

TOPOGRAPHIC WAVES

Eigenmodes and reflections in lakes
and semi - infinite channels

A dissertation submitted to the
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY ZURICH
for the degree of
Doctor of Natural Sciences

presented by

THOMAS F. STOCKER

dipl. Naturwissenschafter ETH

born July 1, 1959

citizen of Zürich ZH and Büron LU
Switzerland

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. D. Vischer, examiner
Prof. Dr. H.C. Davies, co-examiner
PD Dr. K. Hutter, co-examiner

1987

ABSTRACT

Topographic waves owe their existence to the conservation of potential vorticity. Equations and approximations describing these processes are derived. An overview of existing exact solutions illustrates the applicability and limitation of these models. An economic numerical method which accounts for the characteristic properties of topographic waves and the geometry of the domain is introduced in order to approximately solve the wave equation. Results in straight infinite channels demonstrate the quality of this method and motivate extension towards application in closed and curved domains. The class of solutions is much richer than has been assumed from the exact models. Three types of eigenmodes can be found: large-scale, small-scale and bay-trapped modes. The investigation of wave reflections at a shore-zone gives a natural explanation of these different types. Bay-trapped modes are eigenmodes or resonances of the semi-open domain such as a bay or estuary. This new result enables a more appropriate interpretation of long-periodic signals in lakes, and directions of further investigations are outlined.

ZUSAMMENFASSUNG

Topographische Wellen existieren aufgrund der Erhaltung der potentiellen Vorticity. Die Gleichungen und Näherungen, welche diese Bewegungen beschreiben, werden hergeleitet. Ein Ueberblick über die bekannten exakten Lösungen zeigt die Anwendbarkeit und Grenzen dieser Modelle auf. Eine ökonomische numerische Methode wird beschrieben: diese trägt den charakteristischen Eigenschaften topographischer Wellen und der Geometrie des Gebiets Rechnung. Damit wird die Wellengleichung näherungsweise gelöst. Resultate in geraden, unendlich langen Kanälen zeigen die Qualität dieser Methode und motivieren eine erweiterte Anwendung auf geschlossene und gekrümmte Gebiete. Die Klasse der Lösungen ist bedeutend vielfältiger als aus der bisherigen Kenntnis angenommen werden könnte. Drei Typen von Eigenmoden konnten gefunden werden: gross- und kleinskalige Moden und solche, die auf eine Bucht beschränkt sind. Die Untersuchung von Wellenreflektionen an einer Uferzone lieferte eine zwanglose Erklärung dieser drei beschriebenen Typen. Dabei sind Moden, die auf eine Bucht beschränkt bleiben, Eigenschwingungen bzw. Resonanzen dieser halb-offenen Gebiete. Dieses neue Resultat ermöglicht eine zutreffendere Interpretation langperiodischer Signale in Seen, und die Richtung weiterer Forschungen ist angedeutet.

RESUME

Les ondes topographiques existent sur la base de la conservation du vortex barotropique potentiel. Les équations et approximations qui décrivent ces mouvements sont développées. Une vue d'ensemble des solutions exactes connues montre les possibilités d'application ainsi que les limites de ces modèles. Une méthode numérique économique est décrite; elle correspond aux particularités caractéristiques des ondes topographiques ainsi qu'à la géométrie de la région. C'est ainsi que l'équation de l'onde est résolue de manière approchée. Les résultats obtenus pour des canaux rectilignes infiniment long montrent la qualité de cette méthode et nous encourage à l'appliquer sur des régions courbes et fermées. La classe des solutions était nettement plus diversifiée qu'admis jusqu'à présent. Trois types de modes propres ont pu être trouvés: des modes à grandes et petites échelles ainsi que des modes restreints à des baies. L'étude de la réflexion d'onde sur une rive a donné une explication claire de ces trois types. Des modes restreints à des baies sont des oscillations resp. résonnances de ces régions semi-ouvertes. Ce nouveau résultat rend possible l'interprétation de signaux à longues périodes dans des lacs. La direction pour des nouvelles recherches est indiquée.

[Traduction par Dr. M. Funk]