

23. Nov. 1990

**NICHTLINEARE ANALYSE VON SCHALEN MIT
LINEARISIERTEN ELASTOPLASTISCHEN
SCHNITTKRAFT-VERFORMUNGS-BEZIEHUNGEN**

ABHANDLUNG
zur Erlangung des Titels
DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN
der
**EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN
HOCHSCHULE ZÜRICH**

vorgelegt von
CHRISTOPH MARTIN GRABER
dipl. Bauingenieur ETH
geboren am 21. Juni 1959
von Basel

angenommen auf Antrag von
Prof. Dr. E. Anderheggen, Referent
Prof. Dr. F. H. Wittmann, Korreferent



Prof. Dr. E. Anderheggen
Professur für Informatik
ETH-Hönggerberg
CH-8092 Zürich

Zusammenfassung

Ziel dieser Arbeit ist es, eine Materialbeschreibung für die nichtlineare Analyse von Schalenstrukturen mit der Methode der finiten Elemente zu entwickeln und die entsprechenden Unterprogramme in die Materialbibliothek eines bestehenden, allgemeinen Finite-Element-Programms zu integrieren.

Nach der Darstellung der kontinuumsmechanischen Grundlagen und der Gleichungen für eine Finite-Element-Diskretisierung des allgemeinen Körpers werden – ausgehend von der "Free-Formulation"-Theorie – ebene, drei- und vierknotige nichtlineare Schalenelemente beschrieben. Eine Formulierung mit korotierten Koordinaten erlaubt es, beschränkt auf kleine Verzerrungen, sowohl geometrische als auch materialbedingte Nichtlinearitäten zu berücksichtigen. Die entwickelten Unterprogramme wurden in die Elementbibliothek eines allgemeinen Finite-Element-Programms integriert.

Um die Effizienz nichtlinearer Analysen von Schalenstrukturen zu erhöhen, ist eine Materialbeschreibung mit integralen Spannungsgrößen, mit Momenten und Normalkräften entwickelt worden. Dadurch wird der Aufwand an numerischen Integrationen während einer nichtlinearen Analyse reduziert, da nur über die Fläche und nicht, wie bei herkömmlichen Materialbeschreibungen, über das Volumen der finiten Schalenelemente integriert werden muss, um die tangentielle Elementsteifigkeit und die Elementknotenkräfte zu ermitteln. Die numerische Integration über die Schalendicke wird also nicht während der inkrementellen Berechnung für jede Gleichgewichtsiteration durchgeführt, sondern einmal vor der inkrementellen Berechnung. Die Grundlage für diese Materialbeschreibung mit integralen Spannungsgrößen bildet die Plastizitätstheorie sowie die Methode der linearisierten Fließbedingungen, welche bereits für elastoplastische Materialbeschreibungen von finiten Platten- und Rahmenelementen erfolgreich angewendet wird. Die zu lösenden Probleme waren einerseits die Entwicklung eines computergerechten Algorithmus zur Modellierung des sechsdimensionalen Schnittkraft-Verformungsverhaltens von Schalen und andererseits die Bestimmung adäquater sechsdimensionaler Fließfiguren (Momente-Normalkräfte-Interaktionsdiagramme). Ein sehr effizienter, speziell auf Vektorrechner ausgerichteter Algorithmus zur Modellierung des sechsdimensionalen Schnittkraft-Verformungsverhaltens und ein Vorlaufprogramm zur Ermittlung sechsdimensionaler Momente-Normalkräfte-Interaktionsdiagramme werden vorgestellt.

Am Schluss werden die entwickelten Element- und Materialmodelle anhand von numerischen Beispielen erläutert und im Anhang werden die Programme der Element- und Materialmodelle sowie das Vorlaufprogramm zur Ermittlung sechsdimensionaler Momente-Normalkräfte-Interaktionsdiagramme beschrieben.

Abstract

The aim of this work is to develop a material description for the nonlinear analysis of shell structures by using the finite element method and to implement the corresponding subprograms in the material library of an existing general finite element program.

After summarizing the continuum mechanics basic equations and the equations for a finite element discretisation of the general body, nonlinear plane shell elements with three or four corner joints are described on the basis of the "Free-Formulation" theory. A formulation with corotated coordinates allows, for small strains only, to take into account geometrical and material nonlinearities. The developed subprograms are part of the element library of a general finite element program.

In order to increase the efficiency of nonlinear analysis of shell structures, a material description with generalised stresses, in this case only the bending moments and normal forces, has been developed. During a nonlinear incremental analysis the time expenditure of numerical integration is reduced, because, unlike the traditional material descriptions for shells, the numerical integration has to be performed only over the element surface and not over the volume of the finite elements, in order to determine the tangential element stiffness and the element forces. The numerical integration over the thickness of the shell elements is therefore not carried out for each equilibrium iteration during the incremental analysis, but only once, before the incremental analysis. The basis of the material description with generalised stresses is the theory of plasticity as well as the method of linear yield conditions which has been applied successfully for elasto-plastic material descriptions for finite plate and frame elements. The problems to be solved were the development of an algorithm to allow a computerized modelling of the section-force deformation behaviour in the six-dimensional stress-deformation space as well as the determination of adequate six-dimensional yield figures (integration diagrams). A extremely efficient algorithm for the modelling of a section-force deformation behaviour, especially developed for computers with vector facilities and a preprocessor program to determine six-dimensional bending moment / normal force interaction diagrams is presented.

Finally the developed element and material models are illustrated by examples and in the appendices the subprograms of the element and material models as well as the preprocessor program are described.