

Diss ETH 6221

STABILITAET VON ENDLICH DEFORMIERTEN SCHALEN AUS  
STARRPLASTISCHEM MATERIAL MIT VERFESTIGUNG

ABHANDLUNG

ZUR ERLANGUNG DES TITELS EINES  
DOKTORS DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN  
DER  
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZÜRICH

VORGELEGT VON

ARNULF RAUTER

DIPL. MASCH. ING. TH-GRAZ  
GEBOREN AM 3. AUGUST 1947  
VON ÖSTERREICH

ANGENOMMEN AUF ANTRAG VON

PROF. DR. M. SAYIR,	REFERENT
PROF. DR. H. ZIEGLER,	1. KORREFERENT
PROF. J. REISSNER	2. KORREFERENT

## Kurzfassung

Wegen ihrer grossen Bedeutung für die Praxis kommt den Problemen der plastischen Instabilität innerhalb des Ingenieurwesens eine besondere Rolle zu. Es ist offensichtlich, dass die bekannten Lösungsvorschläge für "einfache Körper" mit inhomogenen Spannungs- und Deformationszuständen nicht auf inhomogene Grundzustände übertragbar sind. In der vorliegenden Arbeit soll daher ein Weg aufgezeigt werden, wie sich mit Hilfe eines von Hill aus dynamischen Stabilitätsbetrachtungen hergeleiteten Prinzips, Stabilitätsgrenzen für Körper mit beliebigen Grundzuständen angeben lassen.

Den Betrachtungen liege ein isotroper, inkompressibler Körper, welcher einem starrplastischen Stoffgesetz mit Verfestigung gehorcht, zugrunde.

Unter der Voraussetzung, dass Spannungs- und Verformungszustand im Grundzustand eines solchen Körpers als bekannt angenommen werden dürfen, werden in einem ersten Teil die Grundgleichungen hergeleitet, welche für die Lösung von zwei speziellen Beispielen - dünnwandige Schalen mit axialer Symmetrie - im zweiten Teil benötigt werden.

Das erste Beispiel - das Aufweiten einer eingespannten ebenen Kreisringplatte über kegelförmige Zwischenstufen zu einer Zylinderschale - repräsentiert dabei die Probleme, welche bei der Lösung von Stabilitätsfragen an Körpern mit nichthomogenen Grundzuständen auftreten. Nach einer kurzen Vorbereitung (Gleichgewichtsbedingung, Kinematik) werden zunächst unter Verwendung einer approximierten Fließbedingung (Two Moment Limited Interaction Yield Condition) einige Grundvoraussetzungen verifiziert. Da für Stabilitätsuntersuchungen unter anderem die Dissipationsleistungen entscheidend sind, richtet sich anschliessend das Augenmerk insbesondere auf die Partialleistungen von Normalkräften und Momenten.

Aus dieser Untersuchung resultiert schliesslich die Aussage, dass die Momente sowohl bezüglich der Stabilitätsbetrachtungen als auch im Hinblick auf das Verfestigungsverhalten des starrplastischen Materials vernachlässigbar sind. Das hat zur Folge, dass für die eigentlichen Stabilitätsaussagen nur mehr der momenten- und querkraftfreie Membranzustand betrachtet werden darf. Nach einer abschliessenden kurzen Untersuchung der Kinematik mit Hilfe der Fliessbedingung von Mises wird im folgenden eine Stabilitätsaussage formuliert, welche die Formänderungsgrenzen des vorliegenden Systems beschreibt.

Als zweites Beispiel wird die plastische Deformation einer kreisförmigen Membran unter hydrostatischem Druck betrachtet. Da sich für Kugelschalen mit rotationssymmetrischer Flächenbelastung mit Hilfe von idealstarrplastischen Argumenten feststellen lässt, dass die Randstörung an der Einspannstelle rasch abklingt und sich die Lösungen aus der Biegetheorie nur unwesentlich von jenen der Membrantheorie unterscheiden, wird als hinreichende Näherung der tatsächlichen Spannungsverhältnisse der Membranzustand eingeführt. Die Beschreibung der kinematischen Verhältnisse erfolgt mit einer von Hill vorgeschlagenen Näherungslösung, die jedoch ein spezielles Verfestigungsverhalten des Materials voraussetzt. Unter Verwendung der im ersten Teil hergeleiteten Grundgleichungen erhält man schliesslich die relevante Stabilitätsaussage, die für das betrachtete Problem charakteristisch ist.

Zur Abschätzung der theoretisch gewonnenen Ergebnisse wurde für die beiden Beispiele eine Reihe von experimentellen Untersuchungen durchgeführt. Die Werte aus Rechnung und Versuch stimmen hierbei relativ gut überein. Es kann daher angedeutet werden, dass für die praktische Anwendung die Möglichkeit besteht, unmittelbar auf die theoretisch ermittelten Werte zurückzugreifen.

Im Anhang werden die benötigten kontinuumsmechanischen Grundlagen besprochen, wobei die Zuordnung des Henckyschen Verzerrungstensors zum Cauchyschen Spannungstensor sowie das Stoffgesetz im besonderen zu erwähnen sind.

On stability of thin rigid-plastic shells including workhardening and large deflections

Abstract

In structures loaded under predominantly tensile stresses, failure due to excessive inelastic deformation may manifest itself in large and occasionally localized deformation modes, resulting for instance, in necking and bulging. Certain cases involving characteristics, in which stretching effects are of importance in failure modes, are mostly dealt with under the topic of "plastic instability". Problems of some interest in the theory of plastic instability arise from considering engineering processes, such as for example, analysis of plastic deformed shells. It is obvious, that wellknown concepts for "simple bodies" with homogenous stress states and uniform deformations cannot be extended to non-uniform current configurations. By adopting Hill's three-dimensional continuum theory of plastic instability, in the present work a method for the determination of necking-criteria for bodies with arbitrary non-homogeneous current configurations is presented.

The material is taken to be isotropic, incompressible and rigid with work-hardening.

Starting from the assumption of known stress state and known deformations in the current configuration of the system, main equations for the necking-criterion are derived in a first section. Subsequently the application of instability principle is demonstrated by means of two problems concerned with thin shells of revolution. The first example - expanding of a clamped annular plate via conical intermediate stages to a cylindrical shell - illustrates significant problems appearing in connection with the treatment of systems including heterogeneous modes of deformation. The second typical problem regarded here, is the plastic bulging of a diaphragm by lateral pressure. The predicted influence of work-hardening on the shape of the profile, and on the relation between polar strain and curvatures, agrees with a previous work of Hill.

A series of experiments has been performed to confirm the theoretical predications. Comparison between the experimental results and the predicted values shows good agreement. Consequently this method of approach could be applied to practical cases within defined limits.

Finally the required foundations of continuum mechanics are discussed in an appendix.