehen haben, ist $C = 0$. Entwickeln wir nun $e^{-\frac{\varrho}{\lambda}t}$ ebenfalls in eine Reihe, so erhalten wir:

$$i_1 = -\frac{\bar{e}_{1k}}{\lambda}\left[1 - \frac{\frac{\varrho}{\lambda}t}{1!} + \frac{\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2 t^2}{2!} - \frac{\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^3 t^3}{3!} + \cdots\right]\cdot\left[\frac{t}{A+1} + \frac{\frac{\varrho}{\lambda}t^2}{(A+2)1!} + \frac{\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2 t^3}{(A+3)3!} + \cdots\right]$$

$$i_1 = -\frac{\bar{e}_{1k}}{\lambda}\left[\frac{t}{A+1} + \frac{\varrho}{\lambda}\frac{t^2}{1!}\left(\frac{1}{A+2} - \frac{1}{A+1}\right) + \left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2 \frac{t^3}{2!}\left(\frac{1}{A+1} - \frac{2!}{A+2} + \frac{1}{A+3}\right) + \cdots\right]$$

---

Versehen wir die Werte bei konstantem Widerstand mit einem Strich, so ergibt sich aus Gleichung 14)

$$i_1' = -\frac{\bar{e}_{1k}}{\varrho + r_u'}\left[1 - \left(1 - \frac{\frac{\varrho + r_u'}{\lambda'}}{1!}t + \frac{\left(\frac{\varrho + r_u'}{\lambda'}\right)^2}{2!}\cdot t^2 + \frac{\left(\frac{\varrho + r_u'}{\lambda'}\right)^3}{3!}t^3 + \cdots\right)\right]$$

$$i_1' = -\frac{\bar{e}_{1k}}{\varrho + r_u'}\left[\frac{\frac{\varrho + r_u'}{\lambda'}}{1!}\cdot t - \frac{\left(\frac{\varrho + r_u'}{\lambda'}\right)^2}{2!}t^2 + \frac{\left(\frac{\varrho + r_u'}{\lambda'}\right)^3}{3!}\cdot t^3 - \cdots\right]$$

Setzen wir zunächst $A = 0$, so ergibt sich

1. $$-\frac{\bar{e}_{Ik}}{\lambda} = -\frac{\bar{e}_{Ik}}{\varrho + r_u'} \cdot \frac{\varrho + r_u'}{\lambda'} \cdot ,$$

welche Bedingung erfüllt ist für $\lambda = \lambda'$.

2. $$+\frac{\bar{e}_{Ik}}{\lambda} \cdot \frac{\varrho}{\lambda \cdot 1!} \cdot \frac{1}{2} = +\frac{\bar{e}_{Ik}}{\varrho + r_u'} \cdot \frac{\left(\frac{\varrho + r_u'}{\lambda'}\right)^2}{2!} ,$$

ist erfüllt für $r'_u = 0$.

3. $$-\frac{\bar{e}_{Ik}}{\lambda}\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^2 \frac{1}{2!} \cdot \frac{1}{3} = -\frac{\bar{e}_{Ik}}{\varrho + r_u'} \cdot \frac{\left(\frac{\varrho + r_u'}{\lambda'}\right)^3}{3!} ,$$

ist ebenfalls erfüllt für $r'_u = 0$.

Es zeigt sich, daß die Bedingungen

$$\left.\begin{aligned} \lambda' &= \lambda \\ r_u' &= 0 \end{aligned}\right\} \text{ bei } A = 0$$

auch genügen, um die $n^{\text{ten}}$ Glieder zur Übereinstimmung zu bringen, d. h. also: Bei $A = 0$ stimmen die beiden Funktionen $i_1$ und $i'_1$ überein, wenn Streuung und Widerstand den Bedingungen genügen $\lambda' = \lambda$; $r'_u = 0$.

Dies ist auch direkt ersichtlich aus den Ausgangsgleichungen.

Ist hingegen $A \neq 0$, so erhalten wir:

1. $$-\frac{\bar{e}_{Ik}}{\lambda} \cdot \frac{1}{A+1} = \frac{-\bar{e}_{Ik}}{\varrho + r_u'} \cdot \frac{\frac{\varrho + r_u'}{\lambda'}}{1!} ,$$ erfüllt für $\lambda' = \lambda(A+1)$

2. $$-\frac{\bar{e}_{Ik}}{\lambda} \cdot \frac{\varrho}{\lambda}\left(\frac{1}{A+2} - \frac{1}{A+1}\right) = +\frac{\bar{e}_{Ik}}{\varrho + r_u'} \cdot \frac{\left(\frac{\varrho + r_u'}{\lambda'}\right)^2}{2!}$$

Setzen wir die vorige Bedingung für $\lambda'$ ein, so ergibt sich:

$$-\frac{\varrho}{\lambda^2}\left(\frac{-1}{(A+2)(A+1)}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varrho + r_u'}{(A+1)^2 \lambda^2}$$

$$\frac{\varrho}{A^2 + 3A + 2} = \frac{\varrho + r_u'}{2A^2 + 4A + 2}$$

woraus

$$r_u' = \left[\frac{2A^2 + 4A + 2}{A^2 + 3A + 2} - 1\right] \cdot \varrho$$

Wir ersehen daraus:

Die Einschaltvorgänge bei variablem Widerstand ($i_1$) und konstantem Widerstand ($i'_1$) können bis zu den quadratischen Gliedern zur Übereinstimmung gebracht werden, wenn für die Streuung $\lambda'$ gesetzt wird: $\lambda' = \lambda (A + 1)$ und wenn der Widerstand der Bedingung genügt

$$r_u' = \left[\frac{2 A^2 + 4 A + 2}{A^2 + 3 A + 2} - 1\right] \cdot \varrho \quad \text{wobei} \quad A = \frac{a\, r_u\, T}{\lambda}$$

Wir untersuchen noch die Konvergenz der Reihe für $i_1$ in der ersten Form. Bilden wir den Quotienten aus dem $n + 1$ und dem $n^{\text{ten}}$ Glied, so ergibt sich

$$\left(\frac{n+1}{n}\right) = \frac{\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^n t^{n+1} \cdot (A+n)\,(n-1)!}{(A+n+1)\,n!\left(\frac{\varrho}{\lambda}\right)^{n-1} \cdot t^n} = \frac{\frac{\varrho}{\lambda} \cdot t \cdot (A+n)}{(A+n+1) \cdot n}$$

$$\lim n = \infty \left(\frac{n+1}{n}\right) = 0\,,$$

d. h. die Reihe konvergiert für alle endlichen Werte von $t$.

Zur Erläuterung rechnen wir folgendes Beispiel für $i_1$ und $i'_1$.

Beispiel: $e_{1k} = 100$ Volt, $\lambda = 0{,}01$ Henry, $\varrho = 2{,}0\ \Omega$

$$r_u = 1\ \Omega, \quad T = \frac{1}{1000}\ sec\,, \quad a \cong 1$$

Dann wird

$$A = \frac{a\, r_u\, T}{\lambda} = \frac{1}{10}\,, \quad \frac{\varrho}{\lambda} = 200$$

Berechnen wir $i_1$ zur Zeit $t = \frac{1}{1000}$ sec., so ergibt sich bei Berücksichtigung der Glieder 3. Ordnung

$$i_1 = 8{,}277 \text{ Amp.}$$

Für $\lambda'$ und $r'_u$ ergibt sich

$$\lambda' = 0{,}01 \cdot 1{,}1 = 0{,}011 \text{ Henry}$$
$$r_u' = 0{,}048\ \varrho = 0{,}096 \text{ Ohm}$$

Damit erhalten wir für:

$$i'_1 = 8{,}24 \text{ Amp.}$$

Der Fehler beträgt also nicht ganz 0,5 %.

# 6. Kapitel.
# Die Spannungsgleichung des Sechsphasen-Synchrongleichrichters.

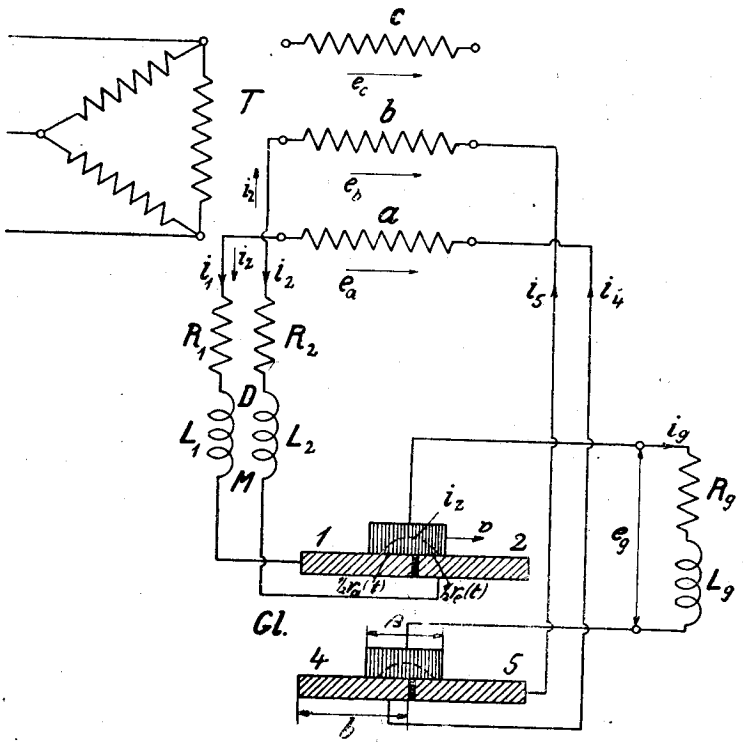



Fig. 28.

In Figur 28 ist das Schaltungsschema des Sechsphasen-Synchrongleichrichters gezeichnet. Der Transformator $T$ ist primär in Dreieck geschaltet, $D$ bedeutet eine Drosselspule, von der je eine Wicklung in die drei Kreise $a$, $b$ und $c$ geschaltet ist. Die gegenseitige Induktivität sei für alle drei Spulen gleich und werde mit $M$ bezeichnet. Nach Kapitel 4 können wir uns die resultierende Streuinduktivität und den Widerstand des Transformators in $L$ und $R$ mit inbegriffen denken; der kleinste Wert, den $L$ in diesem Falle annehmen kann, ist daher $\lambda \approx \lambda_I + \lambda_1$, wenn

$a = 1$ gesetzt wird. Von dem eigentlichen Gleichrichter *Gl.* wurden der Übersichtlichkeit halber nur die vier Segmente 1—2 und 4—5 gezeichnet. In der in Figur 32 dargestellten Lage sind die Bürsten im Begriff, die Segmente 1 und 4 zu verlassen; 2 und 5 werden eingeschaltet. Alle übrigen Bezeichnungen sind wohl ohne weiteres verständlich.

Es stellt sich uns nun die Frage:

1. Welchen Einfluß hat die gegenseitige Verkettung der Transformatorwicklungen bei einer bestimmten Schaltungsweise auf der Primärseite?

2. Welche Induktivitäten sind bei Anwendung des Induktionsgesetzes auf die verschiedenen beim Gleichrichter in Betracht kommenden Schleifen jeweils einzusetzen?

Die Antwort erhalten wir aus den Ergebnissen der Kapitel 4 und 5.

Im Falle von Dreieckschaltung primär (Kap. 4, S. 58) ergab sich, daß immer nur diejenige primäre Wicklung Strom führt ($i'$), deren Kern sekundär belastet ist. (Die zusätzlichen Ströme $J'_{II} = J'_{III} = 0{,}15^4$ kommen für uns nicht in Betracht, da ihre magnetische Energie äußerst klein ist.) Die Ströme $J_I$ und $J_1$ zeigen im Diagramm Figur 22, S. 60, die gleiche relative Lage wie beim Einphasentransformator.

Auch bezüglich der Umschaltung haben wir die gleichen Verhältnisse; denn bei der Abschaltung der Phase 1 verschwindet die magnetische Energie der Streufelder von Schenkel I, die von II hingegen wächst auf den gleichen Wert an, den I hatte.

Aus Kapitel 5 geht in diesem Falle einwandfrei hervor, daß die für den Gleichrichterbetrieb in Frage kommende Induktivität die resultierende Streuinduktivität $\lambda$ ist.

$$\lambda = a\,\lambda_1 + \lambda_I \quad \text{wobei} \quad a = 1 + \frac{\lambda_I}{l} = 1 + \tau_1$$

oder in Annäherung

$$\underline{\lambda \approx 2\,\lambda_1}$$

Zusammengefaßt ergibt:

Bei Dreieckschaltung primär kann der Drehstromtransformator mit sehr großer Annäherung als drei getrennte Einphasentrans-

formatoren (keine Verkettung zwischen den sekundären Spulen) aufgefaßt werden. Die in Frage kommende Induktivität ist angenähert gleich der doppelten sekundären Streuinduktivität pro Kern.

Ist der Transformator primär in Stern geschaltet, so liegen die Verhältnisse wesentlich komplizierter. Wie ein Blick auf Figur 18 zeigt, sind die drei Kerne nicht mehr unabhängig; dazu tritt noch der Einfluß der Jochstreuung. Wie im weiteren aus Figur 19 hervorgeht, nimmt der Fluß im Schenkel I ganz wenig ab, was auch in ungünstigem Sinn auf die Überspannung einwirkt. (Im Gegensatz dazu wächst bei Dreieckschaltung der Fluß.)

Als Vorteil der Sternschaltung ist hingegen der Umstand anzusehen, daß die zuzuschaltende Phase eine wesentlich größere Spannung aufweist, d. h. sie übernimmt die Belastung schneller (in Figur 19 $E_{2k}$). Da die Spannung proportional mit der Belastung wächst (siehe S. 54), bedeutet dies in gewissem Sinn eine automatische Regulierung, die unter Umständen eine Bürstenverschiebung bei Belastung unnötig macht. Man kann daher sagen:

Bei Sternschaltung primär treten im allgemeinen größere Schwankungen der magnetischen Energie auf; die Überspannungen werden daher meist bedeutend größer sein. Eine Trennung in drei Einphasentransformatoren ist nicht zulässig. Die Spannungserhöhung der einzuschaltenden Phase hingegen erleichtert den Schaltvorgang.

Im folgenden werden wir uns ausschließlich mit dem in Dreieck geschalteten Transformator beschäftigen, da diese Schaltung allein in Betracht kommt.

Beim Gleichrichterbetrieb sind nun folgende zwei Fälle zu unterscheiden:

Fall 1. Es arbeitet eine Phase allein.

Fall 2. Zwei zeitlich aufeinanderfolgende Phasen arbeiten parallel.

Bezeichnen wir mit den Indices $a$, $b$ und $c$ diejenigen Ströme, die die betreffende Wicklung des Transformators sowie den gesamten Gleichstromkreis durchfließen, so können wir diese Schleif-

ringströme etwa nach Art der Figur 29 vorläufig beliebig aufzeichnen.

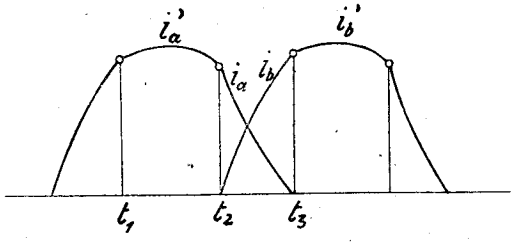



Fig. 29.

In dem Zeitintervall $t_1$—$t_2$ arbeitet Phase $a$ allein ($i'_a$), von $t_2$ bis $t_3$ arbeiten $a$ und $b$ parallel ($i_a$ und $i_b$).

Fall 1.

In dem Zeitabschnitt $t_1$—$t_2$ erhalten wir bei Anwendung des Induktionsgesetzes unter Voraussetzung konstanter Induktivitäten:

$$e_a = i_a' (R_1 + r_u + R_g) + \frac{d i_a'}{dt} (L_1 + L_g) \qquad 1)$$

(Siehe Figur 28.)

Nehmen wir sinusförmigen Verlauf der induzierten Spannungen an, so läßt sich schreiben:

$$\begin{aligned} e_a &= \widehat{E} \sin \omega t \\ e_b &= \widehat{E} \sin (\omega t - 60)\ ^{23)} \qquad \text{I)} \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned}$$

Ferner ist $i'_a = i_g$ und der zusätzliche Strom $i_z$, der seinen Weg von einem Segment über die Bürsten zum benachbarten nimmt, ist Null. Nehmen wir den Übergangswiderstand $r_u$ wie in Kapitel 5 konstant an, so ergibt 1) folgende Lösung:

$$i_a' = \frac{\widehat{E}}{\sqrt{R_0^2 + (\omega L_0)^2}} \cdot \sin (\omega t - \varphi_0) + C_0 e^{-\frac{R_0}{L_0} t} \qquad 2)$$

wobei: $R_0 = R_1 + r_u + R_g$; $\quad L_0 = L_1 + L_g$

und

$$tg\, \varphi_0 = \frac{\omega L_0}{R_0}$$

[23]) 60°-Lage, bedingt durch die Schaltung, siehe S. 21.

Die Integrationskonstante $C_0$ läßt sich erst nach Erledigung von Fall 2 bestimmen. Sie folgt aus den Stetigkeitsbedingungen des Problems.

Fall 2.

Für den Zeitraum $t_2$—$t_3$ (Figur 29) gelten mit Bezugnahme auf Figur 28 die folgenden Differentialgleichungen:

$$e_a = i_a R_1 + i_g R_g + i_a r_a(t) + \frac{d i_a}{dt} L_a + \frac{d i_b}{dt} M + \frac{d i_g}{dt} L_g \qquad 3)$$

$$e_b = i_b R_2 + i_g R_g + i_b r_e(t) + \frac{d i_b}{dt} L_b + \frac{d i_a}{dt} M + \frac{d i_g}{dt} L_g \qquad 3')$$

Für den zusätzlichen Strom (nebenstehende Pfeile →, Fig. 28):

$$e_a - e_b = i_z (R_1 + R_2) + i_z [r_a(t) + r_e(t)] + \frac{d i_z}{dt} (L_1 \pm M) + \frac{d i_z}{dt} (L_2 \pm M)^{24)} \qquad 4)$$

Die totalen Schleifringströme $i_1$, $i_2$ . . . stellen sich nun dar als die Summe der Momentanwerte der Gleichstromkomponenten $i_a$, $i_b$ . . . und des zusätzlichen Stromes $i_z$.

$$i_1 = i_a + i_z$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots \qquad 5)$$

wobei $i_z$ positive und negative Werte annimmt. Der Gleichstrom stellt sich dar als die Summe der Ströme $i_a$ und $i_b$.

$$i_g = i_a + i_b \qquad 6)$$

Der Leerlauf des Gleichrichters ist charakterisiert durch:

$$i_g = 0, \quad i_a' = 0, \quad i_a \text{ und } i_b = 0, \quad i_1 \cdots = i_z$$

Die variablen Übergangswiderstände seien analog Kapitel 5 durch folgende Ansätze gegeben:

$$r_a(t) = \frac{r_u T}{T - t} \quad \text{(Abschaltung)}$$
$$r_e(t) = \frac{r_u T}{t} \quad \text{(Einschaltung)} \qquad 7)$$

Dabei ist $r_u$ der Übergangswiderstand von zwei in Serie geschalteten Bürsten, wenn diese mit der ganzen Fläche aufliegen (Figur 28).

---

[24]) Das Vorzeichen von $M$ hängt von der Schaltung der Drosselspule $D$ ab. Siehe S. 85.

Durch die Gleichungen 1) bis 7) ist, unter den in der Wechselstromtechnik allgemein angenommenen Vereinfachungen, das Problem des Sechsphasensynchrongleichrichters vollkommen bestimmt. Gesucht sind die Ströme $i'_a$, $i_a$, $i_b$, $i_g$ und $i_z$. Daß die Lösung nicht einfach sein kann, geht schon aus der Struktur der Differentialgleichungen hervor. Vor allem die Bestimmung von $i_z$ unterliegt großen Schwierigkeiten, kann auch nie genau durchgeführt werden; wir vernachlässigen daher zunächst den zusätzlichen Strom $i_z$, werden aber bei der Untersuchung des Leerlaufs nochmals darauf zurückkommen.

3')—3) ergibt:

$$e_a - e_b = i_a[R_1 + r_a(t)] + \frac{d\,i_a}{dt}(L_1 - M) - i_b\,[R_2 + r_e(t)] - \frac{d\,i_b}{dt}(L_2 - M) \quad 8)$$

Mit 6) $i_g$ in 3') eliminiert, gibt:

$$e_a = i_a[R_1 + R_g + r_a(t)] + i_b \cdot R_g + \frac{d\,i_a}{dt}(L_1 + L_g) + \frac{d\,i_b}{dt}(M + L_g) \quad 9)$$

Der weitere Weg der Rechnung wäre nun der folgende: Aus 9) ermitteln wir $\frac{d\,i_a}{dt}$ und setzen diesen Wert in 8) ein. 8) enthält dann neben den bekannten Funktionen $e$ und $r(t)$ nur noch $i_a$ und $i_b$, die in folgender Verbindung auftreten:

$$\psi(t) = c\,\frac{d\,i_a}{dt} + \varphi_1(t)\,i_a + \varphi_2(t)\,i_b \quad 10)$$

wobei die Funktionen $\psi$ und $\varphi$ folgende Form haben:

$$\psi(t) \rightarrow k\,\widehat{E}\,sin\,\omega t - \widehat{E}\,sin\,(\omega t - \alpha) \quad \text{und}$$

$$\varphi_1(t) \rightarrow C_1\left(1 + \frac{a_1}{b_1 - t}\right)$$

Durch Ableitung von 10) nach der Zeit verschaffen wir uns eine weitere Gleichung, die außer $i_a$ mit seinen ersten und zweiten Differentialquotienten nur noch $i_b$ enthält. $i_b$ aus 10) eingesetzt, ergibt endlich eine Gleichung von nachfolgendem Aufbau:

$$c\,\frac{d^2 i_a}{dt} + \frac{d\,i_a}{dt}\left(\varphi_1 + \varphi_2 + \frac{1}{\varphi_2}\,\frac{d\,\varphi_2}{dt} + b\right) + i_a\left(\frac{d\,\varphi_1}{dt} + \varphi_2\,\varphi_3 + \frac{d\,\varphi_2}{dt}\,\frac{\varphi_1}{\varphi_2} + b\,\varphi_1\right)$$
$$+ \left(\frac{d\,\varphi_2}{dt}\,\frac{\psi}{\varphi_2} + \frac{d\,\varphi}{dt} + b\,\psi\right) = 0 \quad 11)$$

Dabei sind $\psi$ und $\varphi$ Funktionen von der auf S. 83 angedeuteten Struktur.

Wir sehen, daß trotz der Vernachlässigung der zusätzlichen Ströme es ausgeschlossen ist, die Differentialgleichung 11) streng zu lösen. Auch eine Lösung vermittelst irgend einer Näherungsmethode kommt nicht in Betracht; denn die Rechenarbeit wäre so mühsam und unübersichtlich, daß sie praktisch keine Bedeutung hätte.

Um dennoch einen Einblick in die Stromverhältnisse des Synchrongleichrichters zu gewinnen, gibt es nur die eine Möglichkeit, an Spezialfällen die einzelnen Vorgänge zu verfolgen, um dadurch ein möglichst vollkommenes Bild von den Verhältnissen zu erhalten, wenn all' die verschiedenen Faktoren zusammenwirken.

Wir beginnen mit dem vornehmlich interessierenden Fall des belasteten Gleichrichters. Die Untersuchung des Leerlaufs kommt im wesentlichen auf eine Bestimmung von $i_z$ heraus.

### a) Belastung des Gleichrichters.

Den Fall 1, wo eine Phase allein auf den Gleichstromkreis arbeitet, haben wir bereits S. 81 behandelt; $i'_a$ ist bis auf die Integrationskonstante $C_0$ vollkommen bestimmt. Es bleibt also noch der weitere Fall 2' des Parallelarbeitens zweier Phasen (Zeitintervall $t_2$—$t_3$, Figur 29, S. 81).

Wir machen folgende Überlegung:

Der Fall 2' entspricht im wesentlichen einer Parallelschaltung von zwei Gleichstrommaschinen, von denen die eine zu-, die andere abgeschaltet wird. Dies sei erreicht durch entsprechende Änderung der Erregungen, verbunden mit einer gleichzeitigen Verkleinerung bezw. Vergrößerung der Regulierwiderstände in den beiden Ankerstromkreisen. Wir behandeln nun zunächst den Fall, wo einzig durch Änderung der Erregung die Maschinen zu- bezw. abgeschaltet werden; die Regulierwiderstände bleiben dabei konstant auf vorläufig unbestimmte mittlere Werte eingestellt.

Um wieder auf den Gleichrichter zu kommen, stellen wir uns daher folgende Aufgabe:

Wie verlaufen die Ströme $i_a$ und $i_b$ (Figur 29), wenn die Ab- bezw. Zuschaltung nur durch die Spannungsänderungen erfolgt? Das heißt, wir betrachten während dem ganzen Vorgang von $i_b = 0$ bis $i_a = 0$ den zeitlich variablen Übergangswiderstand $r(t)$ als konstant und gleich $r$. Die Größe von $r$ und $\lambda$ kann, wie wir jetzt schon ermessen können, mit Hilfe der Ergebnisse des 5. Kapitels, Abschnitt c, bestimmt werden.

Die Gleichungen 3), 3') zusammen mit 6) (S. 82) und den Symmetriebedingungen

$$R_1 = R_2 = \cdots R; \quad L_1 = L_2 = \cdots = L$$

ergeben bei der Drosselspulenschaltung $i_a$, $a_1 \rightarrow e_1$ und $i_b$, $a_2 \rightarrow e_2$ (Fig. 30)

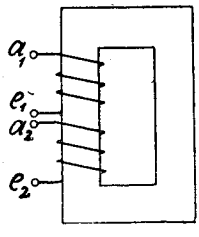



Fig. 30.

$$e_a = i_a (R + r) + \frac{d i_a}{d t} L + \frac{d i_b}{d t} M + i_g R_g + \frac{d i_g}{d t} L_g \qquad 12)$$

$$e_b = i_b (R + r) + \frac{d i_b}{d t} L + \frac{d i_a}{d t} M + i_g R_g + \frac{d i_g}{d t} L_g \qquad 12')$$

Addiert bezw. subtrahiert ergibt, wenn $i_a - i_b = i$ und $i_a + i_b = i_g$ (Gl. 6)

$$e_a + e_b = i_g (R + r + 2 R_g) + \frac{d i_g}{d t} (L + M + 2 L_g) \qquad 13)$$

$$e_a - e_b = i (R + r) + \frac{d i}{d t} (L - M) \qquad 14)$$

Führen wir zur Abkürzung ein:

$$(R + r + 2 R_g) = \varrho; \qquad (L + M + 2 L_g) = \lambda$$
$$R + r = \varrho'; \qquad L - M = \lambda'$$

so ergibt sich:

$$\frac{d\,i_g}{dt} + i_g\,\frac{\varrho}{\lambda} - \frac{e_a + e_b}{\lambda} = 0 \qquad 15)$$

$$\frac{d\,i}{dt} + i\,\frac{\varrho'}{\lambda'} - \frac{e_a - e_b}{\lambda'} = 0 \qquad 16)$$

15) ergibt uns $(i_a + i_b)$, 16) $(i_a - i_b)$, womit auch $i_a$ und $i_b$ bestimmt sind.

Unter Verwendung der Gleichungen I) S. 81 können wir schreiben:

$$\left.\begin{aligned} e_a + e_b &= \widehat{E}\,[sin\,\omega t + sin\,(\omega t - 60)] = \widehat{E}\sqrt{3}\,sin\,(\omega t - 30) \\ e_a - e_b &= \widehat{E}\,[sin\,\omega t - sin\,(\omega t - 60)] = \widehat{E}\,sin\,(\omega t + 60) \end{aligned}\right\} \quad II)$$

womit

$$i_g = i_a + i_b = \frac{\sqrt{3}\,\widehat{E}}{\sqrt{\varrho^2 + (\omega\lambda)^2}} \cdot sin\,(\omega t - 30 - \varphi) + Ce^{-\frac{\varrho}{\lambda}t} \qquad 17)$$

$$i_g = i_a - i_b = \frac{\widehat{E}}{\sqrt{\varrho'^2 + (\omega\lambda')^2}} \cdot sin\,(\omega t + 60 - \varphi') + C'e^{-\frac{\varrho'}{\lambda'}t} \qquad 18)$$

Darin bedeuten:

$$tg\,\varphi = \frac{\omega\lambda}{\varrho} \quad \text{und} \quad tg\,\varphi' = \frac{\omega\lambda'}{\varrho'}$$

Die Gleichrichterströme lassen sich nun in folgender Form darstellen:

$$\left.\begin{aligned} i_a' &= \frac{\widehat{E}}{\sqrt{R_2^0 + (\omega L_0)^2}}\,sin\,(\omega t - \varphi_0) + C_0\,e^{-\frac{R_0}{L_0}t} \\ i_b' &= \frac{\widehat{E}}{\sqrt{R_0^2 + (\omega L_0)^2}} \cdot sin\,(\omega t - 60 - \varphi_0) + C_0 e^{-\frac{R_0}{L_0}\left(t - \frac{\pi}{3\omega}\right)} \end{aligned}\right\} \quad 19)$$

$$\left.\begin{aligned} i_a &= \frac{1}{2}\left[\frac{\sqrt{3}\,\widehat{E}}{\sqrt{\varrho^2 + (\omega\lambda)^2}} \cdot sin\,(\omega t - 30 - \varphi) + Ce^{-\frac{\varrho}{\lambda}t} + \right. \\ &\qquad \left. + \frac{\widehat{E}}{\sqrt{\varrho'^2 + (\omega\lambda')^2}} \cdot sin\,(\omega t + 60 - \varphi') + C'e^{-\frac{\varrho'}{\lambda'}t}\right] \\ i_b &= \frac{1}{2}\left[\frac{\sqrt{3}\,\widehat{E}}{\sqrt{\varrho^2 + (\omega\lambda)^2}} \cdot sin\,(\omega t - 30 - \varphi) + Ce^{-\frac{\varrho}{\lambda}t} - \right. \\ &\qquad \left. - \frac{\widehat{E}}{\sqrt{\varrho'^2 + (\omega\lambda')^2}} \cdot sin\,(\omega t + 60 - \varphi') - C'e^{-\frac{\varrho'}{\lambda'}t}\right] \end{aligned}\right\} \quad 20)$$

$$i_g = i_a + i_b = \frac{\sqrt{3}\,\widehat{E}}{\sqrt{\varrho^2 + (\omega\lambda)^2}} \cdot sin\,(\omega t - 30 - \varphi) + Ce^{-\frac{\varrho}{\lambda}t} \qquad 21)$$

Wir führen zur Abkürzung ein:

$$\frac{\widehat{E}}{\sqrt{R_0 + (\omega L_0)^2}} = A_0\,; \quad \frac{\sqrt{3}\,\widehat{E}}{\sqrt{\varrho^2 + (\omega\lambda)^2}} = A \text{ und } \frac{\widehat{E}}{\sqrt{\varrho'^2 + (\omega\lambda')^2}} = A'$$

Die drei Integrationskonstanten $C_0$, $C$ und $C'$ bestimmen wir durch folgende Stetigkeitsbedingungen (siehe Figur 29, S. 81):

Zur Zeit $\underline{t = t_2}$ ist:

$$i_a' = i_a = i_g\,; \qquad i_b = 0$$

$$\underline{t = t_3} \qquad\qquad 22)$$

$$i_b = i_b' = i_g\,; \qquad i_a = 0$$

$$\underline{t = t_1}$$

$$\omega t_1 = \omega t_3 - \frac{\pi}{3}$$

Das ergibt 23):

a) $$A_0 \sin(\omega t_2 - \varphi_0) + C_0 e^{-\frac{R_0}{L_0} t_2} = \frac{1}{2}\Big[A \sin(\omega t_2 - 30 - \varphi) + C e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t_2} + A' \sin(\omega t_2 + 60 - \varphi') + C' e^{-\frac{\varrho'}{\lambda'} t_2}\Big]$$

b) $$A \sin(\omega t_2 - 30 - \varphi) + C e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t_2} - A' \sin(\omega t_2 + 60 - \varphi') - C' e^{-\frac{\varrho'}{\lambda'} t_2} = 0$$

c) $$A_0 \sin(\omega t_3 - 60 - \varphi_0 + C_0 e^{-\frac{R_0}{L_0}\left(t_3 - \frac{\pi}{3\omega}\right)} = \frac{1}{2}\Big[A \sin(\omega t_3 - 30 - \varphi) + C e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t_3} - A' \sin(\omega t_3 + 60 - \varphi') - C' e^{-\frac{\varrho'}{\lambda'} t_3}\Big]$$

d) $$A \sin(\omega t_3 - 30 - \varphi) + C e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t_3} + A' \sin(\omega t_3 + 60 - \varphi') + C e^{-\frac{\varrho'}{\lambda'} t_3} = 0$$

Wir stellen uns nun das Problem in folgender Weise:

Zu einer bestimmten, von uns gewählten Zeit $t_2$ werden die Bürsten, die nach Fall 1, S. 81, von $t_1$—$t_2$ auf den Segmenten 1 und 4 schleifen, in unendlich kurzer Zeit so verschoben, daß sie je zu gleichen Teilen auf den benachbarten Segmenten 1—2 und 4—5 aufliegen; in dieser Lage bleiben sie bis $t_3$. Der Übergangswiderstand zweier in Serie geschalteter Bürsten sei in dieser Zeit gleich $r$. (Über die nähere Bestimmung von $r$ siehe S. 76.) Es beginnt nun unter dem Einfluß der sinusförmig angenommenen

Spannungen $e_a$ und $e_b$ die Ab- bezw. Zuschaltung der Phasen $a$ und $b$. Gesucht ist neben den Integrationskonstanten $C_0$, $C$ und $C'$ die Zeit $t_3$, wo $i_a = 0$ wird.

Die vier Gleichungen 23) a, b, c und d genügen zur Ermittelung der obigen vier Unbekannten. Die Zeit $t_1$ wird mit Hilfe von Gleichung 22) gefunden.

Die Gleichungen 23) a und b sind linear; wir schreiben sie daher in folgender Form:

$$a_0 + b_0 C_0 = \frac{1}{2}(a + b C + a' + b' C') \qquad 24a_1)$$

$$a + b C = a' + b' C' \qquad 24b)$$

b) in $a_1$) eingesetzt gibt:

$$a + b C = a_0 + b_0 C_0 \qquad 24a)$$

was sich auch direkt aus $i'_a = i_g$ ergeben hätte.

Mit 24 b) eliminieren wir in 23 d) $C'$; mit 24 a) und b) in 23 c) $C_0$ und $C'$. Es wird:

$$A \sin(\omega t_3 - 30 - \varphi) + C e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t_3} = - A' \sin(\omega t_3 + 60 - \varphi') - \left(\frac{a + bC - a'}{b'}\right) e^{-\frac{\varrho'}{\lambda'} t_3} \qquad 25d)$$

$$A_0 \sin(\omega t_3 - 60 - \varphi_0) + \left(\frac{a + bC - a_0}{b_0}\right) \cdot e^{-\frac{R_0}{L_0}\left(t_3 - \frac{\pi}{3\omega}\right)} = \qquad 25c_1)$$

$$= \frac{1}{2}\left[A \sin(\omega t_3 - 30 - \varphi) + C e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t_3} - A' \sin(\omega t_3 + 60 - \varphi') - \left(\frac{a + bC - a'}{b'}\right) e^{-\frac{\varrho'}{\lambda'} t_3}\right]$$

Und mit 25 d)

$$A_0 \sin(\omega t_3 - 60 - \varphi_0) + \frac{a + bC - a_0}{b_0} \cdot e^{-\frac{R_0}{L_0}\left(t_3 - \frac{\pi}{3\omega}\right)} = \qquad 25c)$$

$$= A \sin(\omega t_3 - 30 - \varphi) + C e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t_3}$$

was sich auch direkt ergeben hätte, wenn wir die Bedingung $i_b = i_g$ benützt hätten.

In den obigen Gleichungen bedeuten dabei:

$$a_0 = A_0 \sin(\omega t_2 - \varphi_0); \qquad b_0 = e^{-\frac{R_0}{L_0} t_2}$$

$$a = A \sin(\omega t_2 - 30 - \varphi); \qquad b = e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t_2}$$

$$a' = A' \sin(\omega t_2 + 60 - \varphi'); \qquad b' = e^{-\frac{\varrho'}{\lambda'} t_2}$$

Die Gleichungen 25 c) und d) sind zwei transzendente Gleichungen, mit Hilfe derer die Größen $C$ und $t_3$ bestimmt werden können. $C'$ und $C_0$ ergeben sich alsdann aus 24 b) und a). In welcher Weise die einzelnen Größen am zweckmäßigsten bestimmt werden, soll später an einem Beispiel gezeigt werden.

Bevor wir weiter auf die Schaltvorgänge eintreten, sei noch kurz der Einfluß der magnetischen Kopplung der Drosselspule untersucht. Nehmen wir den Grenzfall an $L = M$ (Fig. 28) (Transformator und Drosselspulen haben keine Streuung), so ergeben sich zur Bestimmung der Ströme folgende Gleichungen:

$$\begin{aligned} i_a' &= A_0 \sin(\omega t - \varphi_0) + C_0 e^{-\frac{R_0}{L_0} t} \\ i_b' &= A_0 \sin(\omega t - 60 - \varphi_0) + C_0 e^{-\frac{R_0}{L_0}\left(t - \frac{\pi}{3\omega}\right)} \\ (i_a + i_b) &= i_g = A \sin(\omega t - 30 - \varphi) + C \cdot e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t} \\ (i_a + i_b) &= i = \frac{\widehat{E}}{\varrho'} \sin(\omega t + 60) \end{aligned} \qquad 26)$$

Wie ersichtlich, können die Konstanten und $t_3$ in diesem speziellen Falle aus linearen Gleichungen bestimmt werden, was die Rechnung ganz bedeutend vereinfacht.

*Diskussion der erhaltenen Resultate.*

Da die allgemeine Differentialgleichung 11) nicht lösbar ist, haben wir in Analogie mit den Vorgängen bei zwei parallel geschalteten Gleichstrommaschinen im Falle von entsprechenden Erregungsänderungen die variablen Widerstände $r_a(t)$ und $r_e(t)$ durch einen konstanten Widerstand $r$ ersetzt. Über die Bestimmung von $r$ ist nun folgendes zu sagen:

Im wesentlichen ist die Umschaltung von einer Phase auf die folgende charakterisiert durch einen Aus- bezw. Einschaltvorgang mit variablen Widerständen von der Art (Gl. 7):

$$r_a(t) = \frac{r_u T}{T - t}; \qquad r_e(t) = \frac{r_u T}{t}$$

Nun haben wir im 5. Kapitel, speziell unter c), bewiesen, daß ein jeder Einschaltvorgang mit variablem Widerstand $r_e(t)$ mit sehr großer Annäherung ersetzt werden darf durch einen ent-

sprechenden mit dem konstanten Widerstand $r$; dabei erfährt allerdings die Streuung $\lambda$ ebenfalls eine Änderung.

Unter Voraussetzung, daß auch für den Abschaltvorgang dieses so ermittelte $r$ den wirklichen Vorgängen nach Möglichkeit entspricht, ermitteln wir nun mit Hilfe der Gleichungen 25) unter Annahme obigen Wertes von $r$ den Zeitpunkt $t_3$, wo $i_a = 0$ wird; gleichzeitig ergibt sich noch die Integrationskonstante $C$. Damit sind nach 24 a) und b) die Konstanten $C_0$ und $C'$ ebenfalls bestimmt und die Gleichungen 19), 20) und 21) setzen uns in den Stand, alle Ströme des rotierenden Gleichrichters (ausgenommen $i_z$) zu ermitteln.

Es ist nun ohne weiteres klar, daß wenn die wirklichen Schaltvorgänge beim rotierenden Gleichrichter in möglichster Übereinstimmung mit den errechneten sein sollen, sich zu den, den Vorgang beschreibenden Gleichungssystemen 1) bis 26) noch eine weitere Bedingung 27) über die Bürstenbreite $\beta$ gesellen muß und zwar:

$$\beta \geqq (t_3 - t_2) \cdot v = T \cdot v \qquad 27)$$

($v$ = Umfangsgeschwindigkeit des Kollektors.)

Denn wäre $\beta < T \,.\, v$, so würde der Kreis $a$ (Figur 28) gewaltsam geöffnet, bevor der Strom $i_a$ unter dem alleinigen Einfluß der abnehmenden Spannung $e_a$ auf Null gesunken ist. Diese Voraussetzung ist aber keineswegs in den vorerwähnten Gleichungen enthalten, kann daher auch nicht durch sie wiedergegeben werden.

Das „größer" Zeichen ($>$) in 27) hat folgenden Grund: Ist $\beta = T \,.\, v$, so wird der Strom $i_a$ unterbrochen beim Durchgang durch Null (Figur 29), d. h. $i_a$ würde mit sehr steiler Tangente aussetzen (siehe Figur 31, Punkt $N$). Machen wir hingegen $\beta = T \,.\, v + \Delta\beta$, so wird der Strom $i_a$ noch wenig ins negative Gebiet übergehen; er kann aber infolge des rapid anwachsenden Widerstandes $r_a(t)$ (steiler Ast der Hyperbel) nur kleine Werte annehmen, d. h. zur Zeit $t = T_a$ findet eine Abschaltung mit nahezu horizontaler Tangente statt.

Zu dem bisher Gesagten tritt nun noch der folgende neue Gesichtspunkt.

In Analogie zu den Gleichstrommaschinen, bei welchen im Falle schwieriger Kommutationsverhältnisse immer Wendepole zur Verwendung gelangen, konnte ich an Hand der theoretischen Ergebnisse eine entsprechende Einrichtung für den Synchrongleichrichter finden; sie sei mit dem Namen Schaltpole bezeichnet.

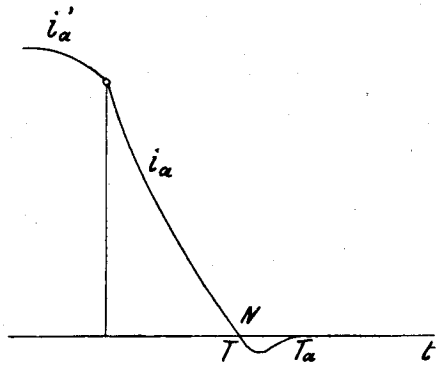



Fig. 31.

Wir denken uns nämlich (siehe Figur 1) zwischen dem Kollektor und den Schleifringen einen kleinen, synchron mitrotierenden Anker eingebaut, der in einem noch näher zu erörternden Gleichstromfeld umläuft.[25]) Führen wir nun die sechs Verbindungsleitungen zwischen den Schleifringen und den Segmenten durch sechs auf obigem Anker angebrachte Spulen, so ist klar, daß durch richtige Wahl der Feldkurve des Gleichstromfeldes, sowie entsprechende Dimensionierung der Spulen auf den Verlauf der Ströme $i_a$ und $i_b$ vermittelst zusätzlicher induzierter *EMKK* in günstigem Sinne eingewirkt werden kann. Compoundieren wir das Gleichstromfeld mit dem Belastungsstrom des Gleichrichters, so kann eine selbsttätige Regulierung erreicht werden. (Über die Funktionen der Schaltpole im Leerlauf siehe S. 95.)

Auf eine genaue Theorie der Schaltpole können wir hier nicht eingehen; die Hauptgesichtspunkte zur Lösung dieses Problems sind durch das bisher Gesagte festgelegt; das übrige ist Sache des Konstrukteurs.

[25]) Siehe auch Figur 35 S. 106.

### b) Leerlauf des Gleichrichters.

Für die Symmetriebedingungen $R_1 = R_2 = R$, $L_1 = L_2 = L$ und die Drosselspulenschaltung $a_1 e_1 - a_2 e_2$ (S. 85) nimmt Gl. 4), S. 82, die Form an:

$$e_a - e_b = e_{ab} = i_z [2\,R + r_a(t) + r_e(t)] + \frac{d i_z}{dt} 2\,(L + M) \qquad 4')$$

Nach 7) ist:

$$r_a(t) + r_e(t) = r_u T \left(\frac{1}{T - t} + \frac{1}{t}\right) \text{ womit}$$

$$e_{ab} = i_z \left[2\,R + r_u T \left(\frac{1}{T - t} + \frac{1}{t}\right)\right] + \frac{d i_z}{dt} 2\,(L + M) \qquad 28)$$

Dies ist eine Differentialgleichung von der Form:

$$f_1(t) \frac{d i_z}{dt} + f(t)\, i_z - \varphi(t) = 0\,,$$

die sich nach der S. 66 bereits angewandten Methode lösen läßt.

Wir lösen zunächst das Integral:

$$\int \frac{2\,R + r_u T \left(\frac{1}{T - t} + \frac{1}{t}\right)}{2\,(L + M)}\, dt = \int \left[a + A \left(\frac{1}{T - t} + \frac{1}{t}\right) dt\right.$$

wobei $\quad a = \dfrac{R}{L + M} \quad$ und $\quad A = \dfrac{\frac{r_u}{2} T}{L + M}$

Machen wir die Substitution $t = \tau T$, also $dt = T d\tau$, und führen wir die weiteren Bezeichnungen ein:

$$B = \frac{R}{L + M} \cdot \frac{t}{\tau} = \frac{a\,t}{\tau} = a\,T \text{ so ergibt sich}$$

$$i_z = e^{-B\tau} \left(\frac{\tau}{1 - \tau}\right)^{-A} \left[-\int \left\{\frac{-e_{ab}\,T}{2\,(L + M)} \cdot e^{B\tau} \left(\frac{\tau}{1 - \tau}\right)^{A}\right\} d\tau + C\right] \qquad 29)$$

und da für $t = 0$, d. h. $\tau = 0$, $i_z = 0$ ist, ergibt sich

$$C = 0.$$

Da der Bürstenübergang von einem Segment zum folgenden immer dann stattfindet, wenn die Spannungsdifferenz $e_{ab}$ in der Gegend von Null ist, können wir in Annäherung die Sinusfunktion durch eine Gerade von folgender Form ersetzen:

$$(e_{ab}) = E_0 - E_1 t = E_0 - E' \tau$$

wodurch das noch zu lösende Integral in 29) wird:

$$\int = \int \left[ \frac{(E_0 - E_1 \tau}{2\,(L + M)} \cdot T \cdot e^{B\tau} \left( \frac{\tau}{1 - \tau} \right)^A \right] d\,\tau$$

$$\int = \frac{T}{2\,(L + M)} \left[ E_0 \int e^{B\tau} \left( \frac{\tau}{1 - \tau} \right) d\,\tau - E_1' \int e^{B\tau} \cdot \tau \left( \frac{\tau}{1 - \tau} \right) d\,\tau \right]$$

welch' letztere Integrale am einfachsten graphisch zu lösen sind. Da $B\tau$ meist klein ist, entwickeln wir $e^{B\tau}$ und berücksichtigen (entsprechend Kapitel 5) nur das erste Glied.[26]) Wir haben dann noch folgende Integrale zu lösen:

$$\int \left( \frac{\tau}{1 - \tau} \right)^A \cdot d\,\tau \quad \text{und} \quad \int \tau \cdot \left( \frac{\tau}{1 - \tau} \right)^A d\,\tau$$

Je nach der Genauigkeit, die erstrebt wird, nehmen wir nun für $\tau$ 5, 10 oder mehr Teile an.

Setzen wir zur Abkürzung:

$$\frac{\tau}{1 - \tau} = z,$$

so haben obige Integrale die Struktur:

$$\int z^A d\,\tau \text{ und } \int z'^A d\,\tau,$$

wobei

$$z' = \tau^{\frac{1}{A}} \cdot z.$$

Wir besprechen im folgenden nur noch das zweite Integral. Die Funktion $z' = \tau^{\frac{1}{A}} \cdot z$ sei für die verschiedenen gewählten $\tau$ in einem rechtwinkligen Koordinatensystem in Funktion von $A$ aufgetragen. ($\tau$ = Parameter.) Diese Kurven können nun für alle Rechnungen benützt werden, da $\tau = \frac{t}{T}$ eine Verhältniszahl ist.

Die Berechnung erfolgt am einfachsten, indem man mit log zur Basis $A$ rechnet, d. h. den zugehörigen Modul bestimmt; es läßt sich dann alles mit dem Rechenschieber ausführen.

Aus dieser ersten Kurvenschar $z'_\tau = f(A)$ läßt sich sofort die Schar $z'_A = f(\tau)$ mit $A$ als Parameter aufzeichnen. Zeichnen wir für das gegebene

$$A = \frac{\frac{r_u}{2} T}{L + M}$$

[26]) Diese Vereinfachung kann natürlich ebensogut fallen gelassen werden, indem man die Integrale genau auswertet.

die Kurven für $z$ und $z'$, jeweils multipliziert mit

$$\frac{E_0\,T}{2\,(L+M)} \text{ bez. } \frac{E_1'\cdot T}{2\,(L+M)},$$

so gibt der dazwischenliegende Flächenstreifen den Wert des gesuchten Integrals an.

Bezeichnen wir ihn mit $I$, so wird der zusätzliche Strom:

$$i_z = e^{-B\tau}\left(\frac{\tau}{1-\tau}\right)^{-A}\cdot\frac{T}{2\,(L+M)}\cdot I \qquad 31)$$

oder angenähert für kleine $B$

$$i_z \cong \left(\frac{\tau}{1-\tau}\right)^{-A}\frac{T}{2\,(L+M)}\cdot I \qquad 32)$$

Wir können den Wert von $i_z$ zur Zeit $t = T$ auch durch folgende Überlegung bestimmen:

Da für $t = T$; $i_z = 0$, können wir schreiben:

$$\frac{d\,i_{zT}}{dt} + \frac{r_u\,T}{2\,(L+M)}\left(\frac{i_{zT}}{T_a - T_a}\right) - \frac{e_{ab}}{2\,(L+M)} = 0$$

Dabei ist

$$\frac{i_{zT}}{T_a - T_a} = \frac{0}{0} = -\frac{d\,i_{zT}}{dt},$$

eingesetzt ergibt $\frac{d\,i_{zT}}{dt}\left(1 - \frac{r_u\,T}{2\,(L+M)}\right) = \frac{e_T}{2\,(L+M)}$

$$\frac{d\,i_{zT}}{dt} = \frac{-e_T}{r_u\,T\left(1 - \frac{1}{\frac{r_u\,T}{2\,(L+M)}}\right)} = \frac{-e_T}{r_u\,T\left(1-\frac{1}{A}\right)} \qquad 33)$$

und

$$i_{zT} = \frac{-e_T}{r_u\left(1-\frac{1}{A}\right)} \qquad 34)$$

Aus 33) und 34) geht hervor, daß für $A \gtreqless 1$ zur Zeit $t = T$ sowohl $i_z$ wie $\frac{di_z}{dt}$ $\infty$ werden.

Die Größe $A$ ist maßgebend für die Funkenbildung, ganz abgesehen davon, ob $R$ und damit $B$ groß oder klein sei. Ein

großes $B$ besagt dann nur, daß $i_z$ (Gl. 29) kleiner wird, d. h. die Funken sind harmloser.

Machen wir in Figur 30 die Verbindung $a_1 e_1 - a_2 e_2$, so ergibt sich:

$$e_{ab} = i_z [2 R + r_a(t) + r_e(t)] + \frac{d i_z}{d t} 2 (L - M) \qquad 35)$$

und es wird

$$A = \frac{\frac{r_u}{2} T}{(L - M)},$$

was sich natürlich weitaus besser in die Nähe der Einheit bringen läßt.

Für den Fall $(L + M) = 0$ (vollkommen induktionsfreier Betrieb) wird

$$i_z = \frac{E_0 - E_1 t}{2 R + r_u T \left( \frac{1}{T - t} + \frac{1}{t} \right)} \qquad 36)$$

d. h. der Strom $i_z$ ließe sich in jedem Moment mit Hilfe des Ohmschen Gesetzes berechnen; die Überspannungen wären in diesem Falle gleich Null.

Da das Auftreten eines zusätzlichen Stromes $i_z$ im Leerlauf einzig an das Vorhandensein der Spannungsdifferenz $e_a - e_b = e_{ab}$ gebunden ist, wäre das wirksamste Mittel zur Vermeidung der Funkenbildung im Leerlauf $e_{ab} \approx 0$ und damit $i_z \approx 0$ zu machen.

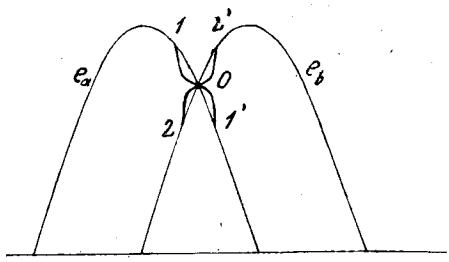



Fig. 32.

Dies läßt sich angenähert erreichen durch Verwendung der bereits S. 91 erwähnten Schaltpole. Treffen wir nämlich die Anordnung so, daß von 1 bis 0 (Figur 32) sich die Spule, die

zwischen Schleifring 1 und Segment 1 geschaltet ist, in das Gleichstromfeld hineinbewegt, so wird während dieser Zeit eine Gegen-*EMK* induziert. In 0, wo sie den gesamten Fluß umfaßt, ist die induzierte *EMK* gleich Null; von 0 bis 1' kehrt sie ihr Vorzeichen um, d. h. es tritt eine Spannungserhöhung auf. Da Phase *b* vor dem entgegengesetzten Pol liegt, sind dort die Verhältnisse gerade umgekehrt. Wir kommen auf diese Weise auf eine Kurvenform, wie sie beispielsweise in Figur 32 dargestellt ist.

Wir können daher sagen: Mit Hilfe der Schaltpole ist es möglich, auch bei sehr hohen Spannungen einen funkenfreien Gang im Leerlauf zu erhalten.

### c) Berechnungsbeispiel.

Wir legen der Rechnung nachfolgende Werte zu Grunde, die ungefähr den Versuchsverhältnissen entsprechen:

1.) Maximalwert der sinusförmigen Spannungen

$$\widehat{E}_a = \widehat{E}_b = 100 \text{ Volt} \quad \text{(Gl. I)}$$

2.) Frequenz des aufgedrückten Wechselstromes f = 50 ∼.

3.) Widerstand in den Wechselstromzuführungen

$$R' = 1{,}85\ \Omega \text{ (Figur 28)}.$$

4.) Widerstand im Gleichstromkreis $R_g = 5\ \Omega$.

5.) Induktivität auf der Wechselstromseite (Streuung des Transformators) $\lambda_1 + \lambda_I = L = 0{,}001\ H$.

6.) Gegenseitige Induktivität $M = 0$.

7.) Induktivität im Gleichstromkreis $L_g = 0{,}0095\ H$.

8.) Übergangswiderstand zweier in Serie geschalteter Bürsten $r_u = 0{,}15\ \Omega$.

9.) Beginn des Parallelbetriebs $\omega t_2 = 120^0$; $t_2 = 0{,}0067$ sec.

10.) Umfangsgeschwindigkeit $v = 15$ m/sec.

Nach S. 76 finden wir für den fiktiven Widerstand $r'_u$, den wir hier der Kürze halber mit $r$ bezeichnen:

$$r = \left[\frac{2A^2 + 4A + 2}{A^2 + 3A + 2} - 1\right](R + R_g)$$

Setzen wir schätzungsweise für $T = 0{,}001$ sec., so ergibt sich $A = 0{,}05$ und $r = 0{,}15\ \Omega$.[26a])

[26a]) $r$ ist zufällig gleich $r_u$ geworden.

Für die Induktivitäten ergibt sich ein Multiplikator von 1,05. Damit erhalten wir nach S. 81

$$R_0 = R + r_u + R_g = 7\,\Omega; \qquad tg\,\varphi_0 \frac{\omega L_0}{R_0} = 0{,}495$$

$$L_0 = L + L_g \cong 0{,}011\ H$$

$$\frac{R_0}{L_0} = 636 \qquad \varphi_0 = 26^0\ 20'$$

Ferner nach S. 85 und 86

$$\varrho = R + r + 2\,R_g = 12\,\Omega; \qquad tg\,\varphi = \frac{\omega\,\lambda}{\varrho} = 0{,}549$$

$$\lambda = L + M + 2\,L_g = 0{,}021\ H$$

$$\frac{\varrho}{\lambda} = 572 \qquad \varphi = 28^0\ 50'$$

$$\varrho' = R + r = 2\,\Omega; \qquad tg\,\varphi' = \frac{\omega\,\lambda'}{\varrho'} = 0{,}157$$

$$\lambda' = L - M = 0{,}001$$

$$\frac{\varrho'}{\lambda'} = 2000 \qquad \varphi' = 9^0$$

Nach S. 87 und 88 ergibt sich für die Konstanten $A$, $a$ und $b$:

$$A_0 = \frac{E}{\sqrt{R_0^2 + (\omega L_0)^2}} = 12{,}8\ A$$

$$a_0 = A_0 \sin(\omega t_2 - \varphi_0) = 12{,}8\ A; \quad b_0 - e^{-\frac{R_0}{L_0} t_2} = 0{,}0145$$

$$A = \frac{\sqrt{3}\ E}{\sqrt{\varrho^2 + (\omega\,\lambda)^2}} = 12{,}68\ A$$

$$a = A \sin(\omega t_2 - 30 - \varphi) = 11{,}10\ A; \quad b = e^{-\frac{\varrho}{\lambda} t_2} = 0{,}0223$$

$$A' = \frac{E}{\sqrt{\varrho'^2 + (\omega\,\lambda')^2}} = 49{,}5\ A$$

$$a' = A' \sin(\omega t^2 + 60 - \varphi') = 7{,}74\ A; \quad b' = e^{-\frac{\varrho'}{\lambda'} t_2} = 0{,}00000168$$

Mit diesen Größen gehen wir nun in die Gleichung 25 d) S. 88 und bestimmen für die nachstehenden vier Werte von $t_3$ bezw. $\omega t_3$ die zugehörigen Konstanten $C$ (3. Kolonne):

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $\omega t_3^{\,0}$ | 120 | 130 | 140 | 150 | |
| $t_3^{\,sec}$ | 0,00666 | 0,00723 | 0,00778 | 0,00834 | |
| $C^A$ | — 505 | — 545 | — 274 | + 478 | nach Gl. 25 d |
| $C^A$ | 77 | 84 | 100 | 130 | nach Gl. 25 c |

Das Gleiche machen wir mit der Gleichung 25 c) und erhalten so die Werte der 4. Kolonne. Tragen wir obige Resultate in einem rechtwinkligen Koordinatensystem auf (Figur 33) mit $\omega t_3$ als Abszisse, $C$ als Ordinate, so stellen uns die Koordinaten des Schnittpunktes der beiden transzendenten Kurven $d$ und $c$ die gesuchten Werte von $C$ und $t_3$ dar, die den beiden Gleichungen 25 d) und 25 c) gleichzeitig genügen.[27])

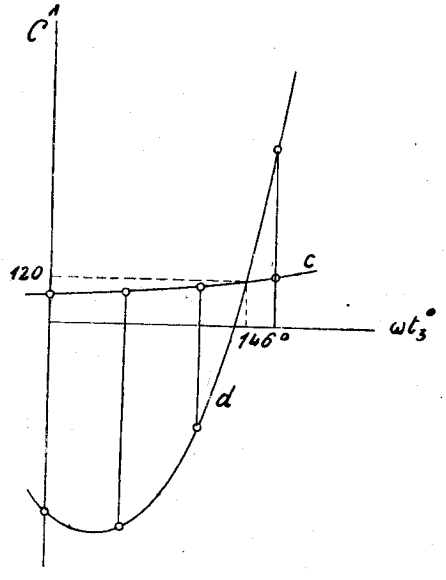



Fig. 33.

Wir finden so:

$$C = 120\ A;\quad \omega t_3 = 146^0;\quad \omega(t_3 - t_2) = 26^0$$
$$t_3 = 0{,}0081 \text{ sec};\quad t_3 - t_2 = T = 0{,}0014 \text{ sec.}$$

[27]) Ist eine größere Genauigkeit erwünscht, so kann noch ein weiterer Punkt etwa für $\omega t_3 = 145^0$ bestimmt werden.

Damit wird nach Gleichung 27) die Bürstenbreite:

$$\beta = v \cdot T = 1500 \cdot 0{,}0014 = 2{,}1 \text{ cm}$$

Mit Hilfe der Gleichungen 24 a) und b), S. 88, ergeben sich die noch fehlenden Konstanten $C_0$ und $C'$

$$C_0 = \frac{a - a_0 + b\,C}{b_0} = 67{,}5\ A$$

$$C' = \frac{a - a' + b\,C}{b'} = 3{,}6 \cdot 10^6\ A$$

womit wir am Ziele unserer etwas langwierigen Rechnung sind.

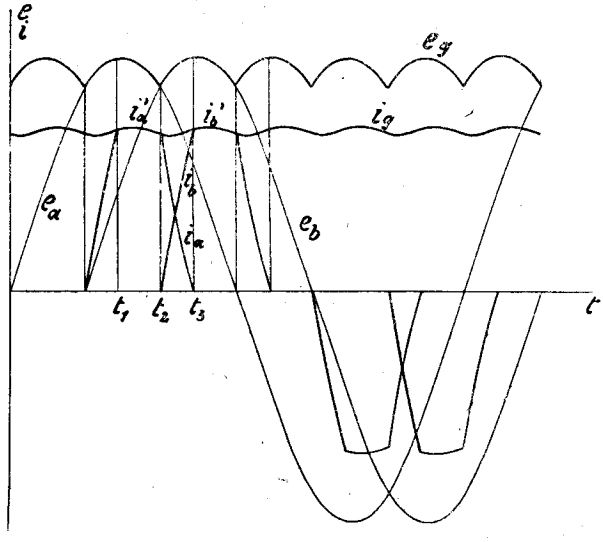



Fig. 34.

Die Hauptgleichungen des Synchrongleichrichters ergeben sich bei den Annahmen S. 96 in folgender Form:

$$i_a' = 12{,}8 \cdot \sin(\omega t - 26^0\,20') + 67{,}5 \cdot e^{-636\,t} \qquad 19)^{28)}$$

$$i_a = \frac{1}{2}\left[12{,}68 \sin(\omega t - 30 - 28^0\,50') + 120 \cdot e^{-572\,t} + \right.$$
$$\left. + 49{,}5 \cdot \sin(\omega t + 60 - 9) + 3{,}6 \cdot 10^6\, e^{2000\,t}\right] \qquad 20)$$

$$i_g = 12{,}68 \cdot \sin(\omega t - 58^0\,50') + 120 \cdot e^{-572\,t} \qquad 21)$$

[28]) Siehe S. 86.

In Figur 34 sind die berechneten Kurven aufgetragen. Es bedeuten darin:

$e_a$, $e_b$ die sekundär in den Wicklungen $a$ und $b$ induzierten $EMKK$
$e_g$ die Gleichspannung,
$i_a' = i_g'$ Strom der Phase $a$, wenn sie allein arbeitet.
$i_a$ Strom der Phase $a$ bei Parallelschaltung mit $b$
$i_b$ „ „ „ $b$ „ „ „ $a$
$i_a + i_b = i_g''$ Gleichstrom während dem Parallelbetrieb
$i_g$ resultierender Gleichstrom.

Wir ersehen aus der Gleichstromkurve deutlich den günstigen Einfluß der Induktivität im Gleichstromkreis. Die Welligkeit hat den kleinen Wert von 2,4 % angenommen. Bei rein Ohm'scher Belastung wäre die maximale Welligkeit 9,3 %, diejenige der Grundwelle 5,5 %, also ganz bedeutend größer. (Siehe S. 20.)

Ferner geht aus der Figur 34 hervor, daß die Zeit des Parallelbetriebs ziemlich groß ist. Die Bürstenbreite verhält sich zur Segmentbreite wie 26 : 60. Dies bedingt nach den früheren Betrachtungen über die Ausnutzung des Transformators eine nicht unwesentliche Verbesserung des Verhältnisses zwischen Effektivwert des Schleifringstromes und dem Idealwert $i^i = \frac{i_g}{3}$.

# III. TEIL.
# Der Einphasen-Synchrongleichrichter.

Wie wir schon im ersten Teil gesehen haben, liegen die Verhältnisse beim Einphasengleichrichter besonders ungünstig. An eine Verminderung der Welligkeit durch große Induktivitäten, wie es beim Einphasen-Quecksilberdampfgleichrichter üblich ist, kann hier nicht gedacht werden, da eine gute Kommutation nur bei kleinen Induktivitäten auf der Wechselstromseite möglich ist. Man muß somit das Problem in anderer Weise zu lösen versuchen.

Der Grundgedanke ist nun der folgende: Mit Hilfe einer geeigneten Vorrichtung wird der Wechselstrom in $n$-Phasenstrom verwandelt und alsdann dieser gleichgerichtet. Die Welligkeit kann auf diese Weise auch beim Einphasenstrom beliebig klein gemacht werden.

Es handelt sich nun nur darum, einen entsprechend einfachen Umformer zu finden.

Bereits im Jahre 1895 wurde von Ferraris und Arnó ein Patent angemeldet: „Verfahren zur Speisung von Mehrphasen-Stromverbrauchern aus einem Einphasenwechselstromnetz durch einen Drehfeldmotor (D. R. P. 96 970)“.

Die Anordnung beruht auf der bekannten Ferraris'schen Zerlegung eines Wechselfeldes in zwei entgegengesetzt rotierende Drehfelder halber Amplitude, von denen das inverse durch das relativ zum Rotor mit der doppelten Geschwindigkeit rotierende Rotorfeld zum größten Teil ausgelöscht wird. Es bleibt also nur noch ein Drehfeld übrig, das in einer symmetrischen $n$-Phasenwickelung symmetrische $EMKK$ induziert.

Der einzige Nachteil liegt nun darin, daß bei Belastung die Symmetrie gestört wird.

Denken wir uns im Stator eines Asynchronmotors zwei Spulen I und II um 90° räumlich versetzt untergebracht, relativ zu denen der Rotor mit der synchronen Winkelgeschwindigkeit $\omega$ rotiert, so bleibt von den beiden Drehfeldern im wesentlichen nur das synchrone übrig. Dieses induziert in der Spule II eine *EMK* $E_{II}$. Die Leerlaufspannungen $E_{Ik}$ (Klemmenspannung an Spule I) und $E_{II}$ unterscheiden sich bei Vernachlässigung des Einflusses infolge unvollkommener Vernichtung des inversen Drehfeldes um den Ohm'schen und induktiven Spannungsabfall in der Spule I, verursacht durch den Leerlaufstrom. Bei Belastung tritt dazu noch der Einfluß des Abfalls in der Spule II, sodaß sich die beiden Klemmenspannungen $E_{Ik}$ und $E_{IIk}$ um den doppelten Abfall der Spule II plus Abfall, verursacht durch den Leerlaufstrom in der Spule I, unterscheiden. Das Restfeld, das vom inversen Kreisdrehfeld übrig bleibt, verschlimmert die Verhältnisse noch mehr, denn es wirkt wie eine größere Streuspannung und vergrößerter Widerstand auf die Spannungsänderung ein.

Auf eine genaue Theorie kann hier nicht eingegangen werden; es wäre auch überflüssig, da bereits eine Reihe von Arbeiten über die Induktionsmaschine als Phasenumformer veröffentlicht wurden.[29]) Eine allgemeine Lösung des Problems wird in der Dissertation von Herrn Dr. Ing. R. Brüderlin gegeben (Diss. T. H. Karlsruhe 1920), die mir aber leider noch nicht zugänglich war. Er zerlegt die $n$Ströme, die in den $n$Spulen fließen und deren Summe nicht mehr Null ist, in ihre symmetrischen Komponenten, zu welchen in jeder Spule noch zwei Ströme treten, herrührend von zwei Drehfeldern, die mit positiver bezw. negativer Winkelgeschwindigkeit umlaufen. Ist der Rotor offen, so können sich die beiden Kreisdrehfelder voll ausbilden. Bei kurzgeschlossenem Rotor werden aber im allgemeinen beide Kreisdrehfelder gedämpft und zwar um so mehr, je größer ihr Schlupf relativ zum Rotor ist. Der Fall, wo der Rotor synchron rotiert, d. h. wo nur das

[29]) Mehrphasenmotoren im Anschluß an Einphasennetze. Alexanderson, E. T. Z. 1911, S. 705. — Phasenumformer für Lokomotiven. E. K. B. 1914, S. 29. — Phasenumformerlokomotive ... Dr. K. Sachs und Dr. A. Couwenhoven, E. u. M. 1919, S. 437. — Induktionsmaschine als Phasenumformer, Dr. R. Brüderlin, E. u. M. 1921, S. 361.

inverse Drehfeld ausgelöscht wird, stellt sich somit als Spezialfall dar. Auf eine Kompensation der Unsymmetrie bei Belastung wird jedoch nicht eingegangen. Dagegen existieren eine größere Anzahl amerikanischer Patente, die Schaltungen angeben zur Erhaltung der Symmetrie bei Belastung; sie beziehen sich jedoch alle auf Anschluß von Asynchronmotoren an den Umformer.

Daß eine Übertragung auf den Gleichrichter möglich, ja wirtschaftlich sein wird, scheint mir nach den amerikanischen Erfolgen als ziemlich gesichert.[30]) Die Schaltung ist natürlich nicht beschränkt auf den Einphasensynchrongleichrichter; sie kann vielmehr bei allen Gleichrichtern Verwendung finden.

[30]) Einige diesbezügliche Schaltungen, die speziell für den Gleichrichterbetrieb geeignet wären, hoffe ich in nächster Zeit veröffentlichen zu können.

# IV. TEIL.
# Experimentelle Untersuchung.

Zum Zwecke, die bei der theoretischen Untersuchung erhaltenen Resultate prüfen zu können und um mir auch ein auf praktischer Erfahrung beruhendes Urteil über die Synchrongleichrichter zu bilden, baute ich in der Werkstatt des elektrotechnischen Institutes der E. T. H. Zürich einen Modellgleichrichter, welcher in Figur 1 abgebildet ist. Die schwieriger zu bearbeitenden Teile wurden von Herrn E. Boßhard, Mechaniker des Institutes, mit größter Sorgfalt und Sachkenntnis hergestellt; ich möchte ihm für seine Hilfe, sowie für die Ratschläge, die er mir gab, an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank aussprechen.

Bei den etwas komplizierten oscillographischen Aufnahmen leistete mir mein lieber Freund und Kollege, Herr Dr. Ing. P. Andronescu, bereitwilligst Hilfe, wofür auch ihm herzlichst gedankt sei.

### Beschreibung des Gleichrichters.

Der zum Betrieb des Gleichrichters dienende Synchronmotor ist ein Fabrikat der Maschinenfabrik Örlikon und hat folgende Daten:

| | |
|---|---|
| Leistung | 1 PS |
| Spannung | 50—150 Volt |
| Frequenz | f = 50 Volt |
| Tourenzahl | 1500 T/min. |
| Polzahl | 4, massiv |
| Erregerspannung | 110 Volt. |

Zum Synchronisieren benutzte ich einen kleinen Gleichstrommotor, der auf Figur 1 nicht sichtbar ist.

Der eigentliche Gleichrichter ist mit dem Motor vermittelst einer starren Kupplung verbunden. Der Kollektor besteht aus einer schellakierten Hartholztrommel, auf welcher ein 10 mm starker Isolationszylinder [31]) aufgezogen ist.

Die 12 Haupt- und Hilfssegmente wurden aus einem Messingzylinder herausgefräst und vermittelst Schrauben und Bandage auf dem Isolationszylinder befestigt. Die Isolation zwischen den Lamellen besteht aus 0,7 mm starken Amberitstreifen. Die Güte der Isolation wurde vor jeder Messung mit Hilfe eines Isolationsmessers von Siemens & Halske geprüft. Die 6 Schleifringe sind in gleicher Weise wie der Kollektor auf ein Hartholzkammrad aufgezogen. Auf der verlängerten Lagerbüchse des Lagers rechts sitzt die Bürstenbrille aus Aluminiumguß, welche die 4 Aluminiumbürstenstege trägt. Am linken Ende der Welle sitzt eine Joubert-Scheibe, welche für die ballistischen Messungen verwendet wurde. Sie steht in Verbindung mit dem auf dem obersten Bürstensteg sichtbaren weißen Doppelbürstenhalter. (Siehe Figur 1.)

Die Schaltung ist durch das zweipolig gedachte Schema der Figur 35 erläutert.

Darin bedeuten:

1 die sechs Hauptlamellen, mit denen die Hilfslamellen 2 vermittelst der Widerstände 6 verbunden sind. Die Abschaltlamellen 3 sind mit den Hilfslamellen verlötet und haben zugespitzte Form zur Erreichung eines schnell anwachsenden Widerstandes. In Figur 1 sind sie rechts neben dem Hauptkollektor sichtbar. Die Hauptlamellen stehen vermittelst der Kabel 4 mit den Schleifringen in Verbindung. Dazwischen würden die Schaltpolwicklungen 5 zu liegen kommen. Der Gleichstrom wird durch die Hauptkohlen 7 abgenommen. Die Doppelbürsten 8 stehen in Verbindung mit der Joubert'schen Scheibe 9, an die unter Zwischenschaltung eines Kondensators 10 das ballistische Galvanometer 11 angeschlossen ist. 12 bedeutet die Abschaltbürsten, die über dem Widerstand 13 (entsprechend $R'_1$ in Figur 26

[31]) Die Isolationszylinder sind Fabrikate der Firma E. Haefely & Co., Basel; sie wurden mir gratis zur Verfügung gestellt, wofür ich der Firma meinen besten Dank ausspreche. Die Zylinder haben sich trotz der großen Erwärmung ausgezeichnet bewährt.

miteinander verbunden sind. 14 stellt den Belastungskreis des Gleichrichters dar.

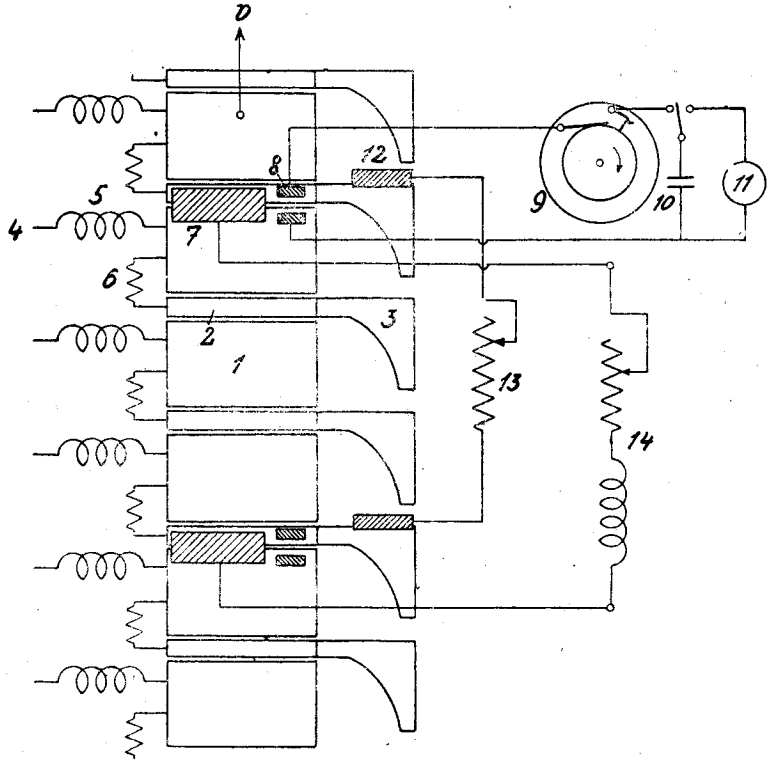



Fig. 35.

## Die Messungen.

*1. Ermittlung der genauen Bürstenlage und Prüfung des Synchronismus.*

Nachdem der Kollektor bei 2200 Touren pro Minute ausgeschleudert worden war, wurde er in den Lagern nochmals überdreht und bei der normalen Tourenzahl 1500 sorgfältig mit Bimsstein geschliffen. Es zeigte sich nämlich, daß schon ein Unrundlaufen von höchstens $^1/_{10}$ bis $^3/_{10}$ mm genügte, um die Messungen beinahe unmöglich zu machen; überhaupt scheint es, daß die ungleiche Lamellenteilung in mechanischer Hinsicht ungünstig ist. Außerordentlich empfindlich waren die ballistischen Messungen

auf die kleinsten Isolationsfehler; nach längerem Ausprobieren gelang es jedoch, andauernd konstante Ausschläge zu erhalten.

Mit Hilfe eines Gleichstromvoltmeters wurde nun bei im Wechselstromkreis vorgeschalteten Lampen die ungefähre Bürstenlage ermittelt.[32]) Nachher konnte mit Hilfe des ballistischen Galvanometers die richtige Bürstenstellung bis auf $\pm$ 2 mm genau gefunden werden. Der Skalenabstand war so gewählt, daß 1 cm Ausschlag 1 Volt Spannungsdifferenz entsprach; es konnte also leicht auf $^1/_{10}$ Volt genau abgelesen werden. Der bewegliche Kontakt der Joubert'schen Scheibe mußte so eingestellt werden, daß er in dem Momente, in welchem die Trennfuge zwischen zwei Segmenten sich in der Mitte zwischen den beiden Hilfskohlen befand, den Kreis über dem Kondensator schloß. Dazu war es nötig, auf dem Bürstenträger eine genau entsprechende Teilung anzubringen.

Die Symmetrie der Anordnung wurde nun in der Weise geprüft, daß man sowohl die Bürsten wie den beweglichen Kontakt um 30° (60° el.) verschob; es mußten sich dann wieder die gleichen Ausschläge ergeben; bezw. das Galvanometer immer Null zeigen. Es ergab sich, daß sowohl der Gleichrichter wie der speisende Transformator bis auf ca. 1,5 % der Forderung vollständiger Symmetrie genügten.

Daran anschließend wurde der Synchronmotor einer genauen Prüfung auf synchronen Lauf unterzogen, indem ich zu allen Tageszeiten während der ganzen Zeit der experimentellen Untersuchung immer wieder mit der vorigen Nullmethode die Spannungsdifferenz bestimmte; wobei die Empfindlichkeit so eingestellt war, daß 0,5° Abweichung bereits deutlich bemerkt werden konnten. Es zeigte sich aber, daß das Galvanometer andauernd seine Nullstellung bewahrte, obwohl um 12 Uhr, sowie abends 6 Uhr am Frequenzmesser infolge Entlastungen starke Änderungen auftraten. (Größte Frequenzänderung während der ganzen Beobachtungszeit von 48,5 auf 52 in 2,6 Sekunden.)

Im weiteren versuchte ich nun, den Motor zu Pendelungen zu veranlassen, indem er mit der anormal niederen Frequenz 25

---

[32]) Siehe S. 48.

bei starker Übererregung gespeist wurde. Auch dies war vollkommen ohne Einfluß auf die Synchronisierung. (Siehe auch Oscillogramme, die alle bei $f = 25$ aufgenommen wurden.)

Zum Schlusse schloß ich den Synchronmotor an ein Aggregat, bestehend aus Gleichstrommotor und Drehstromgenerator, an. Die Tourenzahl des Gleichstrommotors wurde nun andauernd stark variiert und zwar bis zu $\pm$ 20 %. Der Synchronmotor folgte jedoch diesen Schwankungen so schnell, daß auch bei diesen extremen Bedingungen keine eigentlichen Pendelungen wahrgenommen werden konnten. Das Galvanometer gab allerdings kleine Ausschläge, die einer momentanen Abweichung von etwa 2—3° entsprachen, welche jedoch fast augenblicklich wieder verschwanden.

*2. Ermittlung der höchstzulässigen Spannung im Leerlauf.*

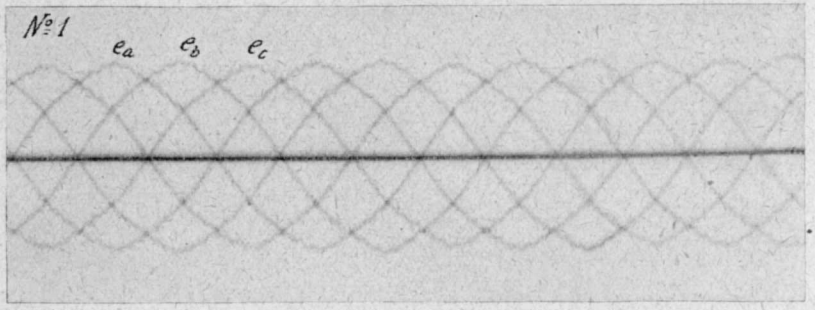
Bei normaler Bürstenstellung wurde dem Gleichrichter eine immer höhere Spannung aufgedrückt und dann jeweils die Bürsten so weit verschoben, bis eine leichte Funkenbildung auftrat. Dabei ergaben sich im Mittel die nachstehenden Werte, die bei einem Verhältnis von Bürstenbreite zu Lamellenbreite von 1 : 4,2 und einem Widerstand von 0,95 $\Omega$ zwischen Haupt- und Hilfslamelle aufgenommen wurden.

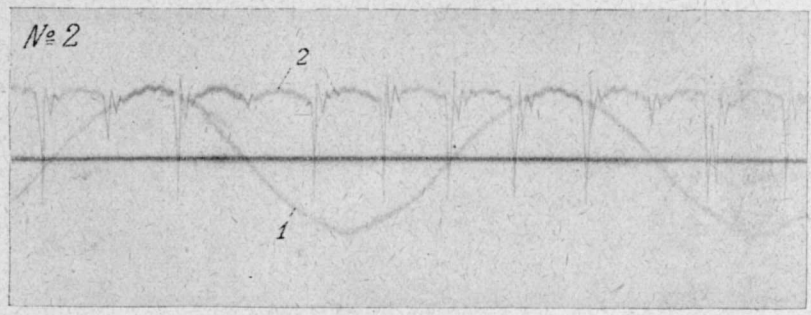
| $E_g^V$ | $E_a - E_b^V$ | Verschiebung (räumliche Grade) ca. |
|---|---|---|
| 30 | — | keine Funkenbildung |
| 70 | 60 | bei 60° schwache Funkenbildung |
| 130 | 65 | „ 30° „ „ |
| 220 | 73 | „ 20° „ „ |
| 280 | 70 | „ 14° „ „ |
| 400 | 76 | „ 10° „ „ |

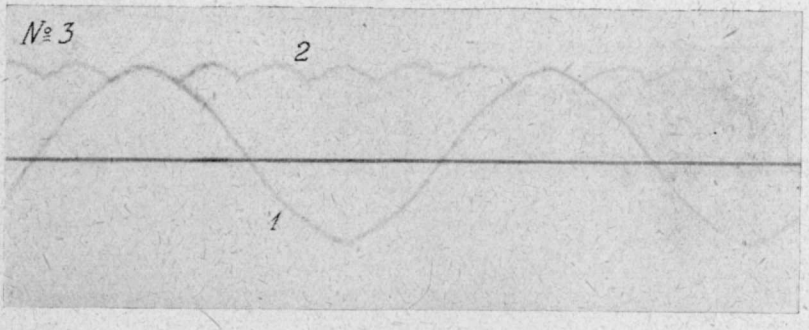
Bei 400 Volt Gleichstromspannung entstand bei ca. 15° Bürstenverschiebung ein heftiges Rundfeuer, trotzdem die Funkenbildung ganz minimal war. Selbstverständlich müßten bei so hohen Spannungen zwischen den Lamellen (in diesem Falle ca. 150$^V$) diese gegeneinander versetzt angeordnet werden.

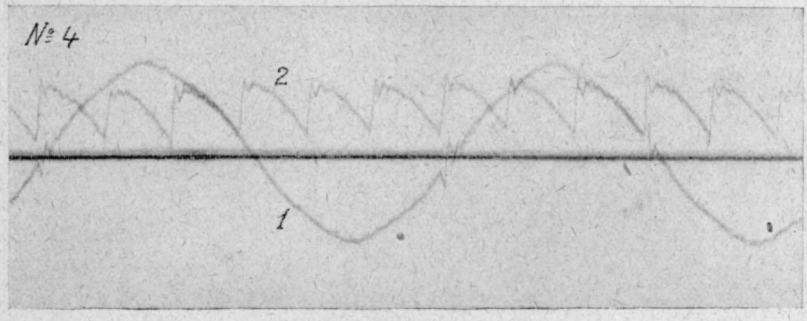
Um Aufschluß über die Kurvenform zu erhalten, machte ich auch im Leerlauf oscillographische Aufnahmen. Der Oscillograph

TAFEL I.



des Institutes, ein Fabrikat der Siemens-Halske-Werke, wurde mir von Herrn Prof. Dr. Kuhlmann gütigst zur Verfügung gestellt.

Nachdem die Optik sorgfältig eingestellt worden war, machte ich die ersten Beobachtungen bei $f = 50$; d. h. einer Tourenzahl von 1500. Es war aber vollkommen unmöglich, irgend eine Aufnahme zu machen, da die Bilder infolge der Vibrationen der Bürsten etc. total zerrissen wurden; überhaupt zeigte sich erst hier, wie enorm kompliziert die Vorgänge unter einer Bürste sind; denn auch bei sorgfältigstem Einschleifen traten in den Gleichstromspannungen Zacken auf, die bis auf die Abszissenachse reichten.

Um die Erschütterungen zu verkleinern, wurden sämtliche Aufnahmen bei einer Frequenz 25 ausgeführt. Dazu mußten die Meßschleifen noch gedämpft werden. Nach längerem Ausprobieren ergab sich, daß sich dünnflüssiges Paraffinöl am besten zur Dämpfung eignete. Zur Erzielung möglichst scharfer Bilder wurden nur Momentaufnahmen gemacht, was allerdings zur Folge hatte, daß die Bilder nicht so schwarz wurden, hingegen schadeten die zeitweiligen Pendelungen des Oscillographenmotors nicht.

### Oscillogramme von Tafel I.

No. 1 stellt die Transformatorspannungen $e_a$, $e_b$ . . . dar; die Oberwellen, die bei allen Bildern auftreten, sind im wesentlichen mechanischen Ursprungs; sie treten hier auf, weil die Spannungen an den Schleifringbürsten abgegriffen wurden. Das Bild beweist ebenfalls die Meßergebnisse (S. 107) in Bezug auf Symmetrie des Transformators.

No. 2 illustriert die außerordentliche Empfindlichkeit der Anordnung auf Unrundlaufen; das Bild wurde aufgenommen nach dem ersten Einschleifen. Es bedeuten dabei 1 die Wechselstromspannung $e_a$, 2 die Gleichstromspannung $e_g$.

No. 3 zeigt die gleiche Aufnahme nach nochmaligem sorgfältigem Schleifen des Kollektors; die Spitzen sind zum größten Teil verschwunden.

No. 4 wurde bei 40° Bürstenverschiebung aufgenommen; bei 130 Volt Wechselstromspannung. Die Spitzen an den Abschaltstellen entsprechen den kleinen Funken, die auftraten.

### 3. *Belastung des Gleichrichters.*

Bei den Belastungsversuchen ergab sich nun in voller Übereinstimmung mit dem Resultat der theoretischen Überlegung, daß die äußerst ungünstigen Abschaltverhältnisse es sind, die die Entwickelung des Synchrongleichrichters aufgehalten haben.

Die größte Leistung, die dem Modellgleichrichter entnommen werden konnte, war 4 KVA (200 Volt und 20—22 Amp. auf der Gleichstromseite); dabei traten aber bereits ziemlich starke Funken auf.

Es ist allerdings zu erwähnen, daß bei sorgfältigster Konstruktion wohl ziemlich leicht auf den doppelten Wert zu kommen ist; denn ein absolut einwandfreier mechanischer Aufbau ist auch bei Belastung von allergrößtem Einfluß auf die Funkenbildung.

Bei Anwendung der Abschaltlamellen konnte die Funkenbildung wesentlich vermindert werden; hingegen war es bei der vorhandenen Anordnung nicht möglich, den Hilfskollektor zu funkenfreiem Gang zu bringen. Es ergab sich nämlich bei der etwas kleinen Lamellendicke von 4 mm infolge der Bürstenreibung eine starke Erwärmung, die eine Deformation des Kollektors zur Folge hatte. Das ungleiche Vorstehen der Segmente rief ein ziemlich starkes Springen (Vibrieren) der Bürsten hervor.

Um die Erscheinungen möglichst rein zu erhalten, wurden die Oscillogramme (Tafel II) bei kleiner Spannung und kleinen Strömen aufgenommen. Der Gang war daher (ausgenommen No. 8) funkenfrei.

Oscillogramme der Tafel II.

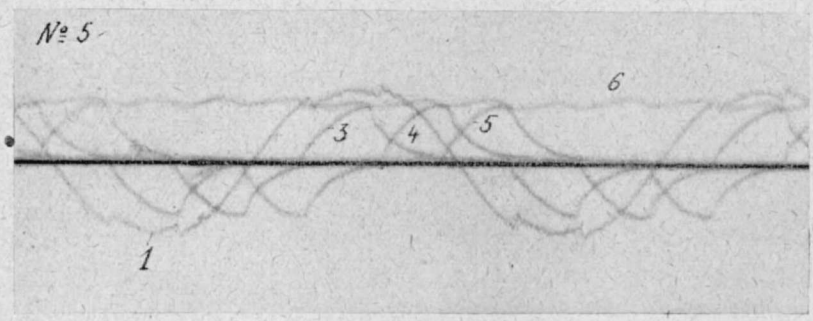
In den Oscillogrammen No. 5 bis 8 bedeuten:

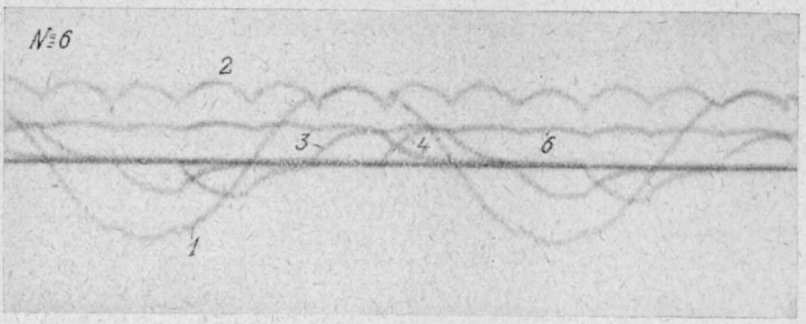
| | |
|---|---|
| 1 | die Wechselstromspannung $e_a$ |
| 2 | die Gleichstromspannung $e_g$ |
| 3, 4, 5 | die Schleifringströme $i_{14}$, $i_{25}$, $i_{36}$ |
| 6 | den Gleichstrom $i_g$ |

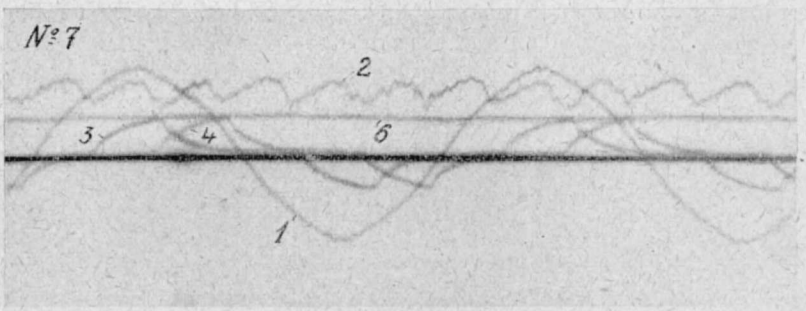
Die Gleichstromgrößen, sowie die Schleifringströme wurden jeweils auf drei Arten gemessen:

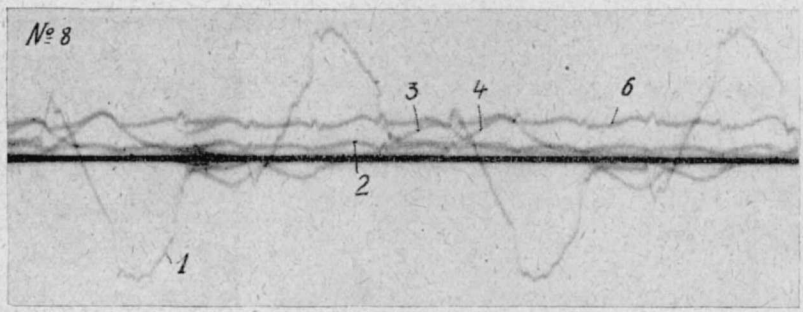
a) mit einem Präzisionsdynamometer,
b) mit einem Millivoltmeter von S. & H.,
c) mit einem Hitzdrahtinstrument.

TAFEL II.



Da die Werte aber nur sehr wenig voneinander abweichen und beim Hitzdraht speziell die Unterschiede innerhalb der Meßgenauigkeit liegen, sind im folgenden nur die Angaben der Millivolt- bezw. Ampèremeter wiedergegeben.

No. 5 gibt eine Ansicht der Spannung $e_a$, der Schleifringströme $i_{14}$, $i_{25}$, $i_{36}$ (siehe S. 82) und des Gleichstromes $i_g$. Die zugehörigen Werte sind:

$$1\ E_a = 41{,}2 \text{ Volt}$$
$$3\ J_a = 1{,}42 \text{ Amp.}$$
$$6\ J_a = 2{,}45 \text{ Amp.}$$

Die Widerstände, an welche die Meßschleife angelegt wurde, hatten alle den gleichen Wert von 2,5 $\Omega$ (Stromkurven). Diese Widerstände in den Wechselstromzuleitungen hatten zur Folge, daß sich in der Spannungskurve ein deutlicher Einschnitt infolge des Spannungsabfalls ergab. Dadurch hat man die Möglichkeit, genau feststellen zu können, wie lange eine Phase arbeitet und wie die Bürstenstellung ist. Man ersieht deutlich, daß die Einschaltung etwas zu früh erfolgt, d. h. vor der Zeit, wo $e_a - e_b = 0$. Dies zeigt sich auch in der Gleichstromkurve 7. Die Belastung war eine rein Ohm'sche, als Induktivität war nur die Streuung des Transformators vorhanden.

No. 6 zeigt bei Ohm'scher Belastung und genau richtiger Bürstenstellung neben den Größen von No. 5 (ausgenommen $i_{36}$) noch die Gleichspannung $e_g$ (Kurve 2). Der Gleichstrom ist, wie ersichtlich, genau in Phase mit seiner Spannung. Die gemessenen Werte waren:

$$1\ E_a = 41{,}0 \text{ Volt}$$
$$2\ E_g = 49{,}0 \text{ Volt}$$
$$3\ J_a = 2{,}75 \text{ Amp.}$$
$$6\ J_g = 4{,}85 \text{ Amp.}$$

Shunt der Meßschleife 1,25 $\Omega$.

No. 7 gibt eine Ansicht der Verhältnisse bei induktiver Belastung. Der Gleichstrom (6) ist beinahe vollkommen konstant; hingegen ist die Gleichspannung $e_g$ (2) etwas zackiger als bei No. 6. Die Spannung $e_a$ (1) ist vor dem Shunt abgegriffen, zeigt daher die Einbuchtung nicht. Die Bürsten waren um 6° in der

Drehrichtung vorgeschoben. Es ergaben sich folgende Meßresultate:

$E_a = 40{,}0$ Volt
$E_g = 48{,}5$ Volt
$J_a = 2{,}98$ Amp.
$J_g = 5{,}05$ Amp.

$L_g = 0{,}03$ Henry.

No. 8 zeigt, wie verworren die Verhältnisse werden bei magnetischer Kopplung der Schleifringströme. Der Betrieb konnte nur bei starker Vorschiebung der Bürsten (25°) ermöglicht werden, dabei trat aber noch eine sehr starke Funkenbildung auf. Es zeigt sich in Übereinstimmung mit Beispiel II,[33]) daß die Schaltung mit magnetischer Kopplung im Gegensatz zum Quecksilberdampfgleichrichter für den Synchrongleichrichter vollkommen unbrauchbar ist. Besonders auffällig ist die Verzerrung der Transformatorspannung $e_a$ (1). Bei den Messungen ergaben sich im Mittel die folgenden Werte:

1 $E_a = 49{,}5$ Volt
2 $E_g =$ ca. 6 Volt
3 $J_a = 0{,}7$ Amp.
6 $J_g =$ ca. 1,2 Amp.

## Zusammenfassung.

Nachstehend sind die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung nochmals zusammengestellt. Es werden die Vor- und Nachteile des S. Gl. R.,[34]) verglichen mit dem Hg. Gl. R.,[35]) einander gegenübergestellt und daran anschließend die Mittel angeführt, die zur Behebung der Nachteile des S. Gl. R. Verwendung finden können. Als das bedeutendste Mittel wird dabei auch die Neukonstruktion des S. Gl. R., der Quecksilberstrahlgleichrichter, erwähnt, dessen Prinzip und Konstruktion sich als logische Folgerung aus den Ergebnissen der vorliegenden Untersuchung ergeben hat.

[33]) In der Arbeit nicht abgedruckt. Das Resultat ist aber direkt ersichtlich aus den Gleichungen 26) S. 89.

[34]) S. Gl. R. = Synchrongleichrichter.

[35]) Hg. Gl. R. = Quecksilberdampfgleichrichter.

## A. Vorteile des S. Gl. R.

1.) Der S. Gl. R. ist in seinem Aufbau bedeutend einfacher und daher billiger als der Hg. Gl. R.

2.) Er beansprucht weniger Platz und benötigt keinerlei Nebeneinrichtungen, wie Hochvakuumpumpe, Wasserkühlung, Dichtungen etc.

3.) Der S. Gl. R. kann in einer Weise geschaltet werden, die eine bessere Ausnützung des Transformators ermöglicht. Es zeigt sich, daß der Transformator im Falle des S. Gl. R. für die 1,15 fache Gleichstromleistung; im Falle des Hg. Gl. R. dagegen für die 1,5 fache Gleichstromleistung zu bemessen ist, d. h. also: Es kann für die gleiche abgegebene Leistung eine kleinere Transformatortype verwendet werden.

4.) Beim S. Gl. R. läßt sich eine Serieschaltung angeben, die gestattet, in einfacher Weise hochgespannten Gleichstrom zu erzeugen.

5.) Der Transformator ist ein normaler Dreiphasentransformator ohne Nulleiter in der Mitte der Sekundärspulen. Er benötigt für die gleiche Gleichstromspannung sekundär nur die halbe Windungszahl vom Transformator des Hg. Gl. R.

6.) Der Wirkungsgrad des S. Gl. R. ist besonders bei kleineren Typen höher als beim Hg. Gl. R. (100 KVA-Type: $\eta = 97\%$).

7.) Der Spannungsabfall ist kleiner, da keine Anodendrosselspulen vorhanden sind.

8.) Eine Minimalbelastung, wie sie beim Hg. Gl. R. erforderlich ist, um ein Löschen des Lichtbogens zu verhindern, ist nicht notwenig.

9.) Die Zeit des Parallelarbeitens zweier Phasen ist im allgemeinen wesentlich länger als beim Hg. Gl. R., was eine kleinere Welligkeit und eine bessere Kurvenform der Schleifringströme ergibt, welche sich schon wesentlich mehr der Sinusform nähert.

10.) Der Einphasengleichrichter läßt sich in unserem Falle in einfacher Weise für beliebig kleine Welligkeit bauen, da der rotierende Umformer direkt mit dem Gleichrichter gekuppelt werden kann.

11.) Alle Vorgänge lassen sich mit Hilfe der entwickelten Theorie des S. Gl. R. leicht überblicken. Die komplizierten Erscheinungen im Lichtbogen fallen weg. Die Übernahme der Belastung durch eine bestimmte Phase ist im wesentlichen nur von der Bürstenstellung abhängig und daher beliebig einstellbar.

### B. Nachteile des S. Gl. R.

1.) Der S. Gl. R. ist eine rotierende Maschine, benötigt daher einer gewissen Wartung und Schmierung.

2.) Unter gewissen ungünstigen Verhältnissen kann der Synchronmotor ins Pendeln geraten, was Anlaß zu Funkenbildung geben kann.

3.) Die Kommutationsverhältnisse des S. Gl. R. sind auch im pendelungsfreien Betrieb äußerst ungünstig. Die Funkenbildung läßt sich beim S. Gl. R. nach Pollak nur bis zu einer Leistung von ca. 10 KVA unterdrücken.

4.) Der Einphasengleichrichter, System Pollak, ist unbrauchbar, da sich damit kein einigermaßen konstanter Gleichstrom erzeugen läßt.

### C. Mittel zur Behebung der unter B erwähnten Nachteile des S. Gl. R.

Zu 1.) Der bezüglich der Rotation erwähnte Mangel ist beim Quecksilberstrahlgleichrichter insofern verringert, als bei dieser Konstruktion keine bewegte, stromführende Teile mehr vorkommen, d. h. es sind weder Bürsten noch Schleifringe mehr vorhanden. Der einzige bewegliche Teil besteht aus einer Isolationstrommel.

Zu 2.) Im 3. Kapitel des II. Teiles werden die nachstehenden Forderungen, welche für einen pendelungsfreien Lauf des Synchrommotors von Wichtigkeit sind, abgeleitet:

Genügende Sättigung, kleine Ankerimpedanz, große synchronisierende Kraft, kleines Massenträgheitsmoment des Rotors, d. h. kleine Polzahl, hohe Eigenschwingungszahl, kleiner Ankerwiderstand zur Vermeidung von Eigenschwingungen, möglichst sinusförmige Spannungskurve.

Aus dem IV. Teil (experimentelle Untersuchung) geht hervor, daß der untersuchte Motor überhaupt nicht zum Pendeln zu bringen war. D. h. also:

In den weitaus meisten Fällen lassen sich die Pendelungen des Synchronmotors durch richtige Konstruktion desselben vermeiden.

Für ganz kritische Fälle werden im 3. Kapitel des 2. Teiles einige Methoden angeführt, die gestatten, die Pendelungen des Motors für die Kommutation mehr oder weniger unschädlich zu machen.

Aus all dem geht hervor:

Der Einwand betreffend die Pendelungen des Synchronmotors ist nicht stichhaltig. Die Pendelungen bilden keinen ernstlichen Hinderungsgrund für die Weiterentwickelung des S. Gl. R.

Zu 3.) Um die Funkenbildung infolge der ungünstigen Kommutationsverhältnisse zu unterdrücken, werden folgende Vorschläge gemacht:

a) Der Transformator soll möglichst kleine Streuung haben.

b) Der Transformator ist primär in Dreieck zu schalten.

c) Die Bürstenbreite, sowie die Bürstenverschiebung sind mit Hilfe der abgeleiteten Theorie derart zu bestimmen, daß der auszuschaltende Strom im Moment des Bürstenwegganges eine möglichst horizontale Tangente aufweist.

d) Anwendung von Hilfslamellen, die über einen passenden Widerstand mit den Hauptlamellen verbunden sind. (Grenzleistung ca. 12 KVA.)

e) Anwendung von Abschaltlamellen. Diese Anordnung stellt theoretisch eine wesentliche Verbesserung dar, ist aber praktisch nicht brauchbar, da der Wirkungsgrad zu stark beeinträchtigt wird.

f) Verwendung von Schaltpolen. Diese Anordnung, die den Wendepolen der Gleichstrommaschinen nachgebildet ist, dürfte unter den bisher genannten Mitteln die wesentlichste Neuerung darstellen. Der Einfluß der Schaltpole konnte allerdings im Rahmen dieser Arbeit nicht genauer untersucht werden; als

Grenzleistung kann aber immerhin 50 bis 100 KVA gesetzt werden.

g) Der Quecksilberstrahlgleichrichter, dessen Prinzip mit folgenden Worten kurz erläutert sei: Da das Feuern des S. Gl. R. (falls die Konstruktion so getroffen wird, daß kein Rundfeuer entstehen kann) auf die Gleichrichtung an und für sich keinen schädlichen Einfluß hat, wird beim Quecksilberstrahlgleichrichter die Funkenbildung nicht speziell unterdrückt; die Anordnung ist aber so getroffen, daß das Feuern dem Kollektor nicht schadet. Dies wird dadurch erreicht, daß die Bürsten aus einer gut leitenden Flüssigkeit bestehen, die teilweise durch die beim Abschalten frei werdende Energie verdampft wird und sich nachher wieder kondensiert. Bei Verwendung von Quecksilber wird gleichzeitig die Ventilwirkung des Lichtbogens ausgenutzt; ein Vakuum ist aber nicht erforderlich. Infolge der eigenartigen Konstruktion des Antriebes, der keine durchgehende Welle aufweist, war es möglich, die Verschlammung des Quecksilbers zu vermeiden.

Versuche, die im elektrotechnischen Laboratorium der E. T. H. an einem Modell ausgeführt wurden, haben sehr günstige Resultate ergeben.[36])

Zu 4.) Der Einwand gegen den Einphasengleichrichter fällt dahin bei Anwendung der im III. Teil erwähnten Schaltung; es läßt sich damit eine beliebig kleine Welligkeit erreichen.

---

[36]) Es sei noch bemerkt, daß die abgeleitete Theorie ohne Einschränkung auch für den Quecksilberstrahlgleichrichter gilt.

## Lebenslauf.

Ich wurde am 27. November 1897 in Bachtobel bei Weinfelden (Kt. Thurgau), als Sohn von Friedrich Hermann Kesselring und Elisabeth Kesselring-Huber, geboren. Nach Besuch der dortigen Primarschule von 1904—1909 und der Sekundarschule von 1910—1912, machte ich im Frühjahr 1913 die Aufnahmeprüfung an die 3. Klasse der technischen Abteilung der Kantonsschule in Frauenfeld, wo ich im Herbst 1917 die Maturitätsprüfung bestand. Daran anschließend studierte ich während vier Jahren an der Maschineningenieurschule der Eidgenössischen Technischen Hochschule in Zürich. Nach Absolvierung der Diplomprüfung für Elektroingenieure, ersuchte mich Herr Prof. Dr. Kuhlmann, Assistent für theoretische Elektrotechnik und Elektromaschinenbau bei ihm zu werden. Ich versah diesen Dienst, der hauptsächlich in der Überwachung der Laboratorien und Übungen des 6. und 7. Semesters, sowie in der Ausführung der von meinem Chef mir übertragenen wissenschaftlichen Arbeiten bestand, vom 1. August 1920 bis 31. März 1922. In der Zeit von September 1921 bis Februar 1922 entstand die vorliegende Arbeit.

---

Meinem verehrten Lehrer,

Herrn Prof. Dr. Ing. K. KUHLMANN,

dem ich so manche Anregung und Belehrung verdanke, möchte ich an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank aussprechen.

---