

Programme zur Methode der Finiten Elemente

Working Paper

Author(s):

Anderheggen, Edoardo

Publication date:

1969

Permanent link:

<https://doi.org/10.3929/ethz-a-000747213>

Rights / license:

[In Copyright - Non-Commercial Use Permitted](#)

Originally published in:

Bericht / Institut für Baustatik ETH Zürich 23

Programme zur Methode der Finiten Elemente

Edoardo Anderheggen

Juli 1969
Bericht Nr. 23

Programme zur Methode der Finiten Elemente

von

Dr. sc. techn. Edoardo Anderheggen

Institut für Baustatik
Eidgenössische Technische Hochschule Zürich

Zürich
Juli 1969

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
TEIL I : PROGRAMMBESCHREIBUNGEN	
1. EINLEITUNG	2
2. ELEMENT PROGRAMME : DRPL21, DRPL18, DRSC18, VKPL28, VKPL24, VKSC24	3
2.1 Anwendungen	3
2.2 Programmtechnische Einzelheiten	3
2.3 Die dreieckigen Plattenelemente DRPL21 und DRPL18	4
2.4 Das dreieckige Scheibenelement DRSC18	5
2.5 Die viereckigen Elemente VKPL28, VKPL24 und VKSC24	8
2.6 Elastisch gestützte viereckige Plattenelemente	11
3. PROGRAMME ZUR LOESUNG VON SYMMETRISCHEN GLEICHUNGSSYSTEMEN MIT BAND- FOERMIGER KOEFFIZIENTENMATRIX : BANDMAT, BMRESID	12
3.1 Anwendungen	12
3.2 Organisation der Datenübertragung	12
3.3 Die Subroutine BANDMAT	14
3.4 Die Subroutine BMRESID	15
ANHANG I : KONDENSATION DER INTERNEN FREIHEITSGRADE FUER NICHT GESTUETZTE UND FUER ELASTISCH GESTUETZTE VIERECKIGE PLATTENELEMENTE	17
LITERATURVERZEICHNIS	22
TEIL II : PROGRAMME	
1. Subroutine DRPL21	23
2. Subroutine DRSC18	28
3. Subroutine VKPL28	31
4. Subroutine VKPL24	35
5. Subroutine VKSC24	39
6. Subroutine BANDMAT	42
7. Subroutine BMRESID	45
ZUSAMMENFASSUNG	47
SUMMARY	47

TEIL I : PROGRAMMBESCHREIBUNGEN

1. EINLEITUNG

Zweck dieses Berichtes ist die Veröffentlichung einiger Computerprogramme, welche zur elastischen Analyse von Flächentragwerken nach der Methode der finiten Elemente benutzt werden können. Diese wurden am Institut für Baustatik, Abteilung Massivbau der Eidgenössischen Technischen Hochschule Zürich im Rahmen eines entsprechenden Forschungsprogrammes entwickelt.

Die ersten sechs Programme (DRPL21, DRPL18, DRSC18, VKPL28, VKPL24 und VKSC24) berechnen die Steifigkeitsmatrizen und verschiedene Lastvektoren für dreieckige und viereckige Platten- und Scheibenelemente. Die zwei letzten (BANDMAT und BMRESID) dienen zur Lösung von grossen symmetrischen Gleichungssystemen, deren Koeffizientenmatrix eine Bandstruktur aufweist. Die Programme sind in Form von FORTRAN IV Subroutinen geschrieben und wurden auf dem Computer Control-Data 6500 der Firma "FIDES" in Zürich via ETH-Satellit getestet.

Der erste Teil dieses Berichtes erklärt die Funktion jeder Subroutine und schildert wie dieselben in ein Hauptprogramm einzubauen sind. Es wird dabei angenommen, dass der Leser sowohl mit der Programmiersprache FORTRAN IV wie mit der Matrizenrechnung und der Methode der finiten Elemente vertraut ist. Man wird hingegen auf eine detaillierte Herleitung der Theorie, auf welche die Programme aufgebaut sind, nicht eingehen, weil diese in der Fachliteratur an verschiedenen Stellen zu finden ist.

Der zweite Teil dieses Berichtes enthält die Programme selber. Diese sollten, dank der vielen "Comment"-Karten, die Arbeitsweise der verschiedenen Subroutinen verständlich machen. Die entsprechenden Karten können vom Institut für Baustatik, Abteilung Massivbau der ETH Zürich verlangt werden.

2. ELEMENT PROGRAMME : DRPL21, DRPL18, DRSC18, VKPL28, VKPL24, VKSC24

2.1 Anwendungen

Diese Programme bestimmen die Steifigkeitsmatrizen sowie verschiedene Lastvektoren für dreieckige und viereckige Platten- und Scheibenelemente mit orthotropischen elastischen Eigenschaften. Bei den viereckigen Elementen werden auch die Matrizen und Vektoren bestimmt, welche zur Berechnung der Verschiebungen und der Spannungen im Schwerpunkt des Elementes notwendig sind. Der Fall von elastisch gestützten viereckigen Plattenelementen ist ebenfalls behandelt.

Die verschiedenen Matrizen und Vektoren werden auf Grund von polynominalen Verschiebungsansätzen bestimmt. Sämtliche kinematischen Bedingungen, die für die Konvergenz der Resultate bei Verfeinerung der Elementeinteilung notwendig sind, werden dabei erfüllt.

Das wesentliche Merkmal dieser Elemente besteht darin, dass nicht nur Verschiebungen, sondern auch Krümmungen (bei den Plattenelementen) oder Dehnungen (bei den Scheibenelementen) als Verschiebungsvariablen auftreten. Dies hat zur Folge, dass die Spannungsberechnungen in jeder Ecke der Elemente trivial werden. Besitzen alle Elemente, die an einem Knoten miteinander verbunden sind, die gleichen elastischen Steifigkeitskoeffizienten, wird der Spannungsverlauf über diesem Knoten kontinuierlich sein. Dabei wird selbst mit einer groben Elementeinteilung, dank den verwendeten hochgradigen Verschiebungsansätzen, eine hohe Genauigkeit erreicht. Die hier angeführten Elemente dürften deswegen vor allem für genaue elastische Spannungsberechnungen nach der Theorie 1. Ordnung geeignet sein. Alle Arten von Flächentragwerken lassen sich damit behandeln.

Numerische Resultate sowie weitere Angaben über diese Elemente sind in der Literatur an den angegebenen Stellen zu finden.

2.2 Programmtechnische Einzelheiten

Die Namen der "Entry Points" der FORTRAN-Subroutinen wurden so gewählt, dass die verschiedenen Fälle sich unmittelbar erkennen lassen. Zum Beispiel:

DRPL21 : DReieckiges Plattenelement mit 21 Verschiebungsvariablen

VKSC24 : Viereckiges Scheibenelement mit 24 Verschiebungsvariablen

Die Uebertragung der Daten zwischen dem Hauptprogramm und diesen Element-Subroutinen ist wie folgt organisiert:

1. Die formalen Parameter entsprechen den Resultaten der Subroutine. Ihre Bedeutung wird jeweils im Programm selbst, mit Hilfe von "Comment"-Karten, erklärt.
2. Die Ausgangsdaten werden via "Labeled Common" übertragen. Die Namen dieser "Labeled Commons" sind, den Namen der Subroutinen entsprechend: CDRPL, CDRSC, CVKPL und CVKSC.
3. Die beiden "Labeled Commons" SCR1 und SCR2 sind Arbeitszonen (oder "SCRatch"-Zonen) des Speichers und werden zur Datenübertragung nicht verwendet. Sie können, um Platz in Kernspeichern zu sparen, in anderen Programmteilen wieder als Arbeitszonen benützt werden.

4. Nur die obere Hälfte der symmetrischen Steifigkeitsmatrix $[K]_{n \times n}$ wird bestimmt, und, beginnend in der Adresse <STEIFM> zeilenweise gespeichert ($n \cdot (n+1)/2$ Koeffizienten).

Selbstverständlich ist es möglich, mit wenigen und übersichtlichen Programmänderungen die Datenübertragung auf andere Weise zu gestalten.

2.3 Die dreieckigen Plattenelemente DRPL21 und DRPL18 (s. Lit. 1, 2, 3, 4, 5)

Ein vollständiges Polynom 5. Grades in x und y wird als Durchbiegungsfunktion $w(x,y)$ angenommen. Da ein solches Polynom von 21 Parametern bestimmt wird, muss das entsprechende Plattenelement 21 diskrete Verschiebungsvariablen besitzen. Diese bilden zusammen einen Verschiebungsvektor $\{w\}_{21 \times 1}$, der bei dem dreieckigen Plattenelement DRPL21 wie folgt definiert ist (s. Fig. 1.):

$$\{w\}^T \equiv \begin{pmatrix} w_1 & w_{1,x} & w_{1,y} & w_{1,xx} & w_{1,yy} & w_{1,xy} \\ w_2 & w_{2,x} & w_{2,y} & w_{2,xx} & w_{2,yy} & w_{2,xy} \\ w_3 & w_{3,x} & w_{3,y} & w_{3,xx} & w_{3,yy} & w_{3,xy} \\ -w_{12,n} & -w_{23,n} & +w_{31,n} & & & \end{pmatrix} \quad (*)$$

Die Nummern 1, 2, 3 sind die Eckpunktnummern, numeriert im Gegenuhrzeigersinn. Die drei letzten Verschiebungsvariablen sind die Ableitungen der Durchbiegungsfunktion oder die Rotation in Normalrichtung in der Mitte jeder Seite. Diese werden beim Element DRPL18 (**) eliminiert, indem die Bedingung gestellt wird, dass die Ableitung der Durchbiegungsfunktion in Normalrichtung entlang jeder Seite eine Funktion 3. Grades ist (und nicht 4. Grades wie beim Element DRPL21). Die entsprechenden Freiheitsgrade gehen dabei verloren. Der Verschiebungsvektor reduziert sich von $\{w\}_{21 \times 1}$ auf $\{w\}_{18 \times 1}$.

Die angegebene Wahl der Verschiebungsvariablen garantiert die Erfüllung der kinematischen Kompatibilitätsbedingungen zwischen Elementen. Bei der Bildung der globalen Steifigkeitsmatrix mit Plattenelementen, die Seitenfreiheitsgrade besitzen (d.h. DRPL21 und VKPL28: s. Abschnitt 2.5), muss auf die Vorzeichen dieser Variablen geachtet werden. Damit sie der gleichen Rotation entsprechen, müssen die Vorzeichen der Seitenvariablen entgegengesetzt sein. Die Vorzeichenkonvention ist folgende: eine positive Rotation $+w_{,n}$ erzeugt positive Durchbiegungen im Innern des Elementes. Zur Definition der Steifigkeitsmatrix $[K]_{21 \times 21}$ (DRPL21) bzw. $[K]_{18 \times 18}$ (DRPL18) gilt folgende Beziehung:

$$U = \frac{1}{2} \iint (w_{,xx} M_x + w_{,yy} M_y + 2 w_{,xy} M_{xy}) dF = \frac{1}{2} \{w\}^T [K] \{w\}$$

(*) Ein Komma gefolgt von einem oder mehreren Indices bedeutet partielle Ableitung nach der entsprechenden Richtung. Zum Beispiel:

$$w_{,x} \equiv \frac{\partial w}{\partial x} \quad w_{,xy} \equiv \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad \text{usw.}$$

(**) DRPL18 ist ein "Entry Point" der Subroutine DRPL21.

Dabei ist U die elastische Formänderungsarbeit des Plattenelementes (mit Fläche F) für einen vom Vektor $\{w\}$ spezifizierten Verschiebungszustand. M_x , M_y und M_{xy} sind die beiden Biegemomente und das Drillungsmoment. Diese werden aus den Krümmungen $w_{,xx}$, $w_{,yy}$ und $w_{,xy}$ mit Hilfe der Steifigkeitskoeffizienten d_{11} , d_{12} , d_{22} und d_{33} bestimmt. Zur Definition dieser Koeffizienten gelten folgende Beziehungen:

$$M_x = d_{11} w_{,xx} + d_{12} w_{,yy}$$

$$M_y = d_{12} w_{,xx} + d_{22} w_{,yy}$$

$$M_{xy} = d_{33} w_{,xy}$$

Für isotrope Platten gilt:

$$d_{11} = d_{22} = \frac{E \cdot t^3}{12(1 - \nu^2)}$$

$$d_{12} = \nu \cdot d_{11}$$

$$d_{33} = (1 - \nu) \cdot d_{11}$$

Wobei E der Elastizitätsmodul, t die konstante Plattendicke und ν der Poisson'sche Koeffizient sind.

Der Lastvektor $\{P\}_{21 \times 1}$ bzw. $\{P\}_{18 \times 1}$ für eine auf der Fläche des Elementes gleichmässig verteilten Belastung $p = 1$ wird ebenfalls bestimmt. Zur Definition dieses Vektors gilt folgende Beziehung:

$$V = \iint p w \, dF = p \cdot \iint w \, dF = \{w\}^T \{P\} \cdot p$$

Dabei ist V die äussere Arbeit der gleichmässig verteilten Last p für einen vom Vektor $\{w\}$ spezifizierten Verschiebungszustand des Plattenelementes. Der Vektor $\{P\}_{21 \times 1}$ bzw. $\{P\}_{18 \times 1}$ wird, beginnend in der Adresse <GLEICHP>, sequentiell gespeichert.

Die Geometrie des Elementes wird von den Koordinaten (x_1, y_1) und (x_2, y_2) der Knotenpunkte 1 und 2 relativ zu 3 bestimmt. Die orthotropischen Steifigkeitskoeffizienten sind im Innern des Plattenelementes konstant.

Der Algorithmus der Subroutine DRPL21 (wie auch der des Scheibenelementes DRSC18) benötigt keine Matrixinversion und keine explizite Integrationsprozedur. Dies wird erreicht durch die Anwendung von natürlichen, dimensionslosen Dreieckskoordinaten. Da die in diesem Koordinatensystem hergeleiteten Matrizen und Vektoren von der Geometrie und von den elastischen Eigenschaften des Elementes weitgehend unabhängig werden, ist es möglich, viele Berechnungen nur einmal für alle Elemente durchzuführen. Die entsprechenden Daten werden dann als Konstante (mittels "DATA-Statements") im Computer gespeichert, so dass die Bestimmung der Steifigkeitsmatrizen und der Lastvektoren in globalen kartesischen Koordinaten nur noch einfache Transformationen verlangt. Solche Prozeduren sind heute allgemein bekannt und verkürzen die notwendige Computerzeit erheblich.

2.4 Das dreieckige Scheibenelement DRSC18 (s. Lit. 5, 6, 7)

Zwei vollständige Polynome 3. Grades in x und y werden als Verschiebungsfunktionen $u(x,y)$ und $v(x,y)$ in x - und y -Richtung angenommen. Da jedes von diesen Polynomen von 10 Parametern bestimmt wird, muss das entsprechende dreieckige Scheibenelement 20 diskrete Verschiebungsvariablen besitzen. Diese bilden zwei Vektoren $\{w_e\}_{18 \times 1}$ und $\{w_i\}_{2 \times 1}$

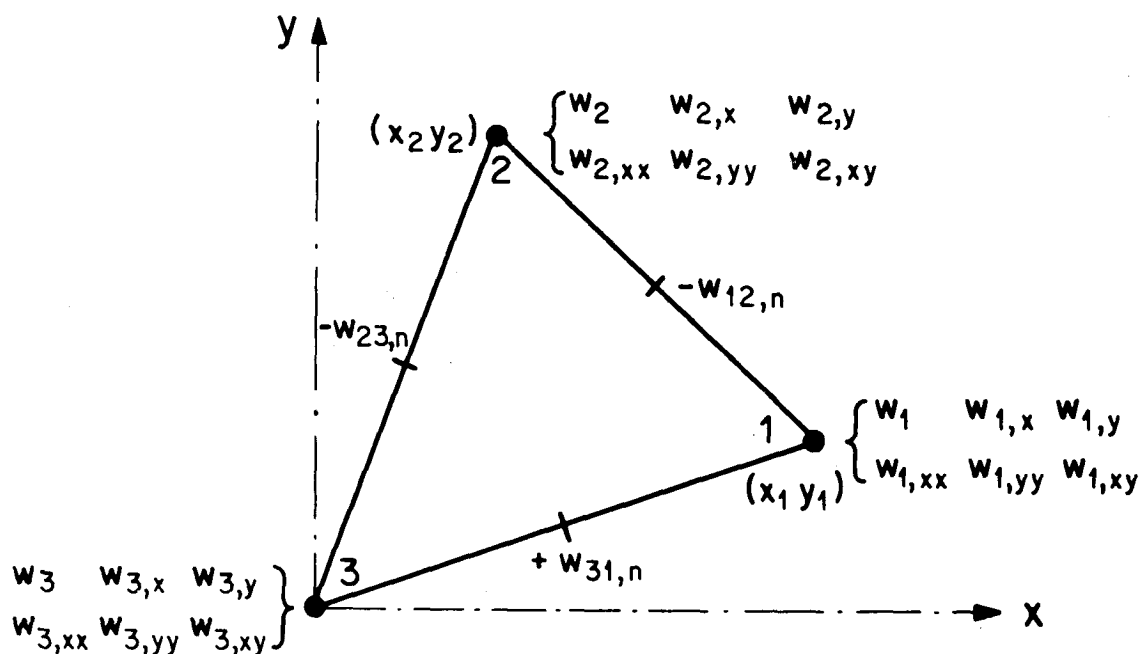


Fig. 1: Plattenelement DRPL21 mit 21 Verschiebungsvariablen

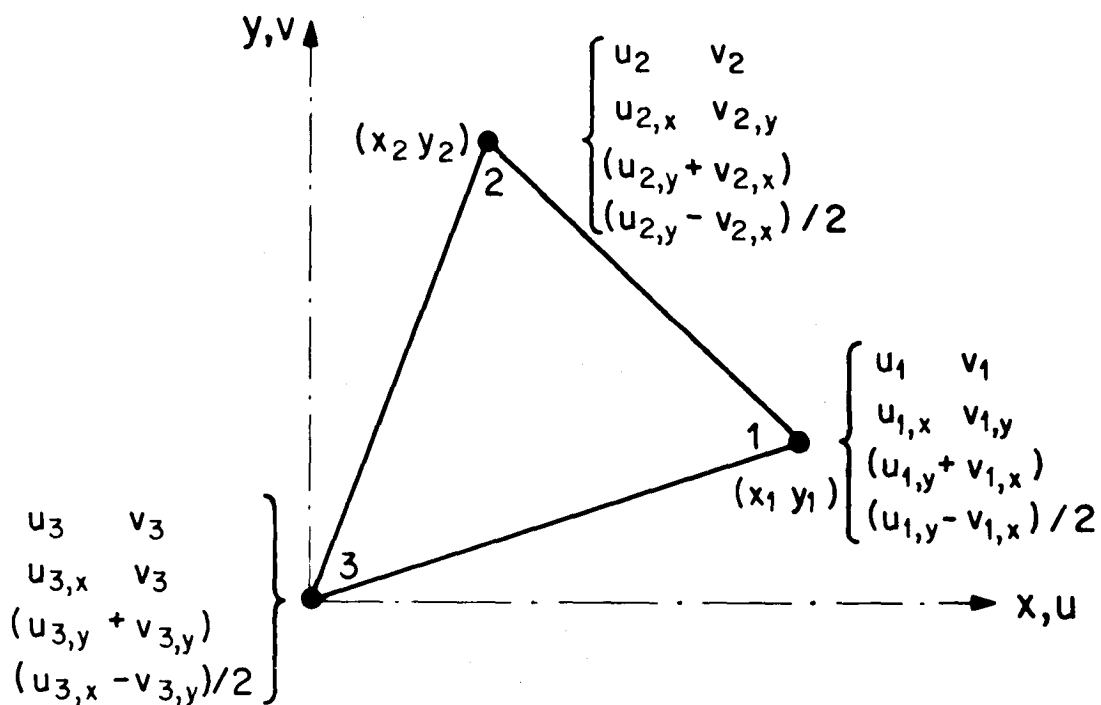


Fig. 2: Scheibenelement DRSC18 mit 18 Verschiebungsvariablen

die wie folgt definiert sind (s. Fig. 2):

$$\{w_e\}^T \equiv \begin{matrix} < & u_1 & v_1 & u_{1,x} & v_{1,y} & (u_{1,y} + v_{1,x}) & (u_{1,y} - v_{1,x})/2 \\ & u_2 & v_2 & u_{2,x} & v_{2,y} & (u_{2,y} + v_{2,x}) & (u_{2,y} - v_{2,x})/2 \\ & u_3 & v_3 & u_{3,x} & v_{3,y} & (u_{3,y} + v_{3,x}) & (u_{3,y} - v_{3,x})/2 & > \end{matrix}$$

$$\{w_i\}^T \equiv \left\langle \iint u \, dF \quad \iint v \, dF \right\rangle$$

Dabei sind $u_{n,x} = \epsilon_x$, $u_{n,y} = \epsilon_y$ und $u_{n,y} + v_{n,x} = \gamma$ die beiden Dehnungen und die Schiebung am Eckpunkt n ($n = 1, 2, 3$). Die Variable $(u_{n,y} - v_{n,x})/2 = \omega$ kann als Rotation des Eckpunktes n um eine zur Scheibenebene senkrecht stehenden Achse aufgefasst werden (*).

Die Verschiebungsvariablen des Vektors $\{w_e\}_{18 \times 1}$ bestimmen die Verschiebungen der Elementränder und werden deswegen als "externe" Variablen bezeichnet. Sie sind so gewählt, dass die kinematischen Kompatibilitätsbedingungen zwischen Elementen erfüllt werden. Die beiden "internen" Variablen des Vektors $\{w_i\}$ beeinflussen hingegen die Randverschiebungen nicht und können somit willkürlich gewählt werden. Die hier getroffene Wahl scheint günstiger zu sein als die Wahl der Schwerpunktverschiebungen u und v (s. Lit. ^{5, 6, 7}). Insbesondere wird damit die Bestimmung der Lastvektoren für gleichmässig verteilte Massenkräfte in u - und v -Richtung wesentlich erleichtert.

Bekanntlich ist es möglich, durch die Anwendung des Minimumprinzips der potentiellen Energie im Innern des Elementes die interne Verschiebungsvariablen zu eliminieren oder zu "kondensieren". Dadurch geht kein Freiheitsgrad verloren. Diese Prozedur wird im Anhang I kurz erklärt.

Zur Definition der "kondensierten" Steifigkeitsmatrix $[K]_{18 \times 18}$ gilt folgende Beziehung:

$$U = \frac{1}{2} \iint (\epsilon_x N_x + \epsilon_y N_y + \gamma N_{xy}) \, dF = \frac{1}{2} \{w_e\}^T [K] \{w_e\}$$

Dabei ist U die elastische Formänderungsarbeit des Scheibenelementes für einen vom Vektor $\{w_e\}$ spezifizierten Verschiebungszustand. N_x , N_y und N_{xy} sind die Normal- und Schubkräfte pro Längeneinheit, die in der Scheibe wirken. Diese werden aus den Dehnungen $u_{,x} = \epsilon_x$, $v_{,y} = \epsilon_y$ und aus der Schiebung $u_{,y} + v_{,x} = \gamma$ mit Hilfe der orthotropischen Steifigkeitskoeffizienten d_{11} , d_{12} , d_{22} und d_{33} bestimmt. Zur Definition dieser Koeffizienten gelten folgende Beziehungen:

$$N_x = d_{11} u_{,x} + d_{22} v_{,y} = d_{11} \epsilon_x + d_{12} \epsilon_y$$

$$N_y = d_{12} u_{,x} + d_{22} v_{,y} = d_{12} \epsilon_x + d_{22} \epsilon_y$$

$$N_{xy} = d_{33} (u_{,y} + v_{,x}) = d_{33} \gamma$$

(*) Diese Rotations-Variable ω erlaubt bei Schalenproblemen eine konsistente Definition des räumlichen Verschiebungsvektors für jeden Knotenpunkt.

Für isotrope Scheiben gilt:

Für ebene Spannungsprobleme ($\sigma_z = 0$, $\epsilon_z \neq 0$):

$$d_{11} = d_{22} = E \cdot t$$

$$d_{12} = \nu \cdot d_{11} = \nu \cdot E \cdot t$$

$$d_{33} = d_{11} / 2(1 + \nu) = G \cdot t$$

Für ebene Dehnungsprobleme ($\epsilon_z = 0$, $\sigma_z \neq 0$):

$$d_{11} = d_{22} = \frac{E \cdot t \cdot (1 - \nu)}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

$$d_{12} = \frac{\nu \cdot E \cdot t}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$$

$$d_{33} = \frac{E \cdot t}{2(1 + \nu)} = G \cdot t$$

wobei t die konstante Scheibendicke, E der Elastizitätsmodul, G der Schubmodul und ν der Poisson'sche Koeffizient sind.

Die Subroutine DRSC18 bestimmt noch die Lastvektoren $\{P_u\}_{18 \times 1}$ und $\{P_v\}_{18 \times 1}$ für gleichmäßig verteilte Massenkraft pro Flächeneinheit $p_u = 1$ bzw. $p_v = 1$ in u - und v -Richtung. Zur Definition dieser beiden Vektoren gelten folgende Beziehungen:

$$V = \iint p_u u \, dF = p_u \cdot \iint u \, dF = \{W_e\}^T \{P_u\} \cdot p_u$$

bzw.

$$V = \iint p_v v \, dF = p_v \cdot \iint v \, dF = \{W_e\}^T \{P_v\} \cdot p_v$$

Dabei ist V die Arbeit der äusseren Lasten p_u bzw. p_v für einen, vom Vektor $\{W_e\}$ spezifizierten Verschiebungszustand des Scheibenelementes. Die Vektoren $\{P_u\}_{18 \times 1}$ und $\{P_v\}_{18 \times 1}$ werden, beginnend in der Adresse <GLEICHU> bzw. <GLEICHV> sequentiell gespeichert.

2.5 Die viereckigen Elemente VKPL28, VKPL24 und VKSC24

Viereckige Elemente setzen sich aus vier entsprechenden dreieckigen Elementen zusammen (s. Fig. 3 und 4). Bei den Plattenelementen VKPL28 und VKPL24 handelt es sich um vier DRPL21 Elemente. Die vier externen Seitenvariablen werden bei dem Element VKPL28 mit der gleichen Prozedur wie beim Element DRPL18 eliminiert.

Bei allen viereckigen Elementen entstehen "interne" Verschiebungsvariablen: 10 für die Plattenelemente VKPL28 oder VKPL24, 6 für das Scheibenelement VKSC24. Diese "internen" Variablen werden "kondensiert". Wie schon erwähnt, wird diese Kondensationsprozedur in Anhang I kurz erklärt.

Die Anordnung der externen Verschiebungsvariablen ist am Anfang der Subroutinen VKPL28, VKPL24 und VKSC24 angegeben. Sie entspricht der Numerierung der Knotenpunkte

nicht, sollte aber bei der Zusammensetzung der globalen Steifigkeitsmatrix gewisse Vorteile mit sich bringen.

Für die Steifigkeitsmatrizen und die Lastvektoren gelten ähnliche Definitionen wie bei den entsprechenden Dreieckselementen. Bei den Plattenelementen wird noch der Lastvektor für eine im Schwerpunkt des Elementes angreifende Einzellast $P = 1$ bestimmt. Dieser Lastvektor wird, beginnend in der Adresse <EINZELP>, sequentiell gespeichert.

Die Subroutinen VKPL28, VKPL24 und VKSC24 bestimmen auch noch die Matrizen und Vektoren, welche zur Berechnung der Verschiebungen und der Spannungen in der Mitte des Elementes notwendig sind. Für die Plattenelemente VKPL28 und VKPL24 gelten folgende Beziehungen:

$$\begin{pmatrix} w \\ w,x \\ w,y \\ w,xx \\ w,yy \\ w,xy \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [\text{WMITTE}]_{6 \times 28} & \{W\}_{28 \times 1} \\ & 6 \times 24 & 24 \times 1 \end{bmatrix} + p \cdot \{ \text{WMITTEG} \}_{6 \times 1} + p \cdot \{ \text{WMITTEE} \}_{6 \times 1}$$

Die Namen der Matrix [WMITTE] und der Vektoren {WMITTEG} und {WMITTEE} entsprechen den Namen der zugehörigen formalen Parameter der Subroutinen. {W} ist der aus der Lösung des globalen Gleichungssystems erhaltene Verschiebungsvektor. Die skalaren Grössen p und P stellen die gleichmässig verteilte Belastung und die in der Mitte des Elementes angreifende Einzellast dar.

Für das Scheibenelement VKSC24 gilt:

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ u,x \\ v,y \\ u,y + v,x \\ (u,y - v,x)/2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} [\text{WMITTE}]_{6 \times 24} & \{W\}_{24 \times 1} \\ & p_u \cdot \{ \text{WMITTEU} \}_{6 \times 1} + p_v \cdot \{ \text{WMITTEV} \}_{6 \times 1} \end{bmatrix}$$

Die Namen der Matrix [WMITTE] und der Vektoren {WMITTEU} und {WMITTEV} entsprechen ebenfalls den Namen der zugehörigen formalen Parametern. p_u und p_v sind die gleichmässig verteilten Massenkräfte pro Flächeneinheit in u - und v -Richtung.

Am Anfang der Subroutinen VKPL28, VKPL24 und VKSC24 wird die "Array" M(252) bzw. M(207) mit Hilfe von "DATA-Statements" initialisiert. Es soll dabei beachtet werden, dass in jedem Computerwort M(I) vier ganzzahlige Zahlen zusammengepackt sind. Jede davon benötigt 12 "Bits", so dass pro Wort 48 "Bits" beansprucht werden. Entsprechende Programmänderungen sind deswegen notwendig, falls diese Subroutinen für einen Computer mit weniger als 48 "Bits" pro Wort oder mit einer anderen Zahlendarstellung umgeschrieben werden sollten.

2.6 Elastisch gestützte viereckige Plattenelemente

Bei den viereckigen Plattenelementen VKPL28 und VKPL24 wird noch der Fall behandelt, bei dem die Elemente von einer elastisch senkbaren Unterlage gestützt werden. Dies erlaubt eine sehr einfache Behandlung des Falles von Platten, die auf frei drehbaren, elastisch senkbaren (oder auch unsenkbaren) Stützen liegen (*). Der entsprechende Algorithmus wird in Anhang I beschrieben. Nach unseren Kenntnissen wurde dieser Algorithmus noch nie verwendet.

Es wird angenommen, dass die Stütze einen, auf die Fläche des Elementes gleichmässig verteilten Druck s ausübt. Die durchschnittliche Einsenkung des Stützenkopfes δ soll dann proportional zum Stützendruck s und folglich zur Stützenkraft $S = F \cdot s$ sein. Dies schreibt sich wie folgt:

$$\delta = \frac{1}{F} \iint w \, dF = C \cdot F \cdot s = C \cdot S$$

Dabei ist C die Stützenkonstante, die in den Subroutinen VKPL28 und VKPL24 ins "Labeled Common" CVKPL an der Adresse <STKONST> gespeichert wird. C stellt die Einsenkung des Stützenkopfes infolge einer einheitlichen Stützenkraft $S = 1$ dar. C darf keinen negativen Wert annehmen, darf aber Null sein (für frei drehbare unsenkbare Stützen). Wird jedoch in der Adresse <STKONST> eine negative Zahl gespeichert, wird das Plattenelement als nicht-gestützt betrachtet (als ob C unendlich gross wäre).

Zur Berechnung der Stützenkraft S aus dem bekannten Lösungsvektor $\{W\}_{28 \times 1}$ bzw. $\{W\}_{24 \times 1}$, werden noch der Vektor $\{STKRAFT\}_{28 \times 1}$ bzw. $\{STKRAFT\}_{24 \times 1}$ und die beiden skalaren Grössen STKRG und STKRE bestimmt. Die Stützenkraft S wird dann wie folgt berechnet:

$$S = \{STKRAFT\}_{1 \times 28}^T \begin{matrix} \{W\}_{1 \times 28} \\ \{W\}_{1 \times 24} \end{matrix} + p \cdot STKRG + P \cdot STKRE$$

Die Namen STKRAFT, STKRG und STKRE sind formale Parameter der Subroutinen. p und P sind die früher definierten Plattenbelastungen.

(*) Auch der Fall von Fundamentplatten, die auf einem elastisch senkbaren Boden liegen (Bettungsziffertheorie), kann damit behandelt werden.

3. PROGRAMME ZUR LOESUNG VON SYMMETRISCHEN GLEICHUNGSSYSTEMEN MIT BANDFOERMIGER

KOEFFIZIENTENMATRIX : BANDMAT, BMRESID

3.1 Anwendungen

Die Methode der endlichen Elemente führt zu grossen linearen Gleichungssystemen, deren Koeffizientenmatrix in vielen Fällen eine Bandstruktur aufweist. Die Subroutinen BANDMAT und BMRESID wurden deswegen speziell für solche bandförmige Matrizen entwickelt und sind theoretisch im Stande unbeschränkt grosse Gleichungssysteme zu behandeln.

Man geht von folgendem Gleichungssystem aus:

$$[A]_{NGL \times NGL} [X]_{NGL \times NB} + [B]_{NGL \times NB} = 0$$

wobei $[A]_{NGL \times NGL}$ die symmetrische, bandförmige Koeffizientenmatrix (NGL = Anzahl Gleichungen), $[X]_{NGL \times NB}$ die Matrix der unbekanntenen Lösungsvektoren (NB = Anzahl Belastungsfälle) und $[B]_{NGL \times NB}$ die Matrix der Belastungsvektoren ist.

Die Subroutine BANDMAT löst das Gleichungssystem nach dem Gauss'schen Eliminationsverfahren und bestimmt die dreieckige halbinverse Matrix $[D]$ der Koeffizientenmatrix $[A]$. Die Subroutine BMRESID berechnet die Matrix der Residuenvektoren $[R]$ sowie die Längen derselben dividiert durch die Längen der entsprechenden Belastungsvektoren.

3.2 Organisation der Datenübertragung

Die Datenübertragung erfolgt auf zwei Arten:

1. Durch die formalen Parameter, deren Bedeutung im Programm selbst mit Hilfe von "Comment"-Karten erklärt wird.
2. Durch Anrufe der Lese- und Schreibsubroutinen READMS und WRITMS, welche zur Uebertragung der eigentlichen Matrizen verwendet werden.

Die Matrizen $[A]_{NGL \times NGL}$, $[B]_{NGL \times NB}$, $[X]_{NGL \times NB}$, $[D]_{NGL \times NGL}$ und $[R]_{NGL \times NB}$ sind in der Regel zu gross, um Platz im Hauptspeicher zu finden. Sie werden deswegen in Blöcke unterteilt und mit Hilfe eines Grossraumspeichers verarbeitet. Fig. 5 zeigt, wie die Koeffizientenmatrix $[A]$, die Lösungsmatrix $[X]$ und die Belastungsmatrix $[B]$ in Blöcke zu zerlegen sind.

Nur die obere Hälfte der symmetrischen bandförmigen Matrix $[A]_{NGL \times NGL}$ wird betrachtet. Diese wird in mehrere gleich grosse Blöcke mit je NZ Zeilen und NK Kolonnen unterteilt. Innerhalb dieser Blöcke muss für jeden Koeffizienten (inklusive Null-Koeffizient) eine Speicherstelle reserviert werden. Die letzten Blöcke haben ebenfalls dieselben Dimensionen, obwohl sie zum Teil irrelevante Werte enthalten. Es müssen mindestens zwei Blöcke vorhanden sein (NGL > NZ).

Die Matrizen $[B]_{NGL \times NB}$ und $[X]_{NGL \times NB}$ werden in ähnlicher Weise in gleich grosse Blöcke mit je NZ Zeilen und NB Kolonnen unterteilt. Die Blockunterteilung der Matrizen $[D]_{NGL \times NGL}$ und $[R]_{NGL \times NB}$ entspricht der von $[A]_{NGL \times NGL}$ bzw. $[B]_{NGL \times NB}$ oder

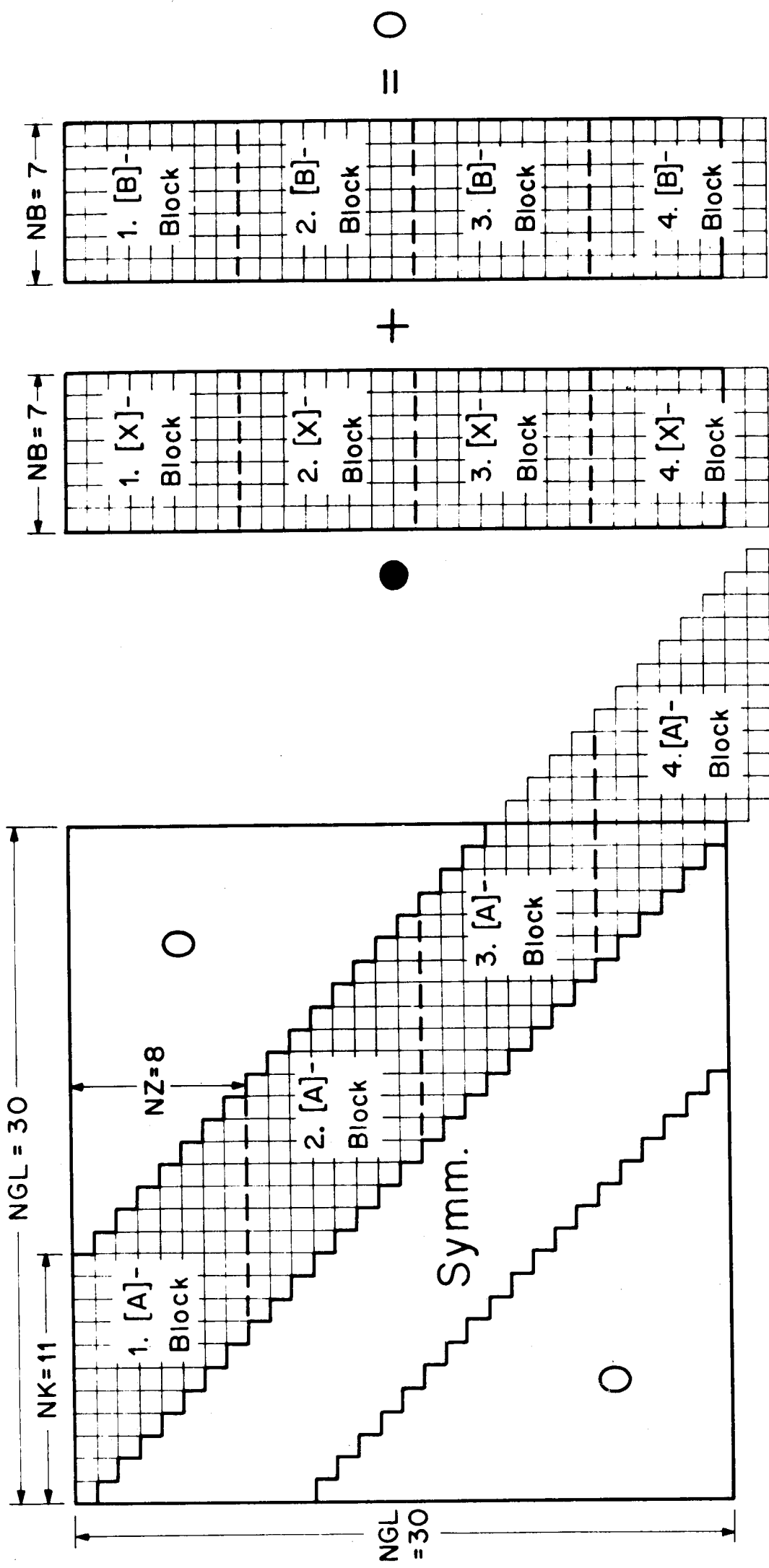


Fig. 5: Beispiel für die Blockunterteilung der Matrizen $[A]$, $[X]$ und $[B]$:
 Schematische Darstellung des Gleichungssystems $[A]_{30 \times 30} \cdot [X]_{30 \times 7} + [B]_{30 \times 7} = 0$

$[X]_{NGL \times NB}$.

Bei allen Matrizen werden die Koeffizienten zeilenweise gespeichert. Zum Beispiel werden die $NK \times NZ$ Koeffizienten eines $[A]$ -Blockes wie folgt in sequentielle Adresse angeordnet

$$a_{1,1} \ a_{1,2} \ \dots \ a_{1,NK} \ a_{2,1} \ a_{2,2} \ \dots \ a_{2,NK} \ \dots \ a_{NZ,1} \ a_{NZ,2} \ \dots \ a_{NZ,NK}$$

Die Blockübertragung erfolgt immer via Grossraumspeicher mit Hilfe der Subroutinen READMS und WRITMS. Diese entsprechen den "FORTRAN-Extended Mass Storage" Subroutinen, welche in "FORTRAN-Extended Reference Manual" (Control Data Pub. No. 60176600 Rev. A, Seite 5 - 10 und Appendix I-3) beschrieben sind. Die Subroutinen READMS und WRITMS werden durch folgende Anweisungen angerufen:

CALL READMS (n, a, l, k)

CALL WRITMS (n, a, l, k)

Dabei bedeuten die formalen Parameter:

n : Identifikationsnummer der zu übertragenden Matrix oder auch logische Nummer des "Files", wo die entsprechenden Blöcke gespeichert sind (*).

a : Speicheradresse des ersten Wortes des Blockes.

l : Länge des Blockes

k : Blocknummer.

Wird das Programm mit dem "FORTRAN-Extended Compiler" übersetzt, können die "Library"-Subroutinen READMS und WRITMS verwendet werden. Ist das nicht der Fall, muss der Benutzer diese Subroutinen selber schreiben.

3.3 Die Subroutine BANDMAT

Die symmetrische Koeffizientenmatrix $[A]_{NGL \times NGL}$ kann als Produkt von drei Matrizen (Gauss'sche Zerlegung) betrachtet werden:

$$[A] = [U][P][U]^T$$

Dabei ist $[U]_{NGL \times NGL}$ eine untere Dreiecksmatrix, deren Diagonalelemente aus "Einser" bestehen. $[P]_{NGL \times NGL}$ ist eine Diagonalmatrix, deren p_{kk} -Koeffizienten die Pivotelemente des Gauss'schen Algorithmus sind.

Die obere Dreiecksmatrix $[D]_{NGL \times NGL}$ (Halbinverse von $[A]$) ist wie folgt definiert:

$$[D] \equiv [P][U]^T$$

Das Gleichungssystem schreibt sich dann:

$$[A][X] + [B] = [U][P][U]^T[X] + [B] = [U][D][X] + [B] = 0$$

(*) Die n-Parameter für die Matrizen A, B, X, D und R werden von den formalen Parametern NTA, NTB, NTX, NTD und NTR gegeben.

Die Subroutine BANDMAT ist im Stande, folgende Operationen durchzuführen:

1. Bildung der Matrix [D] aus [A] (Vorwärtselimination). Diese Operation wird durchgeführt, wenn der logische Parameter DBILD = .TRUE. ist. Falls die Identifikationsnummern der Matrizen [A] und [D] gleich sind (NTA = NTD), werden die Blöcke von [A] durch die Blöcke von [D] ersetzt. Das ist möglich, weil [D] die gleiche Bandstruktur besitzt wie [A]. Als Pivotelemente werden, der Reihe nach, die Diagonalelemente genommen. Lineare Abhängigkeiten in den Gleichungen werden nicht entdeckt.
2. Bildung der Lösungsmatrix [X]. Zwei Schritte sind dabei notwendig:
 - a. Bestimmung von $[U]^{-1}[B]$ (Vorwärtselimination). Es gilt:

$$[D][X] + [U]^{-1}[B] = 0$$

Falls der logische Parameter DBILD = .FALSE. ist, wird $[U]^{-1}[B]$ aus der früher gerechneten halbinversen Matrix [D] bestimmt.

- b. Bestimmung von [X] (Rückwärtselimination). Es gilt:

$$[X] = - [D]^{-1}[U]^{-1}[B] = - [A]^{-1}[B]$$

Falls die Identifikationsnummern der Matrizen [B] und [X] gleich sind (NTB = NTX), werden die Blöcke von [B] durch die Blöcke von [X] ersetzt.

Zwei [A]-Blöcke (jeder bestehend aus NZ·NK Wörtern) und zwei [B]-Blöcke (jeder bestehend aus NZ·NB Wörtern) müssen gleichzeitig im Hauptspeicher Platz finden. Die Anfangsadressen der entsprechenden Speicherzonen werden von den formalen Parametern A und B gegeben. Die Parameter NK (= halbe Bandweite von [A]) und NZ (= Anzahl Zeilen pro Block) können sonst beliebig gross sein. Wird NZ klein gewählt (NK hängt ja meistens von der Problemstellung ab), ist es möglich, mit wenig Speicherplatz sehr grosse Gleichungssysteme zu behandeln. Ist jedoch $NZ \geq NK - 1$, werden die Input - Output Kanäle weniger beansprucht, die Rechenzeit dürfte sich ebenfalls etwas verkürzen.

3.4 Die Subroutine BMRESID

Die Subroutine BMRESID bestimmt aus der bekannten Lösungsmatrix [X] die Matrix der Residuenvektoren $[R]_{NGL \times NB}$. Diese ist wie folgt definiert:

$$[R] \equiv [A][X] + [B]$$

Die Längen der Residuenvektoren werden ebenfalls bestimmt und dividiert durch die Längen der entsprechenden Belastungsvektoren. Diese Werte werden, beginnend in der Adresse <RLAENGE>, sequentiell gespeichert und können als Fehlermass benutzt werden.

Falls die Lösungsmatrix [X] mit numerischen Fehlern behaftet ist, ist es möglich, aus der Matrix der Residuenvektoren [R] eine verbesserte Lösungsmatrix [X*] zu bestimmen aus der Formel:

$$[X^*] = [X] - [A]^{-1}[R] = [X] + [\Delta X]$$

Die Bestimmung der KorrekturmatriX $[\Delta X] = - [A]^{-1}[R]$ ist besonders einfach, weil $[\Delta X]$

die Lösungsmatrix von folgendem Gleichungssystem ist:

$$[A][\Delta X] + [R] = 0$$

Die Korrekturmatrix $[\Delta X]$ kann folglich mit Hilfe der Subroutine BANDMAT bestimmt werden. Da die halbinverse Matrix $[D]$ bei der ursprünglichen Lösung des Gleichungssystems schon bestimmt wurde, wird der dabei notwendige Rechenaufwand verhältnismässig klein sein.

Der Bedarf an Speicherplatz für die Subroutine BMRESID ist im Programm selbst mit Hilfe von "Comment"-Karten angegeben.

ANHANG I : KONDENSATION DER INTERNEN FREIHEITSGRADE FUER NICHT GESTUETZTE UND FUER
 ELASTISCH GESTUETZTE VIERECKIGE PLATTENELEMENTE

Behandelt wird zuerst der Fall von nicht gestützten Plattenelementen.

Die Elemente VKPL28 und VKPL24 besitzen 10 "interne" Verschiebungsvariablen (4 Seitenvariablen und 6 Schwerpunktvariablen), die zusammen den Vektor $\{W_i\}$ bilden, sowie 28 bzw. 24 "externe" Variablen, die den Vektor $\{W\} = \{W_e\}$ bilden.

Die potentielle Energie Π eines Plattenelementes, auf welchem eine Last $q(x,y)$ wirkt, ist:

$$\Pi = U - V = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} W_i \\ W_e \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ie} \\ K_{ei} & K_{ee} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_i \\ W_e \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} W_i \\ W_e \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} Q_i \\ Q_e \end{Bmatrix}$$

Dabei werden die Steifigkeitsmatrix und der Lastvektor, dem Verschiebungsvektor entsprechend, in 4 Untermatrizen $[K_{ii}]$, $[K_{ie}] = [K_{ei}]^T$ und $[K_{ee}]$ bzw. in zwei Untervektoren $\{Q_i\}$ und $\{Q_e\}$ unterteilt.

Die potentielle Energie des aus vielen Elementen zusammengesetzten Systems ist am Lösungspunkt minimal. Da aber die internen Variablen des Vektors $\{W_i\}$ die nebenliegenden Elemente nicht beeinflussen, ist es möglich, das Minimumprinzip der potentiellen Energie im Innern des Elementes anzuwenden. Durch null-setzen der partiellen Ableitungen der potentiellen Energie nach allen internen Variablen bekommt man:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \{W_i\}} = [K_{ii}]\{W_i\} + [K_{ie}]\{W_e\} - \{Q_i\} = 0$$

oder

$$\{W_i\} = - [K_{ii}]^{-1} [K_{ie}]\{W_e\} + [K_{ii}]^{-1} \{Q_i\}$$

Durch Einsetzen dieser Beziehungen in den Ausdruck für Π gelingt es, den Vektor $\{W_i\}$ zu eliminieren:

$$\Pi = \frac{1}{2} \{W_e\}^T ([K_{ee}] - [K_{ei}][K_{ii}]^{-1}[K_{ie}])\{W_e\} - \{W_e\}^T (\{Q_e\} - [K_{ei}][K_{ii}]^{-1}\{Q_i\})$$

$$\Pi = \frac{1}{2} \{W_e\}^T [K]\{W_e\} - \{W_e\}^T \{Q\}$$

wobei:

$$[K] \equiv [K_{ee}] - [K_{ei}][K_{ii}]^{-1}[K_{ie}]$$

die gesuchte "kondensierte" Steifigkeitsmatrix und:

$$\{Q\} = \{Q_e\} - [K_{ei}][K_{ii}]^{-1}\{Q_i\}$$

der "kondensierte" Lastvektor ist.

Der Algorithmus, welcher zur numerischen Bestimmung von $[K]$ und $\{Q\}$ führt, ist äusserst einfach. Für 10 interne Variablen genügen nämlich 10 Gauss'sche Eliminations-schritte, ausgeführt an folgender zusammengesetzter Matrix:

$$\left[\begin{array}{c|c|c} K_{ii} & K_{ie} & Q_i \\ \hline K_{ei} & K_{ee} & Q_e \end{array} \right]$$

um $[K]$ und $\{Q\}$ in der unteren Hälfte des entsprechenden Tableaus zu erhalten. Dabei sind als Pivotelemente die Diagonalelemente der Matrix $[K_{ii}]$ zu nehmen. Man erhält:

$$\left[\begin{array}{c|c|c} D & -U^{-1}K_{ie} & -U^{-1}Q_i \\ \hline K_{ee} - K_{ei}K_{ii}^{-1}K_{ie} & & Q_e - K_{ei}K_{ii}^{-1}Q_i \end{array} \right]$$

Wobei $[D]$ und $[U]$ die obere und untere Dreiecksmatrizen der Gauss'schen Zerlegung von $[K_{ii}]$ sind ($[K_{ii}] = [U][D]$).

Zur Behandlung von elastisch gestützten viereckigen Plattenelementen wird der gleichmässig verteilte Stützendruck s einfach als eine zusätzliche interne Variable betrachtet. Dabei muss, an Stelle der potentiellen Energie Π , eine neue Funktion Π^* verwendet werden, welche den Einfluss des Stützendruckes berücksichtigt:

$$\Pi^* \equiv \Pi - \frac{1}{2} C \cdot F^2 \cdot s^2 + s \cdot \iint w \, dF$$

Die Formänderungsarbeit der Stütze wird vom zweiten Summand gegeben. Der dritte Summand stellt die Arbeit des Stützendruckes s für ein Plattendurchbiegung w dar (*).

Aus der Definition des Belastungsvektors $\{P\}$ für eine gleichmässig verteilte Belastung $p = 1$ (s. Abschnitt 2.3) folgt:

$$\iint w \, dF = \{W\}^T \{P\} = \begin{Bmatrix} W_i \\ W_e \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} P_i \\ P_e \end{Bmatrix}$$

Für Π^* kann man dann schreiben:

$$\Pi^* = \Pi - \frac{1}{2} \cdot C \cdot F^2 \cdot s^2 + s \cdot \begin{Bmatrix} W_i \\ W_e \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} P_i \\ P_e \end{Bmatrix}$$

oder:

(*) Durch null-setzen der partiellen Ableitung von Π^* nach s bekommt man denselben Ausdruck wie in Abschnitt 2.6:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial s} = - C \cdot F^2 \cdot s + \iint w \, dF = 0 \quad \text{oder} \quad \frac{1}{F} \iint w \, dF = C \cdot F \cdot s$$

$$\pi^* = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} W_i \\ s \\ W_e \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{ii} & P_i & K_{ie} \\ P_i^T & -CF^2 & P_e^T \\ K_{ei} & P_e & K_{ee} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} W_i \\ s \\ W_e \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} W_i \\ W_e \end{Bmatrix}^T \begin{Bmatrix} Q_i \\ Q_e \end{Bmatrix}$$

Die internen Verschiebungsvariablen des Vektors $\{W_i\}$ sowie die Stützendruckvariable s werden, wie bei den nicht gestützten Elementen, eliminiert, wobei für s einfach ein zusätzlicher Eliminationsschritt notwendig ist. Man erhält damit die "kondensierte" Steifigkeitsmatrix:

$$[K] \equiv [K_{ee}] - [K_{ei}][K_{ii}]^{-1}[K_{ie}] + \frac{((P_e) - [K_{ei}][K_{ii}]^{-1}\{P_i\}) ((P_e) - [K_{ei}][K_{ii}]^{-1}\{P_i\})^T}{C \cdot F^2 + \{P_i\}^T [K_{ii}]^{-1} \{P_i\}}$$

und den "kondensierten" Belastungsvektor:

$$\{Q\} \equiv \{Q_e\} - [K_{ei}][K_{ii}]^{-1}[K_{ie}] + \frac{((P_e) - [K_{ei}][K_{ii}]^{-1}\{P_i\}) \{P_i\}^T [K_{ii}]^{-1} \{Q_i\}}{C \cdot F^2 + \{P_i\}^T [K_{ii}]^{-1} \{P_i\}}$$

Falls auf dem Plattenelement eine gleichmässig verteilte Last p wirkt (so dass die Lastverteilung und die Stützendruckverteilung gleich sind), bekommt man für den "kondensierten" Belastungsvektor $\{P\}$ den etwas einfacheren Ausdruck:

$$\{P\} = ((P_e) - [K_{ei}][K_{ii}]^{-1}\{P_i\}) \left(1 - \frac{1}{1 + C \cdot F^2 / \{P_i\}^T [K_{ii}]^{-1} \{P_i\}} \right)$$

Ist die Stützenkonstante C unendlich gross (für nicht gestützte Elemente), verschwindet der Einfluss von s . Ist $C = 0$ (für frei drehbare jedoch unsenkbare Elemente, bei denen $\iint w \, dF = 0$ sein muss), verschwindet der Einfluss einer gleichmässig verteilten Last p .

Es sei noch erwähnt, dass diese Prozedur für Elemente, die keine interne Verschiebungsvariablen besitzen (z.B. die Dreieckelemente DRPL21 und DRPL18), ungeeignet ist. Wenn $C = 0$ ist, wird es nämlich unmöglich sein, die interne Variable s zu eliminieren, weil das entsprechende Pivotelement Null wird. Erst bei der Lösung des globalen Gleichungssystems könnte die Variable s eliminiert werden.

Fig. 6 zeigt einige numerische Resultate für eine quadratische doppelsymmetrische Platte, die in der Mitte auf einer quadratischen Stütze liegt. Zwei Ränder der Platte sind eingespannt und zwei sind frei drehbar gelagert. Die Platte ist isotropisch und hat folgende Steifigkeitskoeffizienten: $d_{11} = d_{22} = 1,0$; $d_{12} = 0,2$; $d_{33} = 0,8$ ($\nu = 0,2$). Damit die Resultate mit dem PLATE-FOURIER Programm (s. Lit. ⁸) direkt vergleichbar sind, ist die Stützenkonstante C so gewählt ($C = 4,0372522$), dass die Plattendurchbiegung in der Mitte der Stütze Null wird. Die Elemententeilung (VKPL28 - Elemente) ist in dünnen Linien gezeichnet. Es ergibt sich damit für die 512 unbekanntenen Verschiebungsvariablen eine Koeffizientenmatrix mit einer halben Bandweite $NK = 78$. Die Lösung dieses Gleichungssystems mit der Subroutine BANDMAT verlangt ca. 45 Sek. auf einem CDC 6500-Computer.

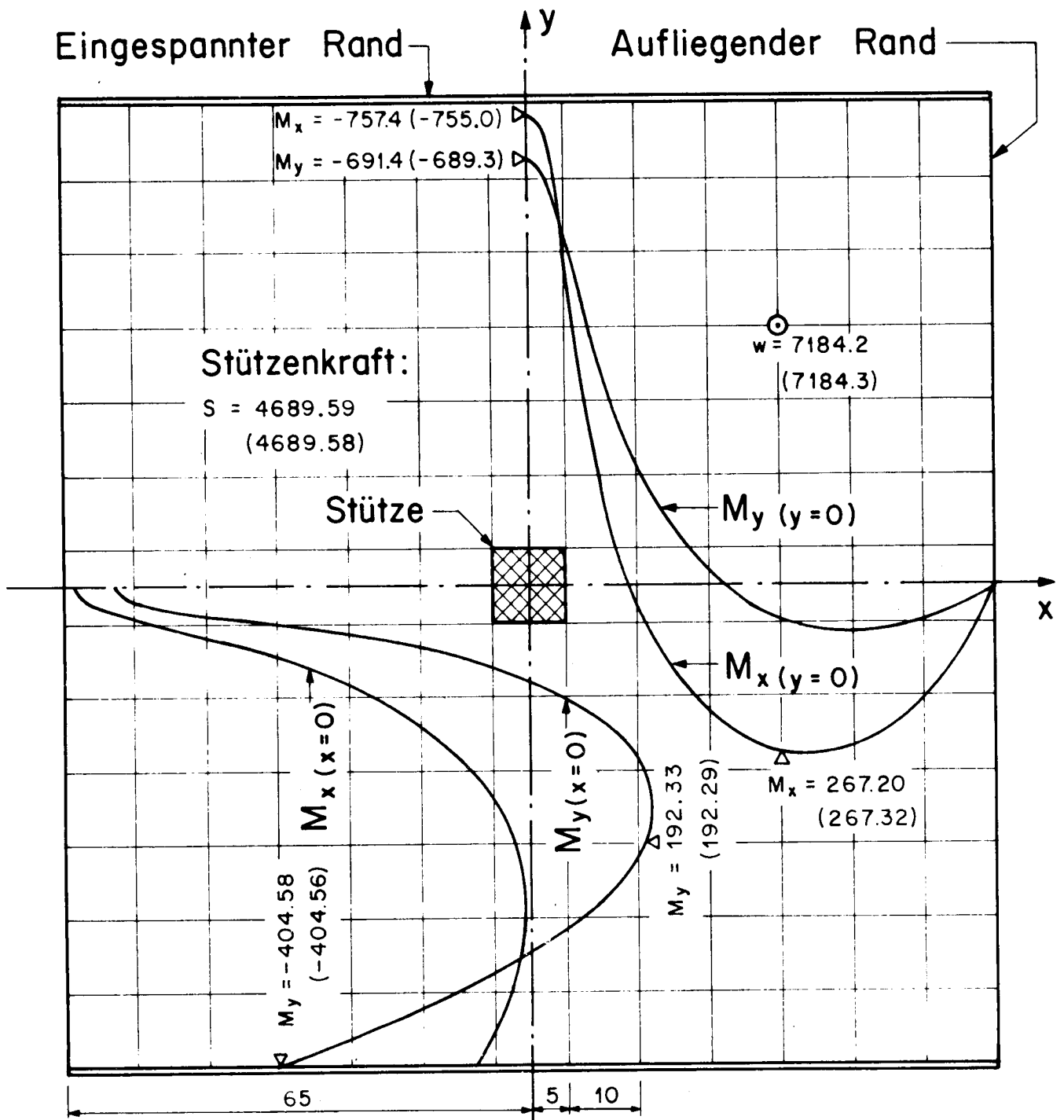


Fig. 6 : Numerische Resultate bei einer gleichmässig belasteten quadratischen Platte mit einer Stütze in der Mitte.

Der Verlauf der Biegemomente M_x und M_y entlang den Symmetrieebenen für eine gleichmässig verteilte Belastung $p = 1$ ist in Fig. 6 gezeigt. Der Wert des Stützdruckes sowie einige diskrete Werte der Momente und der Durchbiegungen sind ebenfalls angegeben und mit den entsprechenden Werten aus dem PLATE-FOURIER Programm (in Klammer gezeigt) verglichen.

LITERATURVERZEICHNIS

1. Bosshard W.: "Ein neues, vollverträgliches endliches Element für Plattenbiegung", Internationaler Verein für Brückenbau und Hochbau, Abhandlungen, Band 28-I, 1968.
2. Goël J.J.: "Utilisation numérique de la méthode de Ritz. Application aux plaques" Thèse présentée à l'Ecole Polytechnique de l'Université de Lausanne, 1967.
3. Ball K.: "A Refined Triangular Plate Bending Finite Element", Int. Journal for Numerical Methods in Engineering. Vol. 1, No. 1, 1969.
4. Argyris J.H./Fried I./Scharpf D.W.: "The TUBA Family of Plate Elements for the Matrix Displacement Method", The Aeronautical Journal of the Royal Aeronautical Society, Vol. 72, August 1968.
5. Felippa C.A.: "Refined Finite Element Analysis of Linear and Nonlinear Two-Dimensional Structures", SESM Report No. 66-22, University of California, Berkeley, California, 1966.
6. Carr A.J.: "A Refined Element Analysis of Thin Shell Structures Including Dynamic Loadings", SESM Report No. 66-22, University of California, Berkeley, California, Juni 1967.
7. Bergan P.G.: "Plane Stress Analysis using the Finite Element Method. Triangular Element with 6 Parameters in each Node", Division of Structural Mechanics, The Technical University of Norway, Trondheim, 1967.
8. Pfaffinger D./Thürlimann B.: "Tabellen für unterzugslose Decken", Verlags-AG der akademischen technischen Vereine Zürich, 1967.

TEIL II : PROGRAMME

1. SUBROUTINE DRPL21

```

SURROUTINE DRPL21 ( STEIFM , GLEICHP ) DRPL 1
C DRPL 2
  DIMENSION STEIFM(231),GLEICHP(21) DRPL 3
C DRPL 4
  COMMON / CDRPL / XDP(2),YDP(2),DP11,DP12,DP22,DP33 DRPL 5
C DRPL 6
  COMMON / SCR1 / XX(10,21),YY(10,21),XY(10,21),T(21,22),DI(5),DJ(5) DRPL 7
C DRPL 8
C*****DRPL 9
C** DRPL 10
C** SURROUTINE DRPL21 BESTIMMT DIE 21X21 STEIFIGKEITSMATRIX EINES **DRPL 11
C** DREIECKIGEN PLATTENELEMENTS UND SPEICHERT DIE HAELFTE DAVON **DRPL 12
C** EINDIMENSIONAL IN *STEIFM*, DER VERSCHIEBUNGSANSATZ IST EIN **DRPL 13
C** VOLLSTAENDIGES POLYNOM 5. GRADES. DER KONSISTENTE LASTVEKTOR **DRPL 14
C** FUER GLEICHMAESSIG VERTEILTE BELASTUNG P=1 WIRD IN *GLEICHP* **DRPL 15
C** GESPEICHERT. **DRPL 16
C** **DRPL 17
C** COMMON / CDRPL / ENTHAELT ALLE NOTWENDIGE AUSGANGSDATEN **DRPL 18
C** XDP(2),YDP(2) SIND DIE KOORDINATEN VON DEN **DRPL 19
C** KNOTENPUNKTE 1 UND 2 RELATIV ZU 3 **DRPL 20
C** DP11,DP12,DP22,DP33 SIND DIE ORTHOTROPISCHE STEIFIGKEITSKOEFF. **DRPL 21
C** **DRPL 22
C** COMMON / SCR1 / IST EINE SCRATCH-ZONE DES SPEICHERS **DRPL 23
C** **DRPL 24
C** DIE VERSCHIEBUNGSVARIABLEN SIND WIE FOLGT ANGEORDNET **DRPL 25
C** W1 W1,X W1,Y W1,XX W1,YY W1,XY W2 W2,X . . . . . W2,XY **DRPL 26
C** W3 W3,X . . . . . W3,XY -W12,N -W23,N +W31,N **DRPL 27
C** **DRPL 28
C** DIE KNOTENPUNKTE SIND IN GEGENUHRZEIGERSINN NUMERIERT **DRPL 29
C** EINE POSITIVE VERDREHUNG +W,N ERZEUGT POSITIVE DURCHBIEGUNGEN **DRPL 30
C** IM INNERN DES ELEMENTES. **DRPL 31
C** **DRPL 32
C** PROGRAMMIERER E. ANDERHEGGEN VERSION 20/6/69 **DRPL 33
C** **DRPL 34
C*****DRPL 35
C DRPL 36
  EQUIVALENCE (XDP1,XDP),(XDP2,XDP(2)),(YDP1,YDP),(YDP2,YDP(2)) DRPL 37
C DRPL 38
  DIMENSION TXX(21,7),TYY(21,7),TXY(21,7),P(21) DRPL 39
  EQUIVALENCE (T,TXX) , (T(1,8),TYY) , (T(1,15),TXY) , (T(1,22),P) DRPL 40
C DRPL 41
  DIMENSION XX4(10),XX5(10),XX10(10),XX11(10),XX16(10),XX17(10), DRPL 42
  $ YY4(10),YY5(10),YY10(10),YY11(10),YY16(10),YY17(10), DRPL 43
  $ XY6(10),XY12(10),XY18(10) DRPL 44
  EQUIVALENCE (XX4,XX(1,4)),(XX5,XX(1,5)),(XX10,XX(1,10)), DRPL 45
  $ (XX11,XX(1,11)),(XX16,XX(1,16)),(XX17,XX(1,17)), DRPL 46
  $ (YY4,YY(1,4)),(YY5,YY(1,5)),(YY10,YY(1,10)), DRPL 47
  $ (YY11,YY(1,11)),(YY16,YY(1,16)),(YY17,YY(1,17)), DRPL 48
  $ (XY6,XY(1,6)),(XY12,XY(1,12)),(XY18,XY(1,18)) DRPL 49
C DRPL 50
  DIMENSION TXX3(21,1),TYY3(21,1),TXY3(21,1) DRPL 51
  EQUIVALENCE (TXX3,XY(148)),(TYY3,T(1,5)),(TXY3,T(1,12)) DRPL 52
C DRPL 53
  DIMENSION AA(147),BB(147),AB(147), PS(21), R4(18),R5(18),R6(18), DRPL 54
  $ PSI1(10),PSI2(10),PSI3(10), PSI(10,7) DRPL 55
C DRPL 56
  DATA ( AA(T) , I = 1, 54 ) / DRPL 57
D -8.888888888888891 , 4.59259259259258 , -4.000000000000000 ,DRPL 58
D -.444444444444445 , -.148148148148148 , 1.18518518518518 ,DRPL 59
D -4.444444444444446 , -3.25925925925925 , 1.03703703703704 ,DRPL 60
D -.333333333333334 , -7.407407407407396E-2, .592592592592592 ,DRPL 61
D 13.3333333333333 , 2.81481481481481 , .296296296296296 ,DRPL 62
D .444444444444445 , .222222222222222 , -.444444444444445 ,DRPL 63
D 2.37037037037037 , 2.37037037037037 , 4.74074074074073 ,DRPL 64
E -4.444444444444446 , 1.18518518518518 , -3.11111111111111 ,DRPL 65
E -.111111111111111 , -.296296296296296 , .592592592592592 ,DRPL 66
E -8.888888888888891 , -6.51851851851850 , 2.07407407407408 ,DRPL 67
E -.444444444444445 , -.148148148148148 , 1.18518518518518 ,DRPL 68
E 13.3333333333333 , .296296296296296 , 2.81481481481481 ,DRPL 69
E .222222222222222 , .444444444444445 , -.444444444444445 ,DRPL 70
E 4.74074074074073 , 4.74074074074073 , 2.37037037037037 ,DRPL 71
F 4.444444444444446 , -1.03703703703704 , 1.77777777777778 ,DRPL 72

```

```

F 7.407407407407396E-2, .370370370370370 , -.296296296296296 ,DRPL 73
F 4.444444444444444 , 5.48148148148150 , -1.03703703703704 ,DRPL 74
F .666666666666668 , 7.407407407407396E-2, -1.03703703703704 /DRPL 75
DATA ( AA(I) , I = 55, 108 ) / DRPL 76
F -8.88888888888891 , 2.96296296296296 , -5.18518518518519 ,DRPL 77
F .259259259259260 , -.444444444444445 , 0. ,DRPL 78
F -2.37037037037037 , -9.48148148148147 , 2.37037037037037 ,DRPL 79
G 2.22222222222223 , -.518518518518519 , -.222222222222222 ,DRPL 80
G 3.703703703703698E-2, .185185185185185 , 7.407407407407396E-2,DRPL 81
G 2.22222222222223 , 2.74074074074075 , -.518518518518519 ,DRPL 82
G .222222222222222 , 3.703703703703698E-2, -.518518518518519 ,DRPL 83
G -4.444444444444446 , 1.48148148148148 , -5.03703703703704 ,DRPL 84
G .740740740740740 , -.222222222222222 , -.888888888888889 ,DRPL 85
G -1.18518518518518 , -4.74074074074073 , 4.74074074074073 ,DRPL 86
H 4.444444444444446 , -.888888888888889 , 0. ,DRPL 87
H 3.703703703703698E-2, 0. , 0. ,DRPL 88
H 0. , 0. , 0. ,DRPL 89
H 0. , 0. , 0. ,DRPL 90
H -4.444444444444446 , -3.55555555555556 , 0. ,DRPL 91
H -.370370370370370 , 0. , 0. ,DRPL 92
H 0. , 0. , 0. ,DRPL 93
I -4.444444444444446 , 3.55555555555556 , 0. ,DRPL 94
DATA ( AA(I) , I = 109, 147 ) / DRPL 95
I -.370370370370370 , 0. , 0. ,DRPL 96
I 0. , 0. , 0. ,DRPL 97
I 0. , 0. , 0. ,DRPL 98
I 4.444444444444446 , .888888888888889 , 0. ,DRPL 99
I 3.703703703703698E-2, 0. , 0. ,DRPL 100
I 0. , 0. , 0. ,DRPL 101
J 3.33333333333333 , -.629629629629630 , 1.444444444444444 ,DRPL 102
J 1.851851851851849E-2, 1.851851851851849E-2, -.259259259259260 ,DRPL 103
J -1.111111111111111 , -.259259259259260 , .259259259259260 ,DRPL 104
J -5.555555555555558E-2,-1.851851851851849E-2, 3.703703703703698E-2,DRPL 105
J -2.22222222222223 , -1.85185185185185 , 1.18518518518518 ,DRPL 106
J -.296296296296296 , 0. , .222222222222222 ,DRPL 107
J .592592592592592 , -1.18518518518518 , -2.37037037037037 /DRPL 108
DATA ( BB(I) , I = 1, 54 ) / DRPL 109
D -8.88888888888891 , 2.07407407407408 , -6.51851851851850 ,DRPL 110
D -.148148148148148 , -.444444444444445 , 1.18518518518518 ,DRPL 111
D -4.444444444444446 , -3.111111111111111 , 1.18518518518518 ,DRPL 112
D -.296296296296296 , -.111111111111111 , .592592592592592 ,DRPL 113
D 13.33333333333333 , 2.81481481481481 , .296296296296296 ,DRPL 114
D .444444444444445 , .222222222222222 , -.444444444444445 ,DRPL 115
D 4.74074074074073 , 2.37037037037037 , 4.74074074074073 ,DRPL 116
E -4.444444444444446 , 1.03703703703704 , -3.25925925925925 ,DRPL 117
E -7.407407407407396E-2, -.333333333333334 , .592592592592592 ,DRPL 118
E -8.88888888888891 , -4.000000000000000 , 4.59259259259258 ,DRPL 119
E -.148148148148148 , -.444444444444445 , 1.18518518518518 ,DRPL 120
E 13.33333333333333 , .296296296296296 , 2.81481481481481 ,DRPL 121
E .222222222222222 , .444444444444445 , -.444444444444445 ,DRPL 122
E 2.37037037037037 , 4.74074074074073 , 2.37037037037037 ,DRPL 123
F 0. , 0. , 0. ,DRPL 124
F 0. , 0. , 0. ,DRPL 125
F -4.444444444444446 , 0. , 3.55555555555556 ,DRPL 126
F 0. , -.370370370370370 , 0. ,DRPL 127
DATA ( BB(I) , I = 55, 108 ) / DRPL 128
F 4.444444444444446 , 0. , .888888888888889 ,DRPL 129
F 0. , 3.703703703703698E-2, 0. ,DRPL 130
F 0. , 0. , 0. ,DRPL 131
G 0. , 0. , 0. ,DRPL 132
G 0. , 0. , 0. ,DRPL 133
G 4.444444444444446 , 0. , -.888888888888889 ,DRPL 134
G 0. , 3.703703703703698E-2, 0. ,DRPL 135
G -4.444444444444446 , 0. , -3.55555555555556 ,DRPL 136
G 0. , -.370370370370370 , 0. ,DRPL 137
G 0. , 0. , 0. ,DRPL 138
H 2.22222222222223 , -.518518518518519 , 2.74074074074075 ,DRPL 139
H 3.703703703703698E-2, .222222222222222 , -.518518518518519 ,DRPL 140
H 2.22222222222223 , -.222222222222222 , -.518518518518519 ,DRPL 141
H .185185185185185 , 3.703703703703698E-2, 7.407407407407396E-2,DRPL 142
H -4.444444444444446 , -5.03703703703704 , 1.48148148148148 ,DRPL 143
H -.222222222222222 , .740740740740740 , -.888888888888889 ,DRPL 144
H -1.18518518518518 , 4.74074074074073 , -4.74074074074073 ,DRPL 145
I 4.444444444444446 , -1.03703703703704 , 5.48148148148150 /DRPL 146
DATA ( BB(I) , I = 109, 147 ) / DRPL 147
I 7.407407407407396E-2, .666666666666668 , -1.03703703703704 ,DRPL 148
I 4.444444444444446 , 1.777777777777778 , -1.03703703703704 ,DRPL 149
I .370370370370370 , 7.407407407407396E-2, -.296296296296296 ,DRPL 150
I -8.88888888888891 , -5.18518518518519 , 2.96296296296296 ,DRPL 151
I -.444444444444445 , .259259259259260 , 0. ,DRPL 152
I -2.37037037037037 , 2.37037037037037 , -9.48148148148147 ,DRPL 153
J -1.111111111111111 , .259259259259260 , -.259259259259260 ,DRPL 154

```

```

J-1.851851851851849E-2,-5.55555555555558E-2, 3.703703703703698E-2,DRPL 155
J 3.33333333333333 , 1.44444444444444 , -.629629629629630 ,DRPL 156
J 1.851851851851849E-2, 1.851851851851849E-2, -.259259259259260 ,DRPL 157
J -2.22222222222223 , 1.18518518518518 , -1.85185185185185 ,DRPL 158
J 0. , -.296296296296296 , .222222222222222 ,DRPL 159
J .592592592592592 , -2.37037037037037 , -1.18518518518518 /DRPL 160
DATA ( AB(I) , I = 1, 54 ) /
D -6.66666666666666 , 1.55555555555556 , -3.48148148148148 ,DRPL 162
D -.111111111111111 , -.111111111111111 , .814814814814813 ,DRPL 163
D -6.66666666666666 , -3.62962962962963 , 1.55555555555556 ,DRPL 164
D -.333333333333334 , -.111111111111111 , .629629629629630 ,DRPL 165
D 13.3333333333333 , 2.81481481481481 , .296296296296296 ,DRPL 166
D .444444444444445 , .222222222222222 , -.444444444444445 ,DRPL 167
D 3.55555555555556 , 2.37037037037037 , 4.74074074074073 ,DRPL 168
E -6.66666666666666 , 1.55555555555556 , -3.62962962962963 ,DRPL 169
E -.111111111111111 , -.333333333333334 , .629629629629630 ,DRPL 170
E -6.66666666666666 , -3.48148148148148 , 1.55555555555556 ,DRPL 171
E -.111111111111111 , -.111111111111111 , .814814814814813 ,DRPL 172
E 13.3333333333333 , .296296296296296 , 2.81481481481481 ,DRPL 173
E .222222222222222 , .444444444444445 , -.444444444444445 ,DRPL 174
E 3.55555555555556 , 4.74074074074073 , 2.37037037037037 ,DRPL 175
F 0. , 0. , 0. ,DRPL 176
F 0. , 0. , 0. ,DRPL 177
F 0. , 2.51851851851852 , 0. ,DRPL 178
F 0. , 0. , -.296296296296296 /DRPL 179
DATA ( AB(I) , I = 55, 108 ) /
F 0. , -.148148148148148 , 0. ,DRPL 181
F 0. , 0. , -3.703703703703698E-2,DRPL 182
F 0. , -2.37037037037037 , 0. ,DRPL 183
G 0. , 0. , 0. ,DRPL 184
G 0. , 0. , 0. ,DRPL 185
G 0. , .148148148148148 , 0. ,DRPL 186
G 0. , 0. , -3.703703703703698E-2,DRPL 187
G 0. , -2.51851851851852 , 0. ,DRPL 188
G 0. , 0. , -.296296296296296 ,DRPL 189
G 0. , 2.37037037037037 , 0. ,DRPL 190
H 0. , 0. , .148148148148148 ,DRPL 191
H 0. , 0. , -3.703703703703698E-2,DRPL 192
H 0. , 0. , 0. ,DRPL 193
H 0. , 0. , 0. ,DRPL 194
H 0. , 0. , -2.51851851851852 ,DRPL 195
H 0. , 0. , -.296296296296296 ,DRPL 196
H 0. , 0. , 2.37037037037037 ,DRPL 197
I 0. , 0. , 2.51851851851852 /DRPL 198
DATA ( AB(I) , I = 109, 147 ) /
I 0. , 0. , -.296296296296296 ,DRPL 200
I 0. , 0. , 0. ,DRPL 201
I 0. , 0. , 0. ,DRPL 202
I 0. , 0. , -.148148148148148 ,DRPL 203
I 0. , 0. , -3.703703703703698E-2,DRPL 204
I 0. , 0. , -2.37037037037037 ,DRPL 205
J 0. , 0. , 1.25925925925926 ,DRPL 206
J 0. , .111111111111111 , -.259259259259260 ,DRPL 207
J 0. , 1.25925925925926 , 0. ,DRPL 208
J .111111111111111 , 0. , -.259259259259260 ,DRPL 209
J 0. , -7.407407407407396E-2,-7.407407407407396E-2,DRPL 210
J -.111111111111111 , -.111111111111111 , .185185185185185 ,DRPL 211
J 0. , -1.18518518518518 , -1.18518518518518 /DRPL 212
DATA ( PS(I) , I = 1, 21 ) /
P .154761904761905 , -4.087301587301595E-2, 2.182539682539686E-2,DRPL 214
P 3.769841269841270E-3, 2.182539682539689E-3,-3.968253968253982E-3,DRPL 215
P .154761904761905 , 2.182539682539686E-2,-4.087301587301595E-2,DRPL 216
P 2.182539682539689E-3, 3.769841269841270E-3,-3.968253968253982E-3,DRPL 217
P .190476190476191 , 2.460317460317463E-2, 2.460317460317463E-2,DRPL 218
P 2.380952380952386E-3, 2.380952380952386E-3,-3.968253968253972E-4,DRPL 219
P -6.349206349206354E-3, 1.269841269841271E-2, 1.269841269841271E-2/DRPL 220
DATA ( R4(I) , I = 1, 18 ) /
* 1.87500000000000 , -.437500000000000 , .437500000000000 ,DRPL 222
* 3.12500000000000E-2, 3.12500000000000E-2,-6.25000000000000E-2,DRPL 223
* -1.87500000000000 , -.437500000000000 , .437500000000000 ,DRPL 224
* -3.12500000000000E-2,-3.12500000000000E-2, 6.25000000000000E-2,DRPL 225
* 0. , 0. , 0. ,DRPL 226
* 0. , 0. , 0. ,DRPL 227
DATA ( R5(I) , I = 1, 18 ) /
* 0. , 0. , 0. ,DRPL 228
* 0. , 0. , 0. ,DRPL 229
* 0. , 0. , 0. ,DRPL 230
* 1.87500000000000 , 0. , -.437500000000000 ,DRPL 231
* 0. , 3.12500000000000E-2, 0. ,DRPL 232
* -1.87500000000000 , 0. , -.437500000000000 ,DRPL 233
* 0. , -3.12500000000000E-2, 0. ,DRPL 234
DATA ( R6(I) , I = 1, 18 ) /
* 1.87500000000000 , -.437500000000000 , 0. ,DRPL 235

```

```

* 3.125000000000000000F-2, 0. , 0. , DRPL 237
* 0. , 0. , 0. , DRPL 238
* 0. , 0. , 0. , DRPL 239
* -1.8750000000000000 , -4.375000000000000 , 0. , DRPL 240
*-3.125000000000000000F-2, 0. , 0. , DRPL 241
DATA ( PSI1(I) , I = 1, 10 ) / DRPL 242
* 228., 33., 33., 54., 0., 81., 81., 0., 54., 108. / DRPL 243
DATA ( PSI2(I) , I = 1, 10 ) / DRPL 244
* 33., 228., 33., 0., 54., 54., 0., 81., 81., 108. / DRPL 245
DATA ( PSI3(I) , I = 1, 10 ) / DRPL 246
* 33., 33., 228., 81., 81., 0., 54., 54., 0., 108. / DRPL 247
DATA ( PSI(I) , I = 1, 70 ) / DRPL 248
* 54., 0., 81., 1620., -567., -405., -162., -405., 810., 486., DRPL 249
* 0., 54., 81., -567., 1620., 810., -405., -162., -405., 486., DRPL 250
* 81., 54., 0., -405., 810., 1620., -567., -405., -162., 486., DRPL 251
* 81., 0., 54., -162., -405., -567., 1620., 810., -405., 486., DRPL 252
* 0., 81., 54., -405., -162., -405., 810., 1620., -567., 486., DRPL 253
* 54., 81., 0., 810., -405., -162., -405., -567., 1620., 486., DRPL 254
* 108., 108., 108., 486., 486., 486., 486., 486., 486., 5832. / DRPL 255
C DRPL 256
C DRPL 257
C*****DRPL 258
C** **DRPL 259
C** ENTRY DRPL18 . DIE DREI SEITENVARIABLEN -W12,N -W23,N +W31,N **DRPL 260
C** WERDEN BEIM ELEMENT DRPL18 ELIMINIERT. **DRPL 261
C** **DRPL 262
C*****DRPL 263
C DRPL 264
NNN = 21 $ GOTO 1 DRPL 265
ENTRY DRPL18 $ NNN = 18 DRPL 266
C DRPL 267
C*****DRPL 268
C DRPL 269
C BILDUNG DER TRANSFORMATIONSMATRIX [T] 1. SCHRITT DRPL 270
C DRPL 271
C*****DRPL 272
C DRPL 273
1 FF = XDP1*YDP2-XDP2*YDP1 DRPL 274
H = FF**(-2) DRPL 275
A11 = H*YDP2**2 DRPL 276
A12 = H*YDP1**2 DRPL 277
A13 = -2.*H*YDP1*YDP2 DRPL 278
A21 = H*XDP2**2 DRPL 279
A22 = H*XDP1**2 DRPL 280
A23 = -2.*H*XDP1*XDP2 DRPL 281
A31 = -H*XDP2*YDP2 DRPL 282
A32 = -H*XDP1*YDP1 DRPL 283
A33 = H*(XDP1*YDP2+XDP2*YDP1) DRPL 284
C DRPL 285
DO 11 I=1,147 DRPL 286
TXX(I) = A11*AA(I)+A12*BB(I)+A13*AB(I) DRPL 287
TTY(I) = A21*AA(I)+A22*BB(I)+A23*AB(I) DRPL 288
11 TXY(I) = A31*AA(I)+A32*BB(I)+A33*AB(I) DRPL 289
DO 12 I=1,21 DRPL 290
12 P(I) = FF*PS(I) DRPL 291
C DRPL 292
C*****DRPL 293
C DRPL 294
C BILDUNG DER TRANSFORMATIONSMATRIX [T] 2. SCHRITT DRPL 295
C DRPL 296
C*****DRPL 297
C DRPL 298
H = XDP1*XDP2+YDP1*YDP2 DRPL 299
SS4 = (XDP2-XDP1)**2+(YDP2-YDP1)**2 DRPL 300
SS5 = XDP2**2+YDP2**2 DRPL 301
SS6 = XDP1**2+YDP1**2 DRPL 302
CK4 = 2.*FF/SQRT(SS4) DRPL 303
CK5 = -FF/SQRT(SS5) DRPL 304
CK6 = FF/SQRT(SS6) DRPL 305
C4 = (SS6-SS5)/SS4 DRPL 306
C5 = H/SS5 DRPL 307
C6 = H/SS6 DRPL 308
DO 21 I=1,22 DRPL 309
T4 = T(19,I)*C4 DRPL 310
T5 = T(20,I)*C5 DRPL 311
T6 = T(21,I)*C6 DRPL 312
DO 22 J=1,18 DRPL 313
22 T(J,I) = T(J,I)+T4*R4(J)+T5*R5(J)+T6*R6(J) DRPL 314
T(19,I) = T(19,I)*CK4 DRPL 315
T(20,I) = T(20,I)*CK5 DRPL 316
21 T(21,I) = T(21,I)*CK6 DRPL 317
C DRPL 318

```

```

C*****DRPL 319
C DRPL 320
C RILDUNG DER TRANSFORMATIONSMATRIX [T] 3. SCHRITT DRPL 321
C DRPL 322
C*****DRPL 323
C DRPL 324
C A11 = XDP1**2 DRPL 325
C A12 = YDP1**2 DRPL 326
C A13 = 2.*XDP1*YDP1 DRPL 327
C A21 = XDP2**2 DRPL 328
C A22 = YDP2**2 DRPL 329
C A23 = 2.*XDP2*YDP2 DRPL 330
C A31 = XDP1*XDP2 DRPL 331
C A32 = YDP1*YDP2 DRPL 332
C A33 = XDP1*YDP2+XDP2*YDP1 DRPL 333
C DRPL 334
C DO 31 I=1,22 DRPL 335
C DO 31 J=2,14,6 DRPL 336
C TA = T(J ,I) DRPL 337
C TB = T(J+1,I) DRPL 338
C T(J ,I) = XDP1*TA+XDP2*TB DRPL 339
C T(J+1,I) = YDP1*TA+YDP2*TB DRPL 340
C TAA = T(J+2,I) DRPL 341
C TBB = T(J+3,I) DRPL 342
C TAB = T(J+4,I) DRPL 343
C T(J+2,I) = A11*TAA+A21*TBB+A31*TAR DRPL 344
C T(J+3,I) = A12*TAA+A22*TBB+A32*TAR DRPL 345
31 T(J+4,I) = A13*TAA+A23*TBB+A33*TAR DRPL 346
C DRPL 347
C IF(NNN.EQ.21) GOTO 30 DRPL 348
C DRPL 349
C*****DRPL 350
C DRPL 351
C ELIMINATION DER SEITENVARIABLEN DRPL 352
C DRPL 353
C*****DRPL 354
C DRPL 355
C XI = 0. $ XJ = XDP(1) DRPL 356
C YI = 0. $ YJ = YDP(1) DRPL 357
C II = 13 $ JJ = 1 DRPL 358
C DO 70 K=1,3 DRPL 359
C DX = XJ-XI $ DY = YJ-YI DRPL 360
C S = SQRT(DX*DX+DY*DY) $ IF(K.GT.1) S = -S DRPL 361
C DI(1) = DJ(1) = -.5*DY/S DRPL 362
C DI(2) = DJ(2) = .5*DX/S DRPL 363
C DI(3) = .5*DI(1)*DI(2)*S $ DJ(3) = -DI(3) DRPL 364
C DI(4) = DJ(3) $ DJ(4) = DI(3) DRPL 365
C DI(5) = .25*(DX*DI(2)+DY*DI(1)) $ DJ(5) = -DI(5) DRPL 366
C DO 71 I=1,22 DRPL 367
C TIK = T(22-K,I) DRPL 368
C DO 71 J=1,5 DRPL 369
C T(II+J,I) = T(II+J,I)+DI(J)*TIK DRPL 370
C T(JJ+J,I) = T(JJ+J,I)+DJ(J)*TIK DRPL 371
71 CONTINUE DRPL 372
C JJ = II $ II = JJ-6 DRPL 373
C XJ = XI $ YJ = YI DRPL 374
C XI = XDP(3-K) $ YI = YDP(3-K) DRPL 375
70 CONTINUE DRPL 376
C DRPL 377
C 30 DO 32 I=1,NNN DRPL 378
C 32 GLEICHP(I) = -P(I) DRPL 379
C DRPL 380
C*****DRPL 381
C DRPL 382
C VORMULTIPLIKATION [T]T * [K]X DRPL 383
C DRPL 384
C*****DRPL 385
C DRPL 386
C D11 = DP11*FF/40320. DRPL 387
C D12 = DP12*FF/40320. DRPL 388
C D22 = DP22*FF/40320. DRPL 389
C D33 = DP33*FF/20160. DRPL 390
C DRPL 391
C DO 41 J=1,10 DRPL 392
C DO 42 I=1,NNN DRPL 393
C SXX = SYY = SXY = 0. DRPL 394
C DO 43 K=1,7 DRPL 395
C SXX = SXX+PSI(J,K)*TXX(I,K) DRPL 396
C SYY = SYY+PSI(J,K)*TYY(I,K) DRPL 397
43 SXY = SXY+PSI(J,K)*TXY(I,K) DRPL 398
C XX(J,I) = D11*SXX+D12*SYY DRPL 399
C YY(J,I) = D12*SXX+D22*SYY DRPL 400

```

```

42  XY(J,I) = D33*SYX                                DRPL 401
    XX4(J) = XX4(J) +D11*PSI1(J)                    DRPL 402
    XX5(J) = XX5(J) +D12*PSI1(J)                    DRPL 403
    XX10(J) = XX10(J)+D11*PSI2(J)                   DRPL 404
    XX11(J) = XX11(J)+D12*PSI2(J)                   DRPL 405
    XX16(J) = XX16(J)+D11*PSI3(J)                   DRPL 406
    XX17(J) = XX17(J)+D12*PSI3(J)                   DRPL 407
    YY4(J) = YY4(J) +D12*PSI1(J)                    DRPL 408
    YY5(J) = YY5(J) +D22*PSI1(J)                    DRPL 409
    YY10(J) = YY10(J)+D12*PSI2(J)                   DRPL 410
    YY11(J) = YY11(J)+D22*PSI2(J)                   DRPL 411
    YY16(J) = YY16(J)+D12*PSI3(J)                   DRPL 412
    YY17(J) = YY17(J)+D22*PSI3(J)                   DRPL 413
    XY6(J) = XY6(J) +D33*PSI1(J)                    DRPL 414
    XY12(J) = XY12(J)+D33*PSI2(J)                   DRPL 415
41  XY18(J) = XY18(J)+D33*PSI3(J)                   DRPL 416
C                                          DRPL 417
C*****DRPL 418
C                                          DRPL 419
C  NACHMULTIPLIKATION ( [T]T * [KX] ) * [T]        DRPL 420
C                                          DRPL 421
C*****DRPL 422
C                                          DRPL 423
    IJ = 1                                            DRPL 424
    DO 51 J=1,NNN                                     DRPL 425
    DO 51 I=J,NNN                                     DRPL 426
    H = 0.                                            DRPL 427
    DO 52 K=4,10                                      DRPL 428
52  H = H+XX(K,I)*TXX3(J,K)+YY(K,I)*TYY3(J,K)+XY(K,I)*TXY3(J,K) DRPL 429
    STEIFM(IJ) = H                                    DRPL 430
51  IJ = IJ+1                                         DRPL 431
C                                          DRPL 432
    IJ = 3*NNN-2                                       DRPL 433
    DO 53 K=1,3                                       DRPL 434
    IA = 6*K-2                                         DRPL 435
    DO 54 I=IA,NNN                                       DRPL 436
    STEIFM(IJ) = STEIFM(IJ)+XX(K,I)                   DRPL 437
54  IJ = IJ+1                                         DRPL 438
    IA = IA+1                                         DRPL 439
    DO 55 I=IA,NNN                                       DRPL 440
    STEIFM(IJ) = STEIFM(IJ)+YY(K,I)                   DRPL 441
55  IJ = IJ+1                                         DRPL 442
    IA = IA+1                                         DRPL 443
    DO 56 I=IA,NNN                                       DRPL 444
    STEIFM(IJ) = STEIFM(IJ)+XY(K,I)                   DRPL 445
56  IJ = IJ+1                                         DRPL 446
53  IJ = IJ+60-18*K-(21-NNN)*3                       DRPL 447
C                                          DRPL 448
    RETURN                                             DRPL 449
C                                          DRPL 450
    END                                               DRPL 451

```

2. SUBROUTINE DRSC18

```

SUBROUTINE DRSC18 (STEIFM,GLEICHU,GLEICHV)           DRSC 1
C                                                    DRSC 2
C  DIMENSION STEIFM(171), GLEICHU(18), GLEICHV(18) DRSC 3
C                                                    DRSC 4
C  COMMON / CDRSC / XDS(2),YDS(2),DS11,DS12,DS22,DS33 DRSC 5
C                                                    DRSC 6
C  COMMON / SCR1 / TS(20,20),T(20,20)              DRSC 7
C                                                    DRSC 8
C*****DRSC 9
C** **DRSC 10
C** SUBROUTINE 'DRSC18' BESTIMMT DIE 18X18 STEIFIGKEITSMATRIX **DRSC 11
C** EINES DREIECKIGEN SCHEIBELEMENTS. DIE HAELFTE DAVON WIRD **DRSC 12
C** EINDIMENSIONAL IN *STEIFM* GESPEICHERT. DIE VERSCHIEBUNGS- **DRSC 13
C** ANSAETZE IN U- UND V-RICHTUNG SIND VOLLSTAENDIGE POLYNOME **DRSC 14
C** 3. GRADES. IN *GLEICHU* UND *GLEICHV* WERDEN DIE KONSISTENTE **DRSC 15
C** LASTVEKTOREN FUER GLEICHMAESSIGE BELASTUNGEN P=1 IN U- UND V- **DRSC 16
C** RICHTUNG GESPEICHERT. **DRSC 17
C** **DRSC 18
C** COMMON / CDRSC / ENTHAELT ALLE NOTWENDIGE AUSGANGSDATEN **DRSC 19
C** XDS(2) UND YDS(2) SIND DIE KOORDINATEN DER KNOTENPUNKTE **DRSC 20
C** 1 UND 2 RELATIV ZU 3. **DRSC 21
C** DS11,DS12,DS22,DS33 SIND DIE ORTHOTROPISCHE STEIFIGKEITSKOEFF. **DRSC 22

```

```

C**                                     **DRSC 23
C** COMMON / CDRSC / IST EINE SCRATCH ZONE DES SPEICHERS.          **DRSC 24
C**                                     **DRSC 25
C** DIE VERSCHIEBUNGSVARIABLEN SIND WIE FOLGT ANGEORDNET :        **DRSC 26
C** U1 V1 U1,X V1,Y (U1,Y+V1,X) (U1,Y-V1,X)/2.                    **DRSC 27
C** U2 V2 U2,X V2,Y (U2,Y+V2,X) (U2,Y-V2,X)/2.                    **DRSC 28
C** U3 V3 U3,X V3,Y (U3,Y+V3,X) (U3,Y-V3,X)/2.                    **DRSC 29
C**                                     **DRSC 30
C** DIE KNOTENPUNKTE SIND IN GEGEHRZEIGERSINN NUMERIERT.         **DRSC 31
C**                                     **DRSC 32
C** PROGRAMMIERER B. ROUVE UND E. ANDERHEGGEN VERSION 20/6/69    **DRSC 33
C**                                     **DRSC 34
C*****DRSC 35
C                                     DRSC 36
C   DIMENSION TK(20,20),S(20,20)                                  DRSC 37
C   EQUIVALENCE (TS,TK),(T,S)                                     DRSC 38
C                                     DRSC 39
C   EQUIVALENCE (XDS,XDS1),(XDS(2),XDS2),(YDS,YDS1),(YDS(2),YDS2) DRSC 40
C                                     DRSC 41
C   DIMENSION B(12,10),PSI(6,6)                                  DRSC 42
C                                     DRSC 43
C   DATA ( B(I),I=1,120 ) /                                       DRSC 44
C * 0.00 , 0.00 , 0.00 , 0.00 , 0.00 , 0.00 , -30.00 , -30.00 , DRSC 45
C * 30.00 , 0.00 , 0.00 , 30.00 , 0.00 , 0.00 , 0.00 , 0.00 , DRSC 46
C * 0.00 , 0.00 , 6.00 , 4.50 , -4.50 , 0.00 , 1.50 , -4.50 , DRSC 47
C * 1.00 , 0.00 , 0.00 , 0.00 , 0.00 , 0.00 , -1.25 , -1.00 , DRSC 48
C * 1.00 , 0.00 , -.25 , 1.00 , 0.00 , 1.00 , 0.00 , 0.00 , DRSC 49
C * 0.00 , 0.00 , 1.00 , .75 , -.50 , 0.00 , 0.00 , -.25 , DRSC 50
C * 0.00 , 0.00 , 0.00 , 0.00 , 0.00 , 0.00 , 4.50 , 6.00 , DRSC 51
C * -4.50 , 1.50 , 0.00 , -4.50 , 0.00 , 0.00 , 1.00 , 0.00 , DRSC 52
C * 0.00 , 0.00 , .75 , 1.00 , -.25 , 0.00 , 0.00 , -.50 , DRSC 53
C * 0.00 , 0.00 , 0.00 , 1.00 , 0.00 , 0.00 , -1.00 , -1.25 , DRSC 54
C * 1.00 , -.25 , 0.00 , 1.00 , 0.00 , 0.00 , 0.00 , 0.00 , DRSC 55
C * 0.00 , 0.00 , 4.50 , 4.50 , -6.00 , -1.50 , -1.50 , -6.00 , DRSC 56
C * 0.00 , 0.00 , 0.00 , 0.00 , 1.00 , 0.00 , .50 , .50 , DRSC 57
C * -.25 , 0.00 , -.25 , -1.00 , 0.00 , 0.00 , 0.00 , 0.00 , DRSC 58
C * 0.00 , 1.00 , .50 , .50 , -1.00 , -.25 , 0.00 , -.25 / DRSC 59
C                                     DRSC 60
C   DATA (PSI(I), I=1,36) /                                       DRSC 61
C * 6.0 , -1.0 , -1.0 , 0.0 , -4.0 , 0.0 , DRSC 62
C * -1.0 , 6.0 , -1.0 , 0.0 , 0.0 , -4.0 , DRSC 63
C * -1.0 , -1.0 , 6.0 , -4.0 , 0.0 , 0.0 , DRSC 64
C * 0.0 , 0.0 , -4.0 , 32.0 , 16.0 , 16.0 , DRSC 65
C * -4.0 , 0.0 , 0.0 , 16.0 , 32.0 , 16.0 , DRSC 66
C * 0.0 , -4.0 , 0.0 , 16.0 , 16.0 , 32.0 /DRSC 67
C                                     DRSC 68
C                                     DRSC 69
C*****DRSC 70
C                                     DRSC 71
C   BILDUNG DER TRANSFORMATIONSMATRIX [T] 1. SCHRITT             DRSC 72
C                                     DRSC 73
C*****DRSC 74
C                                     DRSC 75
C   FFDS = XDS1*YDS2 - XDS2*YDS1                                  DRSC 76
C   A11 = YDS2/FFDS $ A12 = -YDS1/FFDS                           DRSC 77
C   A21 = -XDS2/FFDS $ A22 = XDS1/FFDS                           DRSC 78
C                                     DRSC 79
C   DO 21 K=1,10                                                  DRSC 80
C   DO 21 I=1,6                                                  DRSC 81
C   B1 = B(2*I-1,K)                                              DRSC 82
C   B2 = B(2*I,K)                                                DRSC 83
C   TS(I ,K ) = TS(I+12,K+10) = A11*B1 + A12*B2                 DRSC 84
C   TS(I+6,K+10) = TS(I+12,K ) = A21*B1 + A22*B2               DRSC 85
C   TS(I ,K+10) = TS(I+6 ,K ) = 0.                               DRSC 86
C                                     DRSC 87
C*****DRSC 88
C                                     DRSC 89
C   BILDUNG DER TRANSFORMATIONSMATRIX [T] 2. SCHRITT             DRSC 90
C                                     DRSC 91
C*****DRSC 92
C                                     DRSC 93
C   C0 = 1./FFDS                                                 DRSC 94
C   CU11 = XDS1 $ CU12 = YDS1/2. $ CU13 = YDS1                 DRSC 95
C   CU21 = XDS2 $ CU22 = YDS2/2. $ CU23 = YDS2                 DRSC 96
C   CV11 = YDS1 $ CV12 = XDS1/2. $ CV13 = -XDS1                DRSC 97
C   CV21 = YDS2 $ CV22 = XDS2/2. $ CV23 = -XDS2                DRSC 98
C                                     DRSC 99
C   DO 31 I=1,400                                                DRSC 100
C   T(I) = 0.                                                    DRSC 101
C                                     DRSC 102
C   DO 32 I=1,6                                                  DRSC 103
C   T(I ,1) = C0*TS(I ,1)                                       DRSC 104

```



```

T(I+12,1) = C0*TS(I+12,1) DRSC 105
T(I+6 ,2) = C0*TS(I+6 ,11) DRSC 106
T(I+12,2) = C0*TS(I+12,11) DRSC 107
C DRSC 108
DO 32 K=3,15,6 DRSC 109
K1 = (K+1)/2 DRSC 110
T(I ,K ) = TS(I ,K1 ) DRSC 111
T(I+12,K ) = TS(I+12,K1 ) DRSC 112
T(I+6 ,K+1) = TS(I+6 ,K1+10) DRSC 113
T(I+12,K+1) = TS(I+12,K1+10) DRSC 114
C DRSC 115
K2 = K1+1 DRSC 116
T(I ,K+2) = CU11*TS(I ,K2 ) + CU21*TS(I ,K2+1 ) DRSC 117
T(I ,K+4) = CU12*TS(I ,K2 ) + CU22*TS(I ,K2+1 ) DRSC 118
T(I ,K+5) = CU13*TS(I ,K2 ) + CU23*TS(I ,K2+1 ) DRSC 119
C DRSC 120
T(I+6 ,K+3) = CV11*TS(I+6 ,K2+10) + CV21*TS(I+6 ,K2+11) DRSC 121
T(I+6 ,K+4) = CV12*TS(I+6 ,K2+10) + CV22*TS(I+6 ,K2+11) DRSC 122
T(I+6 ,K+5) = CV13*TS(I+6 ,K2+10) + CV23*TS(I+6 ,K2+11) DRSC 123
C DRSC 124
T(I+12,K+2) = CU11*TS(I+12,K2 ) + CU21*TS(I+12,K2+1 ) DRSC 125
T(I+12,K+3) = CV11*TS(I+12,K2+10) + CV21*TS(I+12,K2+11) DRSC 126
T(I+12,K+4) = CU12*TS(I+12,K2 ) + CU22*TS(I+12,K2+1 ) + DRSC 127
* CV12*TS(I+12,K2+10) + CV22*TS(I+12,K2+11) DRSC 128
32 T(I+12,K+5) = CU13*TS(I+12,K2 ) + CU23*TS(I+12,K2+1 ) + DRSC 129
* CV13*TS(I+12,K2+10) + CV23*TS(I+12,K2+11) DRSC 130
C DRSC 131
C*****DRSC 132
C DRSC 133
C VORMULTIPLIKATION [TK] = [T] * [KS] DRSC 134
C DRSC 135
C*****DRSC 136
C DRSC 137
D11 = DS11*FFDS/360. DRSC 138
D22 = DS22*FFDS/360. DRSC 139
D12 = DS12*FFDS/360. DRSC 140
D33 = DS33*FFDS/360. DRSC 141
C DRSC 142
DO 41 K=1,6 DRSC 143
DO 41 I=1,20 DRSC 144
H1 = H2 = H3 = 0. DRSC 145
DO 42 J=1,6 DRSC 146
H1 = H1 + T(J ,I)*PSI(J,K) DRSC 147
H2 = H2 + T(J+6 ,I)*PSI(J,K) DRSC 148
42 H3 = H3 + T(J+12,I)*PSI(J,K) DRSC 149
C DRSC 150
TK(I,K ) = D11*H1 + D12*H2 DRSC 151
TK(I,K+6 ) = D12*H1 + D22*H2 DRSC 152
41 TK(I,K+12) = D33*H3 DRSC 153
C DRSC 154
C*****DRSC 155
C DRSC 156
C NACHMULTIPLIKATION [K] = [KS] * [T]T DRSC 157
C DRSC 158
C*****DRSC 159
C DRSC 160
DO 60 I=1,20 DRSC 161
DO 60 J=I,20 DRSC 162
H = 0. DRSC 163
DO 61 K=1,20 DRSC 164
61 H = H+TK(I,K)*T(K,J) DRSC 165
60 S(J,I) = H DRSC 166
C DRSC 167
C DRSC 168
DO 70 I=2,20 DRSC 169
SIP = S(I,1)/S(1,1) DRSC 170
DO 71 J=I,20 DRSC 171
71 S(J,I) = S(J,I)-SIP*S(J,1) DRSC 172
70 S(I,1) = SIP DRSC 173
C DRSC 174
IST = 1 DRSC 175
DO 80 I=3,20 DRSC 176
SIP = S(I,2)/S(2,2) DRSC 177
DO 81 J=I,20 DRSC 178
STEIFM(IST) = S(J,I)-SIP*S(J,2) DRSC 179
81 IST = IST+1 DRSC 180
GLEICHV(I-2) = SIP DRSC 181
80 GLEICHU(I-2) = S(I,1)+SIP*S(2,1) DRSC 182
C DRSC 183
RETURN DRSC 184
C DRSC 185
END DRSC 186

```

3. SUBROUTINE VKPL28

```

SUBROUTINE VKPL28 ( STEIFM,GLEICHP,EINZELP,          VP28  1
*               WMITTE,WMITTEG,WMITTEE,          VP28  2
*               STKRAFT,STKRG,STKRF )           VP28  3
C
C               VP28  4
DIMENSION STEIFM(406),GLFICHP(28),EINZELP(28),    VP28  5
*           WMITTE(6,28),WMITTEG(6),WMITTEE(6),  STKRAFT(28) VP28  6
C               VP28  7
COMMON / CVKPL / XVP(3),YVP(3),VP11,VP12,VP22,VP33,STKONST VP28  8
C               VP28  9
COMMON / CDPPL / XDP(2),YDP(2),DP11,DP12,DP22,DP33 VP28 10
C               VP28 11
COMMON / SCR2 / D(252),O(820)                   VP28 12
C               VP28 13
C               VP28 14
C*****VP28 15
C** **VP28 16
C** SUBROUTINE VKPL28 RESTIMMT DIE 28X28 KONDENSIERTE STEIFIG- **VP28 17
C** KEITSMATRIX EINES VIERECKIGEN PLATTENELEMENTS. DIE HAELFTE **VP28 18
C** DAVON WIRD IN *STEIFM* GESPEICHERT. IN *GLEICHP* UND *EINZELP* **VP28 19
C** WERDEN DIE LASTVEKTOREN FUER GLEICHMAESSIGE BELASTUNG P=1 UND **VP28 20
C** FUER EIN EINZELLAST P=1 IN DER MITTE GESPEICHERT. DIE MATRIX **VP28 21
C** *WMITTE* UND DIE VEKTOREN *WMITTEG* UND *WMITTEE* DIENEN ZUR **VP28 22
C** RERECHNUNG DER VERSCHIEBUNGEN IN DER MITTE DES VIERECKES. **VP28 23
C** DER VEKTOR *STKRAFT* UND DIE SKALARE GROSSEN *STKRG* UND **VP28 24
C** *STKRE* DIENEN ZUR RERECHNUNG DER STUETZENKRAFT. **VP28 25
C** **VP28 26
C** COMMON / CVKPL / ENTHAELT ALLE NOTWENDIGEN AUSGANGSDATEN **VP28 27
C** XVP(3) UND YVP(3) SIND DIE KOORDINATEN DER KNOTENPUNKTE **VP28 28
C** 1, 2, UND 3 RELATIV ZU 4 **VP28 29
C** VP11,VP12,VP22,VP33 SIND DIE ORTHOTROPISCHE STEIFIGKEITSKOEFF. **VP28 30
C** STKONST IST DIE FEDERKONSTANTE DER STUETZE ( KEINE WENN NEG.) **VP28 31
C** **VP28 32
C** COMMON / SCR2 / IST EINE SCRATCH ZONE DES SPEICHERS. **VP28 33
C** **VP28 34
C** DIE VERSCHIEBUNGSVARIABLEN SIND WIE FOLGT ANGEORDNET : **VP28 35
C** W4 . . . . . W4,XY +W14,N +W34,N W3 . . . . . W3,XY -W23,N **VP28 36
C** W1 . . . . . W1,XY -W12,N W2 . . . . . W2,XY **VP28 37
C** **VP28 38
C** DIE KNOTENPUNKTE SIND IN GEGUEHRZEIGERSINN NUMERIERT. **VP28 39
C** **VP28 40
C** PROGRAMMIERER E. ANDERHEGGEN VERSION 20/6/69 **VP28 41
C** **VP28 42
C*****VP28 43
C               VP28 44
C               VP28 45
C               VP28 46
C               VP28 47
C               VP28 48
DATA ( M(I) , I = 1, 51 ) /
* 1073107210711070R, 611055410751074B, 763073207000645B, VP28 49
* 417035603140251B, 72104205160457B, 1120111711160023B, VP28 50
* 612055511221121R, 764073307010646B, 420035703150252B, VP28 51
* 73104305170460R, 1145114411430024B, 647061305561146B, VP28 52
* 253076507340702R, 461042103600316B, 25007410440520B, VP28 53
* 557117111701167R, 735070306500614B, 361031702540766B, VP28 54
* 1045052104620422R, 1213121200260075B, 704065106150560B, VP28 55
* 320025507670736R, 522046304230362B, 1234002700761046B, VP28 56
* 705065206160561B, 321025607700737B, 523046404240363B, VP28 57
* 544003000771047R, 550054705460545B, 346030402410551B, VP28 58
* 553050604470407R, 603060200130062B, 242060606050604B, VP28 59
* 450041003470305R, 14006306100507B, 642064106400637B, VP28 60
* 411035003060243B, 64064405100451B, 675067406730015B, VP28 61
* 412035103070244R, 65067705110452B, 245072707260016B, VP28 62
* 453041303520310R, 17006607310512B, 353031102460760B, VP28 63
* 762051304540414R, 234023300200067B, 240023702360235B, VP28 64
* 277000500540250R, 303030203010300B, 342000600550313B /VP28 65
DATA ( M(I) , I = 52, 102 ) /
* 355034503440343R, 405040400070056B, 10005704160406B, VP28 66
* 60045604460445B, 61051505050011B, 22007110410012B, VP28 67
* 1114000100020051R, 1232121011651141B, 671063506001253B, VP28 68
* 275100707560724B, 503044304020340B, 47011610660542B, VP28 69
* 547054605450544B, 564056305510550B, 570056705660565B, VP28 70
* 407034603040241R, 130055205060447B, 604060306020062B, VP28 71
* 621062006060605R, 625062406230622B, 410034703050242B, VP28 72
* 131060705070450B, 641064006370063B, 656065506540642B, VP28 73

```

```

* 243066106600657R, 451041103500306B, 64013206430510B, VP2R 75
* 707067506740673R, 713071207110710B, 351030702440714B, VP2R 76
* 676051104520412R, 727072600650133B, 744074307420741B, VP2R 77
* 310024507460745R, 512045304130352B, 760006601340730B, VP2R 78
* 775077407730772R, 311024607770776B, 513045404140353B, VP2R 79
* 1275006701350761R, 1301130012771276B, 365032302601302B, VP2R 80
* 1022052504660426R, 1315131401010147B, 261132013171316B, VP2R 81
* 467042703660324R, 102015010230526B, 1335133413331332B, VP2R 82
* 430036703250262R, 151102405270470B, 1351135013470103B, /VP2R 83
DATA ( M(I), I = 103, 153 ) /
* 431037003260263R, 152102505300471B, 264136413630104B, VP2R 85
* 472043203710327R, 105015310260531B, 372033002651376B, VP2R 86
* 1027053204730433R, 234023301060154B, 240023702360235B, VP2R 87
* 277005401220247R, 303030203010300B, 342005501230312B, VP2R 88
* 354034503440343B, 405040400560124B, 57012504150406B, VP2R 89
* 126045504460445R, 127051405050060B, 70013610110061B, VP2R 90
* 600005100520120R, 756072406710635B, 1345133013121007B, VP2R 91
* 275140613741361B, 503044304020340B, 116016410370542B, VP2R 92
* 1300127712761275R, 1305130413021301B, 1311131013071306B, VP2R 93
* 426036503230260R, 214130305250466B, 1316131513140147B, VP2R 94
* 1323132213201317R, 1327132613251324B, 427036603240261B, VP2R 95
* 215132105260467R, 1334133313320150B, 1341134013371335B, VP2R 96
* 262134413431342R, 470043003670325B, 151021613360527B, VP2R 97
* 1353135113501347R, 1357135613551354B, 370032602631360B, VP2R 98
* 1352053004710431R, 1364136301520217B, 1371137013671366B, VP2R 99
* 327026413731372R, 531047204320371B, 1376015302201365B, VP2R 100
* 1403140214011400R, 330026514051404B, 532047304330372B, /VP2R 101
DATA ( M(I), I = 154, 204 ) /
* 1421015402211377R, 1425142414231422B, 374033202671426B, VP2R 102
* 1411053404750435R, 1432143101560223B, 270143514341433B, VP2R 103
* 476043603750333R, 157022414120535B, 1443144214411440B, VP2R 104
* 437037603340271R, 225141305360477B, 1450144714460160B, VP2R 105
* 440037703350272R, 226141405370500B, 273145414530161B, VP2R 106
* 501044104000336R, 162022714150540B, 401033702741457B, VP2R 107
* 1416054105020442R, 234023301630230B, 240023702360235B, VP2R 108
* 277012201670266R, 303030203010300B, 342012301700331B, VP2R 109
* 373034503440343R, 405040401240171B, 125017204340406B, VP2R 110
* 173047404460445R, 174053305050126B, 155022214100127B, VP2R 111
* 1312012001210166R, 1374136113451330B, 1444143614271406B, VP2R 112
* 275146014551451R, 503044304020340R, 164023114170542B, VP2R 113
* 1424142314221421R, 1133110614261425B, 1245122412021157B, VP2R 114
* 435037403320267R, 41126505340475B, 1433143214310223B, VP2R 115
* 1134110714351434R, 1246122512031160B, 436037503330270B, VP2R 116
* 42126605350476R, 1442144114400224B, 1161113511101443B, VP2R 117
* 271124712761204R, 477043703760334B, 225004312670536B, /VP2R 118
DATA ( M(I), I = 205, 252 ) /
* 1111145014471446R, 1227120511621136B, 377033502721250B, VP2R 119
* 1270053705000440R, 1454145302260044B, 1206116311371112B, VP2R 120
* 336027312511230R, 540050104410400B, 1457022700451271B, VP2R 121
* 1207116411401113R, 337027412521231B, 541050204420401B, VP2R 122
* 1070023000461272R, 1074107310721071B, 356031402511075B, VP2R 123
* 1076051604570417R, 1117111602050023B, 252112211211120B, VP2R 124
* 460042003570315R, 206002411230517B, 1146114511441143B, VP2R 125
* 421036003160253R, 25114705200461B, 1171117011670207B, VP2R 126
* 422036103170254R, 26117205210462B, 255121312120210B, VP2R 127
* 463042303620320R, 211002712140522B, 363032102561234B, VP2R 128
* 1235052304640424R, 234023302120030B, 240023702360235B, VP2R 129
* 277016700050257R, 303030203010300B, 342017000060322B, VP2R 130
* 364034503440343R, 405040401710007B, 172001004250406B, VP2R 131
* 11046504460445R, 12052405050173B, 213003112550174B, VP2R 132
* 1427016600040001B, 1455145114441436B, 1165114111141460B, VP2R 133
* 275125312321210B, 503044304020340B, 231004712730542B, /VP2R 134
VP2R 135
VP2R 136
VP2R 137
VP2R 138
C
C
C*****VP2R 139
C
C BILDUNG DER NICHT KONDENSIERTEN STEIFIGKEITSMATRIX 38X38 VP2R 140
C
C*****VP2R 141
C
C
C*****VP2R 142
C
C*****VP2R 143
C
C*****VP2R 144
C
C DP11 = VP11 $ DP12 = VP12 $ DP22 = VP22 $ DP33 = VP33 VP2R 145
C DO 1 I=1,820 VP2R 146
C Q(I) = 0. VP2R 147
C Q(190) = -1. VP2R 148
C
C
C F12 = XVP(1)*YVP(2)-XVP(2)*YVP(1) VP2R 149
C F23 = XVP(2)*YVP(3)-XVP(3)*YVP(2) VP2R 150
C FF = F12+F23 VP2R 151
C XM = ((XVP(1)*F12+XVP(3)*F23)/FF+XVP(2))/3. VP2R 152
C YM = ((YVP(1)*F12+YVP(3)*F23)/FF+YVP(2))/3. VP2R 153
C
C
C XDP(1) = XVP(3)-XM $ YDP(1) = YVP(3)-YM VP2R 154
VP2R 155
VP2R 156

```

```

XDP(2) = -XM $ YDP(2) = -YM VP28 157
IM = 1 VP28 158
MM = M(1) VP28 159
C VP28 160
DO 11 IDR=1,4 VP28 161
CALL DRPL21(D(1),D(232)) VP28 162
C VP28 163
DO 12 I=1,252 VP28 164
IQ = MM,AND,7777B VP28 165
Q(IQ) = Q(IQ)+D(I) VP28 166
MM = MM/10000R VP28 167
IF(MM,NE,0) GOTO 12 VP28 168
IM = IM+1 VP28 169
MM = M(IM) VP28 170
12 CONTINUE VP28 171
C VP28 172
XDP(1) = XDP(2) $ YDP(1) = YDP(2) VP28 173
XDP(2) = XVP(IDR)-XM $ YDP(2) = YVP(IDR)-YM VP28 174
11 CONTINUE VP28 175
C VP28 176
C***** VP28 177
C VP28 178
C KONDENSATION DER INTERNEN FREIHEITSGRADE VP28 179
C VP28 180
C***** VP28 181
C VP28 182
K = 1 $ KD = 40 VP28 183
C VP28 184
DO 21 N=1,10 VP28 185
C VP28 186
PIVOT = -1./O(K) VP28 187
IA = K+1 VP28 188
K = IJ = K+KN VP28 189
KD = KD-1 VP28 190
IE = K-1 VP28 191
C VP28 192
DO 21 I=IA,IE VP28 193
QIP = Q(I)*PIVOT VP28 194
DO 21 J=I,IE VP28 195
Q(IJ) = Q(IJ)+QIP*Q(J) VP28 196
21 IJ = IJ+1 VP28 197
C VP28 198
C***** VP28 199
C VP28 200
C BEHANDLUNG DER STUETZEN VP28 201
C VP28 202
C***** VP28 203
C VP28 204
IF(STKONST.LT.0.) GOTO 30 VP28 205
C VP28 206
C = CE = 0. VP28 207
K = 1 $ KD = 40 VP28 208
DO 71 N=1,10 VP28 209
QG = Q(K+KD-2) $ QE = Q(K+KD-1) VP28 210
C = C-QG**2/O(K) $ CE = CE-QG*QE/Q(K) VP28 211
K = K+KD VP28 212
71 KD = KD-1 VP28 213
C VP28 214
Q(818) = C $ Q(819) = CE VP28 215
FQU = .5*FF VP28 216
PIVOT = C-STKONST*FQU**2 VP28 217
STKRG = FQU*C/PIVOT $ STKRE = FQU*CE/PIVOT VP28 218
IJ = 155 VP28 219
LI = 189 $ LID = 35 VP28 220
DO 72 I=1,34 VP28 221
QIP = -Q(LI)/PIVOT VP28 222
IF(I.GT.6) STKRAFT(I-6) = -FQU*QIP VP28 223
LJ = LI $ LJD = LID VP28 224
DO 73 J=I,36 VP28 225
Q(IJ) = Q(IJ)+QIP*Q(LJ) VP28 226
IJ = IJ+1 VP28 227
LJ = LJ+LJD VP28 228
73 LJD = LJD-1 VP28 229
LI = LI+LID VP28 230
72 LID = LID-1 VP28 231
C VP28 232
C***** VP28 233
C VP28 234
C AUSTAUSCHSCHRITTE ZUR BESTIMMUNG VON WMITTE, WMITTEG UND WMITTEE VP28 235
C VP28 236
C***** VP28 237

```

C		VP28 238
30	K = 325 \$ KD = 32	VP28 239
	N = 1	VP28 240
31	PIVOT = -1./Q(K)	VP28 241
	JA = K+N	VP28 242
	JE = JA+29	VP28 243
	K = K-KD	VP28 244
	KD = KD+1	VP28 245
C		VP28 246
	DO 32 J=JA,JE	VP28 247
32	Q(J) = Q(J)*PIVOT	VP28 248
	IF(N.EQ.6) GOTO 35	VP28 249
C		VP28 250
	ID = KD-1	VP28 251
	I = K+1	VP28 252
	DO 33 IN=N,5	VP28 253
	IJ = I+N	VP28 254
	DO 34 J=JA,JE	VP28 255
	Q(IJ) = Q(IJ)+Q(I)*Q(J)	VP28 256
34	IJ = IJ+1	VP28 257
	I = I-ID	VP28 258
33	ID = ID+1	VP28 259
C		VP28 260
	N = N+1	VP28 261
	GOTO 31	VP28 262
C		VP28 263
C*****		VP28 264
C		VP28 265
C	VORZEICHNENAENDERUNG DER NORMALABLEITUNGEN R(7) UND R(8)	VP28 266
C		VP28 267
C*****		VP28 268
C		VP28 269
35	I = 168 \$ ID = 35.	VP28 270
	DO 13 K=1,12	VP28 271
	Q(I) = -Q(I) \$ Q(I-1) = -Q(I-1)	VP28 272
	I = I+ID	VP28 273
13	ID = ID-1	VP28 274
	DO 14 I=523,567	VP28 275
14	Q(I) = -Q(I)	VP28 276
	Q(545) = -Q(545)	VP28 277
C		VP28 278
C*****		VP28 279
C		VP28 280
C	UMSPEICHERUNG DER RESULTATE	VP28 281
C		VP28 282
C*****		VP28 283
C		VP28 284
	N = 1	VP28 285
	K = 356	VP28 286
	DO 41 I=1,28	VP28 287
	DO 42 J=1,28	VP28 288
	STEIFM(N) = Q(K)	VP28 289
	N = N+1	VP28 290
42	K = K+1	VP28 291
41	K = K+2	VP28 292
C		VP28 293
	K = 385 \$ KD = 29	VP28 294
	DO 43 I=1,28	VP28 295
	GLEICHP(I) = Q(K-1)	VP28 296
	EINZELP(I) = Q(K)	VP28 297
	K = K+KD	VP28 298
43	KD = KD-1	VP28 299
C		VP28 300
	K = 161	VP28 301
	DO 44 I=1,6	VP28 302
	DO 45 J=1,28	VP28 303
	WMITTE(I,J) = Q(K)	VP28 304
45	K = K+1	VP28 305
44	K = K+8-I	VP28 306
C		VP28 307
	K = 190 \$ KD = 35	VP28 308
	DO 46 I=1,6	VP28 309
	WMITTEG(I) = Q(K-1)	VP28 310
	WMITTEE(I) = Q(K)	VP28 311
	K = K+KD	VP28 312
46	KD = KD-1	VP28 313
C		VP28 314
	RETURN	VP28 315
C		VP28 316
	END	VP28 317

4. SUBROUTINE VKPL24

```

SUBROUTINE VKPL24 ( STEIFM,GLEICHP,EINZELP,          VP24  1
*              WMITTE,WMITTEG,WMITTEE,          VP24  2
*              STKRAFT,STKRG,STKRE )           VP24  3
C                                              VP24  4
C      DIMENSION STEIFM(300),GLEICHP(24),EINZELP(24), VP24  5
*              WMITTE(6,24),WMITTEG(6),WMITTEE(6), STKRAFT(24) VP24  6
C                                              VP24  7
C      COMMON / CVKPL / XVP(3),YVP(3),VP11,VP12,VP22,VP33,STKONST VP24  8
C                                              VP24  9
C      COMMON / CDRPL / XDP(2),YDP(2),DP11,DP12,DP22,DP33      VP24 10
C                                              VP24 11
C      COMMON / SCR2 / D(231),R(21),C(12),A(21),Q(667)        VP24 12
C                                              VP24 13
C*****VP24 14
C** **VP24 15
C** SUBROUTINE VKPL24 BESTIMMT DIE 24X24 KONDENSIERTE STEIFIG- **VP24 16
C** KEITSMATRIX EINES VIERECKIGEN PLATTENELEMENTS. DIE HAELFTE **VP24 17
C** DAVON WIRD IN *STEIFM* GESPEICHERT. IN *GLEICHP* UND *EINZELP* **VP24 18
C** WERDEN DIE LASTVEKTOREN FUER GLEICHMAESSIGE BELASTUNG P=1 (UND **VP24 19
C** FUER EINE EINZELLAST P=1 IN DER MITTE GESPEICHERT. DIE MATRIX **VP24 20
C** *WMITTE* UND DIE VEKTOREN *WMITTEG* UND *WMITTEE* DIENEN ZUR **VP24 21
C** RERECHNUNG DER VERSCHIEBUNGEN IN DER MITTE DES VIERECKES. **VP24 22
C** DER VEKTOR *STKRAFT* UND DIE SKALARE GROESSEN *STKRG* UND **VP24 23
C** *STKRE* DIENEN ZUR RERECHNUNG DER STUETZENKRAEFTE. **VP24 24
C** DIE EXTERNEN SEITENFREIHEITSGRADE -W12,N -W23,N +W31,N **VP24 25
C** ( SIEHE SUBROUTINE VKPL28 ) WERDEN ELIMINIERT. **VP24 26
C** **VP24 27
C** COMMON / CVKPL / ENTHAELT ALLE NOTWENDIGE AUSGANGSDATEN **VP24 28
C** XVP(3) UND YVP(3) SIND DIE KOORDINATEN DER KNOTENPUNKTEN **VP24 29
C** 1, 2, UND 3 RELATIV ZU 4 **VP24 30
C** VP11,VP12,VP22,VP33 SIND DIE ORTHOTROPISCHE STEIFIGKEITSKOEFF. **VP24 31
C** STKONST IST DIE FEDERKONSTANTE DER STUETZE ( KEINE WENN NEG.) **VP24 32
C** **VP24 33
C** COMMON / SCR2 / IST EINE SCRATCH ZONE DER SPEICHERS **VP24 34
C** **VP24 35
C** DIE VERSCHIEBUNGSVARIABLEN SIND WIE FOLGT ANGEORDNET : **VP24 36
C** W4 W4,X W4,Y W4,XX W4,YY W4,XY W3 W3,X . . . . W3,XY **VP24 37
C** W1 W1,X . . . . W1,XY W2 W2,X . . . . W2,XY **VP24 38
C** **VP24 39
C** DIE KNOTENPUNKTE SIND IN GEGENUHRZEIGERSINN NUMERIERT **VP24 40
C** **VP24 41
C** PROGRAMMIERER E. ANDERHEGGEN VERSION 20/6/69 **VP24 42
C** **VP24 43
C*****VP24 44
C                                              VP24 45
C      DIMENSION M(252) VP24 46
C      DATA ( M(I) , I = 1, 51 ) / VP24 47
*      0714071307120711R , 0533050207160715R , 0665064006120563B ,VP24 48
*      0361032402660227R , 0064123304500415R , 0737073607350021R ,VP24 49
*      0534050307410740R , 0666064106130564R , 0362032502670230B ,VP24 50
*      0065123304510416R , 0762076107600022R , 0565053505040763B ,VP24 51
*      0231066706420614R , 0417036303260270R , 0023006612330452B ,VP24 52
*      0505100410031002R , 0643061505660536R , 0327027102320670B ,VP24 53
*      1233045304200364R , 1024102300240067R , 0616056705370506R ,VP24 54
*      0272023306710644R , 0454042103650330R , 1043002500701233B ,VP24 55
*      0617057005400507R , 0273023406720645R , 0455042203660331B ,VP24 56
*      0474002600711233R , 0500047704760475R , 0316026002210501B ,VP24 57
*      1233044204070353B , 0527052600130056R , 0222053205310530B ,VP24 58
*      0410035403170261R , 0014005712330443R , 0562056105600557B ,VP24 59
*      0355032002620223R , 0060123304440411R , 0611061006070015B ,VP24 60
*      0356032102630224R , 0061123304450412R , 0225063706360016B ,VP24 61
*      0413035703220264R , 0017006212330446R , 0323026502260664B ,VP24 62
*      1233044704140360R , 0214021300200063R , 0220021702160215B ,VP24 63
*      0253000500501233R , 0257025602550254R , 0312000600511233B /VP24 64
C      DATA ( M(I) , I = 52, 102 ) / VP24 65
*      1233031503140313R , 0351035000070052R , 0010005312330352B ,VP24 66
*      0054123304060405R , 0055123304410011R , 1233123312330012B ,VP24 67
*      0733000100020045R , 1041102110000756R , 0605055505241060B ,VP24 68
*      0251070706620634R , 0437040303460310R , 0043010612330472B ,VP24 69
*      0477047604750474R , 0511051005010500R , 0515051405130512B ,VP24 70
*      0353031602600221B , 0120123304420407R , 0530052705260056B ,VP24 71
*      0542054105320531B , 0546054505440543B , 0354031702610222B ,VP24 72
*      0121123304430410B , 0561056005570057R , 0573057205710562B ,VP24 73
*      0223057605750574R , 0411035503200262R , 0060012212330444B ,VP24 74
*      0620061106100607B , 0624062306220621R , 0321026302240625B ,VP24 75
*      1233044504120356B , 0637063600610123R , 0651065006470646B ,VP24 76

```

```

* 0264022506530652R , 0446041303570322R , 0664006201241233R ,VP24 77
* 0676067506740673R , 0265022607000677R , 0447041403600323R ,VP24 78
* 1062006301251233R , 1066106510641063R , 0332027402351067R ,VP24 79
* 1233045604230367R , 1101110000720134R , 0236110411031102R ,VP24 80
* 0424037003330275R , 0073013512330457R , 1120111711161115R ,VP24 81
* 0371033402760237R , 0136123304600425R , 1133113211310074R /VP24 82
DATA ( M(I) , I = 103, 153 ) / VP24 83
* 0372033502770240R , 0137123304610426R , 0241114511440075R ,VP24 84
* 0427037303360300R , 0076014012330462R , 0337030102421156R ,VP24 85
* 1233046304300374R , 0214021300770141R , 0220021702160215R ,VP24 86
* 0253005001121233R , 0257025602550254R , 0312005101131233R ,VP24 87
* 1233031503140313R , 0351035000520114R , 0053011512330352R ,VP24 88
* 0116123304060405R , 0117123304410054R , 1233123312330055R ,VP24 89
* 0524004500460110R , 0662063406050555R , 1127111310760707R ,VP24 90
* 0251116511541142R , 0437040303460310R , 0106015012330472R ,VP24 91
* 1065106410631062R , 1071107010671066R , 1075107410731072R ,VP24 92
* 0367033202740235R , 0175123304560423R , 1102110111000134R ,VP24 93
* 1106110511041103R , 1112111111101107R , 0370033302750236R ,VP24 94
* 0176123304570424R , 1117111611150135R , 1123112211211120R ,VP24 95
* 0237112611251124R , 0425037103340276R , 0136017712330460R ,VP24 96
* 1134113311321131R , 1140113711361135R , 0335027702401141R ,VP24 97
* 1233046104260372R , 1145114401370200R , 1151115011471146R ,VP24 98
* 0300024111531152R , 0462042703730336R , 1156014002011233R ,VP24 99
* 1162116111601157R , 0301024211641163R , 0463043003740337R /VP24 100
DATA ( M(I) , I = 154, 204 ) / VP24 101
* 1167014102021233R , 1173117211711170R , 0340030202431174R ,VP24 102
* 1233046404310375R , 1200117701420203R , 0244120312021201R ,VP24 103
* 0432037603410303R , 0143020412330465R , 1211121012071206R ,VP24 104
* 0377034203040245R , 0205123304660433R , 1216121512140144R ,VP24 105
* 0400034303050246R , 0206123304670434R , 0247122212210145R ,VP24 106
* 0435040103440306R , 0146020712330470R , 0345030702501225R ,VP24 107
* 1233047104360402R , 0214021301470210R , 0220021702160215R ,VP24 108
* 0253011201531233R , 0257025602550254R , 0312011301541233R ,VP24 109
* 1233031503140313R , 0351035001140155R , 0115015612330352R ,VP24 110
* 0157123304060405R , 0160123304410116R , 1233123312330117R ,VP24 111
* 1076011001110152R , 1154114211271113R , 1212120411751165R ,VP24 112
* 0251122612231217R , 0437040303460310R , 0150021112330472R ,VP24 113
* 1172117111701167R , 0750072511741173R , 1052103310130772R ,VP24 114
* 0375034003020243R , 0035123304640431R , 1201120011770203R ,VP24 115
* 0751072612031202R , 1053103410140773R , 0376034103030244R ,VP24 116
* 0036123304650432R , 1210120712060204R , 0774075207271211R ,VP24 117
* 0245105410351015R , 0433037703420304R , 0205003712330466R /VP24 118
DATA ( M(I) , I = 205, 252 ) / VP24 119
* 0730121612151214R , 1036101607750753R , 0343030502461055R ,VP24 120
* 1233046704340400R , 1222122102060040R , 1017077607540731R ,VP24 121
* 0306024710561037R , 0470043504010344R , 1225020700411233R ,VP24 122
* 1020077707550732R , 0307025010571040R , 0471043604020345R ,VP24 123
* 0711021000421233R , 0715071407130712R , 0324026602270716R ,VP24 124
* 1233045004150361R , 0736073501670021R , 0230074107400737R ,VP24 125
* 0416036203250267R , 0170002212330451R , 0763076207610760R ,VP24 126
* 0363032602700231R , 0023123304520417R , 1004100310020171R ,VP24 127
* 0364032702710232R , 0024123304530420R , 0233102410230172R ,VP24 128
* 0421036503300272R , 0173002512330454R , 0331027302341043R ,VP24 129
* 1233045504220366R , 0214021301740026R , 0220021702160215R ,VP24 130
* 0253015300051233R , 0257025602550254R , 0312015400061233R ,VP24 131
* 1233031503140313R , 0351035001550007R , 0156001012330352R ,VP24 132
* 0011123304060405R , 0012123304410157R , 1233123312330160R ,VP24 133
* 1175015200040001R , 1223121712121204R , 1000075607331226R ,VP24 134
* 0251106010411021R , 0437040303460310R , 0211004312330472R /VP24 135
C VP24 136
C VP24 137
C*****VP24 138
C BILDUNG DER NICHT KONDENSIERTEN STEIFIGKEITSMATRIX 38X38 VP24 139
C VP24 140
C*****VP24 141
C VP24 142
C VP24 143
C DP11 = VP11 $ DP12 = VP12 $ DP22 = VP22 $ DP33 = VP33 VP24 144
C DO 1 I=1,667 VP24 145
C Q(I) = 0. VP24 146
C Q(170) = -1. VP24 147
C VP24 148
C F12 = XVP(1)*YVP(2)-XVP(2)*YVP(1) VP24 149
C F23 = XVP(2)*YVP(3)-XVP(3)*YVP(2) VP24 150
C FF = F12+F23 VP24 151
C XM = ((XVP(1)*F12+XVP(3)*F23)/FF+XVP(2))/3. VP24 152
C YM = ((YVP(1)*F12+YVP(3)*F23)/FF+YVP(2))/3. VP24 153
C VP24 154
C XDP(1) = XVP(3)-XM $ YDP(1) = YVP(3)-YM VP24 155
C XDP(2) = -XM $ YDP(2) = -YM VP24 156
C IM = 1 VP24 157
C MM = M(1) VP24 158
C C(1) = C(7) = 0. VP24 159

```



```

C
Q(664) = C $ Q(665) = CE
FQU = .5*FF
PIVOT = C-STKONST*FQU**2
STKRB = FQU*C/PIVOT $ STKRE = FQU*CE/PIVOT
IJ = 139
LI = 169 $ LID = 31
DO 72 I=1,30
QIP = -Q(LI)/PIVOT
IF(I.GT.6) STKRAFT(I-6) = -FQU*QIP
LJ = LI $ LJD = LID
DO 73 J=I,32
Q(IJ) = Q(IJ)+QIP*Q(LJ)
IJ = IJ+1
LJ = LJ+LJD
73 LJD = LJD-1
LI = LI+LID
72 LID = LID-1
C
C*****
C
C AUSTAUSCHSCHRITTE ZUR BESTIMMUNG VON WMITTE, WMITTEG UND WMITTEE
C
C*****
C
30 K = 289 $ KD = 28
C
N = 1
31 PIVOT = -1./Q(K)
JA = K+N
JE = JA+25
K = K-KD
KD = KD+1
C
DO 32 J=JA,JE
32 Q(J) = Q(J)*PIVOT
IF(N.EQ.6) GOTO 35
C
ID = KD-1
I = K+1
DO 33 IN=N,5
IJ = I+N
DO 34 J=JA,JE
Q(IJ) = Q(IJ)+Q(I)*Q(J)
34 IJ = IJ+1
I = I-ID
33 ID = ID+1
C
N = N+1
GOTO 31
C
C*****
C
C UMSPEICHERUNG DER RESULTATE
C
C*****
C
35 N = 1
K = 316
DO 41 I=1,24
DO 42 J=I,24
STEIFM(N) = Q(K)
N = N+1
42 K = K+1
41 K = K+2
C
K = 341 $ KD = 25
DO 43 I=1,24
GLEICHP(I) = Q(K-1)
EINZELP(I) = Q(K)
K = K+KD
43 KD = KD-1
C
K = 145
DO 44 I=1,6
DO 45 J=1,24
WMITTE(I,J) = Q(K)
45 K = K+1
44 K = K+8-I
C
K = 170 $ KD = 31
DO 46 I=1,6

```

```

VP24 243
VP24 244
VP24 245
VP24 246
VP24 247
VP24 248
VP24 249
VP24 250
VP24 251
VP24 252
VP24 253
VP24 254
VP24 255
VP24 256
VP24 257
VP24 258
VP24 259
VP24 260
VP24 261
VP24 262
VP24 263
VP24 264
VP24 265
VP24 266
VP24 267
VP24 268
VP24 269
VP24 270
VP24 271
VP24 272
VP24 273
VP24 274
VP24 275
VP24 276
VP24 277
VP24 278
VP24 279
VP24 280
VP24 281
VP24 282
VP24 283
VP24 284
VP24 285
VP24 286
VP24 287
VP24 288
VP24 289
VP24 290
VP24 291
VP24 292
VP24 293
VP24 294
VP24 295
VP24 296
VP24 297
VP24 298
VP24 299
VP24 300
VP24 301
VP24 302
VP24 303
VP24 304
VP24 305
VP24 306
VP24 307
VP24 308
VP24 309
VP24 310
VP24 311
VP24 312
VP24 313
VP24 314
VP24 315
VP24 316
VP24 317
VP24 318
VP24 319
VP24 320
VP24 321
VP24 322
VP24 323
VP24 324
VP24 325

```

```

      WMITTEG(I) = Q(K-1)
      WMITTEE(I) = Q(K)
      K = K+KD
46  KD = KD-1
C
      RETURN
C
      END

```

VP24 326
VP24 327
VP24 328
VP24 329
VP24 330
VP24 331
VP24 332
VP24 333

5. SUBROUTINE VKSC24

```

      SUBROUTINE VKSC24 (STEIFM,GLEICHU,GLEICHV,WMITTE,WMITTEU,WMITTEV)VKSC 1
C
      DIMENSION STEIFM(300), GLEICHU(24), GLEICHV(24),
      * WMITTE(6,24), WMITTEU(24), WMITTEV(24)
C
      COMMON / CVKSC / XVS(3),YVS(3),VS11,VS12,VS22,VS33
C
      COMMON / SCR2 / Q(528),D(207)
C
C*****VKSC 10
C** **VKSC 11
C** SUBROUTINE VKSC24 RESTIMMT DIE 24X24 KONDENSIERTE STEIFIGKEITS--VKSC 12
C** MATRIX EINES VIERECKIGEN SCHEIRENELEMENTS. DIE HAELFTE DAVON **VKSC 13
C** WIRD IN *STEIFM* GESPEICHERT. IN *GLEICHU* UND *GLEICHV* **VKSC 14
C** WERDEN DIE LASTVEKTOREN FUER GLEICHMAESSIGE BELASTUNG P=1 IN U- **VKSC 15
C** UND V-RICHTUNG GESPEICHERT. DIE MATRIX *WMITTE* UND DIE **VKSC 16
C** VEKTOREN *WMITTEU* UND *WMITTEV* DIENEN ZUR BERECHNUNG DER **VKSC 17
C** VERSCHIEBUNGEN IN DER MITTE DES VIERECKES. **VKSC 18
C** **VKSC 19
C** COMMON / CVKSC / ENTHAELT ALLE NOTWENDIGE AUSGANGSDATEN. **VKSC 20
C** XVS(3) UND YVS(3) SIND DIE KOORDINATEN DER KNOTENPUNKTEN **VKSC 21
C** 1, 2 UND 3 RELATIV ZU 4. **VKSC 22
C** VS11,VS12,VS22,VS33 SIND DIE ORTHOTROPISCHE STEIFIGKEITSKOEFF. **VKSC 23
C** **VKSC 24
C** COMMON / SCR2 / IST EINE SCRATCH ZONE DES SPEICHERS. **VKSC 25
C** **VKSC 26
C** DIE VERSCHIEBUNGSVARIABLEN SIND WIE FOLGT ANGEORNDNET : **VKSC 27
C** U4 V4 U4,X V4,Y ((U4,Y+V4,X) (U4,Y-V4,X)/2. **VKSC 28
C** U3 V3 U3,X V3,Y (U3,Y+V3,X) (U3,Y-V3,X)/2. **VKSC 29
C** U1 V1 U1,X V1,Y (U1,Y+V1,X) (U1,Y-V1,X)/2. **VKSC 30
C** U2 V2 U2,X V2,Y (U2,Y+V2,X) (U2,Y-V2,X)/2. **VKSC 31
C** **VKSC 32
C** DIE KNOTENPUNKTE SIND IN GEGENUHRZEIGERSINN NUMERIERT. **VKSC 33
C** **VKSC 34
C** PROGRAMMIERER B. ROUVE UND E. ANDERHEGGEN VERSION 20/6/69 **VKSC 35
C** **VKSC 36
C*****VKSC 37
C
      COMMON / CDRSC / XDS(2),YDS(2),DS11,DS12,DS22,DS33
      EQUIVALENCE (XDS,XDS1),(XDS(2),XDS2),(YDS,YDS1),(YDS(2),YDS2)
C
C
      DIMENSION M(207)
      DATA ( M(I),I=1,54 ) /
      * 0502050105000477R , 0321027005040503B , 0453042604000351B , VKSC 44
      * 0147011200540015R , 0524052302360203B , 0271052705260525R , VKSC 45
      * 0427040103520322R , 0113005500160454B , 0546023702040150B , VKSC 46
      * 0272055105500547R , 0430040203530323B , 0114005600170455B , VKSC 47
      * 0570024002050151R , 0324027305720571B , 0456043104030354B , VKSC 48
      * 0152011500570020R , 0612061102410206B , 0404035503250274B , VKSC 49
      * 0060002104570432B , 0242020701530116B , 0356032602750631B , VKSC 50
      * 0022046004330405R , 0210015401170061B , 0264026302620243B , VKSC 51
      * 0007026702660265R , 0175014101040046B , 0316031503140230B , VKSC 52
      * 0047001003200317R , 0231017601420105B , 0350034703460345B , VKSC 53
      * 0143010600500011R , 0376037502320177B , 0107005100120377B , VKSC 54
      * 0424023302000144R , 0110005200130425B , 0452023402010145B , VKSC 55
      * 0146011100530014R , 0002000102350202B , 0006000500040003B , VKSC 56
      * 0044004300420041R , 0102010101000045B , 0140013701360103B , VKSC 57
      * 0521022701740173R , 0627060705660544B , 0373034303120646B , VKSC 58
      * 0037047504500422R , 0225017101340076B , 0567054505220260B , VKSC 59
      * 0313064706300610R , 0451042303740344B , 0135007700400476B , VKSC 60
      * 0262026102260172R , 0266026502640263B , 0300027702760267B / VKSC 61
      DATA ( M(I),I=55,108 ) /
      * 0007030303020301R , 0175014101040046B , 0316031503140230B , VKSC 62
      * 0330032703200317B , 0334033303320331B , 0142010500470010B , VKSC 64
      * 0346034502310176R , 0360035703500347B , 0364036303620361B , VKSC 65
      * 0143010600500011R , 0376037502320177B , 0410040704060377B , VKSC 66

```

```

* 0012041304120411R , 0200014401070051B , 0434042504240233B , VKSC 67
* 0440043704360435R , 0110005200130441B , 0452023402010145B , VKSC 68
* 0464046304620461B , 0053001404660465B , 0235020201460111B , VKSC 69
* 0653065206510650R , 0062002306550654B , 0244021101550120B , VKSC 70
* 0671067006670666R , 0121006300240672B , 0703024502120156B , VKSC 71
* 0025070607050704R , 0213015701220064B , 0721072007170246B , VKSC 72
* 0160012300650026R , 0733073202470214B , 0161012400660027B , VKSC 73
* 0030074402500215B , 0216016201250067B , 0003000200010251B , VKSC 74
* 0041000600050004R , 0045004400430042B , 0103010201010100B , VKSC 75
* 0173014001370136R , 0343031202270174B , 0475045004220373B , VKSC 76
* 0730071507010664R , 0076003707530742B , 0260022501710134B , VKSC 77
* 0423037403440313R , 0702066504760451B , 0754074307310716B , VKSC 78
* 0172013500770040R , 0651065002610226B , 0655065406530652B , VKSC 79
* 0661066006570656R , 0062002306630662B , 0244021101550120B / VKSC 80
DATA ( M(I),I=109,162 ) / VKSC 81
* 0671067006670666R , 0675067406730672B , 0024070006770676B , VKSC 82
* 0212015601210063B , 0705070407030245B , 0711071007070706B , VKSC 83
* 0025071407130712B , 0213015701220064B , 0721072007170246B , VKSC 84
* 0725072407230722R , 0065002607270726B , 0247021401600123B , VKSC 85
* 0735073407330732R , 0741074007370736B , 0161012400660027B , VKSC 86
* 0745074402500215B , 0751075007470746B , 0125006700300752B , VKSC 87
* 0755025102160162R , 0761076007570756B , 0126007000310762B , VKSC 88
* 0765025202170163R , 0771077007670766B , 0164012700710032B , VKSC 89
* 0775077402530220R , 0072003307770776B , 0254022101650130B , VKSC 90
* 0034100410031002R , 0222016601310073B , 0035101010070255B , VKSC 91
* 0223016701320074R , 0075003610130256B , 0257022401700133B , VKSC 92
* 0004000300020001R , 0042004100060005B , 0100004500440043B , VKSC 93
* 0136010301020101R , 0174017301400137B , 0715070106640227B , VKSC 94
* 0763075307420730R , 1011100510000772B , 0134007600371014B , VKSC 95
* 0665026002250171R , 0743073107160702B , 1001077307640754R , VKSC 96
* 0040101510121006R , 0226017201350077B , 0757075607550261B , VKSC 97
* 0513076207610760R , 0621060105600536B , 0126007000310640B , VKSC 98
* 0765025202170163R , 0771077007670766B , 0602056105370514B / VKSC 99
DATA ( M(I),I=163,207 ) / VKSC 100
* 0071003206410622R , 0253022001640127B , 0777077607750774R , VKSC 101
* 0603056205400515R , 0072003306420623B , 0254022101650130B , VKSC 102
* 0516100410031002R , 0624060405630541B , 0131007300340643B , VKSC 103
* 1007025502220166R , 0564054205171010B , 0035064406250605B , VKSC 104
* 0223016701320074R , 0543052010130256B , 0645062606060565R , VKSC 105
* 0170013300750036R , 0500047702570224B , 0504050305020501B , VKSC 106
* 0147011200540015R , 0524052302360203B , 0016052705260525B , VKSC 107
* 0204015001130055R , 0550054705460237B , 0114005600170551B , VKSC 108
* 0570024002050151R , 0057002005720571B , 0241020601520115B , VKSC 109
* 0060002106120611R , 0242020701530116B , 0117006100220631B , VKSC 110
* 0001024302100154R , 0005000400030002B , 0043004200410006B , VKSC 111
* 0101010000450044R , 0137013601030102B , 0227017401730140B , VKSC 112
* 1005100007720763R , 0544052110141011B , 0646062706070566B , VKSC 113
* 0171013400760037B , 0773076402600225B , 1015101210061001B , VKSC 114
* 0610056705450522R , 0077004006470630B , 0261022601720135B / VKSC 115
C VKSC 116
C VKSC 117
C*****VKSC 118
C VKSC 119
C BILDUNG DER NICHT KONDENSIERTEN STEIFIGKEITSMATRIX 30X30 VKSC 120
C VKSC 121
C*****VKSC 122
C VKSC 123
C DS11 = VS11 $ DS12 = VS12 $ DS22 = VS22 $ DS33 = VS33 VKSC 124
DO 21 I=1,52R VKSC 125
Q(I) = 0. VKSC 126
C VKSC 127
F12 = XVS(1)*YVS(2) - XVS(2)*YVS(1) VKSC 128
F23 = XVS(2)*YVS(3) - XVS(3)*YVS(2) VKSC 129
FF0S = F12 + F23 VKSC 130
XM= ((XVS(1)*F12 + XVS(3)*F23)/FF0S + XVS(2))/3. VKSC 131
YM= ((YVS(1)*F12 + YVS(3)*F23)/FF0S + YVS(2))/3. VKSC 132
C VKSC 133
XDS1 = XVS(3)-XM $ YDS1 = YVS(3)-YM VKSC 134
XDS2 = -XM $ YDS2 = -YM VKSC 135
IM = 1 $ MM = M(1) VKSC 136
C VKSC 137
DO 24 IDR=1,4 VKSC 138
CALL DRSC18(D(1),D(172),D(190)) VKSC 139
DO 23 KD=1,207 VKSC 140
KQ = MM.AND.7777B VKSC 141
Q(KQ) = Q(KQ) + D(KD) VKSC 142
MM = MM/10000B $ IF(MM.NE.0) GOTO 23 VKSC 143
IM = IM+1 $ MM = M(IM) VKSC 144
23 CONTINUE VKSC 145
XDS1 = XDS2 $ XDS2 = XVS(IDR)-XM VKSC 146
YDS1 = YDS2 $ YDS2 = YVS(IDR)-YM VKSC 147
24 CONTINUE VKSC 148
C VKSC 149

```

```

C*****VKSC 150
C VKSC 151
C KONDENSATION DER INTERNEN FREIHEITSGRADE VKSC 152
C VKSC 153
C*****VKSC 154
C VKSC 155
  K = 1 $ KD = 32 VKSC 156
  DO 31 N=1,6 VKSC 157
  PIVOT = -1./Q(K) VKSC 158
  IA = K+1 VKSC 159
  K = IJ = K+KN VKSC 160
  KD = KD-1 VKSC 161
  IE = K-1 VKSC 162
  DO 31 I=IA,IE VKSC 163
  QIP = Q(I)*PIVOT VKSC 164
  DO 31 J=I,IE VKSC 165
  Q(IJ) = Q(IJ) + QIP*Q(J) VKSC 166
  IJ = IJ+1 VKSC 167
31 CONTINUE VKSC 168
C VKSC 169
C*****VKSC 170
C VKSC 171
C AUSTAUSCHSCHRITTE ZUR BESTIMMUNG VON WMITTE, WMITTEU UND WMITTEV VKSC 172
C VKSC 173
C*****VKSC 174
C VKSC 175
  K = 151 $ KD = 28 VKSC 176
  N = 1 VKSC 177
41 PIVOT = -1./Q(K) VKSC 178
  JA = K+N $ JE = JA+25 VKSC 179
  K = K-KD $ KD = KD+1 VKSC 180
  DO 42 J=JA,JE VKSC 181
42 Q(J) = Q(J)*PIVOT VKSC 182
  IF(N.EQ.6) GOTO 45 VKSC 183
  ID = KD-1 $ I = K+1 VKSC 184
  DO 44 IN=N,5 VKSC 185
  IJ = I+N VKSC 186
  DO 43 J=JA,JF VKSC 187
  Q(IJ) = Q(IJ) + Q(I)*Q(J) VKSC 188
43 IJ = IJ+1 VKSC 189
  I = I-ID VKSC 190
44 ID = ID+1 VKSC 191
  N = N+1 VKSC 192
  GOTO 41 VKSC 193
45 CONTINUE VKSC 194
C VKSC 195
C*****VKSC 196
C VKSC 197
C UMSPEICHERUNG DER RESULTATE VKSC 198
C VKSC 199
C*****VKSC 200
C VKSC 201
  N=1 $ K=178 VKSC 202
  DO 52 I=1,24 VKSC 203
  DO 51 J=I,24 VKSC 204
  STEIFM(N) = Q(K) VKSC 205
  N = N+1 VKSC 206
51 K = K+1 VKSC 207
52 K = K+2 VKSC 208
  K = 203 $ KD = 25 VKSC 209
  DO 53 I=1,24 VKSC 210
  GLEICHU(I) = Q(K-1) VKSC 211
  GLEICHV(I) = Q(K) VKSC 212
  K = K+KD VKSC 213
53 KD = KD-1 VKSC 214
  K = 7 VKSC 215
  DO 55 I=1,6 VKSC 216
  DO 54 J=1,24 VKSC 217
  WMITTE(I,J) = Q(K) VKSC 218
54 K = K+1 VKSC 219
55 K = K+8-I VKSC 220
  K = 32 $ KD = 31 VKSC 221
  DO 56 I=1,6 VKSC 222
  WMITTEU(I) = -Q(K-1) VKSC 223
  WMITTEV(I) = -Q(K) VKSC 224
  K = K+KD VKSC 225
56 KD = KD-1 VKSC 226
C VKSC 227
  RETURN VKSC 228
C VKSC 229
  END VKSC 230
  VKSC 231

```



```

C
200 KE = NZ
    NTA1 = NTA2 = NTA3 = NTA $ NTB1 = NTB2 = NTB3 = NTB
    KBL = 1
C
100
    CALL READMS(NTA1,A(1,1),NZNK,KRL)
    CALL READMS(NTB1,B(1,1),NZNB,KRL)
101 IRL = KBL+1
    CALL READMS(NTA2,A(NAA,1),NZNK,IBL)
    CALL READMS(NTB2,B(NBA,1),NZNB,IBL)
    KBLM1 = KBL-1
    IF(KBL.LT.KW) GOTO 11
    IF(DBILD) ASSIGN 18 TO LLLC
    JEK = NGL-KBLM1*NZ
    IF(KBL.LT.NBLM1) GOTO 11
    IE = IEE = JEK
    KE = IE-1
    ASSIGN 16 TO LLLA
    ASSIGN 41 TO LLE $ IF(DBILD) ASSIGN 40 TO LLE
11 DO 12 K=1,KE
    PIVOT = 1./A(1,K)
    IA = K+1
    GOTO LLLA,(13,14,17)
13 IE = K+NKM1 $ GOTO 15
14 IE = MINO(K+NKM1,NZ2)
15 GOTO LLLB,(16,17)
16 IE = MINO(IE,IEE)
17 II = 1-K
    GOTO LLLC,(18,19,20)
18 JE = MINO(NKM1,JEK-K) $ GOTO 20
19 JE = NKM1
20 DO 21 I=IA,IE
    AIP = A(I+II,K)*PIVOT
    IF(AIP.EQ.0.) GOTO 21
    DO 22 J=1,NA
    B(J,I) = B(J,I)-AIP*B(J,K)
22 CONTINUE
    GOTO NNNA,(201,21)
201 JJ = I-K
    DO 23 J=1,JE
    A(J,I) = A(J,I)-AIP*A(J+JJ,K)
23 CONTINUE
21 JE = JE-1
12 CONTINUE
    GOTO NNNB,(202,203)
202
203
    CALL WRITMS(NTD,A(1,1),NZNK,KRL)
    CALL WRITMS(NTX,B(1,1),NZNB,KRL)
    GOTO LLLD,(24,40,41)
24 IF(NKGTNZ) GOTO 30
    DO 26 N=1,NZNK
26 A(N) = A(N+N7NK)
    DO 27 N=1,NZNB
27 B(N) = B(N+N7NB)
    KBL = KBL+1
    GOTO 101
C
C*****
C**
C** REDUKTION DER BLOECKE IRL = KBL+2 , KBL+3 , KBL+4 , ...
C**
C*****
C
30 GOTO NNNC,(204,205)
204
205
31 IRL = IBL+1
    CALL WRITMS(NTD,A(NAA,1),NZNK,IBL)
    CALL WRITMS(NTX,B(NBA,1),NZNB,IBL)
    CALL READMS(NTA3,A(NAA,1),NZNK,IBL)
    CALL READMS(NTB3,B(NBA,1),NZNB,IBL)
    IMKBL = IBL-KBL
    IF(IMKBL.LT.KEINFL) GOTO 311
    NTA3 = NTA $ NTB3 = NTB
311 IMKNZ = IMKBL*NZ
    KA = MAXO(1,IMKNZ-NK+2)
    JEK = NKM1-IMKNZ
    JEMAX = NGL-IBL*NZ+NZ
    IF(KBL.EQ.KW.AND.DBILD) ASSIGN 33 TO LLLD
    JJJJ = IMKNZ-NZ
    III = JJJJ+1
C
DO 32 K=KA,NZ
PIVOT = 1./A(1,K)
JE = JEK+K

```

```

BMAT 73
BMAT 74
BMAT 75
BMAT 76
BMAT 77
BMAT 78
BMAT 79
BMAT 80
BMAT 81
BMAT 82
BMAT 83
BMAT 84
BMAT 85
BMAT 86
BMAT 87
BMAT 88
BMAT 89
BMAT 90
BMAT 91
BMAT 92
BMAT 93
BMAT 94
BMAT 95
BMAT 96
BMAT 97
BMAT 98
BMAT 99
BMAT 100
BMAT 101
BMAT 102
BMAT 103
BMAT 104
BMAT 105
BMAT 106
BMAT 107
BMAT 108
BMAT 109
BMAT 110
BMAT 111
BMAT 112
BMAT 113
BMAT 114
BMAT 115
BMAT 116
BMAT 117
BMAT 118
BMAT 119
BMAT 120
BMAT 121
BMAT 122
BMAT 123
BMAT 124
BMAT 125
BMAT 126
BMAT 127
BMAT 128
BMAT 129
**BMAT 130
**BMAT 131
**BMAT 132
**BMAT 133
BMAT 134
BMAT 135
BMAT 136
BMAT 137
BMAT 138
BMAT 139
BMAT 140
BMAT 141
BMAT 142
BMAT 143
BMAT 144
BMAT 145
BMAT 146
BMAT 147
BMAT 148
BMAT 149
BMAT 150
BMAT 151
BMAT 152
BMAT 153
BMAT 154

```

```

GOTO LLLD,(33,34) RMAT 155
33 JE = MINO(JE,JEMAX) RMAT 156
34 IEN = MINO(JF,NZ)+NZ RMAT 157
   JJJ = JJJJ-K RMAT 158
   II = III-K RMAT 159
   DO 35 I=NZP1,IEN RMAT 160
   AIP = A(I+II,K)*PIVOT RMAT 161
   IF(AIP.EQ.0.) GOTO 35 RMAT 162
   DO 36 J=1,NB RMAT 163
   B(J,I) = B(J,I)-AIP*B(J,K) RMAT 164
36 CONTINUE RMAT 165
   GOTO NNND,(206,35) RMAT 166
206 JJ = JJJ+I RMAT 167
   DO 37 J=1,JE RMAT 168
   A(J,I) = A(J,I)-AIP*A(J+JJ,K) RMAT 169
37 CONTINUE RMAT 170
35 JF = JE-1 RMAT 171
32 CONTINUE RMAT 172
   GOTO NNNE,(207,208) RMAT 173
207 CALL WRITMS(NTD,A(NAA,1),NZNK,IBL) RMAT 174
208 CALL WRITMS(NTX,B(NBA,1),NZNB,IBL) RMAT 175
   IF(IMKBL.LT.KEINFL.AND.IBL.LT.NBL) GOTO 31 RMAT 176
C RMAT 177
   NTA1 = NTA2 = NTA3 = NTD $ NTR1 = NTB2 = NTB3 = NTX RMAT 178
   KRL = KRL+1 RMAT 179
   GOTO 100 RMAT 180
C RMAT 181
C RMAT 182
40 CALL WRITMS(NTD,A(NAA,1),NZNK,NBL) RMAT 183
41 CALL WRITMS(NTX,B(NBA,1),NZNB,NBL) RMAT 184
C RMAT 185
C RMAT 186
C*****RMAT 187
C** **RMAT 188
C** BEGINN DER RUCKVAERTSELIMINATION **RMAT 189
C** ZURUECKEINSETZEN JEWEILS IN DEN R-BLOECKEN KRL UND IRL=KBL-1 **RMAT 190
C** SCHLEIFE UERFR DEN PLOECKEN KBL = NRL , NBL-1 , ..... , 2 **RMAT 191
C** **RMAT 192
C*****RMAT 193
C RMAT 194
   KKF = NGL-NRLM1*NZ RMAT 195
   KKK = KKE+NZP1 RMAT 196
   IA = 1 RMAT 197
   ASSIGN 57 TO LLLS RMAT 198
   KRL = NRL RMAT 199
   IRL = NBLM1 RMAT 200
C RMAT 201
500 IF(KBL.GT.2) GOTO 51 RMAT 202
   KKF = NZ2-1 RMAT 203
   KKK = KKE+2 RMAT 204
   ASSIGN 90 TO LLLS RMAT 205
   ASSIGN 54 TO LLLR RMAT 206
51 DO 52 KK=1,KKE RMAT 207
   K = KKK-KK RMAT 208
   PIVOT = -1./A(1,K) RMAT 209
C RMAT 210
   GOTO LLLR,(53,54,55) RMAT 211
53 IA = K-NKM1 $ GOTO 55 RMAT 212
54 IA = MAX0(1,K-NKM1) RMAT 213
55 IE = K-1 RMAT 214
   II = K+1 RMAT 215
   DO 56 J=1,NB RMAT 216
   B(J,K) = BJP = B(J,K)*PIVOT RMAT 217
   DO 56 I=IA,IE RMAT 218
   B(J,I) = B(J,I)+A(II-I,I)*RJP RMAT 219
56 CONTINUE RMAT 220
52 CONTINUE RMAT 221
   CALL WRITMS(NTX,B(NBA,1),NZNB,KBL) RMAT 222
   GOTO LLLS,(57,58,90) RMAT 223
57 KE = KKE RMAT 224
   KKF = NZ RMAT 225
   KKK = NZ2+1 RMAT 226
   ASSIGN 58 TO LLLS RMAT 227
58 IF(NKGTNZ) GOTO 70 RMAT 228
   DO 60 N=1,NZNK RMAT 229
60 A(N+NZNK) = A(N) RMAT 230
   DO 61 N=1,NZNB RMAT 231
61 B(N+NZNB) = B(N) RMAT 232
   KBL = KBL-1 RMAT 233
   GOTO 501 RMAT 234
C RMAT 235
   RMAT 236

```

```

C*****BMAT 237
C** **BMAT 238
C** ZURUECKEINSETZEN IN DEN B-ALOECKEN IRL = KBL-2 , KBL-3 ,..... **BMAT 239
C** **BMAT 240
C*****BMAT 241
C
70 CALL WRITMS(NTX,B(1,1),NZNR,IRL) BMAT 242
71 IRL = IRL-1 BMAT 243
CALL READMS(NTD,A(1,1),NZNK,IRL) BMAT 244
CALL READMS(NTX,B(1,1),NZNR,IRL) BMAT 246
KMIN1 = KBL-IRL-1 BMAT 247
KMINZ = KMIN1*NZ BMAT 248
KE = MINO(KE,NKMI-KMINZ)+NZ BMAT 249
IAK = KMINZ-NKMI BMAT 250
JJJ = KMINZ+1 BMAT 251
DO 72 K=NZP1,KE BMAT 252
IAN = MAXO(1,IAK+K) BMAT 253
JJ = JJJ+K BMAT 254
DO 73 I=IAN,NZ BMAT 255
DO 73 J=1,NR BMAT 256
B(J,I) = B(J,I)+A(JJ-I,I)*R(J,K) BMAT 257
73 CONTINUE BMAT 258
72 CONTINUE BMAT 259
KE = NZ BMAT 260
CALL WRITMS(NTX,B(1,1),NZNR,IRL) BMAT 261
IF(KBL-IRL.LT.KEINFL.AND.IRL.GT.1) GOTO 71 BMAT 262
KBL = KBL-1 BMAT 263
CALL READMS(NTD,A(NAA,1),NZNK,KBL) BMAT 264
CALL READMS(NTX,B(NBA,1),NZNB,KBL) BMAT 265
501 IRL = KBL-1 BMAT 266
CALL READMS(NTD,A(1,1),NZNK,IRL) BMAT 267
CALL READMS(NTX,B(1,1),NZNR,IRL) BMAT 268
GOTO 500 BMAT 269
C BMAT 270
C BMAT 271
90 DO 91 J=1,NR BMAT 272
91 B(J) = -B(J)/A(1) BMAT 273
92 CALL WRITMS(NTX,B(1,1),NZNR,1) BMAT 274
C BMAT 275
NTA = NTASAV BMAT 276
RETURN BMAT 277
C BMAT 278
END BMAT 279

```

7. SUBROUTINE BMRESID

```

SUBROUTINE BMRESID(NGL,A,NK,NZ,B,NR,NTA,NTR,NTX,NTR,RLAENGE) BMRES 1
C BMRES 2
DIMENSION A(NK,1),R(NB,1),RLAENGE(NB) BMRES 3
C BMRES 4
C*****BMRES 5
C** **BMRES 6
C** SUBROUTINE BMRESID DIEN ZUER ENTDECKUNG VON NUMERISCHEN **BMRES 7
C** FEHLERN BEI DER LOESUNG VON GLEICHUNGSSYSTEME MIT DER SUBROUTINE **BMRES 8
C** BANDMAT . SIF BESTIMMT DIE MATRIX DER RESIDUENVEKTOREN [R] **BMRES 9
C** SOWIE DIE LAENGEN DER RESIDUENVEKTOREN DIVIDIERT DURCH DIE **BMRES 10
C** LAENGEN DER ENTSPRECHENDEN LASTVEKTOREN. DIESE WERTE WERDEN IN **BMRES 11
C** *RLAENGE* GESPEICHERT. **BMRES 12
C** **BMRES 13
C** BEDEUTUNG DER FORMALEN PARAMETER: **BMRES 14
C** NGL.....ANZAHL GLEICHUNGEN **BMRES 15
C** A.....ARBFITZZONE DES SPEICHERS. MINDESTENS **BMRES 16
C** NK*NZ+2*((NK-2)/NZ+2)*NB*NZ+NB LANG. **BMRES 17
C** NK.....HALBE BANDWEITE DER KOEFFIZIENTENMATRIX **BMRES 18
C** NZ.....ANZAHL ZEILEN PRO BLOCK ( NZ < NGL ). **BMRES 19
C** B.....ARBFITZZONE DES SPEICHERS. MINDESTENS NB*NZ LANG **BMRES 20
C** NB.....ANZAHL BELASTUNGSFAELLE ( NB>0 ) **BMRES 21
C** NTA.....IDENTIFIKATIONSNUMMER DER KOEFFIZIENTENMATRIX [A] **BMRES 22
C** NTR.....IDENTIFIKATIONSNUMMER DER BELASTUNGSMATRIX [R] **BMRES 23
C** NTX.....IDENTIFIKATIONSNUMMER DER LOESUNGSMATRIX [X] **BMRES 24
C** NTR.....IDENTIFIKATIONSNUMMER DER RESIDUENMATRIX [R] **BMRES 25
C** RLAENGE..RELATIVE LAENGE DER RESIDUENVEKTOREN. **BMRES 26
C** **BMRES 27
C** PROGRAMMIERER E. ANDERHEGGEN VERSTON 20/6/69 **BMRES 28
C** **BMRES 29
C*****BMRES 30

```



```

C
C
C      NBL = (NGL-1)/NZ+1
C      NKNZ = NK*NZ $      NBNZ = NR*NZ
C      MBL = (NK-2)/NZ+2 $ MBL = MINO(MBL,NBL)
C      MM = MBL*NBNZ
C      KX = NKNZ+1 $      KXL = KX+MM-NR
C      KR = KX+MM $      KRL = KXL+MM $      KRE = KR+MM-1
C      KEND = KRE+NR
C
C      KK = KX $      DO 2 K=1,MBL
C                                  CALL READMS(NTX,A(KK),NR,NZ,K)
C
2     KK = KK+NBNZ
C     DO 3 K=KR,KEND
C     3     A(K) = 0.
C     DO 4 K=1,NR
C     4     RLAENGE(K) = 0.
C     NZZ = NZ $      NKK = NK $      ASSIGN 13 TO LLLL
C
C
C*****
C
C      BEGINN DER HAUPTSCHLEIFE FUER DIE RESIDUENBERECHNUNG
C*****
C
C     DO 10 KBL=1,NBL
C                                  CALL READMS(NTA,A,NKNZ,KRL)
C                                  CALL READMS(NTR,B,NBNZ,KRL)
C
C     IF(KBL+MBL-1.LE.NBL) GOTO 11
C     ASSIGN 12 TO LLLL
C     NKMAX = NGL-(KBL-1)*NZ+1
C
C 11    DO 20 L=1,NR
C        KK = KX+L-1
C        DO 30 K=1,NZZ
C        GOTO LLLL
C
C 12    NKK = MINO(NK,NKMAX-K)
C 13    JX = KK $      IR = KK+MM
C        R = A(IR)+B(L,K)
C        DO 40 J=1,NKK
C        R = R+A(J,K)*A(JX)
C 40    JX = JX+NB
C        A(IR) = R
C        RLAENGE(L) = RLAENGE(L)+R**2
C        A(KRE+L) = A(KRE+L)+B(L,K)**2
C        X = A(KK)
C        DO 50 I=2,NKK
C        IR = IR+NB
C 50    A(IR) = A(IR)+A(I,K)*X
C 30    KK = KK+NB
C 20    CONTINUE
C
C                                  CALL WRITMS(NTR,A(KR),NR,NZ,KBL)
C
C
C     IF(KBL+MBL-1.LT.NBL) GOTO 14
C     KX = KX+NBNZ $      KR = KR+NR $      GOTO 10
C 14    DO 60 K=KX,KXL
C 60    A(K) = A(K+NR)
C                                  CALL READMS(NTX,A(KXL),NR,NZ,KBL+MBL)
C
C
C     DO 70 K=KR,KRL
C     A(K) = A(K+NR)
C     DO 80 K=KRL,KRE
C     80    A(K) = 0.
C
C 10    CONTINUE
C
C
C     DO 90 L=1,NR
C     RLAENGE(L) = SQRT(ARSF(RLAENGE(L)/A(KRE+L)))
C 90    CONTINUE
C
C     RETURN
C
C     END

```

ZUSAMMENFASSUNG

Dieser Bericht beschreibt einige Computer-Programme, welche für die elastische Analyse von Flächentragwerken nach der Methode der finiten Elemente benützt werden können. Die FORTRAN IV Subroutinen DRPL21, DRPL18, DRSC18, VKPL28, VKPL24 und VKSC24 berechnen die Steifigkeitsmatrizen sowie verschiedene Lastvektoren für dreieckige und viereckige Platten- und Scheibenelemente. Die Subroutinen BANDMAT und BMRESID dienen zur Lösung von grossen Gleichungssystemen, deren Koeffizientenmatrix eine Bandstruktur aufweist. Der erste Teil dieses Berichtes enthält die Programmbeschreibung. Im zweiten Teil werden die FORTRAN-Programme selbst angegeben.

SUMMARY

This report describes some computer programs which can be used for the elastic analysis of plates and shells by the finite element method. The FORTRAN IV subroutines DRPL21, DRPL18, DRSC18, VKPL28, VKPL24, and VKSC24 determine the stiffness matrices as well as several loading vectors for triangular and quadrilateral plate-bending and plate-stretching elements. The subroutines BANDMAT and BMRESID are used for the solution of large symmetric systems of linear equations having a banded coefficient matrix. The first part of this report gives a short description of the different programs. The second part contains the program listings.