Diss. ETH Nr. 8370

Die Unwucht–optimale Verteilung von Turbinenschaufeln als quadratisches Zuordnungsproblem

ABHANDLUNG

zur Erlangung des Titels eines
DOKTORS DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN
der
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE
ZÜRICH

vorgelegt von
DIETER SCHLEGEL
dipl. Phys. ETHZ
geboren am 4. November 1954
von Zürich und Sevelen(SG)

angenommen auf Antrag von
Prof. Dr. F. Weinberg, Referent
Prof. Dr. M. Grötschel, Korreferent

F. Weinberg
15.12.87

1987

Zusammenfassung

Turbinen, seien es Gas– oder Dampfturbinen, bestehen aus dem ***unbeschaufelten Rotor*** und aus einer Vielzahl bezüglich Masse und Grösse sehr unterschiedlicher ***Schaufelreihen.*** Da für jede Schaufel ***Masse*** und ***Schwerpunktsabstand zur Rotorachse*** gemessen werden können, lässt sich das Auswuchten einer Turbine teilweise ***numerisch*** durchführen. Die Unwucht einer Reihe wird minimiert, indem für jede Schaufel eine Position so gesucht wird, dass der Betrag der Unwucht möglichst klein wird.

Sowohl das Problem, die Unwucht einer Reihe zu minimieren, als auch die optimale Annäherung der Unwucht an einen vorgegebenen Wert führen auf ein quadratisches Zuordnungsproblem **QAP**, dessen Dimension durch die 50 bis 200 Schaufeln einer Reihe gegeben ist.

Wir haben ***suboptimale*** Lösungsverfahren realisiert, welche auf einem Grossrechner innert weniger Sekunden oder sogar innert Sekundenbruchteilen für alle praktischen Probleme Schaufelverteilungen finden, deren Unwucht den technischen Anforderungen bei weitem genügt. Diese Verfahren, bei deren Implementierung das spezielle Bildungsgesetz der Zielfunktion resolut ausgenützt wurde, beginnen mit einem Eröffnungsverfahren nach Müller–Merbach, welches eine erste suboptimale Lösung bestimmt, und fahren weiter mit der schrittweisen Verbesserung dieser ersten Lösung durch paarweise und dreifache Schaufelvertauschungen.

Durch die Betrachtung der Verteilungsfunktion der Unwucht, die bei zufälliger Schaufelverteilung entsteht, kann für jede Reihe entschieden werden, ob diese numerisch vorzuwuchten ist oder ob man annehmen darf, dass die maximal erlaubte Unwucht auch bei zufälliger Schaufelverteilung nicht überschritten wird.

Zusätzlich wurde überlegt, welche Lösungsansätze vielleicht zu einer ***exakten*** Lösung für praktische Probleme führen, ohne dazu eine abschliessende Antwort zu geben. Als interessantes Hilfsproblem erwies sich hierbei das mit **LAPAC** benannte lineare Zuordnungsproblem mit zusätzlichen linearen Nebenbedingungen. Zur exakten Lösung des **LAPAC** wurde ein Branch– and– Bound –Verfahren implementiert. Untere Schranken wurden aus einer Lagrange –Relaxation des **LAPAC** (mit dem **LAP** als Lagrangeproblem) gewonnen. Die zur Berechnung unterer Schranken dienende Maximierung der Lagrangedualfunktion wurde mit der Subgradientenmethode durchgeführt.

Abstract

Gas– and steam turbines are composed of the *unbladed rotor* and of several *blade rows*. For every blade the *mass* and the *distance between the blade's center of mass and the rotor axis* can be measured. For this reason a *numerical pre–balancing computation* can help and accelerate the process of balancing the turbine. The object is to minimize the unbalance of a row by choosing an appropriate position for every blade.

The problem of minimizing the unbalance of a row, as well as the optimal approximation of the unbalance to a predefined value, lead to a Quadratic Assignment Problem **QAP**, whose dimensions are given by the 50 up to 200 blades of a row.

To reach such a goal *suboptimal* solution methods were implemented. Within a few seconds (in most cases even fractions of a second) these methods always find blade distributions satisfying the initial technical requirements. The implementations take advantage of the very special structure of the problem. The algorithm will start applying a method due to Müller– Merbach. The result is a first suboptimal solution. Then another technique is applied which will try to improve this solution by pairwise and triple exchanges of the blades.

In the case of *randomly positioned* blades the distribution function of the unbalance has been determined. This function carries the information whether or not numerical pre–balancing of a particular row is necessary. In fact, numerical pre–balancing is not necessary if the unbalance of a randomly distributed blade row is extremly unlikely to exceed a certain tolerance limit.

The second part of this work discusses methods which perhaps may lead to an *exact* solution of practical problems. No final answer is given to the question, whether or not it is possible to solve exactly **QAP**'s of practical size. Furthermore, the Linear Assignment Problem with Additional Linear Constraints (**LAPAC**) was found to be an interesting auxiliary problem. To solve the **LAPAC** exactly, a Branch–and–Bound–Algorithm was implemented. Lower bounds are determined by introducing a Lagrange – Relaxation of the **LAPAC** whose Lagrange problem is the **LAP** . To calculate the lower bounds the Lagrange dual function is maximized using the subgradient relaxation method.