ETH zürich

ETH Library

Strömung in Seen
dreidimensionale Simulation mit finiten Elementen

Doctoral Thesis

Author(s):
Trösch, Jürg

Publication date:
1982

Permanent link:
https://doi.org/https://doi.org/10.3929/ethz-a-000285398

Rights / license:
In Copyright - Non-Commercial Use Permitted

This page was generated automatically upon download from the ETH Zurich Research Collection.
For more information, please consult the Terms of use.

Diss. ETH Nr. 7201

STRÖMUNG IN SEEN - DREIDIMENSIONALE SIMULATION MIT FINITEN ELEMENTEN

ABHANDLUNG

zur Erlangung des Titels eines

DOKTORS DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN

der

EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZÜRICH

vorgelegt von

JÜRG TRÖSCH

dipl. Bau-Ing. ETH Zürich

geboren am 28. Juli 1947

von Thunstetten (BE)

Angenommen auf Antrag von:

Prof. Dr. D. Vischer, Referent

Prof. Dr. E. Anderheggen, Korreferent

Prof. Dr. J. Sündermann, Korreferent

1982

ZUSAMMENFASSUNG

Das Ziel der vorliegenden Arbeit ist, ein auf alle Seen anwendbares numerisches Modell zu erarbeiten. Es soll die naturgetreue Diskretisierung einer komplizierten Topographie ermöglichen und gleichzeitig möglichst wenige einschränkende Annahmen enthalten. Die vorhandenen Modelle erfüllen diese Kriterien nicht.

Die hydrodynamischen Gleichungen in einem rotierenden Koordinatensystem werden mit der Methode der finiten Elemente diskretisiert. Eine hydrostatische Druckverteilung wird nicht vorausgesetzt. Die finiten Elemente sind quaderförmig, mit isoparametrischen Ansatzfunktionen, quadratisch für die Geschwindigkeiten, linear für den Druck. Die Diskretisation der Zeit erfolgt nach einer impliziten Differenzenmethode. Zur Lösung des grossen linearen Gleichungssystems mit asymmetrischer Koeffizientenmatrix wird eine Weiterentwicklung der Frontmethode verwendet. Die Arbeitsmatrix wird dabei in Blöcke unterteilt und nur eine einzelne Zeile befindet sich im Rechner.

An einem geschlossenen Kanal mit windinduzierter Strömung wird gezeigt, dass die numerischen Werte gut mit analytischen Berechnungen übereinstimmen, die Abweichung beträgt weniger als ein Prozent. Ein echt dreidimensionaler Strömungszustand stellt sodann die Strömung in einem Rechteckbecken dar, wo die Rechtsablenkung mit zunehmender Tiefe in der Form einer Ekman-Spirale dargestellt werden kann. Das Beispiel Baldeggersee weist die Verwendbarkeit für natürliche Seebecken nach. Die Berechnung von Strömungen

in stratifizierten Seen weist auf einen Mangel des Modells hin: die turbulenten Viskositätskoeffizienten müssen explizit eingegeben werden, eine Berechnungsmethode zur automatischen Anpassung dieser Koeffizienten fehlt noch.

Mit dem vorliegenden Modell lässt sich die Strömung in einem natürlichen Gewässer berechnen, die Topographie wird dabei gut nachgebildet. Die Berücksichtigung der vertikalen Beschleunigung ermöglicht zudem die Untersuchung von Strömungszuständen, bei denen die vertikale Bewegung nicht vernachlässigbar ist, wie beispielsweise dichtebedingte Konvektionsströmungen oder durch Luftinjektion ausgelöste Zirkulationen.

ABSTRACT

This investigation developes a numerical model which can be used to calculate currents in different lakes. A complicated topography can be approximated naturally and as few simplifications as possible do not restrict the applications. Existing models do not satisfy these conditions.

The three dimensional hydrostatic equations taking into account the Coriolis force are discretized by the method of finite elements. A hydrostatic pressure distribution is not presumed. The finite elements have the shape of bricks, quadratic for the velocities and linear for the pressure. An implicit finite difference method is used for the discretisation in time. The solution of the linear system of equations with a nonsymmetric coefficient matrix uses a frontal method by partitioning the working matrix into blocks so that only one equation is stored in central memory. The required computer time remains comparable with other equation solvers.

A closed channel with wind induced currents is used for comparison with analytical values, the difference is less than one percent. A three dimensional circulation in a rectangular basin shows the increasing deviation of the velocities to the right by the Coriolis force, represented graphically as socalled Ekman-spiral. The example of Lake Baldegg shows, that the model can be used for natural lakes. The circulation of currents in a stratified lake

shows a shortcoming of the model: the eddy-viscosity is an input parameter and is not calculated automatically according to the flow pattern. A satisfactory method for calculating the eddy-viscosity is still missing.

This model can calculate currents in natural basins, with a good approximation of topography. As the vertical acceleration is not neglected, convective currents induced by density differences or circulation forced by artificial air injection may be calculated.

RESUME

Le but du travail présenté ici est de formuler un modèle numérique pour la simulation des courants dans différents lacs. Ce modèle doit permettre la discrétisation d'une topographie complexe et en même temps n'introduire que des simplifications qui ne limitent pas son applicabilité générale. Les modèles mis à disposition dans le passé ne sont pas satisfaisants à ces points de vue.

Les équations hydrodynamiques en trois dimensions, tenant compte de la force de Coriolis, sont discrétisées par la méthode des éléments finis. Une distribution hydrostatique de la pression n'est pas une condition préalable. Les éléments ont la forme de briques avec des fonctions isoparamétriques, quadratiques pour les vitesses, linéaires pour la pression. La discrétisation du temps se fait à l'aide des différences finies implicites. La solution du grand système d'équations linéaires se fait par une routine du type "frontal". La matrice de travail est subdivisée en plusieurs blocs qui sont placés en dehors de la mémoire de l'ordinateur, une seule équation se trouvant dans la mémoire centrale. Bien que le travail d'organisation est considérable, le temps de calcul reste comparable à d'autres algorithmes pour la solution d'équations.

L'exemple d'un canal soumis à l'action du vent démontre, que les valeurs du calcul numérique sont proches des résultats analytiques, la différence ne dépassant pas un pourcent. La circulation dans un

bassin rectangulaire présente une déviation vers la droite, croissant en profondeur, dû à la force de Coriolis. Cette déviation forme la spirale d'Ekman. L'exemple du lac de Baldegg démontre, que les courants dans des bassins naturels peuvent être calculés. Les coefficients de la viscosité turbulente estimés à priori ne permettent pas la détermination des courants dans les lacs stratifiés, en ne disposant pas d'une méthode d'adaption automatique de ces coefficients.

Le modèle permet donc, de calculer les courants dans un lac, avec une bonne approximation de la topographie. En tenant compte de l'acceleration verticale, des courants de convections, induits par des différences de densité, peuvent être calculés.