

Dissertation Nr. 6137

BIEGEVERHALTEN VON PLATTEN MIT VORSPANNUNG OHNE VERBUND

Abhandlung
zur Erlangung
des Titels eines Doktors der technischen Wissenschaften
der

**EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
ZÜRICH**

vorgelegt von

PETER RITZ

Dipl. Bauingenieur ETH
geboren am 25. März 1939
von Blitzingen (Kt. Wallis)

Angenommen auf Antrag von
Prof. Dr. B. Thürlimann, Referent
Prof. J. Schneider, Korreferent

1978

ZUSAMMENFASSUNG

In der vorliegenden Arbeit wird das Biegeverhalten von Platten mit Vorspannung ohne Verbund und mit zusätzlicher schlaffer Armierung im Gebrauchs- und Bruchzustand untersucht. Dazu werden verschiedene Makromodelle für Plattenstreifen und Rechteckplatten entwickelt. Mit Hilfe dieser Modelle werden die Spannungszunahme im Spannstahl ohne Verbund, die Membrandruckkräfte im Beton und die Last-Durchbiegungs-Beziehungen bestimmt.

Der Untersuchung liegt die Modellvorstellung zugrunde, dass in Platten mit Vorspannung ohne Verbund der Beton als Druckmembran, der Spannstahl als Zugmembran und die schlaffe Armierung zusammen mit der Biegedruckzone als Biegeträger wirken. Eine äussere Feder simuliert die Widerstände gegen eine Verschiebung der Ränder in Richtung der Plattenmittelfläche. Die Tragfähigkeit einer Platte mit Vorspannung ohne Verbund und mit zusätzlicher schlaffer Armierung lässt sich dadurch in drei Anteile aufteilen:

1. Tragfähigkeit der Betonmembran
2. Tragfähigkeit der Stahlmembran
3. Tragfähigkeit aus dem Biegegewiderstand

Anhand eines einfachen Fachwerkmodells wird die Beeinflussung des Tragverhaltens durch die Geometrie des Systems, die äussere Membranstützung sowie durch die gewählten Stoffgesetze gezeigt. Ausgehend von verschiedenen Spannungs-Dehnungs-Beziehungen für Beton und Stahl werden drei unterschiedliche Plattenstreifenmodelle entwickelt.

Mit dem "elastischen Modell" untersucht man das Tragverhalten miteinander verbundener, elastischer Beton- und Stahlmembranen, wobei für die Betonmembran vorerst eine konstante Dicke angenommen wird. Dabei verwendet man die 'elastische Theorie dünner Platten mit grossen Durchbiegungen'. Mit der Methode von Galerkin werden mittels einfacher Verschiebungsansätze Näherungslösungen entwickelt. In einem weiteren Schritt wird die Dicke der Betonmembran in Funktion der Durchbiegung mit einem gewählten Spannungszustand im Beton bestimmt.

Mit dem "starr-plastischen Modell" wird der Einfluss der schlaffen Armierung auf die Tragwirkung untersucht. Für den Beton und den schlaffen Stahl wird dabei starr-plastisches Verhalten angenommen. Die Betondruckzone lässt sich in eine als Membran wirkende und eine auf Biegung wirksame Zone unterteilen. Der durch Biegung beanspruchte Teil der Druckzone stellt sich normalerweise am Druckrand ein. Der schlaffe Stahl und der entsprechende Betonanteil bilden einen von der Membranwirkung unabhängigen, nur auf Biegung wirksamen

Verbundquerschnitt.

Das "Modell mit äusserer und innerer Feder" ist eine Kombination der beiden anderen Modelle. Die innere Feder, deren Steifigkeit als lineare Funktion der Durchbiegung angesetzt wird, simuliert die elastische Zusammendrückbarkeit der Betonmembran.

Die Erweiterung der Plattenstreifenmodelle auf Rechteckplatten und Plattensysteme wird anschliessend diskutiert. Analog zum "elastischen Modell" werden eine isotrope Betonmembran konstanter Dicke und eine Stahlmembran als 'dünne, elastische Rechteckplatten mit grossen Durchbiegungen' untersucht. Die Last-Durchbiegungs-Beziehung des gekoppelten Systems, bestehend aus Beton- und Stahlmembranen, wird für die Quadratplatte abgeleitet.

Der Einfluss einer Beschränkung des Betonstauchens auf das Tragverhalten wird mittels des Fachwerkmodells am einfachen Balken untersucht. Mit der bei Beginn des sichtbaren Betonstauchens vorhandenen Durchbiegung kann, in Abhängigkeit der Bruchstauchung ϵ_r des Betons und der Länge l_G des plastischen Gelenkes, der entsprechende Spannungszuwachs im Spannstahl ohne Verbund bestimmt werden. Ein Vergleich mit Versuchen zeigt, dass die Grössen ϵ_r und l_G , die oft als Konstante angenommen werden, einer genaueren Abklärung bedürfen.

Durch die Anwendung der Plattenstreifenmodelle auf einfache Balken lassen sich einfache Näherungen für die Durchbiegungen ermitteln. Die Steifigkeit fällt beim Reißen des Betons bei einem Spannarmierungsgehalt von $\mu_s = 0.1\%$ auf ungefähr $1/30$ und bei $\mu_s = 0.5\%$ auf $1/10$ der homogenen Steifigkeit ab.

Das Rissverhalten eines Plattenstreifens mit Vorspannung ohne Verbund wird an einem einfachen Fall - gerade Spanngliedführung und konstantes Moment im Mittelbereich - untersucht. Im speziellen wird gezeigt, bei welchen Verhältnissen sich beim Öffnen des Erstrisses in den Nachbarzonen weitere Risse bilden. Dabei beeinflussen äussere Membrankräfte und zusätzliche schlaffe Armierung das Rissverhalten in ähnlicher Art.

Ein Vergleich der theoretischen Untersuchungen mit den Ergebnissen aus Versuchen an fünf Plattenstreifen und einer Quadratplatte zeigt, dass die entwickelten Modelle das wirkliche Tragverhalten von Platten mit Vorspannung ohne Verbund realistisch erfassen.

Am Schluss werden einige Gedanken über mögliche Bemessungsverfahren zusammengestellt. Neuere Normen verlangen eine Bemessung auf die Grenzzustände der Tragfähigkeit und der Gebrauchsfähigkeit. Während bei Systemen in Verbund

normalerweise eine genügende Bruchsicherheit auch ein ausreichendes Verhalten im Gebrauchszustand gewährleistet, wird bei Systemen ohne Verbund der Grenzzustand der Gebrauchsfähigkeit oft massgebend.

SUMMARY

The flexural behavior at design load and ultimate load of unbonded prestressed slabs with additional bonded reinforcement are investigated. For this purpose, several idealized models for slab strips and rectangular slabs are developed. By using these theoretical models it is possible to compute tendon stress increases, membrane forces, and load-deflection relationships.

It is assumed that the concrete acts as a compressed shell and the tendons as a tension membrane. Bending resistance due to bonded reinforcement is taken into account by a coupled beam. The restraining effect against movements in the direction of the middle plane of the slab are idealized by an external spring. The main objective of these models is to subdivide the strength of an unbonded prestressed slab with additional bonded reinforcement into three parts:

1. Membrane Action of Concrete
2. Membrane Action of Steel Cables
3. Bending Action

As an illustration of the actual behavior of an unbonded prestressed system, a simple truss model is considered. In particular, the geometric configuration, the material behavior, and the variation of the stiffness of the external spring are taken into account. Applying different constitutive equations, three slab strip models are developed.

Making use of an "elastic model", a system consisting of a concrete membrane of constant depth and a coupled steel membrane is analysed with the 'large deflection theory of thin elastic plates'. Approximate solutions based on Galerkin's method are obtained choosing simple expressions for the shape of the deflection. In a further step, the depth of the concrete membrane as a function of the deflection can be calculated with an assumed stress distribution over the concrete depth.

The "rigid-plastic model" is based on rigid-plastic material behavior for both concrete and bonded reinforcement. With this model the influence of a bonded reinforcement on the flexural behavior is investigated. The compressive concrete section can be subdivided into two parts: concrete acting as a membrane, and concrete acting in combination with the bonded reinforcement in pure bending. Normally, the outer layer of the compressed concrete acts as part of the composite section working in pure bending.

The "model with external and inner springs" is a combination of the two other models. The inner spring simulates the elastic and plastic properties of the concrete membrane. Their stiffness is assumed as a linear function of the deflection.

The application of the slab strip models to rectangular slabs is discussed. Similarly to the "elastic model", the isotropic concrete membrane with a constant depth and the steel membrane are considered to work as 'thin elastic rectangular plates with large deflection'. For the particular case of a square slab the load-deflection behavior of a system consisting of a concrete and a steel membrane, both connected by a surrounding concrete ring, is analysed.

The limitation of the concrete strain is considered for the case of a simply supported beam applying the truss model. If the deflection corresponding to the limiting strain at which the concrete crushes is known, the tendon stress increase can be expressed as a function of the concrete strain ϵ_r at crushing and the plastic hinge length l_G . The values for ϵ_r and l_G are often assumed to be constant. However, test results show that a closer examination of these values is necessary.

Approximate expressions of the load-deflection relationship of unbonded prestressed simply supported beams can be obtained applying the theoretical slab strip models. The flexural rigidity of a cracked beam in comparison with a homogeneous beam drops to 1/30 for a unbonded reinforcement ratio of 0.1 percent and 1/10 for 0.5 percent.

The cracking behavior of a slab strip is studied for the special case of straight tendons and constant moment. In particular, it is examined under which circumstances only one crack opens or additional cracks will form. Membrane forces and additional bonded reinforcement have a similar influence upon the crack pattern and the crack width.

The theoretical results are compared with tests on a square slab and five slab strips. It is shown that the developed models describe realistically the actual behavior of unbonded prestressed slabs.

Finally, some ideas about possible procedures of analysis and design are summarized. Newer codes of practice require the check of two limit states: limit state of failure and limit state of serviceability. Sufficient safety against failure assures generally a normal behavior under working loads relative to cracks and deformations for systems with bonded reinforcement. For systems without bond, however, the limit state of serviceability often governs.

RESUME

Le travail présenté concerne l'étude du comportement à la flexion des dalles précontraintes avec des câbles non injectés dans l'état d'utilisation et dans l'état ultime. Dans ce but, on a développé des modèles théoriques pour des bandes d'une plaque allongée ainsi que pour des dalles rectangulaires. A l'aide de ces modèles théoriques, on peut calculer l'augmentation des tensions dans les câbles, les forces de membrane dans le béton ainsi que la relation entre la charge et la flèche.

L'idée de base des modèles théoriques est que le béton agit comme une membrane de compression et les câbles de précontrainte comme une membrane de traction. La résistance à la flexion produite par l'armature conventionnelle est représentée par une poutre simple solidaire des membranes. La résistance aux déplacements dans le plan du feuillet moyen est simulée par un ressort extérieur. Ces modèles théoriques permettent de décomposer la résistance du système porteur en trois parties:

1. résistance due à l'effet de membrane produite par le béton
2. résistance due à l'effet de membrane produite par les câbles de précontrainte
3. résistance à la flexion.

A l'aide d'un modèle théorique simple, représenté par un treillis, on a étudié le comportement d'un système précontraint avec des câbles non injectés. On a analysé, en particulier, l'influence de la géométrie du système, de la résistance aux déplacements dans le plan du feuillet moyen, et des lois régissant les comportements du béton et de l'acier. Pour les bandes, on a développé, en variant les lois de comportement des matériaux, trois modèles théoriques.

En utilisant un "modèle élastique", on a étudié le comportement d'un système formé par une membrane en béton, d'épaisseur constante, couplée à une membrane en acier. Dans cette étude, on a appliqué 'la théorie élastique des dalles minces avec de grandes déformations'. Avec la méthode de Galerkin et en utilisant des fonctions simples pour la déformée, on a pu obtenir des solutions approximatives. Par la suite, on a calculé l'épaisseur de la membrane en béton en fonction de la flèche en choisissant l'état de tensions dans le béton.

L'influence de l'armature conventionnelle sur le comportement du système a été étudiée au moyen d'un "modèle rigide-plastique". On a admis que le com-

portement du béton et de l'armature conventionnelle est rigide-plastique. La résistance de la zone de compression a été divisée en deux parties: l'une reprend les efforts de flexion l'autre ceux de membrane. Dans le cas normal, la flexion est reprise par la partie extérieure du béton ainsi que par l'armature conventionnelle. Par conséquent la flexion et les efforts de membrane peuvent être considérés séparément.

Le "modèle avec ressorts extérieur et intérieur" est une combinaison des deux autres modèles. Le ressort intérieur dont la rigidité a été admise comme étant une fonction linéaire de la flèche, simule la déformation du béton.

L'application des modèles théoriques pour les bandes aux dalles rectangulaires est discutée. D'une façon analogue au "modèle élastique", on a étudié le comportement d'un système constitué par une membrane en béton isotrope et d'épaisseur constante et par une autre en acier. On a appliqué 'la théorie élastique des dalles minces avec de grandes déformations'. La relation entre la charge et la flèche a été développée pour le cas d'une dalle carrée dont le système porteur est constitué par une membrane en béton, une en acier et par un anneau extérieur en béton.

L'influence de la déformation du béton sur le comportement du système a été étudiée pour la poutre simple à l'aide du modèle à treillis. Avec la flèche qui correspond au début de l'écrasement du béton on peut calculer l'augmentation de la tension du câble en fonction de la déformation maximale du béton ϵ_r et de la longueur de la rotule plastique l_G . Il est souvent admis que les valeurs ϵ_r et l_G sont constantes. Cependant, des résultats expérimentaux montrent que ces valeurs sont variables. Des recherches supplémentaires sont nécessaires pour en expliquer le fonctionnement exact.

L'application des modèles théoriques pour les bandes au cas de la poutre simple, permet d'obtenir des formules simples pour la flèche. La rigidité du système après fissuration vaut, pour un pourcentage d'armature de précontrainte (sans injection) $\mu_s = 0.1\%$ environ $1/30$ et pour $\mu_s = 0.5\%$ environ $1/10$ de la rigidité du système homogène.

Le comportement à la fissuration d'une bande précontrainte a été étudié pour le cas d'un câble rectiligne et d'un moment de flexion constant. On a examiné, en particulier, dans quelles circonstances une seule fissure s'ouvre et dans quelles conditions des fissures supplémentaires apparaissent. Les efforts de membrane et l'armature conventionnelle ont une influence similaire sur la formation et l'ouverture des fissures.

La comparaison des résultats théoriques avec ceux obtenus expérimentalement

pour une dalle carrée et cinq bandes, montre que les modèles théoriques reproduisent d'une façon réaliste les propriétés des dalles précontraintes avec des câbles non injectés.

Enfin, différentes idées sur des méthodes possibles de dimensionnement sont présentées. Des nouvelles normes exigent le contrôle de deux états limites: l'état limite ultime et l'état limite d'utilisation. Pour un système avec une armature solidarifiée avec le béton une sécurité suffisante à la rupture remplit généralement les conditions de l'état limite d'utilisation. Pour des systèmes précontraints avec des câbles non injectés, l'état limite d'utilisation est souvent déterminant.

SUMMARY

The flexural behavior at design load and ultimate load of unbonded prestressed slabs with additional bonded reinforcement are investigated. For this purpose, several idealized models for slab strips and rectangular slabs are developed. By using these theoretical models it is possible to compute tendon stress increases, membrane forces, and load-deflection relationships.

It is assumed that the concrete acts as a compressed shell and the tendons as a tension membrane. Bending resistance due to bonded reinforcement is taken into account by a coupled beam. The restraining effect against movements in the direction of the middle plane of the slab are idealized by an external spring. The main objective of these models is to subdivide the strength of an unbonded prestressed slab with additional bonded reinforcement into three parts:

1. Membrane Action of Concrete
2. Membrane Action of Steel Cables
3. Bending Action

As an illustration of the actual behavior of an unbonded prestressed system, a simple truss model is considered. In particular, the geometric configuration, the material behavior, and the variation of the stiffness of the external spring are taken into account. Applying different constitutive equations, three slab strip models are developed.

Making use of an "elastic model", a system consisting of a concrete membrane of constant depth and a coupled steel membrane is analysed with the 'large deflection theory of thin elastic plates'. Approximate solutions based on Galerkin's method are obtained choosing simple expressions for the shape of the deflection. In a further step, the depth of the concrete membrane as a function of the deflection can be calculated with an assumed stress distribution over the concrete depth.

The "rigid-plastic model" is based on rigid-plastic material behavior for both concrete and bonded reinforcement. With this model the influence of a bonded reinforcement on the flexural behavior is investigated. The compressive concrete section can be subdivided into two parts: concrete acting as a membrane, and concrete acting in combination with the bonded reinforcement in pure bending. Normally, the outer layer of the compressed concrete acts as part of the composite section working in pure bending.

The "model with external and inner springs" is a combination of the two other models. The inner spring simulates the elastic and plastic properties of the concrete membrane. Their stiffness is assumed as a linear function of the deflection.

The application of the slab strip models to rectangular slabs is discussed. Similarly to the "elastic model", the isotropic concrete membrane with a constant depth and the steel membrane are considered to work as 'thin elastic rectangular plates with large deflection'. For the particular case of a square slab the load-deflection behavior of a system consisting of a concrete and a steel membrane, both connected by a surrounding concrete ring, is analysed.

The limitation of the concrete strain is considered for the case of a simply supported beam applying the truss model. If the deflection corresponding to the limiting strain at which the concrete crushes is known, the tendon stress increase can be expressed as a function of the concrete strain ϵ_r at crushing and the plastic hinge length l_G . The values for ϵ_r and l_G are often assumed to be constant. However, test results show that a closer examination of these values is necessary.

Approximate expressions of the load-deflection relationship of unbonded prestressed simply supported beams can be obtained applying the theoretical slab strip models. The flexural rigidity of a cracked beam in comparison with a homogeneous beam drops to 1/30 for a unbonded reinforcement ratio of 0.1 percent and 1/10 for 0.5 percent.

The cracking behavior of a slab strip is studied for the special case of straight tendons and constant moment. In particular, it is examined under which circumstances only one crack opens or additional cracks will form. Membrane forces and additional bonded reinforcement have a similar influence upon the crack pattern and the crack width.

The theoretical results are compared with tests on a square slab and five slab strips. It is shown that the developed models describe realistically the actual behavior of unbonded prestressed slabs.

Finally, some ideas about possible procedures of analysis and design are summarized. Newer codes of practice require the check of two limit states: limit state of failure and limit state of serviceability. Sufficient safety against failure assures generally a normal behavior under working loads relative to cracks and deformations for systems with bonded reinforcement. For systems without bond, however, the limit state of serviceability often governs.