

NUMERISCHE SIMULATION INSTATIONÄRER
FREISPIEGEL - ABFLÜSSE,
MIT BERÜCKSICHTIGUNG DER WECHSELWIRKUNG
VON STRÖMUNG, SEDIMENTTRANSPORT UND
GERINNEMORPHOLOGIE



ABHANDLUNG
Zur Erlangung des Titels

DOKTOR DER TECHNISCHEN WISSENSCHAFTEN
der
EIDGENÖSSISCHEN TECHNISCHEN HOCHSCHULE ZÜRICH

vorgelegt von
Roland Fäh
Dipl. Bau-Ing. ETH
geboren am 21. August 1951
von Zürich

Angenommen auf Antrag von:
Prof. Dr. Dr.h.c. D. Vischer, Referent
Prof. Dr. W. Bechteler, Korreferent
Dr. A. Kühne, Korreferent

Leer - Vide - Empty

VERDANKUNGEN

Mein erster Dank gilt Professor Dr. Daniel Vischer. Er hat diese Arbeit initiiert, begleitet und durch seine grosszügige Haltung bezüglich meiner Anstellungsbedingungen möglich gemacht. Bedanken möchte ich mich auch bei Professor Dr. Wilhelm Bechteler, von der Universität der Bundeswehr München, für die spontane Bereitschaft zur Übernahme des Koreferats und bei meinem Betreuer Dr. Anton Kühne, dessen intensive Auseinandersetzung mit meiner Arbeit, zu unzähligen Verbesserungsvorschlägen und Anregungen geführt haben.

Ein besonderer Dank geht auch an meine Bürokollegen. Speziell erwähnen möchte ich hier Dr. Cornel Beffa, auf dessen Arbeiten zur Lösung der Strömungsgleichungen ich mich wesentlich abstützen konnte und Karl Heinzelmann, der mich in langen Diskussionen mit einigen Geheimnissen der Physik und Mathematik vertraut gemacht und durch seine kritische Durchsicht, der Arbeit viele Impulse verliehen hat.

Auch Dr. Jürg Trösch und Dr. Peter Rutschmann sowie allen anderen "Doldersträsslern" und den Anverwandten aus der Ingenieurhydrologie gebührt mein Dank. Sie alle haben ihre soziale Kompetenz in vielen Cafe-Runden und Aperos unter Beweis gestellt und mit der Schaffung des guten Betriebsklimas an der Abteilung Wasserwirtschaft ebenfalls zum guten Gelingen der Arbeit beigetragen.

Leer - Vide - Empty

VORWORT	1
Kurzfassung	8
Abstract	10
Verwendete Symbole	11
1 Einleitung	15
1.1 Ausgangslage, Motivation	15
1.2 Problemstellung, Zielsetzung	17
1.3 Vorgehen, Gliederung der Arbeit	18
2 Physikalische Prozesse	19
2.1 Allgemeines	19
2.2 Reinwasser versus Wasser–Sediment–Mischung	20
2.2.1 Dichte	20
2.2.2 Molekulare Viskosität	22
2.2.3 Turbulenz	22
2.3 Sedimentcharakteristika	24
2.3.1 Korngrösse	24
2.3.2 Sinkgeschwindigkeit	26
2.3.3 Natürlicher Böschungswinkel, innerer Reibungswinkel	27
2.4 Reibung	27
2.4.1 Allgemeines	27
2.4.2 Kornreibung	29
2.4.2.1 Innere Reibung	29
2.4.2.2 Geschwindigkeitsverteilung, Wirbelviskosität	31
2.4.2.3 Einfluss der suspendierten Partikel auf die Reibung	33
2.4.2.4 Widerstandskoeffizient	36
2.4.3 Formwiderstand	37
2.5 Feststofftransport	41
2.5.1 Allgemeines	41
2.5.2 Strömungsinduzierter Transport	42
2.5.2.1 Geschiebetransport	43
2.5.2.2 Suspensionstransport	55
2.5.3 Strömungs– und gravitationsinduzierter Transport	58
2.5.3.1 Seitlicher Transport	58
2.5.3.2 Murgang	59
2.5.4 Gravitationsinduzierter Transport	60
2.6 Zusammenfassung	62

3	Mathematische Beschreibung	64
3.1	Allgemeines	64
3.2	Die verallgemeinerten Erhaltungsgleichungen	64
3.3	Physikalisches Modell	67
3.4	Erhaltungsgleichungen in kartesischen Koordinaten	68
3.4.1	Flachwassergleichungen	68
3.4.2	Feststofftransport und Morphologie	70
3.4.2.1	Massenerhaltung für die einzelnen Kornklassen in der Austauschschicht	71
3.4.2.2	Massenerhaltung für die einzelnen Kornklassen in der aktiven Unterschicht	72
3.4.2.3	Globale Massenerhaltung	73
3.4.2.4	Massenerhaltung für die Schwebstoffe	73
3.4.3	Randbedingungen	75
3.5	Empirische Schliessbedingungen	79
3.5.1	Geschiebetrieb	79
3.5.1.1	Geschiebefluss aus Transport in Fliessrichtung	79
3.5.1.2	Geschiebefluss normal zur Fliessrichtung	80
3.5.1.3	Gravitationsinduzierter Geschiebefluss	81
3.5.2	Dicke der Austauschschicht	81
3.5.2.1	Sohle im Erosionszustand	81
3.5.2.2	Sohle im Auflandungszustand	82
3.5.3	Quellterme der Feststoff–Massenbilanzen	83
3.5.3.1	Fluss durch Grundfläche der Austauschschicht	83
3.5.3.2	Austausch zwischen Suspensionszone und Sohle	84
3.6	Zusammenfassung	84
2	Numerisches Modell	88
2.1	Allgemeines	88
2.2	Lösungsstrategie	89
2.3	Rechenschema	91
2.3.1	Allgemeines	91
2.3.2	Grundsätzliche Aspekte von numerischen Verfahren	92
2.3.2.1	Lineare Wellengleichung	92
2.3.2.2	Ausbreitung von Diskontinuitäten	94
2.3.2.3	Einfluss der Interpolation auf die Bestimmung der Flüsse	96
2.3.2.4	Finite–Volumen Verfahren: Integration über ein Kontrollvolumen gezeigt am Beispiel der Exner–Gleichung	97

2.3.3	Zeitintegration	100
2.3.4	Raumdiskretisierung	102
2.3.4.1	Upwind-Verfahren	103
2.3.4.2	Zur Genauigkeit von Rechenschemen	105
2.3.4.3	Zur Stabilität von Rechenschemen	106
2.3.4.4	Zur Courant-Friedrich-Levy Zahl (CFL)	109
2.3.5	Diskretisierung der Strömungs- und Transportgleichungen .	110
2.3.6	Materialfluss bei Böschungskollaps	113
2.4	Zusammenfassung	114
5	Anwendungen	116
5.1	Vorbemerkungen	116
5.2	Verifizierung der implementierten Ansätze	117
5.2.1	Geschiebetransport	117
5.2.1.1	Auflandungs-Versuche von Soni, Garde and Raju ..	117
5.2.1.2	Versuche von Needham und Hey (1990)	120
5.2.1.3	Versuche von Günter	123
5.2.2	Suspensionstransport	127
5.2.2.1	Pick-up Rate	128
5.2.2.2	Einfluss der Eingabeparameter auf die Qualität der Re- sultate	129
5.3	Überprüfung der Praxistauglichkeit	135
5.3.1	Prognosefähigkeit am Beispiel Chlöwena	135
5.3.2	Aufwand am Beispiel Göscheneralp Damm	144
6	Schlussbemerkungen	151
6.1	Zusammenfassung	151
6.2	Ausblick	153
	Literatur	154

Kurzfassung

Das Zusammenspiel von Strömung, Sedimenttransport und Morphologie spielt bei den meisten flussbaulichen Fragestellungen eine wichtige Rolle. Sei dies beim Betrieb von Stauanlagen (z.B. Verlandungsproblematik) oder auch bei Fragen, die den Umweltschutz und eine nachhaltige Entwicklung der Biosphäre betreffen (z.B. Problematik der Deltabildung). Besonders augenfällig ist die Wechselwirkung von Strömung und Transport beim Bruch eines Staudammes. Spitzenabfluss und Form der dabei entstehenden Flutwelle hängen direkt von der Tiefen- und Seitenerosion im Bereich der Bresche ab. Ziel der vorliegenden Arbeit war es, ein Computerprogramm zu entwickeln, mit dem solche Fragestellungen numerisch untersucht werden können.

Dem vielfältigen Anwendungsspektrum entsprechend wurde versucht, den Programmcode so allgemein wie möglich zu halten. Dies heisst insbesondere, dass zwischen Geschiebe- und Suspensionstransport differenziert wurde und dass das Feststoffmaterial durch eine beliebige Anzahl Kornklassen repräsentiert werden kann. Zudem wurde auch der Geschiebetransport, der sich als Folge der Sohlenneigung quer zur Hauptfliessrichtung ergibt, sowie die Möglichkeit einer rein gravitationsinduzierten Gerinneveränderung (Böschungskollaps) im Modell berücksichtigt. Den oben skizzierten Problemstellungen ist gemeinsam, dass instationäre Ereignisse bestimmend sind und dass eine geeignete mathematische Beschreibung einen horizontal zweidimensionalen Ansatz notwendig macht.

Bei der Wahl der implementierten Algorithmen und Verfahren stand die numerische Stabilität im Vordergrund. Das Programm soll von einem Anwender ohne Spezialkenntnisse in Numerik eingesetzt werden können. Gleichzeitig wurde angestrebt, die Rechenzeit in einem moderaten Rahmen zu halten. Mit der heute in der Praxis eingesetzten Computer-Hardware soll eine Anwendung in nützlicher Frist und mit einer räumlichen Auflösung gerechnet werden können, die problemadäquate Resultate liefert.

Die im Programm verwendeten Ansätze wurden durch Vergleich mit Laborexperimenten und exakten Lösungen verifiziert. Zudem wurde auch das Zusammenwirken der einzelnen Komponenten und die Praxistauglichkeit anhand von komplexen Anwendungen aus dem Dambruchbereich überprüft. Die Resultate zeigen, dass das Programm bei der Behandlung dieses Problemkreises gegenüber der aktuellen Situation einen Fortschritt bringt. Die Ausarbeitung von Sicherheits- und Schutzkonzepten kann umfassend angegangen werden, indem beginnend bei der Simulation der Initialwelle (z.B. als Folge eines Bergsturzes), über die Erosion des Dammes und die anschliessende Ausbreitung der Flutwelle, die Ereigniskette als Ganzes analysiert werden kann.

Weiterentwicklungsbedarf lässt sich vor allem in Bezug auf die verwendeten empirischen Beziehungen feststellen. Diese müssten hinsichtlich der spezifischen Bedürf-

nisse, wie sie einer instationären, zweidimensionalen Simulation innewohnen, angepasst werden.

Abstract

The interaction of flow, sediment transport and morphology plays an important role in most aspects of river engineering. This influences the operation of river power plants (e.g. silting of reservoirs) and flood control as well as questions pertaining to environment protection and sustainable development of the biosphere (e.g. development of a natural river delta). In the case of a dambreak, the interaction between flow and sediment transport is especially obvious. The shape and peak of the resulting flood wave depends directly on the vertical and lateral erosion in the area of the breach. The aim of this work was to develop a computer code to investigate such problems.

Given the great variety of potential applications, the physical frame work of the code was kept as general as possible. In particular suspended load and bedload are treated separately and the sediment mixture is discretized into a number of grain size classes. Moreover, the transverse bedload resulting from transport down the lateral slope of the bed and pure gravitationally–induced channel deformation (e.g. collapse of side slopes) is taken into account. This processes are characteristically unsteady and requires a horizontal two–dimensional approach.

The robustness of the methods was the main criterion in choosing the mathematical algorithms. The code is required to be applicable by users with no expertise in numerics. Simultaneously, an effort is made to keep the computational time in a moderate range. Reasonable spatial resolution and adequate results are obtainable using commonly available hardware.

The computational approach was corroborated by comparisons with laboratory experiments and analytical solutions. Additionally, the overall behavior of the code and its applicability to practical problems was tested by applying it to several complex dambreak problems. The planning of protection and emergency measurements can be investigated comprehensively. Beginning with the simulation of the initial wave (e.g. as a consequence of a rock fall) and progressing with the erosion of the dam and the following propagation of the floodwave, the chain of events can be analyzed as a whole. The results confirm, that the new approach is feasible and therefore represents progress compared with previously available solution techniques.

Further research is necessary on the empirical relations implemented in this code. These should be adjusted to meet specific requirements inherent in the numerical simulation of unsteady, non–equilibrium and two–dimensional situations of natural water flows.

Verwendete Symbole

a	[L]	Referenzhöhe über der gemittelten Sohle
\bar{c}	[–]	zeitlich gemittelter Partikelkonzentration
C	[–]	Volumenkonzentration der suspendierten Stoffe
\bar{C}	[–]	Tiefengemittelte Sediment – Volumenkonzentration
C'	[–]	Konzentrationsfluktuation
C_{d_k}	[–]	Konzentration in Bettnähe, bei der sich die Partikel der Kornklasse k absetzen
C_{e_k}	[–]	Referenzkonzentration für den Strömungseintrag von Partikeln der Kornklasse k
C_g	[$ML-3$]	Gewichtskonzentration der suspendierten Stoffe: $C_g = \rho_s C$
C_k	[]	Tiefengemittelte Konzentration der suspendierten Partikel der Kornklasse k . (Feststoffvolumen pro Volumeneinheit des Gemisches)
C_p	[–]	Konzentration der suspendierten Stoffe in ppm: $C_p = \frac{10^6 s C}{1 + (s - 1)C}$ mit $s = \rho_s / \rho$
c_f	[–]	Widerstandskoeffizient
c_1, c_2	[–]	Koeffizienten in Geschiebetriebformel (Potenzansatz)
D_*	[–]	$[(s - 1)g/\nu^2]^{1/3} d_{50}$ dimensionsloser Korndurchmesser
d_k	[L]	Korndurchmesser der Fraktion k
d_m	[L]	Charakteristischer Korndurchmesser
d_{ms}	[L]	Charakteristischer Korndurchmesser der Austauschschicht
d_{mu}	[L]	Charakteristischer Korndurchmesser der Unterschicht
$d_{m,k}$	[L]	Mittlerer Korndurchmesser der Fraktion k
d_{90}	[L]	Charakteristischer Korndurchmesser für den gilt, dass er grösser ist, als 90 % (Gewicht) des Siebdurchganges
E	[$MT^{-1}L^{-2}$]	Pick-up Rate der suspendierten Partikel
F_a	[MLT^{-2}]	Auftriebskraft
F_s	[MLT^{-2}]	Schleppkraft (Oberflächenreibung + Staudruckkraft)
Fr	[–]	Froude-Zahl: $ v /c$
f	[–]	Darcy-Weissbach Reibungskoeffizient: $f = 8u_*^2/\bar{u}^2$
f'	[–]	Kornreibungsanteil des Darcy-Weissbach Koeffizienten
f_m	[–]	Darcy-Weissbach Reibungskoeffizient für Mischung

g	$[LT^{-2}]$	Betrag der Erdbeschleunigung: 9.81 m/s ²
G	$[MLT^{-2}]$	Korngewicht
h	$[L]$	Abflusstiefe
hm	$[L]$	Dicke der Austauschschicht
J	$[-]$	Sohl- resp. Energieliniengefälle
J'	$[-]$	Kornreibungsgefälle
k_s	$[L]$	Äquivalente Sandrauhigkeit nach Nikuradse
k'_s	$[L]$	Äquivalente Sandrauhigkeit der Kornreibung
k''_s	$[L]$	Äquivalente Sandrauhigkeit der Formreibung
k_{St}	$[L]$	k-Wert nach Strickler
k'_{St}	$[L]$	Kornreibungsanteil des k-Werts nach Strickler
nk	$[-]$	Anzahl der Kornklassen (Fraktionen)
p	$[-]$	Porosität: prozentualer Anteil der Zwischenräume im Boden, die nicht mit Feststoffen gefüllt sind
Pe	$[-]$	Pécletzahl
q	$[L^2T^{-1}]$	x-Komponente des spezifischen Abflusses
qb	$[L^2T^{-1}]$	Spezifischer Geschiebetrieb (bezogen auf 1 m Flussbreite)
qb_k	$[L^2T^{-1}]$	Spezifischer Geschiebetrieb der Kornklasse k
qbx	$[L^2T^{-1}]$	x-Komponente des strömungsinduzierten spezifischen Geschiebetriebs
qbx_k	$[L^2T^{-1}]$	x-Komponente des spezifischen Geschiebetriebs der Kornklasse k
qby	$[L^2T^{-1}]$	Seitlicher Geschiebetrieb als Folge des Transportes der Strömung in x-Richtung
qby_k	$[L^2T^{-1}]$	y-Komponente des spezifischen Geschiebetriebs der Kornklasse k
qbx_k	$[L^2T^{-1}]$	Seitlicher Geschiebetrieb als Folge des Transportes der Strömung in y-Richtung
q_{cr}	$[L^2T^{-1}]$	Kritischer Abfluss, bei dem Geschiebetrieb beginnt
r	$[L^2T^{-1}]$	y-Komponente des spezifischen Abflusses
R	$[L]$	Hydraulischer Radius
R_b	$[L]$	Hydraulischer Radius, bezogen auf den auf der Sohle Abfließenden Anteil des Abflusses
Re	$[-]$	Reynoldszahl
Re^*	$[-]$	Kornreynoldszahl
s	$[-]$	Spezifische Dichte: Q_s / Q
S	$[LT^{-1}]$	Quellterm in Kontinuitätsgleichung
S_k	$[LT^{-1}]$	Quellterm, der den Austausch zwischen Geschiebe- und Suspensionstransport für die Kornklasse k beschreibt
S_{fk}	$[LT^{-1}]$	Beschreibt Materialfluss über die Bodenseite der Austauschschicht, wenn sich diese im Erosionsfall nach unten bewegt.
S_{lk}	$[LT^{-1}]$	Spezifiziert lokale Zugabe oder Entnahme von Material

T_k	[–]	Dimensionslose Kennzahl für die Sohlschubspannung der Kornklasse k : $[\tau'_b - (\tau_{b,cr})_k]/(\tau_{b,cr})_k$
u_*	$[LT^{-1}]$	Sohlschubspannungs-, Reibungsgeschwindigkeit
\bar{u}	$[LT^{-1}]$	Mittlere Geschwindigkeit
u, v, w	$[LT^{-1}]$	x, y, z -Komponenten der Geschwindigkeit
w_s	$[LT^{-1}]$	Endfallgeschwindigkeit eines Sediment Partikels in Reinwasser
$w_{s,m}$	$[LT^{-1}]$	Endfallgeschwindigkeit eines Sediment Partikels in einer Mischung
w_k	$[LT^{-1}]$	Sinkgeschwindigkeit eines suspendierten Partikels der Kornklasse k
w'	$[LT^{-1}]$	Geschwindigkeitsfluktuation in vertikaler Richtung
Y	[–]	Rouse-Zahl (Schwebstoff-Zahl)
z_b	[L]	Sohlenkote
α	[–]	Exponent der Ausgleichsfunktion
β	[–]	Beschreibt unterschiedliche Diffusion von Sediment- und Flüssigkeitspartikel
β_{sk}	[–]	Prozentualer Anteil der Fraktion k bezogen auf die Gesamtmischung in der Austauschschicht
β_k	[–]	Prozentualer Anteil der Fraktion k bezogen auf die Gesamtmischung in der Unterschicht
γ_n		Natürlicher Böschungswinkel
γ		Innerer Reibungswinkel, Ruhewinkel
γ_{cr}	[–]	Kritischer Böschungswinkel
Δ	[L]	Wellenhöhe der Sohlenformen
ξ_k	[–]	Ausgleichsfunktion, Expositions-koeffizient
ε	[–]	Beschreibt Dämpfung der Turbulenz
Γ	[–]	Diffusionskoeffizient
κ	[–]	Von Kármán-Konstante: 0.4
ϕ	[–]	Dimensionsloser Transportparameter (dimensionsloser Geschiebetransport)
$\phi_{dms,k}$	[–]	Auf den mittleren Korndurchmesser der Austauschschicht bezogene Transportparameter der Fraktion k
φ_k	[–]	Parameter, mit dem Zuweisung zur Transportart (Suspension/Geschiebe) gesteuert wird
η	$[ML^{-1}T^{-1}]$	Dynamische Viskosität
η_m	$[ML^{-1}T^{-1}]$	Dynamische Viskosität der Fluid-Sediment Mischung
λ	[L]	Wellenlänge der Sohlenformen
ν	$[L^2T^{-1}]$	Kinematische Viskosität
ν_m	$[L^2T^{-1}]$	Kinematische Viskosität der Fluid-Sediment Mischung
ν_t	$[L^2T^{-1}]$	Wirbelviskosität von Reinwasser
$\bar{\nu}_t$	$[L^2T^{-1}]$	Tiefengemittelte Wirbelviskosität
$\nu_{s,m}$	$[L^2T^{-1}]$	Diffusionskoeffizient der festen Phase der Mischung

$\nu_{t,m}$	$[L^2T^{-1}]$	$\nu_{t,m} = \epsilon\nu_t$, Impulsaustauschkoeffizient der flüssigen Phase der Mischung
θ	$[-]$	Dimensionslose Schubspannung
θ_{cr}	$[-]$	Kritische dimensionslose Schubspannung
θ_{cre}	$[-]$	Kritische dimensionslose Schubspannung für Einheitskorn
θ_{crm}	$[-]$	Kritische dimensionslose Schubspannung einer Mischung bezogen auf den mittleren Korndurchmesser der Austauschschicht
θ_{dms}	$[-]$	Dimensionslose Schubspannung bezogen auf den charakteristischen Kornurchmesser der Austauschschicht
θ'_{dms}	$[-]$	Transportwirksame dimensionslose Schubspannung bezogen auf den charakteristischen Korndurchmesser der Austauschschicht
φ_k	$[-]$	Parameter zur Steuerung der Transportart (Suspensions- oder Geschiebetransport)
ϱ	$[ML^{-3}]$	Dichte des Fluids
$\underline{\varrho}_m$	$[ML^{-3}]$	Dichte der Fluid-Sediment Mischung
$\overline{\varrho}_m$	$[ML^{-3}]$	Tiefengemittelte Dichte der Fluid-Sediment Mischung
ϱ_s	$[ML^{-3}]$	Dichte des Sediments
ϱ_{wet}	$[ML^{-3}]$	Dichte von Wasser gesättigtem Sediment
ϱ_{dry}	$[ML^{-3}]$	Dichte von trockenem Sediment
σ	$[-]$	Courant-Friedrich-Levy-Zahl (CFL-Zahl)
τ_b	$[ML^{-1}T^{-2}]$	Sohlschubspannung
τ'_b	$[ML^{-1}T^{-2}]$	Sohlschubspannunganteil aus Kornreibung
$\tau_{b,cr}$	$[ML^{-1}T^{-2}]$	Kritische Sohlschubspannung
$\tau_{b,cr,h}$	$[ML^{-1}T^{-2}]$	Kritische Schubspannung der ebenen horizontalen Sohle
$\tau_{b,cr,k}$	$[ML^{-1}T^{-2}]$	Kritische Schubspannung der Kornklasse k in einer Mischsohle
τ_v	$[ML^{-1}T^{-2}]$	Viskoser Anteil der Schubspannung
τ_t	$[ML^{-1}T^{-2}]$	Turbulenter Anteil der Schubspannung

Indizes

b	Sohle
e, w, n, s	Ost-, West-, Nord- und Südseite
l	lower
m	Mittelwert
n	Zeitschritt
o	alte Schätzung
s	Oberfläche
t	Turbulent
$'$	Schwankungsterm

1 **Einleitung**

1.1 **Ausgangslage, Motivation**

Die grundlegenden Gleichungen der Hydrodynamik wurden in der Mitte des 18. Jahrhunderts hergeleitet. Es dauerte dann noch mehr als 50 Jahre, bis diese der rechnerischen Lösung zugänglich wurden (Literaturangaben zur historischen Entwicklung der Gerinnehydraulik finden sich bei (VISCHER, 1983; HAGER, 1991) . Zunächst gelang dies nur für Spezialfälle, d.h. unter stark vereinfachenden Annahmen, die für praktische Anwendungen noch wenig relevant waren. Die Lösungsmethoden wurden verbessert (von der Handrechnung über graphische Methoden zu computer-gestützten Ansätzen), und dies spornte wiederum zu einer zunehmend differenzierteren und komplexeren Beschreibung der physikalischen Prozesse an. Vereinfachend ausgedrückt verlief die Entwicklung von den stationären zu den instationären Lösungsansätzen und räumlich von der eindimensionalen zur mehrdimensionalen Betrachtungsweise. In jüngster Zeit wird zudem versucht, die empirischen Ansätze für die Reibung durch Turbulenzmodelle abzulösen und, wie in dieser Arbeit dargestellt, die Annahme einer fixen Berandung fallen zu lassen.

Als beispielhaft für diese Entwicklung kann im Bereich der Gerinnehydraulik die Behandlung des Dammbuchproblems angesehen werden. MOLINARO und DI FILIPPO (1990 a,b) und FANELLI et al. (1990) gaben eine Übersicht über die analytischen und numerischen Ansätze, wie sie zur Berechnung einer Dammbuchwelle entwickelt worden waren, sowie einen "State of the Art", wie er sich etwa anfangs 1991 präsentierte.

In der Praxis war zu jenem Zeitpunkt der Stand so, dass die Flutwelle eindimensional aufgrund der vollständigen de Saint-Venant Gleichungen simuliert werden konnte. Die meisten der eingesetzten Programme waren jedoch nicht in der Lage, die speziellen Probleme, die im Zusammenhang mit Fliesswechseln (Übergang von strömendem zu schiessendem Abfluss oder umgekehrt) und mit dem Trockenfallen und Benetzen des Gerinnes auftreten, adäquat zu lösen (HYDRO-QUÉBEC, 1991).

In der Forschung beschäftigte man sich auf diesem Gebiet hauptsächlich mit der Entwicklung von horizontal zweidimensionalen Modellen, die fähig sind, mit den

vorhin angesprochenen Spezialproblemen umzugehen (KAHAWITA et al., 1991; SOULIS, 1991). Daneben gab es auch bereits Versuche, den eigentlichen Dammbbruchvorgang aufgrund von einfachen eindimensionalen Ansätzen erosionsbasiert zu modellieren (BECHTELER et al., 1990; MACCHIONE und SIRANGELO, 1990). Ziel dieser Bemühungen war es, den Ausflusshydrographen bei der Bruchstelle, der für die Wellenausbreitungsrechnung die wichtigste Randbedingung darstellt, wirklichkeitsnaher zu bestimmen.

Eine allgemeines Modell, das sowohl den Dammbbruchvorgang wie auch die Ausbreitung der nachfolgenden Flutwelle auf beweglicher Sohle gekoppelt simulieren kann, existierte zu Beginn der 90er Jahre nicht. Laut der neuesten Übersicht zum Thema "dam breach modeling" (SINGH, 1996) wird auch heute noch kein entsprechendes Modell in der Praxis eingesetzt. Für die Abschätzung der Schadenfolge eines Dammbbruches bedeutet die Annahme einer fixen Sohle im allgemeinen keine unzulässige Einschränkung. Das Gefahrenpotential, das von der bewegten Wassermasse allein ausgeht, ist meistens so gross, dass eine zusätzliche Gefährdung, die sich aufgrund der Interaktion von Wasserströmung und Sedimenttransport ergibt, nicht übermässig ins Gewicht fällt. Dies gilt zumindest solange, als durch die Dammbbruchwelle keine sekundären Ereignisse (z.B. Hangrutschungen oder Murgänge) ausgelöst werden.

Demgegenüber wird die Grösse der Schäden, wie sie als Folge von natürlichen Hochwässern in Gebirgstälern entstehen, massgeblich durch das Zusammenwirken von Wasser- und Sedimenttransport bestimmt. Besonders ausgeprägt war dies bei dem Hochwasser, das 1987 das Urner Reusstal heimsuchte, zu sehen. Im steilen Bereich der Reuss wurden die grössten Schäden durch die Breitenerosion und das mäanderförmige Pendeln des Flusses verursacht (NAEF et al., 1988). Aber auch in flacheren Gebieten von Gebirgstälern können Schäden, die durch Verschlammung und Versandung entstehen, im Vergleich zu den Wasserschäden dominieren. Dies zeigte sich bei der Katastrophe von 1987 im Veltlin (TIEDEMANN, 1988). Beim Grossschadenereignis von Brig im September 1993 war der Sedimenttransport nicht nur entscheidend für das Ausmass der Schäden (über 500 Millionen Franken), sondern gar die eigentliche Ursache der Katastrophe.

Zusammenfassend ist festzuhalten, dass nicht nur bei "worst case"-Ereignissen, wie sie die Dammbbrüche darstellen, sondern auch bei der Planung von modernen Hochwasserschutzkonzepten (JÄGGI und ZARN, 1990) die Wechselwirkung von Wasserströmung, Sedimenttransport und Gerinnemorphologie einen wichtigen Aspekt darstellt, den es zu berücksichtigen gilt.

1.2 Problemstellung, Zielsetzung

Die Interaktion von Wasser– und Sedimenttransport ist nicht nur im Zusammenhang mit der Planung von Sicherheits– und Schutzkonzepten von Wichtigkeit, sondern auch für den Betrieb von wasserbaulichen Anlagen. Hervorzuheben wäre hier zum Beispiel die Beeinträchtigung der Wirtschaftlichkeit von Stauanlagen, die durch Verlandungserscheinungen und den dadurch nötig werdenden Spülungen von Stauräumen verursacht wird. Auch in Fragen, die den Umweltschutz und eine nachhaltige Entwicklung der Biosphäre betreffen, sind Transportvorgänge in Fließgewässern und deren morphologische Auswirkungen von zentraler Bedeutung (EAWAG, 1991). Als Beispiel kann hier etwa die Renaturierung von Flüssen (VISCHER, 1989) oder, besonders augenfällig, die Deltabildung bei der Mündung von Flüssen in stehende Gewässer erwähnt werden (JÄGGI, 1986).

Diese Aufzählung ist nicht vollständig. Sie gibt aber einen Eindruck über die Vielfalt der Problemstellungen, die im Zusammenwirken von Wasser– und Sedimenttransport begründet sind.

Den skizzierten Problemstellungen ist gemeinsam,

- dass stark *instationäre* Ereignisse bestimmend sind,
- dass eine geeignete mathematische Beschreibung zumindest teilweise einen *zwei-dimensionalen* Ansatz notwendig macht,
- dass im allgemeinen *grössere Gebiete* betroffen sind, die im physikalischen Modell nur mit erheblichem Aufwand untersucht werden können.

Der Einsatz eines mathematischen Modells zur Lösung derartiger Aufgaben scheint zweckmässig. Es erlaubt, viele der Fragestellungen kostengünstig und mit ausreichender Genauigkeit zu untersuchen. Mit dem angesprochenen Anwendungsspektrum ist gleichzeitig das Anforderungsprofil für das Modell grob umrissen. Da eine abschliessende Behandlung aller Anwendungsmöglichkeiten den Rahmen dieser Arbeit übersteigen würde, ist es unumgänglich, beim Programmdesign Prioritäten zu setzen. Als Leitschnur dafür soll das Dambruchproblem dienen. Kann dieses auf beweglicher Sohle gelöst werden, ist gewährleistet, dass die physikalisch relevanten Prozesse einbezogen und die verwendeten numerischen Verfahren robust sind. Verfeinerungen (z.B. genauere numerische Algorithmen), die je nach Anwendungsgebiet unabdingbar sein werden, sollen vorgenommen werden können, ohne dass dadurch die zugrundeliegende Programmstruktur tangiert wird.

Ziel ist es, ein praxistaugliches Werkzeug herzustellen, mit dem die umrissenen Problemstellungen mit vertretbarem Aufwand und in nützlicher Frist untersucht werden können.

1.3 Vorgehen, Gliederung der Arbeit

Ausgehend von einem einfachen eindimensionalen Modell zum Testen der numerischen Algorithmen und der empirischen Ansätze wird ein Programm entwickelt, mit dem sich die Strömung, der Feststofftransport und die sich daraus ergebenden Veränderungen der Gerinnemorphologie in einem horizontal zweidimensionalen Modell beschreiben lassen.

Das Strömungsmodell basiert auf den Flachwassergleichungen, die mit Hilfe von bewährten Ansätzen gelöst werden. Der Lösungsansatz für die Transportgleichungen der Feststoffe ist so gewählt, dass die Genauigkeit der Numerik mit jener der zugrunde liegenden empirischen Beziehungen einigermaßen korrespondiert.

Bei der Formulierung der Bilanzgleichungen fallen zusätzliche Unbekannte an. Diese werden aufgrund von Konstitutivgesetzen bestimmt, die aus der Literatur bekannt sind. Die Wahl der empirischen Beziehungen (z.B. Geschiebetransportformel) richtet sich dabei nach den zurzeit im Vordergrund stehenden Anwendungen.

Nach dieser Einleitung wird im Kapitel 2 zuerst auf die Materialeigenschaften und Parameter eingegangen, die im Zusammenhang mit Feststofftransport von Bedeutung sind. Vorrangiges Ziel der Diskussion in diesem Kapitel ist es, die Unterschiede zwischen den Verhältnissen in reinem Wasser und in einer Suspension zu beleuchten und zudem einen Einblick in die komplexen physikalischen Prozesse zu geben. Gleichzeitig sollen auch die im Programm verwendeten empirischen Beziehungen eingeführt werden.

Im Kapitel 3 wird das physikalische Modell vorgestellt. Dazu werden zuerst die zu bestimmenden Grössen (Unbekannte) definiert, dann werden diese mit Hilfe von Erhaltungsgleichungen zueinander in Beziehung gesetzt und am Schluss die empirischen Schliessbedingungen eingeführt, die zur Lösung der Bilanzgleichungen nötig sind.

Die numerische Lösung der Gleichungen wird im Kapitel 4 beschrieben. Dabei sollen nicht nur die aktuell implementierten Verfahren vorgestellt, sondern auch einige grundsätzliche Aspekte von numerischen Methoden diskutiert werden.

Im letzten Kapitel sollen dann die Möglichkeiten und Grenzen des vorliegenden Computerprogrammes anhand von verschiedenen Simulationen aufgezeigt werden. Neben der Überprüfung der physikalischen Konzepte und der Lösungsalgorithmen geht es dabei vor allem auch darum zu testen, wie weit sich die zweidimensionale mathematische Modellierung von Strömung und Sedimenttransport im Ingenieur–Alltag einsetzen lässt.

2 *Physikalische Prozesse*

2.1 Allgemeines

Gegenstand dieser Arbeit ist die numerische Simulation jener physikalischen Prozesse, die für die Transportvorgänge in offenen Gerinnen mit beweglicher Sohle relevant sind. Es wird davon ausgegangen, dass ein Gemisch aus Wasser und Feststoffen transportiert wird. Es handelt sich also um eine Zweiphasenströmung, wobei sich die feste Phase aus mehreren Komponenten (Klassen von Korngrößen) zusammensetzen kann.

Die Feststoffe gelangen aus dem Einzugsgebiet durch Oberflächenabfluss, Murgänge und Hangrutschungen in das Gerinne oder werden dem eigenen Bett durch Seiten- oder Tiefenerosion entnommen. Entsprechend vielfältig sind deren geometrische und mineralogischen Eigenschaften und die dadurch beeinflussten physikalischen Kennwerte (z.B. Fallgeschwindigkeit, natürlicher Böschungswinkel¹ etc.).

Die Vielfalt beschränkt sich aber nicht nur auf die grundlegenden Materialeigenschaften. Je nach interessierender Fragestellung ist man mit ganz unterschiedlichen Erscheinungsformen der im Prinzip immer gleichen physikalischen Prozesse konfrontiert. Das Spektrum reicht von den extrem dynamischen Vorgängen, wie sie einer Dammbrechwelle innewohnen, bis zu den schwachturbulenten, beinahe stationären Verhältnissen, die zum Beispiel beim Verlandungsprozess eines Stauraumes massgebend sind. Mit diesen sehr unterschiedlichen Erscheinungsformen sind auch etwa die Grenzen jenes Bereiches umrissen, für den in dieser Arbeit numerische Lösungsverfahren präsentiert werden sollen.

Die angeführten Beispiele zeigen, dass hier das Interesse Problemstellungen gilt, die sich je nach Situation in der Wirklichkeit kaum beobachten und auch im Laborversuch nur beschränkt analysieren lassen. Es ist deshalb unumgänglich, dass man sich teilweise auf Erkenntnisse abstützt, die anhand von Untersuchungen über das Verhalten von natürlichen Gerinnen gewonnen wurden. Im Rahmen der erzielbaren Genauigkeit scheint dies zulässig. Die Erfahrung zeigt, dass beispielsweise die phy-

1. Definitionen zu den Begriffen Böschungswinkel, Ruhewinkel finden sich S. 27 und 45ff.

sikalischen Vorgänge in einem kiesführenden Wildbach bei Hochwasser ähnlich zu jenen bei einem Dambruch sind und dass sich die Verhältnisse in einem sandführenden Tieflandstrom mit jenen in einer Flussstauhaltung vergleichen lassen.

Bei der Beschreibung der Eigenschaften, die für den Transport bestimmend sind, wird das Augenmerk auf die mineralogischen Feststoffe gerichtet. Das heisst insbesondere, dass die speziellen Probleme der Schwimmstoffe (Holz, Eis etc.) ausser Betracht gelassen werden. Auf die Hydraulik wird nur dann näher eingegangen, wenn sich Unterschiede zu den Verhältnissen bei einer Reinwasser-Betrachtung auf fixer Sohle ergeben.

2.2 Reinwasser versus Wasser–Sediment–Mischung

Im Vergleich zu Reinwasser sind in einer Mischung von Wasser und suspendierten Partikeln (Aufschwemmung feinst verteilter Feststoffe) vor allem die Veränderungen der *Dichte*, der *Viskosität* und der *turbulenten Eigenschaften* der Flüssigkeit von Bedeutung. Der Einfluss dieser Effekte auf die **Strömung** ist in mitteleuropäischen Flüssen mit Schwebstoffkonzentrationen $C_g < 10 \text{ kg/m}^3$ meist vernachlässigbar. Gleichwohl werden hier die Definitionen dieser physikalischen Eigenschaften für den Fall einer Suspension eingeführt und kurz diskutiert.

In Bezug auf den **Geschiebetransport**, macht sich der Einfluss der suspendierten Partikel stärker bemerkbar. RICKENMANN (1991) zeigte, dass die transportierte Geschiebemenge in stark befrachteten Suspensionen um das ein- bis zweifache zunimmt im Vergleich zu Reinwasserverhältnissen bei im übrigen gleichen Randbedingungen bezüglich Gefälle und Fließgeschwindigkeit. Dies akzentuiert sich besonders bei steilem Gefälle. Auf diese eher indirekten Wirkungen einer Suspension wird in den Abschnitten 2.4 (Reibung) und 2.5 (Feststofftransport) eingegangen.

Zunächst folgen Erläuterungen zu den Definitionen jener physikalischen Eigenschaften einer Mischung, die im Zusammenhang mit numerischer Modellierung von Bedeutung sind.

2.2.1 Dichte

Die *Dichte einer Suspension* wird definiert als:

$$\rho_m = \rho(1 - C) + \rho_s C = \rho(1 + (s - 1)C) \quad (2.1)$$

wobei:

ρ_m	$[M/L^3]$	Dichte der Mischung
ρ	$[M/L^3]$	Dichte des Fluids
ρ_s	$[M/L^3]$	Dichte des Sediments (gleich für alle Sedimente)
s	$[-]$	Spezifische Dichte: ρ_s / ρ
C	$[-]$	Sediment-Volumenkonzentration ²

Tabelle 2.1 gibt einen Eindruck über die Variationsbreite der Dichte von Suspensionen wie sie in natürlichen Gerinnen vorkommen können.

	Konzentration [Vol. %]	Dichte ρ_m [kg/m ³]	kin. Viskosität ν_m [10 ⁻⁶ m ² /s]
Alpenrhein bei Hochwasser ³	.11	1002	1.2
Drau (Österreich), max. Wert bei Stauraumpülung ⁴	.38	1006	1.3
Gelber Fluss (China) ⁵	38	1700	10
Murgang ⁶	30–60	bis 2400	10–1000

Tabelle 2.1: Konzentration, Dichte und kinematische Viskosität für einige ausgewählte Beispiele (Reinwasser: $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, $\nu=10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$).

Die Dichte von abgelagerten Feststoffen hängt von der Porosität p (Volumenanteil der Räume zwischen den Körnern) und damit von der Ablagerungsgeschichte der Sedimente ab. Unter der Annahme, das Material sei mit Wasser gesättigt, ergibt sich:

$$\rho_{wet} = p\rho + (1 - p)\rho_s = \rho + \left(\frac{\rho_s - \rho}{\rho_s}\right)\rho_{dry} \quad (2.2)$$

Die Dichte des trockenen Sedimentes ρ_{dry} wurde dabei wie folgt definiert:

$$\rho_{dry} = (1 - p)\rho_s \quad (2.3)$$

Die Porosität von uniformem, feinem Sand beträgt etwa 45 Prozent. Schlecht sortierter Sand hat eine kleinere Porosität (~ 36 Prozent), da die Poren durch Körner mit kleineren Durchmessern teilweise aufgefüllt sind. Schlammablagerungen, die aus Ton, Silt, Sand und organischem Material bestehen, können eine Porosität bis zu 80 Prozent aufweisen.

2. In dieser Arbeit ist mit dem Begriff Konzentration C normalerweise die Volumenkonzentration [m³ Feststoffe/m³ Fluid] gemeint. Die Gewichtskonzentration wird mit C_g bezeichnet, wobei folgende Beziehung gilt: $C_g = \rho_s C$. In der amerikanischen Literatur wird die Konzentration C_p oft als ppm (parts per million) pro Gesamtgewicht (Sediment + Wasser) angegeben. Für kleine Konzentrationen ($C_g < 10 \text{ kg/m}^3$) gilt: $C_p = 10^6 \rho_s / \rho C$.

3. Nesper (1937) 4. Österreichische Draukraftwerke (1994)
5. Yang et al. (1996) 6. Rickenmann (1990)

Die Porosität nimmt mit zunehmender Konsolidierung ab. Verschiedene Autoren haben die Ablagerungen in Stauhaltungen analysiert und Formeln entwickelt, die es erlauben, Q_{dry} aufgrund von einfach zu bestimmenden Parametern abzuschätzen. Eine Zusammenstellung einiger Ansätze gibt VAN RIJN (1993).

2.2.2 Molekulare Viskosität

Bei NAIK (1983) und SAVAGE (1984) finden sich umfassende Übersichten zu Arbeiten, die sich mit der Wirkung von suspendiertem Sediment auf die dynamische Viskosität η befassen. Verschiedene Autoren (z.B. BAGNOLD, 1954; DO IK LEE, 1969) haben dazu empirisch bestimmte Beziehungen angegeben. Jene von BAGNOLD deckt den grössten Bereich bezüglich der zulässigen Konzentration ($C=0.001$ bis $C=0.6$) ab. Für die Viskosität η_m der Mischung ergibt sich nach diesem Ansatz:

$$\eta_m = \eta(1 + \lambda)(1 + 0.5 \lambda) \quad (2.4)$$

wobei λ einen dimensionslosen Konzentrationsparameter darstellt:

$$\lambda = \frac{1}{\left(\frac{0.74}{C}\right)^{1/3} - 1}$$

Die kinematische Viskosität einer Fluid–Sediment–Mischung wird dann zu

$$\nu_m = \frac{\eta_m}{\rho_m} \quad (2.5)$$

Den Werten in Tabelle 2.1 ist zu entnehmen, dass in mitteleuropäischen Flüssen der Einfluss der suspendierten Partikel auf Dichte und Viskosität nur bei sehr steilen Gerinnen, wo murgangähnliche Verhältnisse herrschen, von Bedeutung ist. Bei der Modellierung dieser Prozesse werden dann jedoch andere rheologische Modelle verwendet (RICKENMANN, 1990), bei denen die Viskosität keine reine Stoffgrösse mehr darstellt, sondern eine Funktion des Geschwindigkeitsgradienten ist und damit von der Strömung abhängt.

2.2.3 Turbulenz

Die suspendierten Partikel werden durch die turbulenten Bewegungen in Schwebe gehalten. Ist das vertikale Konzentrationsprofil im Gleichgewicht, verharren die Se-

dimentpartikel statistisch gesehen auf einer gewissen Höhe über der Sohle. Die Schwerkraft wird durch die aufwärtsgerichteten turbulenten Scherkräfte ausgeglichen. Das heisst, es wird kontinuierlich Arbeit geleistet, die nicht mehr für die Durchmischung der Flüssigkeit zur Verfügung steht. Die Turbulenz wird also durch diesen Impulstransfer vom Fluid zu den Partikeln gedämpft.

Die durch die Turbulenz bewirkte Verteilung (Ausbreitung) der Sedimentpartikel wird normalerweise ausgedrückt, indem der Diffusionskoeffizient (Sedimentaustauschkoeffizient) der festen Phase der Mischung auf jenen der flüssigen Phase bezogen wird

$$v_{s,m} = \beta v_{t,m} \quad (2.6)$$

wobei

$v_{s,m}$	$[L^2T^{-1}]$	Diffusionskoeffizient der festen Phase der Mischung
$v_{t,m}$	$[L^2T^{-1}]$	Impulsaustauschkoeffizient der flüssigen Phase der Mischung, $v_{t,m} = \epsilon v_t$
β	$[-]$	Faktor zur Berücksichtigung der unterschiedlichen Diffusion von Sediment und Flüssigkeitspartikel
ϵ	$[-]$	Beschreibt Dämpfung der Turbulenz
v_t	$[L^2T^{-1}]$	Wirbelviskosität von Reinwasser

Die Grösse des Proportionalitätsfaktors β ist in der Fachwelt umstritten (VETTER, 1992). Die einen Autoren gehen davon aus, dass sich die Mischungslänge vergrössert, weil die Feststoffpartikel durch die Zentrifugalkräfte (grössere Dichte) an den Rand der Wirbel gedrängt werden. β würde also grösser als 1. Andere wiederum meinen, dass $\beta < 1$ gesetzt werden muss, weil die Feststoffpartikel den turbulenten Schwankungen der Flüssigkeit nicht folgen können. Da diese Diskussion noch nicht abgeschlossen ist, wird in dieser Arbeit davon ausgegangen, dass mit der Wahl $\beta=1$ genügend genaue Resultate erzielt werden können.

Der Faktor ϵ ist eine Funktion der lokalen Partikelkonzentration und kann als Reduktion der van Karman "Konstante" interpretiert werden. Da eine merkliche Dämpfung der Turbulenz erst bei hyperkonzentrierten Suspensionen ($C_g > 10.0 \text{ kg/m}^3$) von Bedeutung ist – Verhältnissen also, die in Mitteleuropa nur in Murgängen (Schlammlawinen) anzutreffen sind – wird dieser Einfluss ebenfalls vernachlässigt, das heisst $\epsilon=1$ gesetzt.

WANG und LARSEN (1994) haben den Einfluss des Geschiebetriebs auf die turbulente Struktur in Strömungen von Reinwasser und Tonsuspensionen untersucht. In beiden Fällen hat sich gezeigt, dass durch den Geschiebetrieb die mittlere Fliessgeschwindigkeit vermindert und der vertikale Geschwindigkeitsgradient vergrössert

worden ist. Die durch den Geschiebetrieb der Strömung entnommene Energie wird zum Teil in turbulente Energie umgewandelt. Dies bedeutet, dass zwei Prozesse wirksam sind, die sich teilweise gegenseitig neutralisieren: Durch die Suspension wird die Turbulenz gedämpft, währenddem der Geschiebetrieb die turbulente Intensität erhöht. Berücksichtigt man noch, dass der Übergang zwischen den beiden Transportarten (Geschiebetrieb und Suspension) fließend ist, wird klar, dass die komplexen Wechselwirkungen dieser Prozesse noch kaum verstanden werden und dementsprechend auch noch nicht in ein mathematisches Modell, wie es hier entwickelt werden soll, Eingang finden können.

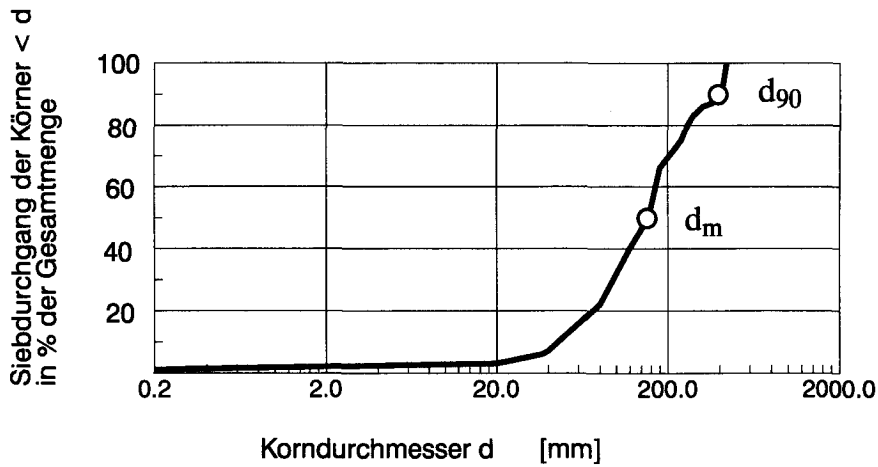
2.3 Sedimentcharakteristika

Die hier interessierenden Sedimente entstehen aus festem Gestein durch physikalische und chemische Abbauprozesse. Die mineralogischen, chemischen und physikalischen Materialeigenschaften können je nach Herkunft stark variieren. Im folgenden wird auf jene Feststoffeigenschaften eingegangen, die für das mathematische Modell zur Simulation von Transportvorgängen von Bedeutung sind.

2.3.1 Korngrösse

Wichtigste Eigenschaft bei der Beschreibung der Feststoff-Transportvorgänge ist die Korngrösse. Diese ist im allgemeinen nicht einheitlich und kann – vor allem bei Gebirgsflüssen – stark variieren. Der Bereich erstreckt sich von den feinen Ton-Fraktionen mit Durchmessern kleiner als 0.002 mm bis hin zu Blöcken in Metergrösse. Die Kornzusammensetzung wird meist als Summenlinie der Häufigkeitsverteilung dargestellt (vgl. Figur 2.1). Bei der herkömmlichen Bearbeitung von flussmechanischen Problemstellungen wird die Kornverteilung auf einen einzigen charakteristischen Korndurchmesser reduziert, wobei dieser je nach Fragestellung unterschiedlich definiert wird. Beispielsweise wird zur Bestimmung der Rauigkeit das sogenannte d_{90} des Unterschichtmaterials⁷ verwendet. Unter d_{90} versteht man den Durchmesser, der dem 90prozentigen Siebdurchgang entspricht. Geschiebetransportrechnungen hingegen basieren normalerweise auf einem mittleren Korndurchmesser d_m . Dieser wird je nach Geschiebetriebformel unterschiedlich definiert.

7. Durch Auswaschen von Feinmaterial kann sich die oberste Schicht einer Flussole vergrößern. Die so gebildete Pflasterungsschicht schützt das darunterliegende Material (Unterschicht) vor Erosion.



Figur 2.1: Kornverteilung des Sohlenmaterials der Reuss bei Seedorf mit charakteristischen Korndurchmessern (VAW, 1989).

MÜLLER (1943) schlug folgende Definition vor:

$$d_m = \sum_{k=1}^{nk} d_k \beta_k \quad (2.7)$$

wobei

d_k	[m]	Korndurchmesser der Kornklasse (Fraktion) k
β_k	[-]	Anteil des Gewichtes der Fraktion k in der
		Ausgangsmischung $\left[\beta_k > 0, \sum_{k=1}^{nk} \beta_k = 1 \right]$
nk		Anzahl Fraktionen

Ist die Kornverteilung sehr breit gestreut, ergibt der mittlere Korndurchmesser nach Gleichung (2.7) erfahrungsgemäss zu grosse Werte. Um den Einfluss der grossen Fraktionen abzuschwächen, schlägt PARKER (1992) deshalb folgenden Ansatz vor:

$$\ln d_m = \sum_{k=1}^{nk} \beta_k \ln(d_k) = \ln\left(\prod_{k=1}^{nk} d_k^{\beta_k}\right) \quad (2.8)$$

bzw.

$$d_m = d_1^{\beta_1} \cdot d_2^{\beta_2} \cdot \dots \cdot d_{nk}^{\beta_{nk}}$$

Im hier beschriebenen Modell kann das Feststoffmaterial aus einer beliebigen Anzahl Kornklassen zusammengesetzt sein. Die Feinheit der Diskretisierung hängt stark von der betrachteten Anwendung ab. Um zum Beispiel die Verhältnisse beim

Bruch eines Hochwasserschutzdammes qualitativ richtig simulieren zu können, muss mindestens zwischen den Kornfraktionen für das Geschiebe, der Suspension, der Böschungssicherung und dem Dammaterial unterschieden werden.

2.3.2 Sinkgeschwindigkeit

Die Sinkgeschwindigkeit w_s (oft auch als Fallgeschwindigkeit bezeichnet) der Sedimentpartikel ist ein wichtiger Parameter zur Beurteilung der Frage, welche Kornfraktionen als Geschiebe und welche in suspendierter Form transportiert werden. Für natürliche Sedimentpartikel (nicht kugelförmige) wird w_s in Abhängigkeit des Korndurchmessers d nach den folgenden Formeln bestimmt (VAN RIJN, 1984b):

$$w_s = \frac{(s-1)gd^2}{18\nu} \quad \text{für } 0.001 < d \leq 0.1 \text{ mm} \quad (2.9)$$

$$w_s = \frac{10\nu}{d} \left[\sqrt{1 + \frac{0.01(s-1)gd^3}{\nu^2}} - 1 \right] \quad \text{für } 0.1 < d < 1 \text{ mm} \quad (2.10)$$

$$w_s = 1.1 \sqrt{(s-1)gd} \quad \text{für } d \geq 1 \text{ mm} \quad (2.11)$$

Die angegebenen Beziehungen wurden für ein Einzelkorn in Reinwasser bestimmt. In einer hochkonzentrierten Suspension wird die Sinkgeschwindigkeit stark reduziert. Der Effekt wird vor allem durch die Rückströmung bewirkt, die durch die Absetzbewegung induziert wird. Zusätzlich wird die Sinkgeschwindigkeit aber auch durch Partikelkollisionen, von Partikeln induzierter Turbulenz und Gruppeneffekte vermindert. OLIVER (1961) gibt eine Formel an, mit der die Sinkgeschwindigkeit von Partikeln in einer Mischung, unter der Voraussetzung $C \leq 0.45$, abgeschätzt werden kann (der Index m steht für Mischung):

$$w_{s,m} = (1 - 2.15 C)(1 - 0.75 C^{0.33})w_s \quad (2.12)$$

Es scheint plausibel, dass der Transport der suspendierten Partikel mit zunehmender Dichte (Konzentration) und Viskosität (Zähigkeit) grösser wird, weil unter diesen Umständen die Sinkgeschwindigkeit abnimmt. Da die Dichte und besonders ausgeprägt die Viskosität mit fallender Temperatur zunimmt, wird die Transportrate in diesem Falle auch grösser werden. LANE et al. (1949) konnten dies anhand von Messungen am Colorado River bestätigen. Sie haben festgestellt, dass der Sedimenttransport bei gleichem Abfluss im Winter, bei einer Temperatur, die um etwa 15°C unter der Sommertemperatur lag, um einen Faktor zwei grösser war als im Sommer.

2.3.3 Natürlicher Böschungswinkel, innerer Reibungswinkel

Der natürliche Böschungswinkel γ_n , wie er sich zum Beispiel auf der Leeseite einer Sanddüne einstellt, stellt eine Materialeigenschaft dar. Er ist eine Funktion von Grösse und Form der Körner sowie der Porosität. In der Literatur werden für γ_n Werte im Bereich von 30° bis 40° angegeben. γ_n wird hauptsächlich im Zusammenhang mit der Bestimmung des kritischen Winkels, bei dem die Flanke einer Bresche abrutscht, wichtig.

Der innerer Reibungswinkel γ (siehe auch Figur 2.9, S. 45) wird im Hinblick auf die Bestimmung des Transportbeginns (siehe Abschnitt 2.5.2.1, S. 43ff) eines Partikels auf horizontaler oder geneigter Sohle eingeführt. Die Werte von γ werden entweder direkt aus Triax-Versuchen⁸ oder indirekt aus Transportbeginn-Experimenten bestimmt. Sie bewegen sich im Bereich von 40° bis 50° und sind somit einiges grösser als die entsprechenden natürlichen Böschungswinkel.

2.4 Reibung

2.4.1 Allgemeines

Das hier vorzustellende mathematische Modell basiert auf den Erhaltungsgleichungen von Masse und Impuls. Die Impulsgleichung postuliert – aufgrund des 2. Axioms von Newton – ein Gleichgewicht zwischen der beschleunigten Masse und der Resultierenden der äusseren Kräfte (Druck, Reibung und Gravitation). Unter all diesen Einflussgrössen bereitet die Bestimmung der Reibung am meisten Mühe, da sie von der Strömung abhängt und im allgemeinen (vor allem bei beweglicher Sohle) nicht direkt gemessen werden kann. Diese Schwierigkeiten machen sich besonders deutlich bemerkbar, wenn durch einen hohen Anteil von suspendierten Partikeln zusätzliche Unwägbarkeiten die physikalischen Prozesse beeinflussen. Ein wesentlicher Grund, weshalb hier der Reibung spezielle Beachtung geschenkt wird, liegt im Umstand, dass sie im Zusammenhang mit mathematischer Modellierung oft als Eichgrösse verwendet wird. Um gemessene und berechnete Werte in Übereinstimmung zu bringen, werden dabei im mathematischen Modell oft Reibungsbeiwerte verwendet, die ausserhalb der physikalisch zulässigen Grenzen liegen. Der Grund dafür ist, dass den ursächlichen Prozessen zu wenig Rechnung getragen wird.

8. Im Triax-Versuch wird eine zylindrische Bodenprobe einem allseitigen Druck ausgesetzt. Dann wird – unter Konstanthaltung dieses Druckes – der axiale Druck erhöht, bis die Probe bricht. Aus den gemessenen Drücken (inkl. Porenwasserdruck) lässt sich die Scherfestigkeit und damit der innere Reibungswinkel bestimmen.

Das vorliegende Modell basiert auf den Flachwassergleichungen (siehe Gleichung (3.5), S. 69). Werden diese aus den Navier–Stokes Gleichungen hergeleitet, erscheint die Reibung einerseits als äussere Kraft im Quellterm (Gerinnerauigkeit, Sohlrauigkeit) und andererseits in den Spannungstermen (innere Reibung), die sich aufgrund der turbulenten Schwankungen ergeben. In einem fliessenden Gewässer dominiert normalerweise die Sohlrauigkeit, weshalb die innere Reibung in den mathematischen Modellen oft vernachlässigt wird. Da sich der Anwendungsbereich dieses Modelles auch auf langsam fliessende Gewässer erstreckt (z.B. Verlandungsvorgänge in einer Flusstauhaltung), wird hier nicht nur auf die Gerinnerauigkeit sondern auch auf einige Aspekte der inneren Reibung eingegangen. Diese hängt von der Zähigkeit und damit von der Konzentration der suspendierten Partikel ab. Es ist deshalb auch angezeigt, auf einige Unterschiede zwischen einer Suspensionströmung und einer Reinwasser–Betrachtung hinzuweisen.

Ziel dieses Abschnittes ist es, die Begriffe, die im Zusammenhang mit der Reibung eine Rolle spielen, einzuführen, die relevanten physikalischen Prozesse vorzustellen und die zur Zeit implementierten Formeln zur Bestimmung des Reibungswiderstandes anzugeben.

Der Reibungswiderstand der Sohle eines natürlichen Gerinnes setzt sich aus der *Kornreibung* und dem sogenannten *Formwiderstand* zusammen. Letzterer ist eine Folge der Strömungsablösungen im Strömungsschatten von Riffeln und Dünen. Da sich diese Bettformen je nach hydraulischer Situation verändern, variiert auch die Sohlrauigkeit als Funktion von Raum und Zeit. Vor allem in sandführenden Flüssen, kann die Reibung als Folge der unterschiedlichen Sohlformen stark variieren. Dies gilt aber auch bei Bergflüssen, wo sich bei kleinen Abflusstiefen hinter den Grobkomponenten lokale Energieverluste ergeben (Ablösungen), wie sie analog bei den Sohlformen beobachtet werden.

Die Kornreibung ist eine Funktion des mittleren Korndurchmessers. In einem natürlichen Gerinne ändert sich dieser als Folge des Geschiebetriebs. Besonders ausgeprägt zeigt sich dies, wenn sich durch die Sortiereffekte eine Deckschicht aus groben Material bildet, die beim Überschreiten einer gewissen Grenzschubspannung wieder aufreissen kann, woraus eine plötzliche Änderung des mittleren Korndurchmessers resultiert. Die Rauigkeit eines Gerinnes mit beweglicher Sohle ist also keine reine Materialeigenschaft sondern hängt sowohl von der Strömung wie auch vom Sedimenttransport ab.

Viele Forscher haben sich mit der Bestimmung der Reibung befasst. Die meisten Ansätze lassen sich auf das Konzept von NIKURADSE (1932) zurückführen. Dabei werden die zufälligen Unebenheiten der Berandung auf eine äquivalente Sandrauigkeit k_s bezogen. Verschiedene Autoren z.B. (EINSTEIN und BARBAROSSA, 1953; ENGELUND und HANSEN, 1967; WHITE et al., 1979) versuchten, das komplexe Zusammenspiel der verschiedenen Einflussfaktoren auf integrale Parameter (z.B.

mittlere Geschwindigkeit, Gefälle etc.) zu stützen. Für die Anwendung in einem allgemeinen Modell eignen sich diese nicht, da sie oft für sehr spezifische Verhältnisse bezüglich Material- und Strömungseigenschaften in Labormessungen kalibriert wurden. Wir folgen hier einem Ansatz (KARIM, 1995; VAN RIJN, 1984c), bei dem die Wirkung der einzelnen physikalischen Effekte auf die Reibung separat bestimmt und anschliessend superponiert wird.

In einem ersten Schritt wird der Einfluss der suspendierten Partikel auf die Reibung für die Verhältnisse bei einer fixen ebenen Sohle (reine Kornreibung) betrachtet. Anschliessend wird dann gezeigt, wie sich die verschiedenen Bettformen einer beweglichen Sohle auf die Reibung auswirken.

2.4.2 Kornreibung

Die Reibung in einem Gerinne hängt sowohl vom Geschwindigkeitsprofil als auch von der turbulenten Struktur in Sohlhöhe ab. Um die diesbezüglichen Unterschiede zwischen den Verhältnissen bei Reinwasser und einer Suspension zu diskutieren, wird im folgenden der funktionale Zusammenhang der entsprechenden Geschwindigkeitsprofile hergeleitet. Dies gibt auch Gelegenheit, einige grundlegende Begriffe einzuführen, die später verwendet werden.

2.4.2.1 Innere Reibung

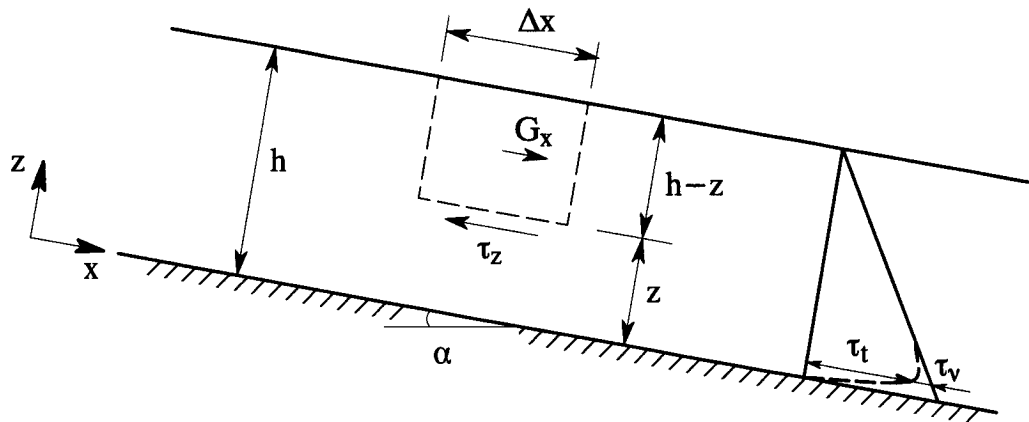
In einer stationären Strömung unter Normalabflussbedingungen ist die Beschleunigung Null. Das Gesetz von Newton reduziert sich auf die Bilanz der äusseren Kräfte.

Mit den Bezeichnungen von Figur 2.2 wird dann die auf die Einheitsbreite bezogene Bewegungsgleichung für ein Flüssigkeitselement zu

$$\tau_z \Delta x = \rho g (h - z) \Delta x \sin \alpha \quad (2.13)$$

Dabei bedeutet τ_z die Schubspannung auf der Höhe z über der Sohle.

Setzt man bei kleiner Sohlenneigung $\sin(\alpha)$ dem Energieliniengefälle J gleich, wird



Figur 2.2: Definitionsskizze zur Herleitung des Geschwindigkeitsprofils.

die Sohlschubspannung ($z=0$) zu

$$\tau_b = \rho ghJ \tag{2.14}$$

wobei

g	$[LT^{-2}]$	Betrag der Erdbeschleunigung: 9.81 m/s^2
h	$[L]$	Abflusstiefe normal zur Sohle
z	$[L]$	Koordinate normal zur Sohle

Gleichung (2.14) wird oft auch als Funktion der Sohlschubspannungsgeschwindigkeit $u_* = \sqrt{ghJ}$ ausgedrückt und wird dann zu

$$\tau_b = \rho u_*^2 \tag{2.15}$$

Die Schubspannungen einer turbulenten Strömung setzen sich aus einem viskosen (τ_v) und einem turbulenten (τ_t) Anteil zusammen:

$$\tau_z = \tau_v + \tau_t = \rho \nu \frac{du}{dz} - \rho \overline{u'w'} \tag{2.16}$$

wobei

u'	$[LT^{-1}]$	turbulente Geschwindigkeitsfluktuation in x-Richtung
w'	$[LT^{-1}]$	turbulente Geschwindigkeitsfluktuation in z-Richtung
$\frac{du}{dz}$	$[-]$	Gradient der Fließgeschwindigkeit in z-Richtung

Die Schwankungsgrößen der Geschwindigkeit haben ihren Ursprung in den konvektiven Gliedern (linke Seite) der Navier–Stokes Gleichung. Seit Reynolds werden sie als innere Reibung interpretiert und wie die andern angreifenden Kräfte auf der rechten Seite der Gleichung aufgeführt; daher das negative Vorzeichen. Mit Ausnahme der viskosen Unterschicht in unmittelbarer Wandnähe dominieren in einer Strömung die turbulenten Spannungen.

Die Boussinesq–Hypothese geht davon aus, dass die turbulenten Schubspannungen einer Newtonschen Flüssigkeit analog zu den viskosen Schubspannungen angesetzt werden können. Für die Schubspannung einer Wasser–Sedimentmischung auf der Höhe z über der Sohle gilt damit:

$$\tau_z = \varrho_m (\nu_m + \nu_{t,m}) \frac{du}{dz} \quad (2.17)$$

wobei

ϱ_m	$[ML^{-3}]$	Dichte der Mischung auf der Höhe z mit $\varrho_m = \varrho(1 + (s-1)C)$
C	$[-]$	Sediment Konzentration auf der Höhe z
ν_m	$[L^2T^{-1}]$	kinematische Viskosität der Fluid– Sediment Mischung
$\nu_{t,m}$	$[L^2T^{-1}]$	turbulente Viskosität der Mischung

Wird mit $\bar{\varrho}_{m,z}$ die mittlere Dichte der Mischung zwischen dem Wasserspiegel und der Höhe z bezeichnet, kann τ_z auch als

$$\tau_z = \bar{\varrho}_{m,z} g(h - z) J = \bar{\varrho}_{m,z} \left(1 - \frac{z}{h}\right) u_*^2 \quad (2.18)$$

geschrieben werden.

2.4.2.2 Geschwindigkeitsverteilung, Wirbelviskosität

Die Differentialgleichung der Geschwindigkeitsverteilung für ein Wasser–Sediment Gemisch erhält man nun, indem die Dichte der Mischung durch die mittlere Konzentration \bar{C}_z zwischen dem Wasserspiegel und der Höhe z ausgedrückt

($\bar{\varrho}_{m,z} = \varrho(1 + (s - 1) \bar{C}_z)$) und Gleichung (2.17) und (2.18) kombiniert werden:

$$\frac{du}{dz} = \frac{(1 + (s - 1) \bar{C}_z) (1 - z/h)}{(1 + (s - 1) C) (\nu_{t,m} + \nu_m)} u_*^2 \quad (2.19)$$

Setzt man in (2.19) für $C=0$ und verwendet für die kinematische und turbulente Viskosität jene von Wasser, so erhält man die entsprechende Reinwassergleichung zu:

$$\frac{du}{dz} = \frac{(1 - z/h)}{(\nu_t + \nu)} u_*^2 \quad (2.20)$$

Da die Wirbelviskosität ν_t (Impulsaustauschkoeffizient, turbulenter Austauschkoefizient) auch bei der Beschreibung des Konzentrationsprofils der suspendierten Stoffe eine Rolle spielt, wird sie hier etwas näher erläutert.

Die Schubspannung auf der Gerinneberandung ist eine Folge des von der Strömung auf die Sohle übertragenen Impulses. Der Flüssigkeit wird also ständig Impuls entzogen, was zu einem Impulsstrom in Richtung der Sohle führt und sich im Gradienten $\frac{du}{dz}$ ausdrückt. Der Wert des Gradienten hängt von der Schubspannung, der Dichte und vom Wandabstand ab. Mit diesen Grössen ergibt eine Dimensionsbetrachtung, dass $\frac{du}{dz}$ proportional zum Quotienten aus Schubspannungsgeschwindigkeit $\sqrt{\frac{\tau_b}{\varrho}}$ und Wandabstand z sein muss. In der üblichen Form geschrieben, ergibt sich damit

$$\frac{du}{dz} = \frac{u_*}{\kappa z} \quad (2.21)$$

wobei die von Kármán-Konstante κ aus Messungen zu bestimmen ist.

Integriert über die Tiefe, führt Gleichung (2.21) zum logarithmischen Geschwindigkeitsprofil.

Die Verteilung der Wirbelviskosität bei Reinwasser kann nun aus der Kombination von Gleichung (2.20) und (2.21) ermittelt werden:

$$\nu_t = u_* \kappa z \left(1 - \frac{z}{h}\right) - \nu \quad (2.22)$$

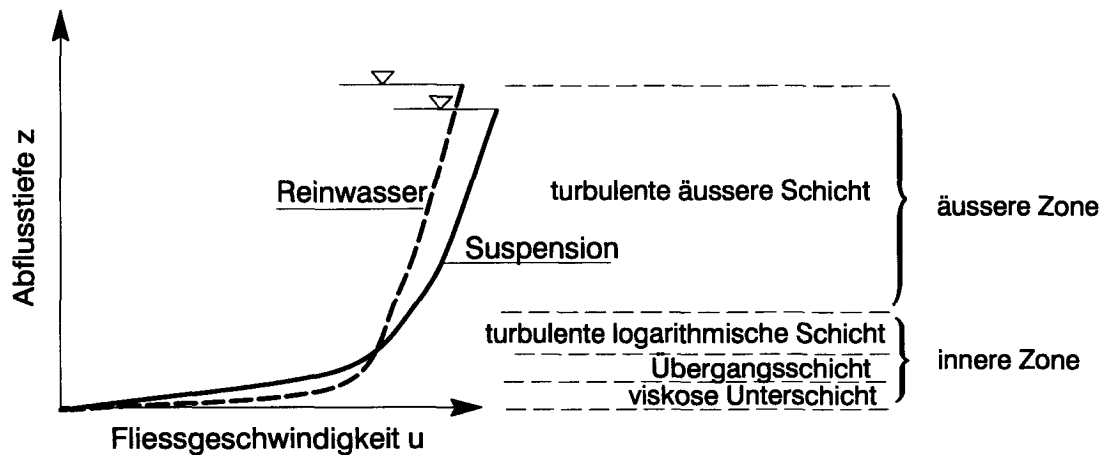
In einer Wasser-Sediment-Mischung hängt ν_t auch von der Konzentrationsverteilung der suspendierten Partikel ab. Über diese ist – wenn keine Gleichgewichtsbedingungen vorliegen – wenig bekannt. Eine aufwendigere Be-

stimmung von ν_t (z.B. mit Hilfe eines Turbulenzmodelles) lässt sich deshalb beim heutigen Kenntnisstand in einem Flachwassermodell⁹ kaum rechtfertigen. Dies gilt insbesondere für die hier im Vordergrund stehenden Anwendungen (fliessende Gewässer), bei denen der Einfluss der Wandreibung im allgemeinen wesentlich grösser ist, als jener der inneren Reibung. In der Literatur finden sich verschiedene Ansätze (konstante, lineare, parabolische etc.) für die vertikale Verteilung der Wirbelviskosität ν_t . Da beim vorliegenden Modell alle hydraulischen Kennwerte über die Tiefe gemittelt werden, ist es naheliegend $\nu_t = \text{konst.}$ zu setzen und – in Anbetracht der oben angesprochenen Unsicherheiten – als Wert jenen von Reinwasser zu verwenden. Wird Gleichung (2.22) über die Abflusstiefe h gemittelt, kann die Wirbelviskosität wie folgt bestimmt werden:

$$\bar{\nu}_t = \frac{\kappa}{6} u_* h \quad (2.23)$$

2.4.2.3 Einfluss der suspendierten Partikel auf die Reibung

Um den Einfluss der Suspension auf die Wandreibung zu untersuchen, haben verschiedene Autoren (z.B. VANONI, 1953; WANG und LARSEN, 1994) die Geschwindigkeitsverteilung gemessen. Figur 2.3 zeigt den generellen Verlauf.



Figur 2.3: Geschwindigkeitsverteilung von Reinwasser und einer Suspension.

Im Vergleich zu Reinwasser wird die Geschwindigkeit einer Suspension in Sohlhöhe abgemindert und zum Wasserspiegel hin vergrössert, wobei sich der Geschwindig-

9. Der Bestimmung der Strömungsgrössen liegen die sogenannten Flachwassergleichungen zugrunde. Diese ergeben sich, wenn die Navier–Stokes–Gleichungen über die Tiefe gemittelt werden. Näheres dazu im Kapitel 3, S. 64 ff.

keitsgradient vor allem in der äusseren Zone vergrössert. Wie sich das auf die Sohlreibung auswirkt, wurde im Verlaufe der Zeit sehr unterschiedlich beurteilt. Einzelne Forscher kamen zum Schluss, dass die Reibung in Suspensionen verglichen zu äquivalenten Reinwasserverhältnissen reduziert werde, andere fanden das Gegenteil.

Die ersten wissenschaftlichen Untersuchungen, die sich mit dem Einfluss der suspendierten Partikel auf die Reibung befassten (z.B. VANONI, 1946) gingen davon aus, dass die logarithmische Geschwindigkeitsverteilung über die ganze Abflusstiefe gültig ist. Die Abweichungen zwischen der Reinwasser- und der Suspensionengeschwindigkeitsverteilung wurden berücksichtigt, indem die von Kármán-Konstante angepasst wurde. Der beobachtete grössere Abfluss von sedimentbefrachteten Strömungen führte zum Schluss, dass die Reibung durch die Suspension verkleinert wird. Andere Studien fanden, dass der Reibungsfaktor mit grösserer Partikelkonzentration zunehme. Die widersprüchlichen Resultate bewogen COLEMAN (1981), das Problem neu zu untersuchen. Er ging davon aus, dass bei richtiger Anwendung der logarithmischen Geschwindigkeitsverteilung (nicht in der äusseren Zone) die von Kármán-Konstante durch die Suspension nicht beeinflusst wird. Ergänzt man die logarithmische Geschwindigkeitsverteilung in der äusseren Zone um eine sogenannte Nachlauf-Funktion (engl. *wake-function*), die als Funktion der Sedimentparameter variiert, können die gemessenen Geschwindigkeitsprofile wiedergegeben werden. Damit lässt sich die Reduktion des Fliesswiderstandes erklären (LAU, 1982). Es wurde argumentiert, dass sich durch die Veränderung der turbulenten Struktur eine dickere viskose Unterschicht bilde und damit die Sohle gleichsam glatter werde. RICKENMANN (1991) hat die Veränderung des Fliesswiderstandes von Suspensionen in sehr steilen Gerinnen auf fixer Sohle untersucht. Auf die äquivalente Sandrauigkeit k_s von Nikuradse bezogen, vermindert sich demnach die Kornrauigkeit der Suspension auf $k_s \cong 0.8 \cdot d_{90}$. Für Reinwasser liegt der entsprechende Wert bei $k_s \cong 1.5 \cdot d_{90}$ bis $2.5 \cdot d_{90}$ (KAMPHUIS, 1974).

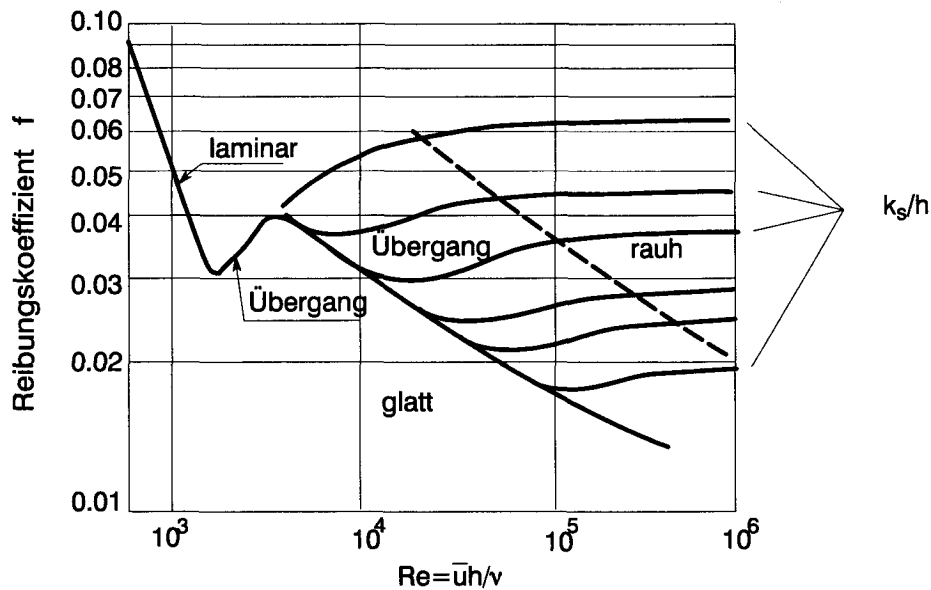
Andere Autoren (WINTERWERP, 1990; LYN, 1991) fanden, dass sich die Reibung in Gegenwart von suspendierten Partikeln im Vergleich zu Reinwasser normalerweise erhöht, bedingt vor allem durch die kleinere Fliessgeschwindigkeit in Sohlhöhe. Zusammenfassend hält Lyn fest, dass sich der Fliesswiderstand je nach Situation sowohl vergrössern wie auch verkleinern kann. Diese Aussage wird plausibel, wenn der Fliesswiderstand entsprechend dem Darcy-Weissbach Ansatz definiert wird.

$$\tau_b = \frac{1}{8} \bar{\rho}_m f_m \bar{u}^2 \quad (2.24)$$

wobei

$\bar{\rho}_m$	$[ML^{-3}]$	tiefengemittelte Dichte der Mischung = $\rho(1+(s-1)\bar{C})$
f_m	$[-]$	Darcy–Weissbach Reibungskoeffizient für Mischung
\bar{u}	$[LT^{-1}]$	tiefengemittelte Geschwindigkeit

Demnach ist die Sohlschubspannung eine Funktion der Dichte und des Reibungskoeffizienten. Eine höhere Dichte (Konzentration) der Suspension bewirkt immer einen grösseren Fließwiderstand. Der Reibungskoeffizient andererseits ist nur bei höheren Reynoldszahlen konstant (siehe Figur 2.4). Im Übergangsbereich kann er so-



Figur 2.4: Reibungskoeffizient nach Darcy–Weissbach als Funktion der Reynoldszahl (Re) und der relativen Rauigkeit (k_s/h).

wohl zu wie auch abnehmen.

Gibt man einer Suspension grobe Feststoffe bei, die als Geschiebe transportiert werden, erhöht sich der Fließwiderstand unabhängig davon, ob sich Sohlformen ausbilden oder nicht. Dies gilt auch, falls das transportierende Medium "Reinwasser" ist (WANG und LARSEN, 1994). Die Kornreibung wird im Fall des Geschiebetriebs erhöht, weil durch die springenden Partikel die Sohlreibung quasi in höhere Zonen der Strömung verfrachtet wird. Dadurch wird ein grösserer Teil der Strömungsenergie in turbulente Energie transferiert. Die mittlere Geschwindigkeit des Wassers wird also kleiner und die turbulente Intensität grösser.

Da bei den natürlichen Gerinnen, die hier interessieren, die Feststoffe immer auch als Geschiebe transportiert werden und zudem bei diesen Verhältnissen kaum je so ebene Sohlen anzutreffen sind, wie sie in den Laborrinnen verwendet werden, stützen wir uns bei der Bestimmung der Kornrauigkeit auf Ansätze, die – im Vergleich zu Reinwasser – zu einem grösseren Fließwiderstand führen. In seiner zusammen-

fassenden Darstellung schlägt VAN RIJN (1993) folgenden Ansatz zur Bestimmung der äquivalenten Sandrauhigkeit der Kornreibung vor:

$$\begin{aligned} k'_s &= 3d_{50} && \text{für } \theta < 1 \\ k'_s &= 3\theta d_{50} && \text{für } \theta \geq 1 \end{aligned} \quad (2.25)$$

wobei $\theta = u_*^2 / ((s - 1)gd_{50})$ die dimensionslose Schubspannung darstellt.

2.4.2.4 Widerstandskoeffizient

Ausgehend von Gleichung (2.15) kann ein dimensionsloser Widerstandskoeffizient c_f eingeführt werden, indem die Schubspannungsgeschwindigkeit auf die mittlere Geschwindigkeit bezogen wird. Die Sohlschubspannung wird dann zu:

$$\tau_b = \bar{\varrho}_m \frac{\bar{u}^2}{c_f^2} \quad (2.26)$$

Der Widerstandskoeffizient ist eine Funktion der Zähigkeit, der Oberflächenrauigkeit und der relativen Rauigkeit. Er wurde von mehreren Forschern auf empirische Weise bestimmt. Da im Verlauf dieser Arbeit auf die verschiedenen Ansätze Bezug genommen wird, sollen hier die Formeln zusammengestellt werden, wie sie in dem hier entwickelten Computer- Programm für rauhe Abflussverhältnisse implementiert wurden:

$$\text{Chézy:} \quad c_f = 5.75 \log\left(\frac{12h}{k_s}\right) \quad (2.27)$$

$$\text{Darcy-Weissbach: } c_f = \sqrt{\frac{8}{f}} \quad \text{wobei} \quad f = \frac{0.24}{\log\left(\frac{12h}{k_s}\right)} \quad (2.28)$$

$$\text{Colebrook-White: } c_f = 2.5 \ln\left(\min\left[\frac{h}{k_s}, 0.3 \frac{u_* h}{\nu}\right]\right) + 6.0 \quad (2.29)$$

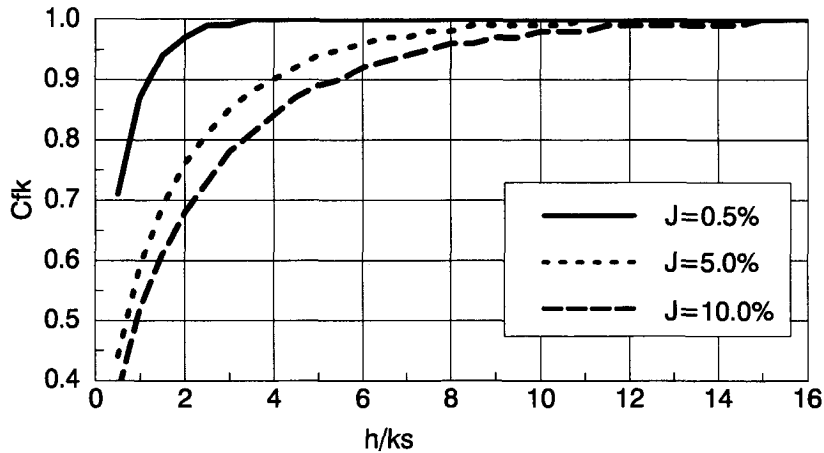
$$\text{Strickler:} \quad c_f = 7.66 \left(\frac{h}{k_s}\right)^{\frac{1}{6}} \quad (2.30)$$

Sind die Rauigkeitserhebungen, d.h. die lokalen Abweichungen von einer ideal glatten Sohle, im Vergleich zur Abflusstiefe gross (kleine relative Rauigkeit), verursachen die Grobkomponenten – ähnlich wie die Sohlformen – lokale Energieverluste, die gesondert berücksichtigt werden müssen. Die Reibungsverluste neh-

men mit abnehmender Wassertiefe und zunehmendem Gefälle zu. Sie können näherungsweise berücksichtigt werden, indem c_f mit der folgenden Korrekturfunktion (JÄGGI, 1994) multipliziert wird:

$$c_{fk} = \sqrt{1 - e^{-\frac{0.05h}{d_{90}^J}}} \quad (2.31)$$

Figur 2.5 zeigt den Verlauf der Korrekturfunktion für ein ausgewähltes Beispiel.



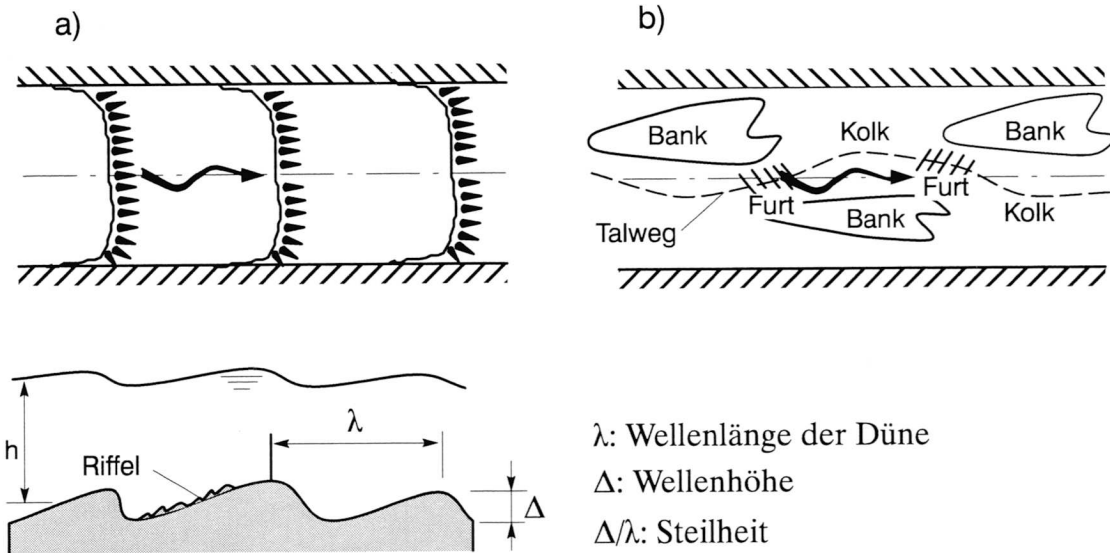
Figur 2.5: Korrekturfunktion für den Widerstandskoeffizienten bei kleiner relativer Rauigkeit und unterschiedlichem Gefälle.

2.4.3 Formwiderstand

Die Rauigkeit von Gerinnen mit beweglicher Berandung hängt neben der Kornrauigkeit auch von den Sohlformen ab. Im Zusammenhang mit der Bestimmung des Fließwiderstandes wird in der Literatur zwischen den Sohlformen in einem "lower" und einem "upper" Regime unterschieden (die verwendete Nomenklatur stützt sich auf die Definitionen der ASCE, 1966). Das erstere ist gekennzeichnet durch relativ kleine Fließgeschwindigkeiten, die zur Bildung von Riffeln und Dünen führen. Bei höherer Strömungsbeanspruchung (upper regime) werden die Dünen ausgewaschen, was nach einem Übergang mit einem flachen Bett zu Antidünen führt. Die Bezeichnung rührt vom Umstand her, dass sich diese scheinbar gegen die Stromrichtung nach oben bewegen. Dieses Phänomen ist besonders ausgeprägt in sandführenden Flüssen und in Stauhaltungen zu beobachten. Da bei diesen Verhältnissen die Kornreibung im Vergleich zum Formwiderstand klein ist, kann der Fließwiderstand in Abhängigkeit der Strömungssituation relativ stark variieren.

In kiesführenden Flüssen, wo das Spektrum der Korngrößen von den feinen Sandfraktionen bis zu groben Blöcken reicht, kann sich lokal eine natürliche Pfläste-

rungsschicht herausbilden. Die damit verbundenen selektiven Transportprozesse führen zu dreidimensionalen Bänken (Figur 2.6). In Flüssen mit kleinem Gefälle



Figur 2.6: Sohlformen: a) Zweidimensionale Dünen und Riffel b) Dreidimensionaler Zustand

sind diese Sohlformen flach und der Formwiderstand ist im Vergleich zur Kornreibung relativ klein. Er wirkt sich im allgemeinen nur bei Niedrigwasserverhältnissen aus. In Bergflüssen hingegen kann die Formreibung dominieren und vor allem bei starkem Geschiebetrieb in einem weiten Bereich variieren (BATHURST et al., 1982).

Die Bettformen werden anhand von charakteristischen Parametern klassifiziert. Je nach Autor wird dazu die Wellenlänge λ , die Wellenhöhe Δ oder die Steilheit Δ/λ (Figur 2.6) verwendet. Die Parameter der Bettformen wiederum werden als Funktionen der verschiedenen Strömungsparameter (z.B. Froude-Zahl, Sohlschubspannung) und der Sedimenteigenschaften (Korndurchmesser, Sinkgeschwindigkeit) ausgedrückt.

Riffel entstehen nur bei kleinen Fliessgeschwindigkeiten. Die meisten Autoren gehen davon aus, dass deren Abmessungen unabhängig von der Abflusstiefe ist. Als Grössenordnung gibt YALIN (1985) die folgenden Werte an:

$$\text{Riffelhöhe: } \Delta_r = 50 d_{50} \text{ bis } 200 d_{50} ; \quad \text{Riffelabstand: } \lambda_r = 500 d_{50} \text{ bis } 1000 d_{50}$$

Bei grösseren Fliessgeschwindigkeiten (Korn-Reynoldszahl: $u_* d/\nu \geq 24$) entstehen Dünen. Die Höhe der Dünen wird mit zunehmender Geschwindigkeit grösser bis zu einem Maximum von etwa $\Delta_d = 0.1h$ bis $0.2h$ (h =Abflusstiefe). Steigt die Strömungsbelastung weiter an, nimmt Δ_d wieder ab bis die Sohle flach ist. Yalin gibt dazu folgende Werte an:

$$\text{Dünenhöhe: } \Delta_d = \frac{h}{6} \left(1 - \frac{\tau_{b,cr}}{\tau_b} \right); \quad \text{Dünenabstand: } \lambda_d = 6.3 h$$

wobei

$\tau_{b,cr}$ kritische Sohlschubspannung

In Mischsohlen (kein Einheitskorn) entstehen Antidünen erst bei schiessendem Abfluss ($Fr \geq 1$). Sie haben eine relativ symmetrische Form und ähnliche Abmessungen wie die Dünen.

EINSTEIN und BARBAROSSA (1952) waren die ersten, die versuchten, den Reibungsanteil der Formrauigkeit (auf die äquivalente Sandrauigkeit bezogener Widerstand der Sohlformen) zu bestimmen. Seither wurden eine grosse Anzahl weiterer Ansätze entwickelt. VAN RIJN (1993) vergleicht die am häufigsten verwendeten Methoden und kommt zum Schluss, dass das von ihm entwickelte Verfahren¹⁰ für natürliche Flüsse die besten Resultate liefert. Als Einschränkung ist hervorzuheben, dass sich die meisten dieser Ansätze auf das "lower regime" von sandführenden Flüssen beziehen. KARIM (1995) hat deshalb einen neuen Vorschlag gemacht. Er stützt seine Beziehung auf eine grosse Anzahl von Labor- und Naturmessungen, die fast den ganzen Bereich der möglichen Sohlformen umfassen. Ausgenommen sind Strömungen, die zu Antidünen mit brechenden Wellen führen sowie Niedrigwasser-Abflüsse bei dreidimensionalen Sohlformen, wo entlang des Talweges eine kaskadenförmige (engl. chute-pool) Bettkonfiguration mit sehr grossen relativen Dünenhöhen (Δ_d/h) auftritt.

Bei Karim's Ansatz wird die Formrauigkeit auf den Darcy-Weissbach Koeffizienten der Kornrauigkeit bezogen. In einem ersten Schritt wird aufgrund der Froude Zahl Fr zwischen den verschiedenen Strömungszuständen unterschieden:

$$\begin{aligned} \text{Lower regime:} & \quad Fr < Fr_l \\ \text{Transition regime:} & \quad Fr_l \leq Fr \leq Fr_u \\ \text{Upper regime:} & \quad Fr > Fr_u \end{aligned}$$

wobei

$$Fr_l = 2.716 \left(\frac{h}{d_{50}} \right)^{-0.25}; \quad Fr_u = 4.785 \left(\frac{h}{d_{50}} \right)^{-0.27} \quad (2.32)$$

10. Eine Zusammenfassung dieser Methode ist in VANRIJN (1993) beschrieben. Im Prinzip ermittelt er für jede Bettform (Riffel, asymmetrische Dünen, symmetrische Sandwellen) separat eine äquivalente Sandrauigkeit und summiert diese zu einer auf die Bettform bezogene Gesamtrauigkeit.

Je nach Regime wird nun die relative Dünenhöhe als Funktion von Schubspannungs- und Fallgeschwindigkeit w_s bestimmt:

Lower regime:

$$\frac{\Delta_d}{h} = 0 \quad \text{falls } u_* w_s < 0.15 \quad \text{oder } u_* w_s > 3.64, \text{ sonst}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta_d}{h} = & -0.04 + 0.294 \left(\frac{u_*}{w_s} \right) + 0.00316 \left(\frac{u_*}{w_s} \right)^2 \\ & - 0.0319 \left(\frac{u_*}{w_s} \right)^3 + 0.00272 \left(\frac{u_*}{w_s} \right)^4 \end{aligned} \quad (2.33)$$

Transition regime:

$$\frac{\Delta_d}{h} = \text{Minimum von } 0.20 \left(\frac{Fr_u - Fr}{Fr_u - Fr_l} \right) \quad (2.34)$$

und rechte Seite von Gleichung (2.33)

Upper regime:

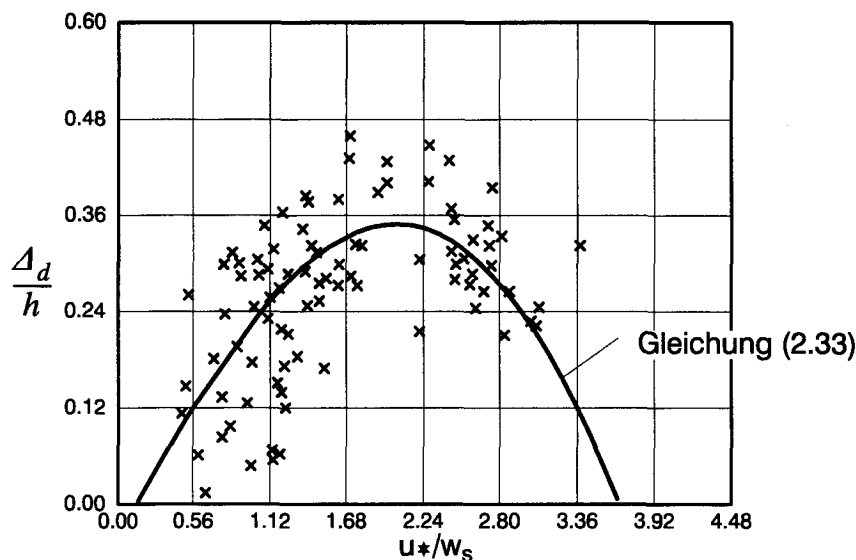
$$\frac{\Delta_d}{h} = 0 \quad (2.35)$$

Mit der Fallgeschwindigkeit soll der Einfluss der Korngrösse und der Temperatur auf die Bildung der Dünen berücksichtigt werden. Beobachtungen haben nämlich gezeigt, dass –vermutlich als Folge der veränderten Zähigkeit des Wassers– die Sohlformen stark von der Temperatur abhängen.

Die Gesamtrauhigkeit f (Kornreibung+Formrauhigkeit) wird dann bestimmt, indem die Kornreibung f' mit einem linearen Ansatz der relativen Dünenhöhe multipliziert wird.

$$f = \left[1.20 + 8.92 \left(\frac{\Delta_d}{h} \right) \right] f' \quad (2.36)$$

Nach Karim lässt sich mit der vorgeschlagenen Prozedur die Rauhigkeit von sand- wie auch von kiesführenden Flüssen bestimmen. Die Schwierigkeit, eine gute Beziehung für die relative Dünenhöhe zu finden, lässt sich an der Streuung der Daten ablesen, die Karim für die Entwicklung seiner Formel verwendet hat (Figur 2.7). Begründet wird dies damit, dass bei einem bestimmten Abfluss zwei stabile Strömungszustände mit stark unterschiedlichen Abflusstiefen existieren können. Es ist aber auch zu berücksichtigen, dass die Bildung von Sohlenformen eine gewisse Zeit beansprucht (NAKAGAWA und TSUJIMOTO, 1983) und dass die oben bestimmten charakteristischen Parameter nur unter Gleichgewichtsbedingungen (stationärer Zustand) gültig sind. Falls sich die Strömung schnell ändert oder die Transportrate so



Figur 2.7: Streuung der Sohlformen in diversen Laborgerinnen und Flusssohlen.

klein ist, dass die Anpassung der Bettkonfiguration nur langsam erfolgt, widerspiegelt die momentane Sohlform unter Umständen einen früheren Fließzustand.

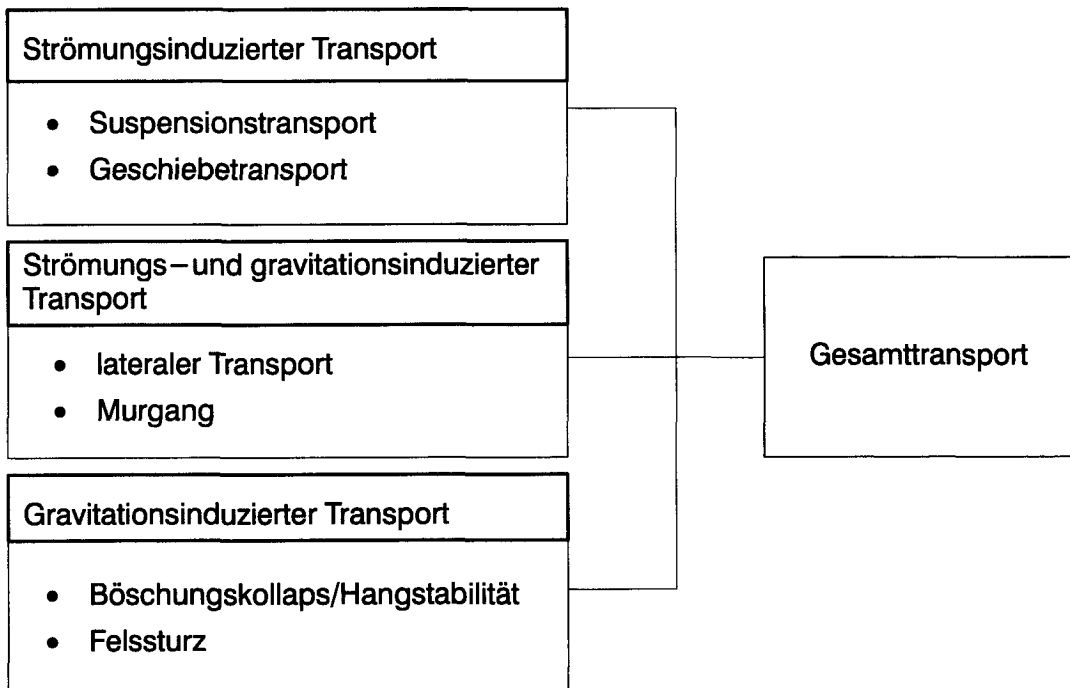
Die vorgestellte Prozedur zur Bestimmung der Formrauigkeit ist eine von verschiedenen Möglichkeiten. Laufend werden neue Ansätze entwickelt (z.B. COPERTINO und SCIANCALEPORE, 1994; BENNETT, 1995). Da Unwägbarkeiten bei der Bestimmung des Fließwiderstandes grundsätzlich nicht ausgeschlossen werden können, ist es je nach Situation angebracht, eine Sensitivitätsanalyse durchzuführen, die nicht nur die einzelnen Parameter einer spezifischen Rauigkeitsermittlung variiert, sondern auch verschiedene Verfahren zur Bestimmung der Formrauigkeit miteinbezieht. Dies gilt insbesondere bei Verhältnissen, wo die üblichen Ansätze zur Bestimmung der Rauigkeit nur beschränkt gültig sind. Bei HAGER (1992) findet sich eine Zusammenstellung von Reibungsformeln für steile Gerinne mit kleiner relativer Rauigkeit. Ansätze zur Bestimmung des Fließwiderstandes in Gerinnen mit Vegetation wurden zum Beispiel von LINDNER (1982) und GRAF (1976) entwickelt.

2.5 Feststofftransport

2.5.1 Allgemeines

Die Feststoffe werden zum einen durch die hydrodynamischen Kräfte (Schleppkraft, dynamischer Auftrieb) und zum anderen durch die Gravitation fortbewegt. Je

nach Situation ist die eine oder andere Antriebskraft dominant, wobei der Einfluss des Eigengewichtes auf die horizontale Bewegung nur lokal (Gerinneböschung) oder bei sehr steilen Gerinnen eine Rolle spielt. Obschon im allgemeinen alle Kräfte präsent und die Übergänge zwischen den unterschiedlichen Transportmechanismen fließend sind, wird in dieser Arbeit zwischen den einzelnen Transportarten unterschieden (Figur 2.8). Damit kann für die Bestimmung der Feststoffflüsse auf die aus der Literatur bekannten empirischen Beziehungen zurückgegriffen werden.



Figur 2.8: Gliederung der Feststofftransporte nach Transportmechanismen.

Im folgenden werden die eingeführten Begriffe und die Gründe für diese Gliederung näher erläutert.

2.5.2 Strömungsinduzierter Transport

Die strömungsinduzierte Bewegung der Sedimente ist primär von der Strömungsgeschwindigkeit und den Korngrößen abhängig. Unterschreitet die Korngröße einen gewissen Grenzdurchmesser, wird das Material praktisch ohne Bodenkontakt mit der Geschwindigkeit des Wassers transportiert. Die gröberen Partikel stehen in ständigem Bodenkontakt. Sie bewegen sich, selbst bei den relativ grossen Gefällen wie sie in den alpinen Flüssen vorherrschen, wesentlich langsamer als das sie umgebende Fluid. Es ist deshalb aus physikalischen und modelltechnischen Gründen

zweckmässig, zwischen Geschiebe– und Schwebstofftransport (Suspensionstransport) zu unterscheiden. Diese Gliederung bietet sich auch an, weil bei der Durchführung von Messungen die unterschiedlichen Bewegungsarten getrennt betrachtet werden.

2.5.2.1 Geschiebetransport

Als Geschiebe wird das in Sohlhöhe transportierte Material bezeichnet. Es bewegt sich gleitend, rollend und hüpfend, wobei die Hüpfbewegung als Übergang zwischen Geschiebebewegung und Suspension interpretiert werden kann. In kiesführenden Flüssen bewegt sich normalerweise der grösste Teil des transportierten Materials als Geschiebe. Wird das Gefälle grösser als 10%, können sich die Hüpfbewegungen über die ganze Abflusstiefe erstrecken und es findet ein allmählicher Übergang von Geschiebe– über Suspension– zu murgangähnlichem Transport statt. In nur sandführenden Flüssen kann das Sohlenmaterial sowohl als Geschiebe wie auch als Schweb transportiert werden.

Die grundlegende Aufgabenstellung bei der Simulation des Geschiebetransports (Geschiebetriebs) lautet: Finde eine eindeutige Beziehung zwischen den hydraulischen und sedimentologischen Parametern (z.B. Fliessgeschwindigkeit, Sohlschubspannung, Korndurchmesser) und dem Geschiebefluss q_b . Im Labor gelingt dies in gewissen Grenzen der Gefällsva-riation, falls Normalabflussverhältnisse vorliegen und die Zugabe des, im allgemeinen uniformen, Kornmaterials gerade der Transportkapazität entspricht. In natürlichen Gerinnen mit einer Mischsohle scheint dies kaum möglich, vgl. z.B. (DE JONG und ERGENZINGER, 1992). Die Verhältnisse werden dominiert durch die Interaktion zwischen der Strömung und der Antwort des Gerinnes in Bezug auf Rau- higkeit, Sortiereffekte, Deckschichtbildung und Veränderung der Geometrie und hängen damit stark von der Vorgeschichte ab. Dabei können auch Sekundäreffekte wie Lagerungsdichte, örtliche Exposition (z.B. lokale Gegensteigung), Verfügbarkeit des Materials und die Konzentration des suspendierten Materials eine wichtige Rolle spielen.

Um den komplexen dreidimensionalen und instationären Transportmechanismus des Geschiebes wenigstens qualitativ richtig zu beschreiben, wird hier angenommen, dass die herkömmlichen Geschiebetriebformeln in einem räumlich und zeitlich begrenzten Rahmen gültig sind. Der so bestimmte Geschiebefluss wird dann mit Korrekturparametern modifiziert, um die Wirkung von Sekundäreffekten zu erfassen.

Gruppiert man die in Frage kommenden Geschiebetriebformeln nach den relevanten Strömungsparametern, lassen sich folgende Typen unterscheiden:

- Geschiebetrieb ist proportional zur Fließgeschwindigkeit:

$$q_b \sim (\bar{u} - \bar{u}_{cr})^m$$

- Geschiebetrieb ist proportional zur Sohlschubspannung:

$$q_b \sim (\tau - \tau_{cr})^n$$

- Geschiebetrieb ist proportional zur Strömungsleistung:

$$q_b \sim \bar{u}(\tau - \tau_{cr})$$

Dabei hat der Exponent n eine Größenordnung von 1.5 während m etwa in einem Bereich von 3 bis 5 variiert. Aus der grossen Schwankungsbreite lässt sich ableiten, dass die Formeln für jeweils sehr spezifische Verhältnisse (bezüglich Korndurchmesser, Gefälle etc.) hergeleitet wurden und wohl auch nur für entsprechende Situationen angewendet werden sollten. Vergleichende Untersuchungen und Wertungen der verschiedenen Transportmodelle wurden mehrfach durchgeführt (z.B. VETTER, 1992). In dieser Arbeit wird nur auf einige grundsätzliche Aspekte, die im Zusammenhang mit der 2d-Modellierung zu beachten sind, eingegangen. Zuerst wird die Problematik des Transportbeginns angesprochen. In einem weiteren Abschnitt werden einige Erläuterungen zu den eigentlichen Transportformeln gegeben.

Transportbeginn

Ob sich ein Korn einer beweglichen Sohle in Bewegung setzt oder im Ruhezustand verharrt, hängt vom Zusammenspiel der antreibenden Strömungskräfte und der stabilisierenden Rückhaltekräfte ab. Die Definition des Transportbeginns ist schwierig, weil sowohl die auslösenden hydrodynamischen Kräfte (Turbulenz), wie auch die Grössen, die die Verharrung bestimmen (Kornform etc.) nur statistisch erfasst werden können. Das bedeutet, dass sich auch bei kleinsten Schubspannungen immer einzelne Partikel der Sohle bewegen können. Der Schwellenwert, ab dem sich ein massgeblicher Teil der Sohle in Bewegung setzt, wird von verschiedenen Autoren unterschiedlich definiert. Der meist verwendete Ansatz stammt von SHIELDS (1936). Er bestimmt die kritische Schubspannung des Bewegungsbeginns durch Extrapolation von gemessenen Geschiebetransportkurven in Richtung des verschwindenden Geschiebetransportes. Andere Autoren (z.B. NEILL und YALIN, 1969) legen den Schwellenwert bei einer gewissen Anzahl Partikel, die sich pro Einheitsfläche bewegen, fest.

Zur Einführung der Begriffe wird nun kurz auf die theoretische Herleitung der Grenzschleppspannung (kritische Schubspannung an der Sohle) eingegangen.

Die auf ein Korn einwirkenden Strömungskräfte setzen sich aus Oberflächenreibungskräften und Druckkräften (Auftrieb und Staudruck) zusammen (Figur 2.9).

Das Partikel bewegt sich, wenn für die Momente um den Auflagepunkt gilt:

$$F_S a_1 + F_A a_3 \geq G a_2 \quad (2.37)$$

wobei

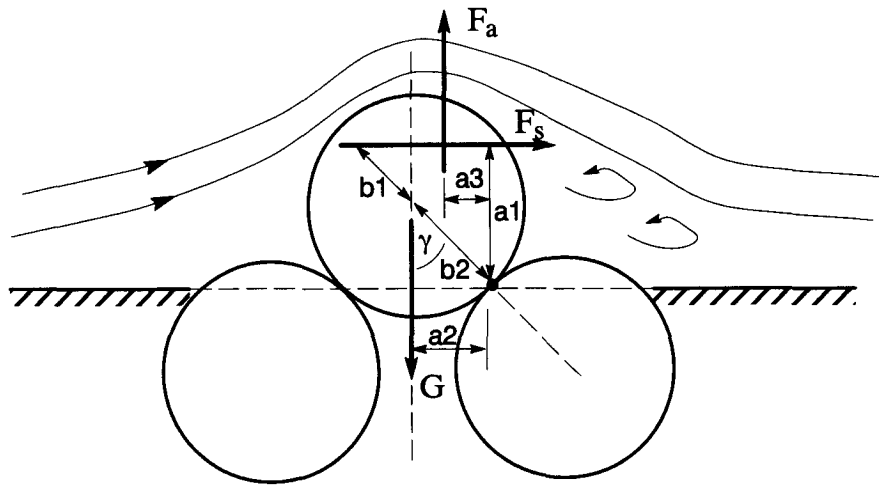
- F_A Auftriebskraft
- F_S Schleppkraft (Oberflächenreibung + Staudruckkraft)
- G Korngewicht

Geht man davon aus, dass der dynamische Auftrieb von den gleichen Variablen wie die Schleppkraft abhängt und in den später einzuführenden empirischen Koeffizienten subsummiert werden kann, reduziert sich Gleichung (2.37) auf

$$F_s \geq \frac{b_2}{b_1 + b_2} G \tan \gamma \quad (2.38)$$

Dabei stellt γ den Ruhewinkel (innerer Reibungswinkel) dar und $\tan \gamma$ kann als Haftreibungskoeffizient interpretiert werden.

Bei grossen Kornreynoldszahlen ($\frac{u_* d}{\nu}$) ist die Druckkraft viel grösser als die viskose Oberflächenreibungskraft, weshalb dann F_s im Zentrum des Partikels angreift ($b_1=0$).



Figur 2.9: Kräfte, die auf ein Sedimentpartikel bei ebener Sohle einwirken.

Setzt man die Schleppkraft proportional zur Querschnittsfläche des Kornes und zur Strömungsgeschwindigkeit im Quadrat an und drückt die Fließgeschwindigkeit auf Kornhöhe durch die Sohlschubspannungsgeschwindigkeit aus, erhält man:

$$F_S = \alpha_1 \rho d^2 u_*^2 \quad (2.39)$$

Das Korngewicht unter Wasser wird bei den hier betrachteten Gefällen (kleiner als 20 %) zu:

$$G = \alpha_2 (\rho_s - \rho) g d^3 \quad (2.40)$$

wobei α_1 Koeffizient, der von der Korn-Reynoldszahl und vom Widerstandsbeiwert abhängt
 α_2 Koeffizient, der von der Form des Kornes abhängt
 d Korndurchmesser

Substituiert man in Gleichung (2.38) F_S und G ergibt sich:

$$\frac{u_*^2}{(s-1)gd} \geq \frac{\alpha_2}{\alpha_1} \tan \phi \quad \text{oder} \quad \theta \geq \theta_{cr} \quad (2.41)$$

wobei θ dimensionslose Schubspannung $\left(\frac{u_*^2}{(s-1)gd} = \frac{\tau_b}{(\rho_s - \rho)gd} \right)$, die auch als Shieldsparameter oder Mobilitätsparameter bezeichnet wird.
 θ_{cr} kritischer Shieldsparameter
 s Relative Dichte (ρ_s/ρ)

Shields hat den Schwellenwert θ_{cr} aus Versuchen bestimmt und in Abhängigkeit der lokalen Reynoldszahl (Korn-Reynoldszahl) angegeben. Die kritische Schubspannung lässt sich damit nur iterativ ermitteln. Dies ist für praktische Anwendungen ungeeignet, weshalb VAN RIJN (1984a) die Shieldskurve als Funktion des dimensionslosen Korndurchmessers angegeben hat:

$$\begin{aligned} \theta_{cr} &= 0.24 D_*^{-1} && \text{für } 1 < D_* \leq 4 \\ \theta_{cr} &= 0.14 D_*^{-0.64} && \text{für } 4 < D_* \leq 10 \\ \theta_{cr} &= 0.04 D_*^{-0.1} && \text{für } 10 < D_* \leq 20 \\ \theta_{cr} &= 0.013 D_*^{0.29} && \text{für } 20 < D_* \leq 150 \\ \theta_{cr} &= 0.055 && \text{für } D_* \geq 150 \end{aligned}$$

wobei $D_* = [(s-1)g/\nu^2]^{1/3} d_{50}$ dimensionsloser Korndurchmesser.

Daraus lässt sich dann die kritische Sohlschubspannung bestimmen:

$$\tau_{b,cr} = \theta_{cr} (q_s - q) g d_{50}$$

D_* ist von der Viskosität und damit von der Temperatur abhängig. Zeichnet man die Shieldskurven für verschiedene Temperaturen auf, zeigt sich jedoch, dass die Temperaturabhängigkeit der kritischen Schubspannung nur für Partikeldurchmesser < 0.6 mm von Bedeutung ist.

SHIELDS führte seine Versuche in einer Rinne mit ebener Sohle, nichtbindigem Einheitskornmaterial und moderatem Gefälle durch. In natürlichen Gerinnen sind die Verhältnisse komplizierter. Oft hat man eine Mischsohle, die zudem aus bindigem Material bestehen kann oder von Vegetation bedeckt ist. Auch das Gefälle kann, zumindest lokal (Uferböschung, Luftseite eines Dammes) und in Bergflüssen auch über grössere Strecken, grosse Werte annehmen. Die aufgrund der Shieldskurve bestimmten kritischen Schubspannungen sind entsprechend zu modifizieren.

a) Einfluss der relativen Rauigkeit und des lokalen Gefälles,

Beim Gefälle ist zu unterscheiden, ob dessen Einfluss auf das Sohlenmaterial nur von lokaler Natur ist (Einfluss im Dezimeterbereich) oder ob sich seine Wirkung eher indirekt durch Beeinflussung der Strömung bemerkbar macht. In dieser Situation verkleinert sich bei grösserem Gefälle als Folge der erhöhten Fliessgeschwindigkeit die Abflusstiefe, wodurch die relative Rauigkeit (Verhältnis Abflusstiefe/Korndurchmesser) geringer wird. Schon SHIELDS hat darauf hingewiesen, dass seine Versuche nur für $h/d > 25$ unabhängig vom Term RJ (hydraulischer Radius*Gefälle) sind. Vor allem bei schiessendem Abfluss wird diese Grenze bald überschritten. Die Geschwindigkeitsverteilung ist nicht mehr logarithmisch und die Rauigkeit müsste eigentlich als Querschnittsveränderung berücksichtigt werden.

BATHURST et al. (1982) haben gezeigt, dass bei grossem Gefälle ($J > 0.5\%$) und kleiner relativer Rauigkeit, die kritische Schubspannung nicht nur von der Korn-Reynoldszahl, sondern – neben einer Anzahl anderer Faktoren – vor allem von der Fliessgeschwindigkeit abhängt. Ein Befund, den SCHOKLITSCH bereits 1962 in eine halbempirische Formel fasste. Da bei diesen Verhältnissen (grosse Fliessgeschwindigkeit, grobes Sohlenmaterial) die Abflusstiefe und damit die Schubspannung nur ungenau bestimmt werden kann, hat Schoklitsch den Transportbeginn auf den spezifischen Abfluss bezogen. BATHURST et al. (1987) haben die in der Formel enthaltene Abhängigkeit vom Gefälle etwas modifiziert und für den Fall einer Mischsohle wie folgt angeschrieben:

$$q_{cr} = g^{1/2} d_{m,k}^{3/2} 0.15 J^{-1.12} \quad (2.42)$$

dabei ist $d_{m,k}$ der mittlere Korndurchmesser der betrachteten Kornklasse.

Ihre Analyse ergab, dass für steile Gerinne mit grobem Sohlenmaterial dieser Ansatz zur Bestimmung der kritischen Schubspannung zu wesentlich besseren Resultaten führt, als jener von SHIELDS.

Das lokale Gefälle wirkt über das Eigengewicht direkt auf das Korn. Bezeichnet man den Winkel zwischen der Horizontalen und der Sohle mit β , ergibt das Kräftegleichgewicht in Fließrichtung

$$F_{S,cr} + G \sin \beta = G \cos \beta \tan \gamma \quad (2.43)$$

Greift die Schleppkraft der ebenen Sohle ($F_{S,cr,h}$) im Zentrum des Kornes an, kann Gleichung (2.43) wie folgt geschrieben werden:

$$F_{S,cr} = \frac{\sin(\gamma - \beta)}{\sin \gamma} F_{S,cr,h} = k_{\beta} F_{S,cr,h} \quad (2.44)$$

wobei

$$k_{\beta} = \frac{\sin(\gamma - \beta)}{\sin \gamma} < 1 \quad \text{falls Neigung in Fließrichtung} \quad (2.45)$$

$$k_{\beta} = \frac{\sin(\gamma + \beta)}{\sin \gamma} > 1 \quad \text{bei Gegengefälle}$$

Betrachtet man das Sohlgefälle (δ) quer zur Fließrichtung, ergibt sich aufgrund analoger Überlegungen:

$$k_{\delta} = \cos \delta \left[1 - \frac{\tan^2 \delta}{\tan^2 \gamma} \right]^{0.5} \quad (2.46)$$

Wird der Einfluss von Längs- und Quergefälle kombiniert, resultiert folgende kritische Sohlschubspannung:

$$\tau_{b,cr} = k_{\beta} k_{\gamma} \tau_{b,cr,h} \quad (2.47)$$

Dabei bezeichnet $\tau_{b,cr,h}$ die kritische Schubspannung der horizontalen Sohle.

b) Einfluss der Mischsohle

Setzt sich eine Sohle aus einem Gemisch von verschiedenen Korngrößen zusammen, werden die feineren Fraktionen leichter transportiert. Es findet also ein selektiver Transport statt, der zur Bildung einer Deckschicht aus grobkörnigerem Material führen kann. Kleinere Partikel können sich zwischen den grösseren Teilen festsetzen; es kommt zu einem sogenannten "hiding" Effekt.

SUTHERLAND (1992) gibt einen Überblick über die in den letzten Jahren entwickelten Ansätze zur Berücksichtigung dieser Prozesse. Grundsätzlich lassen sich zwei Vorgehensweisen unterscheiden. Die einen Autoren modifizieren die Schubspannung, während andere die kritische Schubspannung anpassen.

EGIAZAROFF (1965) hat eine Methode vorgestellt, bei der die kritische Schubspannung einer Kornklasse k bestimmt wird, indem der mittlere Korndurchmesser (d_m) mit einem Expositionscoeffizienten ξ_k multipliziert wird, der vom Durchmesser d_k der Kornklasse k abhängt. Der Ansatz wurde 1971 von ASHIDA und MICHIEU modifiziert und in der folgenden Form angegeben:

$$\tau_{b,cr,k} = \xi_k \tau_{b,cr} \quad \text{wobei} \quad (2.48)$$

$$\xi_k = \left[\frac{\log(19)}{\log(19d_k/d_m)} \right]^2 \quad \text{für} \quad \frac{d_k}{d_m} \geq 0.4$$

$$\xi_k = 0.85 \frac{d_m}{d_k} \quad \text{für} \quad \frac{d_k}{d_m} < 0.4$$

Demnach wird die kritische Schubspannung vergrößert, wenn der Durchmesser eines Partikels (d_k) kleiner als der mittlere Korndurchmesser ist, währenddem $\tau_{b,cr,k}$ für die grossen, der Strömung mehr ausgesetzten Partikel verkleinert wird.

HUNZIKER (1995) hat im Detail nachgewiesen, dass Simulationen der Deck-schichtbildung, die auf dem Ansatz von Gleichung (2.48) und ähnlichen Beziehungen basieren, zu unbefriedigenden Ergebnissen führen. In seinem neuen Vorschlag folgt er einem etwas anderen Konzept, bei dem nicht mehr $\tau_{b,cr}$ korrigiert wird, sondern die "überschüssige" Schubspannung ($\tau_b - \tau_{b,cr}$) mit einer sogenannte Ausgleichsfunktion modifiziert wird. Da sich sein Ansatz nur im Zusammenhang mit der Geschiebetriebformel von Meyer–Peter und MÜLLER anwenden lässt, wird er erst im entsprechenden Abschnitt beschrieben.

Die unterschiedliche Exposition der verschiedenen Korngrößen gegenüber der Strömung ist nicht nur bei Entmischungsprozessen an der Sohlenoberfläche von Bedeutung. Besonders gross ist der Einfluss beim Transport von Geschiebe auf einer glatten, fixen Sohle. PEDROLI (1963) hat gezeigt, dass zum Beispiel auf einer Betonsohle θ_{cr} bis auf einen Wert von 0.005 (Durchschnittswert auf beweglicher Sohle $\theta_{cr}=0.05$) absinken kann. Diese Verhältnisse sind demnach gesondert zu betrachten.

c) Einfluss von kohäsivem Material

Ist der Anteil an Tonmineralien ($d < 0.004$ mm) in der Gerinneberandung grösser als 10 Prozent wird der Einfluss der kohäsiven Kräfte spürbar und der direkte

Zusammenhang zwischen Erosionswiderstand und Korndurchmesser ist nicht mehr gegeben. Die kritische Schubspannung kann in einem weiten Bereich ($0.5 < \tau_{b,cr} < 30 \text{ N/m}^2$) schwanken, da sich die Struktur der Materialien je nach Lagerungsdichte verändert (RAUDKIVI, 1982).

Das Problem ist besonders aktuell bei der Spülung von Stauhaltungen. Weil die Resuspensionen der Ablagerungen (neben der Ablagerungs- und Konsolidierungsgeschichte) hier noch zusätzlich durch biologische Aktivitäten beeinflusst wird, muss die kritische Schubspannung für jeden Fall einzeln bestimmt werden.

d) Einfluss der Vegetation

Naturgemäss ist der Erosionswiderstand von Gerinnen, die mit Vegetation bedeckt sind, schwierig abzuschätzen. Das BUNDESAMT FÜR WASSERWIRTSCHAFT (1982) gibt – aufgrund von Schadenfällen und Beobachtungen an korrigierten geradlinigen Gewässern – z.B. für Rasen einen Wert von $\tau_{b,cr} = 30$ bis 50 N/m^2 an. Da umfassende Untersuchungen zu diesem Thema fehlen, wird hier nicht weiter darauf eingegangen.

Transportformeln

Bei den meisten Transportformeln wird der Geschiebetransport pro Zeiteinheit proportional zur Differenz der für die antreibenden Kräfte repräsentativen Grösse und einem Schwellenwert angesetzt. Die in der Laborrinne unter Gleichgewichtsbedingungen bestimmten Abhängigkeiten zwischen dem Geschiebetransport und den hydraulischen Parametern sind in einem natürlichen Gerinne kaum gegeben und müssen deshalb modifiziert werden. Wie im vorherigen Abschnitt gezeigt, erfolgen einige der Anpassungen über die Wahl des Schwellenwerts des Bewegungsbeginns. Die Wirkung anderer Einflüsse (z.B. Verfügbarkeit des Materials) werden berücksichtigt, indem die aus den Geschiebetriebformeln bestimmte Transportkapazität entsprechend limitiert wird. Auf diesen Aspekt wird in einem späteren Abschnitt eingegangen. Hier werden vorerst nur die im numerischen Modell verwendeten Transportformeln vorgestellt.

In den letzten Jahrzehnten wurde eine Vielzahl von Formeln entwickelt, um den Geschiebetransport quantitativ zu beschreiben. Entsprechend der hier im Vordergrund stehenden Anwendungen gilt unser Augenmerk jenen, die für kiesführende, eher steile Gerinne entwickelt wurden. BATHURST et al. (1987) haben sechs Formeln verglichen, die in einem Gefällsbereich von 0.001 bis 0.20 angewendet werden dürfen; dies entspricht Verhältnissen, wie sie in den alpinen Flüssen oder im Bereich der Bresche eines Dammes anzutreffen sind. Die Untersuchung der Autoren ergab,

dass die Vorhersage des Geschiebetransports mit den Formeln von SCHOKLITSCH, MEYER–PETER und MÜLLER sowie von SMART und JÄGGI am besten gelingt. Testrechnungen, die mit diesen Formeln durchgeführt wurden, haben deren grosse Sensitivität bezüglich des Schwellenwerts bei Transportbeginn gezeigt. Dies gilt insbesondere dann, wenn der Geschiebetransport fraktionsweise bestimmt wird. Da von den drei erwähnten Formeln nur jene von MEYER–PETER und MÜLLER (MPM–Formel) in dieser Hinsicht weiterentwickelt wurde und sie zudem in der Fachwelt die grösste Verbreitung gefunden hat, wird in dieser Arbeit nur auf diese Geschiebetriebformel näher eingegangen.

Modifizierte Formel von Meyer–Peter und Müller

Die 1948 von E. Meyer–Peter und R. Müller publizierte Formel war das Resultat einer umfassenden Versuchsreihe, die sowohl mit Körnern einheitlicher Grösse (Einheitskorn) wie auch mit Geschiebemischungen, wie sie für kiesführende Flüsse repräsentativ sind, durchgeführt worden war. Die geschiebetriebwirksame Schubspannung τ_g kann in der MPM–Formel wie folgt angeschrieben werden:

$$\tau_g = \tau' - \tau_{cr} \quad \text{mit} \quad (2.49)$$

$$\tau_g = 0.25 \rho_w^{1/3} [(\rho_s - \rho_w) g q_b]^{2/3} \quad \text{geschiebetriebwirksame Schubspannung}$$

$$\tau' = (k_{St}/k'_{St})^{3/2} \rho_w g R_b J \quad \text{Schubspannung aus Strömungsbelastung}$$

$$\tau_{cr} = \theta_{cr} (\rho_s - \rho_w) g d_m \quad \text{kritische Schubspannung}$$

wobei

q_b	$[L^2 T^{-1}]$	spezifischer Geschiebetrieb in $[m^3/s]$ pro m Flussbreite
k_{St}	$[L]$	k–Wert nach Strickler
k'_{St}	$[L]$	Kornreibungsanteil des k–Werts nach Strickler
R_b	$[L]$	hydraulischer Radius, bezogen auf den auf der Sohle abfliessenden Anteil des Abflusses
d_m	$[L]$	mittlerer Korndurchmesser des Sohlenmaterials

Löst man Gleichung (2.49) nach dem Geschiebetransport auf, erhält man

$$q_b = \left(\frac{\tau' - \tau_{cr}}{0.25 \rho_w} \right)^{3/2} \frac{1}{(s - 1)g} \quad (2.50)$$

oder auf den Shieldsparameter θ bezogen, in der dimensionslosen Form

$$\phi = 8 (\theta' - \theta_{cr})^{3/2} \quad \text{mit} \quad (2.51)$$

$$\theta' = (k_{St}/k'_{St})^{3/2} \frac{R_b J}{(s-1)d_m} \quad \text{ergibt sich dann}$$

$$qb = \phi \sqrt{(s-1)g} d_m^{3/2}$$

Für den Bewegungsbeginn haben MEYER-PETER und MÜLLER einen konstanten Wert von $\theta_{cr} = 0.047$ vorgeschlagen, obschon sie bei ihren Versuchen beobachteten, dass sich die ersten Körner bereits bei $\theta_{cr} = 0.03$ bewegen. Der Grund dafür ist, dass die damaligen Versuche für einen Gleichgewichtszustand (stationärer Abfluss, stabile Sohlenlage, Kornverteilung des laufenden Geschiebes entspricht der Materialzugabe) durchgeführt wurden. Unter dieser Prämisse ist es sinnvoll, einen "mittleren" Wert für θ_{cr} zu wählen, bei dem bereits etwa 50 Prozent der Körner in Bewegung sind. Bei instationären Verhältnissen, bei denen sich Fließgeschwindigkeit, Sohlenlage und Geschiebetransport gegenseitig stark beeinflussen (z.B. im Umfeld einer Dammbrechbresche), muss θ_{cr} der einzelnen Kornklassen so gewählt werden, dass wirklich der Bewegungsbeginn der ersten Körner erfasst wird.

Wie bereits im vorherigen Abschnitt erwähnt, wurden verschiedene Ansätze entwickelt, um diesem Umstand gerecht zu werden. Hier wollen wir einem neuen Vorschlag folgen (HUNZIKER, 1995), bei dem nicht einfach der Transportbeginn korrigiert, sondern die Prozesse, die in einer Mischsohle wirksam sind, als Ganzes berücksichtigt werden. In der modifizierten Formel ergibt sich der Gesamttransport als Summe des Transportes der einzelnen Kornklassen qb_k . In diesem Mehrkornmodell wird der Geschiebetransport aufgrund der folgenden Formeln bestimmt:

$$qb = \sum_{k=1}^{nk} qb_k \quad \text{mit} \quad (2.52)$$

$$qb_k = \phi_{dms,k} \sqrt{(s-1)g} d_{ms}^3$$

$$\phi_{dms,k} = \beta_k 5 [\xi_k (\theta'_{dms} - \theta_{crm})]^{3/2}$$

$$\xi_k = \left(\frac{d_k}{d_{ms}} \right)^{-a}$$

$$\alpha = 0.011 \theta_{dms}^{-1.5} - 0.3$$

$$\theta_{crm} = \theta_{cre} \left(\frac{d_{mu}}{d_{ms}} \right)^{0.33}$$

$$\theta_{cre} = f(\text{Re}^*)$$

$$\theta'_{dms} = \frac{R_p J'}{(s-1)d_{ms}}$$

wobei

qb_k	$[\text{L}^2\text{T}^{-1}]$	spezifischer Geschiebetrieb der Kornklasse k
$\phi_{dms,k}$	$[-]$	auf den mittleren Korndurchmesser der Austauschschicht bezogener Transportparameter der Fraktion k
β_k	$[-]$	prozentualer Anteil der Fraktion k bezogen auf die Gesamtmischung in der Austauschschicht
ξ_k	$[-]$	Ausgleichsfunktion
α	$[-]$	Exponent der Ausgleichsfunktion
θ_{dms}	$[-]$	dimensionslose Schubspannung bezogen auf den charakteristischen Korndurchmesser der Austauschschicht
θ_{crm}	$[-]$	kritische dimensionslose Schubspannung einer Mischung bezogen auf den mittleren Korndurchmesser der Austauschschicht
θ_{cre}	$[-]$	kritische dimensionslose Schubspannung für Einheitskorn
θ'_{dms}	$[-]$	transportwirksame dimensionslose Schubspannung bezogen auf den charakteristischen Korndurchmesser der Austauschschicht
d_k	$[\text{L}]$	Korndurchmesser der Fraktion k
d_{ms}	$[\text{L}]$	charakteristischer Korndurchmesser der Austauschschicht
d_{mu}	$[\text{L}]$	charakteristischer Korndurchmesser der Unterschicht

Im Vergleich zum Originalansatz von MEYER–PETER und MÜLLER ergeben sich folgende Unterschiede:

- Die Transportrate wird aufgrund der charakteristischen Korndurchmesser in der Austauschschicht und nicht aufgrund des gesamten Sohlenmaterials bestimmt .
- Die Ausgleichsfunktion korrigiert die "überschüssige" Schubspannung und nicht die kritische Schubspannung θ_{cr} .

- Die dimensionslosen Grössen werden auf den mittleren Korndurchmesser der Deckschichtmischung und nicht auf den Korndurchmesser einer einzelnen Fraktion (wie bei EGIAZAROFF) bezogen.
- Die kritische Schubspannung wird nach einem Vorschlag von GÜNTER (1971) bestimmt.

MEYER-PETER und MÜLLER führten ihre Versuche in einem Gefällsbereich von 0.004 bis 0.02 durch. In einem Vergleich mit Transportformeln, die für Verhältnisse ausserhalb dieses Bereiches entwickelt wurden, konnte HUNZIKER (1995) zeigen, dass die modifizierte MPM-Formel den Geschiebetransport sowohl bei kleinen wie auch bei sehr grossen Schubspannungen adäquat vorhersagt. Die Anwendbarkeit der Formel deckt also einen sehr grossen Gefällsbereich ab. Dies ist eine Eigenschaft, die für eine 2d-Simulation wichtig ist, da ein solches Programm hauptsächlich bei Verhältnissen eingesetzt wird, bei denen die Fliessrichtung nicht im voraus bekannt ist und das Gefälle – im Gegensatz zu einem eindimensionalen Gerinne – lokal stark variieren kann.

Die Versuche, auf denen die MPM-Formel beruht, wurden so angelegt, dass sie die natürlichen Verhältnisse in einem kiesführenden Fluss möglichst gut widerspiegeln. Trotzdem sind die physikalischen Prozesse, wie sie im allgemeinen in einem natürlichen Gerinne ablaufen, wesentlich komplizierter. Neben dem bereits angesprochenen Problem der Gültigkeit der MPM-Formel am Rand des zulässigen Anwendungsbereichs (bei sehr kleinen Schubspannungen oder sehr grossem Gefälle) ist zum Beispiel unklar, wie weit die MPM-Formel (oder auch andere Transportformeln) den Einfluss der suspendierten Partikel auf den Geschiebetrieb berücksichtigt. Die Interaktion zwischen Geschiebetrieb und Suspension ist besonders schwierig zu beschreiben, wenn nach dem Aufreissen einer Deckschicht plötzlich neues suspensionsfähiges Material freigelegt wird. Die dadurch erhöhte Konzentration der Schwebstoffe kann die turbulente Struktur der Strömung so verändern, dass der Geschiebetrieb massiv erhöht wird. Bei RICKENMANN (1990) werden einige grundsätzlichen Aspekte zum Einfluss der suspendierten Partikel auf den Geschiebetrieb diskutiert.

Die Wirkung von kohäsivem Material auf den Geschiebetrieb kann behelfsmässig berücksichtigt werden, indem die kritische Schubspannung angepasst wird. Einige Angaben dazu finden sich z.B. bei RAUDKIVI (1982).

Besondere Bedingungen herrschen auch beim Geschiebetransport auf glatter, fixer Sohle (z.B. in Kanälen, Geschiebe-Umleitstollen etc.). Auf die diesbezüglichen spezifischen Transportformeln soll hier jedoch nicht eingegangen werden. Ein Hinweis auf die Literatur muss genügen (z.B. JÄGGI, 1994).

2.5.2.2 Suspensionstransport

In der Literatur wird beim suspendierten Material zwischen Schweb- und Schwemmstoffen (Spülfracht, washload) unterschieden. Für die Schwemmstoffe ist charakteristisch, dass sie feiner sind ($d < 0.06$ mm) und dass sie in der Sohle nur in geringen Mengen vorkommen. Ihr Anteil am Transport richtet sich also nach der Verfügbarkeit im Oberwasser. Da für das vorliegende Modell diese Unterscheidung nicht relevant ist, wird im folgenden nur von den Schwebstoffen gesprochen.

Schwebstoffe können auch in Gebirgsflüssen mengenmässig stark ins Gewicht fallen. Der Alpenrhein zum Beispiel transportiert pro Jahr etwa 3 Millionen m³ Schwebstoffmaterial in den Bodensee, also wesentlich mehr als Geschiebe, von dem nur etwa 30'000–50'000 m³ abgelagert werden. Trotzdem werden die Schwebstoffe bei flussbaulichen Betrachtungen oft vernachlässigt, da sie im allgemeinen keine bettbildende Wirkung entfalten. Anders verhält es sich, wenn zum Beispiel bei einer Flussmündung die Deltabildung interessiert oder wenn es darum geht, die Entwicklung einer Stauraumverlandung zu beschreiben.

Ist in einer turbulenten Strömung die Sohlschubspannungsgeschwindigkeit grösser als die Sinkgeschwindigkeit eines Partikels, kann dieses auf eine Höhe angehoben werden, bei der die aufwärtsgerichteten turbulenten Kräfte das um den statischen Auftrieb reduzierte Gewicht übersteigen. Das Korn wird also nicht mehr als Geschiebe, sondern mehr oder weniger ohne Bodenkontakt annähernd mit der Geschwindigkeit der Strömung transportiert.

Die physikalische Beschreibung der suspendierten Partikel bezieht sich im allgemeinen auf deren Konzentration, welche entweder als Feststoffvolumen pro Flüssigkeitsvolumen oder als Feststoffmasse pro Flüssigkeitsvolumen definiert wird.

Beobachtungen zeigen, dass die Partikelkonzentration mit zunehmendem Abstand zur Sohle abnimmt. Es gibt viele analytische Modelle, welche die Verteilung der Schwebstoffkonzentration über die Abflusstiefe beschreiben. Eine Übersicht über die verschiedenen Ansätze findet sich bei VETTER (1992). Grundsätzlich können die folgenden drei Modelltypen unterschieden werden:

- Diffusions-Modelle
- Energie-Modelle
- Stochastische Modelle

Um die grundlegenden Begriffe einzuführen, wird hier die am meisten verbreitete Diffusionstheorie für eine stationär-gleichförmige, turbulente Strömung diskutiert. Die im vorliegenden Modell implementierte tiefengemittelte Advektions-Diffusionsgleichung, die sich aus der Feststoffbilanz aufgrund des zweidimensionalen Ansatzes ergibt, wird im nächsten Kapitel vorgestellt.

Der Partikelfluss durch eine horizontale Fläche, der sich aufgrund der turbulenten Bewegung ergibt, kann wie folgt angesetzt werden:

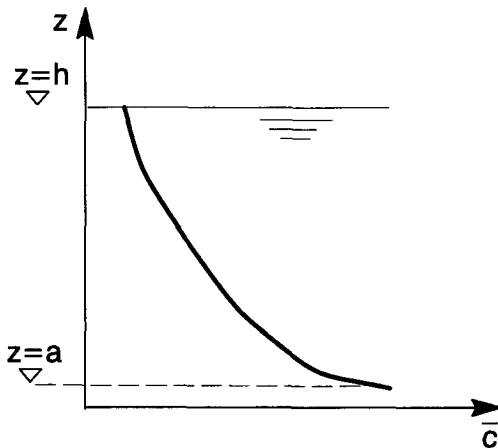
$$qp_v = \overline{w'(c + C')} = \overline{w'c} + \overline{w'C'} = \overline{w'c} + \overline{w'C'}$$

Dabei bedeuten

\bar{c}	$[-]$	zeitlich gemittelter Partikelkonzentration
C'	$[-]$	Konzentrationsfluktuation
w'	$[LT^{-1}]$	Geschwindigkeitsfluktuation in vertikaler Richtung

Da $\overline{w'} = 0$, vereinfacht sich die Gleichung zu $qp_v = \overline{w'C'}$.

Als Folge der Gravitation nimmt in einer stationär gleichförmigen Strömung die mittlere Konzentration \bar{c} zur Sohle hin zu (siehe Figur 2.10). Das heisst, dass Flüs-



Figur 2.10: Schema der Konzentrationsverteilung bei Gleichgewichtsbedingungen.

sigkeitsteilchen, die sich nach oben bewegen, aus einem Bereich mit höherer Konzentration kommen, als jene die sich nach unten bewegen. Da die mittlere vertikale Fluktuation $\overline{w'} = 0$ ist, resultiert ein steter aufwärts gerichteter Strom von Partikeln, der im Gleichgewichtsfall durch den Fluss, der aus der Sinkgeschwindigkeit resultiert, kompensiert wird. Der zeitgemittelte auf- und abwärts gerichtete Transport ergibt sich damit zu:

$$Cw_s - \overline{C'w'} = 0 \tag{2.53}$$

Das Diffusionsmodell geht davon aus, dass der turbulente Transport proportional zum vertikalen Konzentrationsgradienten $\frac{dC}{dz}$ angesetzt werden kann. Mit dem Dif-

fusionskoeffizienten ν_s gilt dann:

$$C w_s - \nu_s \frac{dC}{dz} = 0 \quad (2.54)$$

Wird nun, wie im Abschnitt *Turbulenz* bereits diskutiert, der Diffusionskoeffizient für den Sedimentaustausch proportional zum Impulsaustauschkoeffizienten (siehe Gleichung (2.22): $\nu_s = \beta \nu_t = \beta u_* \kappa z (1 - z/h)$) angesetzt, und wählt man als Randbedingung eine bekannte Referenzkonzentration c_a , ergibt die Lösung von Gleichung (2.54) die vertikale Konzentrationsverteilung der Schwebstoffe.

$$\frac{C}{C_a} = \left(\frac{h-z}{z} \cdot \frac{a}{h-a} \right)^Y \quad (2.55)$$

Der Exponent Y wird als Schwebstoff- oder Rouse-Zahl bezeichnet. Werden Impuls- und Sedimentaustausch gleich gesetzt ($\beta=1$) ergibt sich:

$$Y = \frac{w_s}{\kappa u_*} \quad (2.56)$$

Die Referenzkonzentration kann entweder über eine Pick-up Funktion (VAN RIJN, 1984d) oder aufgrund des Geschiebetriebs am unteren Rand der Suspensionszone bestimmt werden. Verschiedene Autoren haben hierzu Formeln entwickelt; GARCIA und PARKER (1991) geben eine wertende Übersicht. In dieser Arbeit wurde ein Ansatz von VAN RIJN (1984b) verwendet, der auch eingesetzt werden kann, wenn der Transport fraktionsweise bestimmt wird. Für dessen Herleitung sei auf die Literatur verwiesen; hier nur das Resultat:

$$C_{e_k} = 0.015 \frac{d_k}{a} \frac{T_k^{1.5}}{D_{*k}^{0.3}} \quad (2.57)$$

wobei

C_{e_k}	[-]	Referenzkonzentration (Volumen) für den Strömungseintrag von Partikeln der Kornklasse k
a	[L]	Referenzhöhe über der gemittelten Sohle
D_{*k}	[-]	dimensionsloser Durchmesser der Kornklasse k : $D_{*k} = [(s-1)g/\nu^2]^{1/3} d_k$
T_k	[-]	dimensionslose Kennzahl für die Sohlschubspannung der Kornklasse k : $T_k = [\tau'_b - (\tau_{b,cr})_k] / (\tau_{b,cr})_k$

Die Referenzhöhe wird bei flachen Sohlen aufgrund des grösseren Wertes von $a=3d_{90}$ und $a=0.1 h$ bestimmt. Haben sich im Flussbett Sohlformen entwickelt, wird a als deren halbe Höhe festgelegt.

In natürlichen Gerinnen finden wir im allgemeinen keine Gleichgewichtsbedingungen vor. Entweder sind die Strömungsverhältnisse lokal instationär oder die suspendierten Stoffe werden in Regionen mit ungleichförmigem Abfluss verfrachtet. Unterschreitet dabei die turbulente Intensität einen von der Korngrösse abhängigen Grenzwert, sinken die entsprechenden Partikel auf die Sohle, wo sie allenfalls noch als Geschiebe transportiert werden können. LIN (1984) hat eine empirische Beziehung vorgeschlagen, mit der dieser Absetzvorgang beschrieben werden kann:

$$C_{d_k} = [3.25 + 0.55 \ln(\frac{w_k}{\kappa u_*})] C_k \quad (2.58)$$

wobei

C_{d_k}	[-]	Konzentration (Volumen) in Bettnähe, bei der sich die Partikel der Kornklasse k absetzen
C_k	[-]	tiefengemittelte Konzentration der suspendierten Partikel der Kornklasse k
w_k	[LT ⁻¹]	Sinkgeschwindigkeit eines suspendierten Partikels der Kornklasse k

Der Einfluss von kohäsivem Material auf das Verhalten der suspendierten Stoffe (z.B. Absetzverhalten von flokkuliertem Material) ist für die hier im Vordergrund stehenden Anwendungen nicht von Bedeutung und wird deshalb in der vorliegenden Version des Modells nicht berücksichtigt.

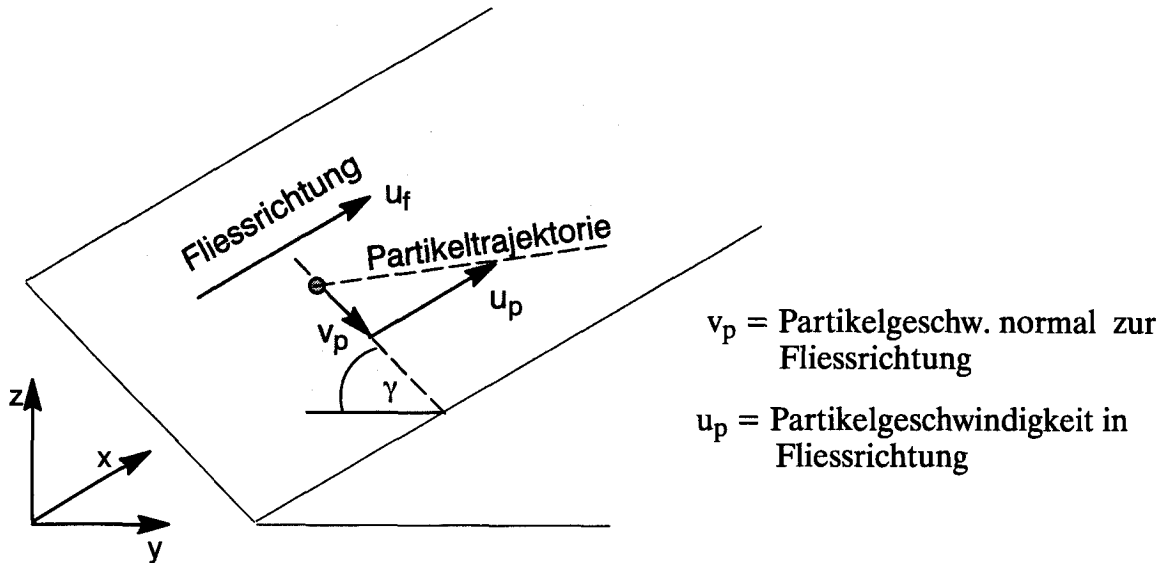
2.5.3 Strömungs- und gravitationsinduzierter Transport

2.5.3.1 Seitlicher Transport

Die bekannten Geschiebetransportformeln wurden alle für Sohlen ohne Querneigung (d.h. Sohle ist quer zur Strömungsrichtung horizontal) entwickelt. Ein Sedimentpartikel wird unter diesen Umständen nur in Richtung der Strömung transportiert. Auf einer geneigten Sohle (z.B. Uferbord) werden die Feststoffe als Folge der Gravitation jedoch auch normal zur Fliessrichtung bewegt (Figur 2.11).

IKEDA (1982,1988) hat den seitlichen Transport als Funktion der Querneigung γ und des Geschiebetransportes in Fliessrichtung ausgedrückt:

wobei



Figur 2.11: Bewegung eines Partikels auf dem Uferbord in einem geraden Gerinne.

$$qbly = \left(\epsilon \sqrt{\frac{\tau_{b,cr}}{\tau_{bx}}} \tan \gamma \right) qbx \quad (2.59)$$

qbx	$[L^2T^{-1}]$	x-Komponente des strömungsinduzierten spezifischen Geschiebetriebs
$qbly$	$[L^2T^{-1}]$	Seitlicher Geschiebetrieb als Folge des Transportes der Strömung in x-Richtung
τ_{bx}	$[ML^{-1}T^{-2}]$	Sohlschubspannung in Fließrichtung

Der Koeffizient ϵ ist abhängig vom Verhältnis von Auftrieb zu Schleppkraft sowie vom Gleitreibungskoeffizienten. Er wurde anhand von Versuchen, die in einem geneigten Windkanal durchgeführt wurden, zu $\epsilon=1.5$ bestimmt.

2.5.3.2 Murgang

Die Erscheinungsformen von Murgängen sind vielfältig und entsprechend unterschiedlich ist deren Klassifikation durch die Fachwelt. DAVIES (1988) berücksichtigte bei seiner Charakterisierung, dass der Übergang vom "normalen" Sedimenttransport zum murgangstypischen Transport fließend ist. Sein als Typ 1 bezeichneter Murgang entspricht in der Beschreibung der Transportprozesse (Differenzierung zwischen Geschiebe- und Suspensionstransport) den Verhältnissen, wie sie in den Bergflüssen bei Hochwasser anzutreffen sind. Der Unterschied liegt einzig in der höheren Konzentration der Feststoffe und der damit verbundenen höheren Dichte

und Viskosität des Gemisches. Die Analyse von Beobachtungen zeigt, dass sich Murgänge etwa ab einem Gefälle von 27 Prozent entwickeln können.

Die Abgrenzung zwischen Murgang und Sedimenttransport in Flüssen fällt leichter, wenn man von der physikalischen Modellvorstellung der Transportprozesse ausgeht. Beim Murgang wird das Gemisch von Wasser und Feststoffe als Ganzes betrachtet, da man annimmt, dass sich auch die groben Partikel über die ganze Abflusstiefe suspendieren können. Das Geschiebe wird also nicht nur im Kontakt zur Sohle transportiert, wie das der Fall ist, wenn der strömungsinduzierte Transport dominiert.

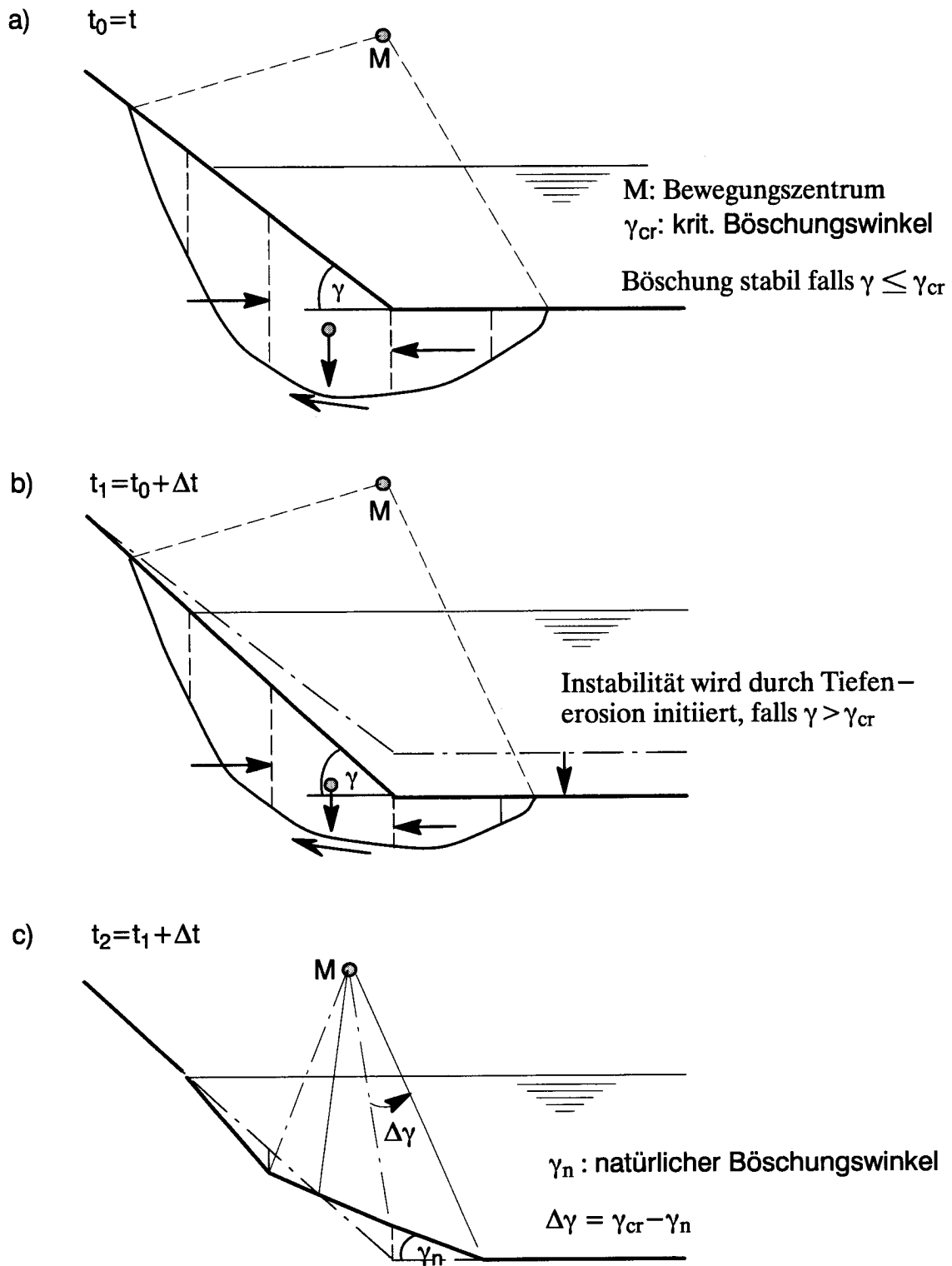
Bei dieser Betrachtungsweise werden die Phasen von Wasser und Feststoffen im mathematischen Modell nicht getrennt behandelt, das heisst, es werden – in Analogie zu den Flachwassergleichungen – nur die Kontinuitäts und Impulsgleichungen für das Gemisch formuliert (z.B. LAIGLE und COUSSOT, 1994). Da dem vorliegenden Modell ein anderes Konzept zugrunde liegt, wird in dieser Arbeit nicht weiter auf die murgangähnlichen Transportformen eingegangen.

2.5.4 Gravitationsinduzierter Transport

Gerät ein Hang ins Rutschen oder wird die Stabilität eines Hochwasserschutzdammes überschritten, übt das Wasser zwar auch einen gewissen Einfluss aus (als Gleitmittel, Porenwasserdruck etc.), die eigentliche antreibende Kraft ist aber die Gravitation.

Soll die Seitenerosion von Gerinnen simuliert werden, muss das Abrutschen der seitlichen Böschungen zumindest lokal berücksichtigt werden können. In der hier zugrundeliegenden Modellvorstellung wird ein Böschungskollaps durch die Tiefenerosion, in deren Folge der Böschungsfuss wegerodiert wird, initiiert (Figur 2.12 b). Die rückhaltenden, stabilisierenden Kräfte werden dadurch vermindert und die Böschung wird sich in einer kippförmigen Bewegung soweit verschieben, bis wieder ein Gleichgewichtszustand erreicht ist.

Bei den herkömmlichen bodenmechanischen Stabilitätsuntersuchungen wird eine vertikale Bodenscheibe betrachtet und unter Annahme eines Bruchmechanismus (z.B. Gleitkreis) davon ausgegangen, dass sich das Material in einer Starrkörperbewegung um ein vorzugebendes Bewegungszentrum dreht. Ein Kennwert für die Stabilität einer Böschung ergibt sich dann, wenn die an den einzelnen Lamellen angreifenden antreibenden und rückhaltenden Kräfte aufsummiert und miteinander verglichen werden (Figur 2.12 a). Dies muss für mehrere unterschiedliche Gleitkreise durchgeführt werden, was mit einem grossen Aufwand bezüglich Eingabedaten und Rechenarbeit verbunden ist. Neuere Methoden (z.B. VULLIET, 1995) beruhen auf der Kontinuumsmechanik und sind im allgemeinen noch wesentlich aufwendiger.



Figur 2.12: Bruchmechanismus von Böschungen.

Für die Abschätzung der hier im Vordergrund stehenden Prozesse genügt ein einfacherer Ansatz. Dabei wird jeweils jede Lamelle (vgl. grauer Bereich in Figur 2.12) für sich betrachtet und angenommen, dass sich – bei Überschreiten eines vorzuge-

benden kritischen Böschungswinkel γ_{cr} – soviel Material in die benachbarte Lamelle verschiebt, bis sich die Lage der Oberfläche entsprechend dem natürlichen Böschungswinkel einstellt (Figur 2.12 c). Die Bestimmung des Materialflusses über die Lamellenseite hängt von der Diskretisierung ab und wird deshalb erst im Kapitel "Numerisches Modell" beschrieben.

2.6 Zusammenfassung

Die physikalischen Eigenschaften einer Wasser–Sediment–Mischung werden durch die suspendierten Partikel verändert. Dies betrifft vor allem die Dichte, die Viskosität und die turbulenten Eigenschaften der Strömung. Die Stärke des Einflusses hängt von der Konzentration der aufgeschwemmten Partikel ab. Bei den Verhältnissen, wie sie in europäischen Fließgewässern vorherrschen, sind die Konzentrationen der Schwebstoffe relativ klein. Da dies selbst für den Extremfall einer Stauraumpülung gilt, wird im vorliegenden Modell angenommen, die erwähnten physikalischen Eigenschaften seien unabhängig von der Konzentration der Feststoffe und die Grösse von Dichte und Viskosität werden entsprechend der Reinwasserhältnisse bestimmt.

Wichtigstes Merkmal der Feststoffe ist der Korndurchmesser. Je nach Situation kann er über einen weiten Bereich variieren. Bei vielen Anwendungen ist das übliche Verfahren, bei dem die Kornverteilung durch einen einzigen charakteristischen Korndurchmesser repräsentiert wird, untauglich. Dies gilt insbesondere dann, wenn Sortiervorgänge und Deckschichtbildung oder die Unterscheidung zwischen Geschiebe– und Suspensionstransport für die korrekte Beschreibung der physikalischen Vorgänge eine Rolle spielen.

Die Sohlreibung setzt sich aus der Oberflächenrauigkeit und dem Formwiderstand zusammen. Es wurden verschiedene Ansätze entwickelt, mit denen sowohl die Kornrauigkeit als auch die Reibung der Bettformen (Riffel, Dünen etc.) auf eine äquivalente Sandrauigkeit bezogen werden kann. Aus dieser kann dann mit Hilfe einer der üblichen Formeln (Chézy, Strickler etc.) ein dimensionsloser Widerstandskoeffizient bestimmt werden, der für die Gesamtrauigkeit des Gerinnes repräsentativ ist.

Eine adäquate Beschreibung der Wechselwirkung von Strömung, Sedimenttransport und Morphologie setzt voraus, dass neben der Tiefenerosion auch die seitliche Ufererosion berücksichtigt wird. Das heisst, dass bei der Bestimmung des Feststofftransportes nicht nur die strömungsinduzierten Transportmechanismen (Geschiebe–, und Suspensionstransport) sondern auch gravitationsinduzierte Feststoffbewe-

gungen (z.B. Kollaps der Uferböschung) in die Betrachtung einbezogen werden müssen. Je nach Anwendungsbereich können unterschiedliche Geschiebetriebformeln gewählt werden. Da die Formeln im allgemeinen unter Laborbedingungen entwickelt wurden (Gleichgewichtszustand, Normalabfluss etc.), ist es wichtig, dass sie den davon abweichenden Bedingungen, wie sie für instationäre, zweidimensionale Verhältnisse typisch sind, angepasst werden. Dies betrifft vor allem die Sortierprozesse und die Adaption der kritischen Schubspannung für den Bewegungsbeginn bezüglich des lokalen Gefälles (Gegensteigung), der relativen Rauigkeit, der Mischsohle und der speziellen Bedingungen bei kohäsivem Material. Der Suspensionstransport ist separat zu berücksichtigen (nicht als “total load”), weil für ihn andere Zeitskalen massgebend sind und weil andernfalls Spülfrachten (Transport von Korngrößen, die in der Sohle nicht vorhanden sind) nicht berücksichtigt werden könnten.

3 **Mathematische Beschreibung**

3.1 Allgemeines

Theoretisch ist es denkbar, eine Strömung bis auf die kleinsten turbulenten Strukturen aufzulösen und mit Hilfe der Navier–Stokes Gleichungen vollständig zu beschreiben. In einem natürlichen Gerinne ist dies nicht möglich, weil zu einer kompletten mathematischen Beschreibung auch die Kenntnis der genauen Anfangs- und Randbedingungen gehören würden; diese lassen sich aber nicht beschaffen. Es ist im übrigen auch nicht sinnvoll, die komplexen physikalischen Vorgänge bis ins letzte Detail mit Gleichungen beschreiben zu wollen, da es auch in nächster Zukunft nicht möglich sein wird, die dabei entstehenden grossen Gleichungssysteme für praktisch relevante Anwendungen in nützlicher Frist zu lösen (CUNGE, 1987). Das heisst, man kommt nicht umhin, ein vereinfachtes Modell der physikalischen Realität zu erstellen, die interessierenden Fragestellungen anhand dieses Modelles zu analysieren und dann die Resultate mit "gesundem Menschenverstand" auf die Wirklichkeit zu übertragen.

Die zwei wichtigsten Vereinfachungen, die hier vorgenommen werden, sind:

- *Reduktion der Anzahl räumlicher Dimensionen*: Durch die Mittelung über die Tiefe werden die dreidimensionalen Prozesse auf ein horizontal zweidimensionales Modell zurückgeführt.
- *Reduktion der Anzahl Impulsgleichungen*: In einer Zweiphasen–Mehrkomponentenströmung muss die Massen– und Impulserhaltung für alle Komponenten beider Phasen formuliert werden. Bei dem hier angewandten Mischungs– oder Diffusionsmodell wird das Wasser–Sedimentgemisch für die Impulsgleichungen als Ganzes betrachtet, wodurch sich deren Anzahl auf zwei reduziert.

3.2 Die verallgemeinerten Erhaltungsgleichungen

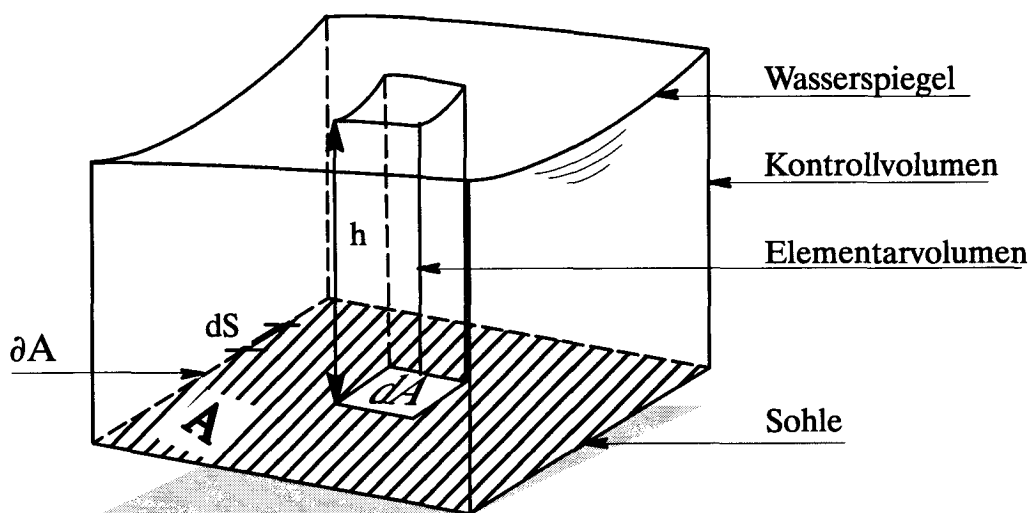
In der Strömungslehre ist es üblich, die Materie als Kontinuum zu betrachten. Werden thermodynamische Effekte vernachlässigt, kann ihr Verhalten mathematisch

durch die Formulierung der Erhaltung von Masse und Impuls beschrieben werden. Die Variablen, welche Masse und Impuls beschreiben, sind in einer instationären und ungleichförmigen Strömung sowohl orts- wie auch zeitabhängig.

Quantitativ lässt sich die geforderte Massen- und Impulserhaltung am anschaulichsten aufgrund einer Bilanzbetrachtung herleiten. Dabei wird postuliert, dass sich die zeitliche Änderung einer bestimmten Eigenschaft Φ in einem raumfesten Elementarvolumen aus der Bilanz der Zu- und Wegflüsse und allfälliger Quellen innerhalb des betrachteten Raumes ergibt. In vektorieller Form aufgeschrieben, führt das zu folgender Differentialgleichung:

$$\underbrace{\frac{\partial}{\partial t}(\rho\Phi)}_{\text{Lokale Veränderung}} + \underbrace{\nabla \cdot (\rho\Phi\mathbf{u})}_{\text{Konvektiver Fluss}} - \underbrace{\nabla \cdot (F\nabla\Phi)}_{\text{Diffusiver Fluss}} - \underbrace{S(\Phi)}_{\text{Quellterm}} = 0 \quad (3.1)$$

Der Fluss über die Oberfläche des Elementarvolumens setzt sich aus einem konvektiven und einem diffusiven Anteil zusammen. Der diffusive Fluss wird entsprechend dem Fick'schen Gesetz proportional zum Gradienten der Eigenschaft (z.B. Konzentration der suspendierten Stoffe) angesetzt. Die Proportionalitätskonstante (Diffusionskoeffizienten) wird mit F und der Quellterm mit S bezeichnet.



Figur 3.1: Kontrollvolumen mit infinitesimalem Elementarvolumen zur Bilanzierung der horizontal zweidimensionalen Erhaltungsgleichungen.

Wird als Elementarvolumen eine vertikale Säule gewählt, führen die Bilanzgleichungen zu den tiefengemittelten Formen.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}h\bar{\Phi}) + \nabla \cdot (\bar{\rho}h\bar{\Phi}\bar{u} - \bar{\Gamma}h\nabla\bar{\Phi}) - S(\bar{\Phi}) = 0 \quad (3.2)$$

Da in dieser Arbeit immer die tiefengemittelten Gleichungen betrachtet werden, werden im folgenden die Querstriche zur Kennzeichnung der Mittelwerte weggelassen.

Wird Gleichung (3.2) über das Kontrollvolumen (Figur 3.1) integriert, führt das zu:

$$\int_A \frac{\partial}{\partial t}(\rho h \Phi) dA + \int_A \nabla \cdot (\rho h \Phi u - \Gamma h \nabla \Phi) dA - \int_A S(\Phi) dA = 0 \quad (3.3)$$

Das Flächenintegral über die Divergenz der Flüsse (zweiter Term in Gleichung (3.3)) kann mit Hilfe des Gauss-Theorems in ein Linienintegral umgewandelt werden, wobei der Term unter dem Integral den Nettostrom darstellt, der senkrecht über die Berandung des Kontrollvolumens fließt.

$$\int_A \frac{\partial}{\partial t}(\rho h \Phi) dA + \int_{\partial A} h(\rho \Phi u - \Gamma \nabla \Phi) n ds - \int_A S(\Phi) dA = 0 \quad (3.4)$$

Dabei stellt n den Einheitsvektor dar, der senkrecht auf dem Rand steht und nach aussen gerichtet ist.

Aus den verallgemeinerten Erhaltungsgleichungen lassen sich nun die Erhaltungsgleichungen für die verschiedenen abhängigen Variablen (Masse, Impuls, Konzentration) ableiten, indem für Φ die entsprechenden Werte eingesetzt werden. Die Kontinuitätsgleichung ergibt sich zum Beispiel, wenn $\Phi=1$, $\Gamma=0$ und $S=0$ gesetzt wird. Im Vergleich zu den Differentialgleichungen haben die Integralgleichungen zwei gewichtige Vorteile. Zum einen können sie auch dann verwendet werden, wenn die abhängige Variable Φ innerhalb des Kontrollvolumens nicht kontinuierlich verteilt ist (z.B. Wassersprung) und zum anderen führt die Diskretisierung von Gleichung (3.4) direkt auf eine konservative Formulierung der Bilanzgleichung.

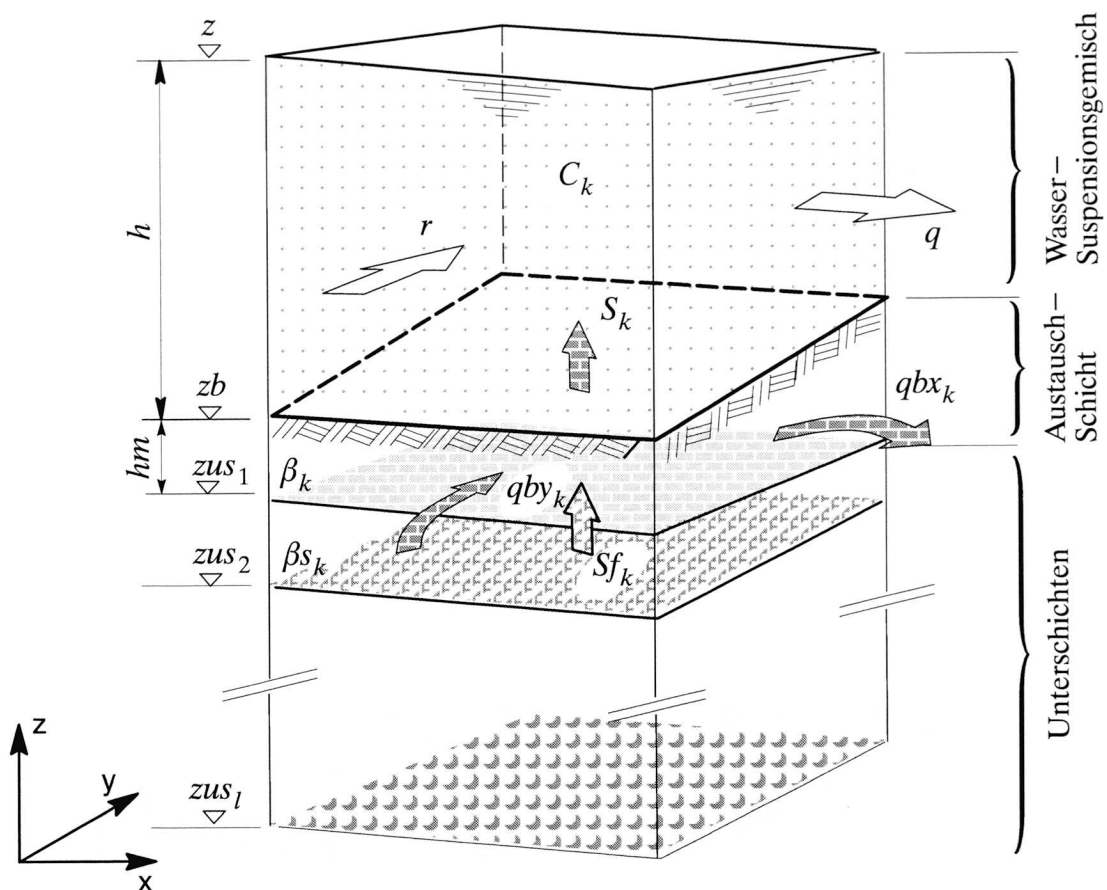
Die beschriebenen Erhaltungsgleichungen können in jedem beliebigen Koordinatensystem dargestellt werden. Bevor das hier für kartesische Koordinaten durchgeführt wird, wird die zugrundeliegende physikalische Modellvorstellung skizziert.

3.3 Physikalisches Modell

Der Modellansatz, wie er im weiteren verwendet wird, basiert auf den Vorschlägen von HOLLY und RAHUEL (1990). Prinzipiell postulieren sie, dass die Transportprozesse in einem fließenden Gewässer adäquat beschrieben werden, wenn

- die Strömung instationär betrachtet wird,
- der Geschiebe- und Suspensionstransport getrennt behandelt und
- die Feststoffe durch mehrere Kornklassen repräsentiert werden, damit Sortiereffekte und Deckschichtbildung beschrieben werden können.

Figur 3.2 zeigt, wie der Raum einer vertikalen Säule in einem von Wasser–



Figur 3.2 Schema zur Definition der Variablen des mathematischen Modells.

Feststoff-Gemisch durchströmten offenen Gerinne gedanklich aufgeteilt wird. Dabei werden drei Bereiche unterschieden. Die oberste Schicht enthält das Wasser-Suspensionsgemisch. In der mittleren Schicht wird das Geschiebe transportiert. Zudem findet hier der Austausch zwischen dem Geschiebe, den suspendierten Feststoffen und dem darunterliegenden Sediment statt. Die Unterschicht kann sich aus mehreren Lagen mit unterschiedlichen Kornverteilungen zusammensetzen.

Die gesuchten Grössen, die es mit Hilfe der Erhaltungsgleichungen zu bestimmen gilt (primäre Variablen), sind:

h	[L]	Abflusstiefe
q	[L ² T ⁻¹]	x-Komponente des spezifischen Abflusses
r	[L ² T ⁻¹]	y-Komponente des spezifischen Abflusses
C_k	[-]	tiefengemittelte Konzentration der suspendierten Partikel der Kornklasse k . (Feststoffvolumen pro Volumeneinheit des Gemisches)
β_k	[-]	prozentualer Anteil der Fraktion k bezogen auf die Gesamtmischung in der Austauschschicht
z_b	[L]	Sohlenkote

Die restlichen Variablen (sekundäre Variablen) hängen von den gesuchten Grössen ab und werden aufgrund von empirischen Beziehungen bestimmt. Eine Sonderstellung nimmt dabei der Geschiebefluss ein, der sich aus dem Geschiebetransport in Strömungsrichtung und quer dazu, sowie aus dem gravitationsinduzierten Transport einer allfälligen Böschungsrutschung zusammensetzen kann.

Die sekundären Variablen haben folgende Bedeutung:

qbx_k	[L ² T ⁻¹]	x-Komponente des spezifischen Geschiebetriebs der Kornklasse k
qby_k	[L ² T ⁻¹]	y-Komponente des spezifischen Geschiebetriebs der Kornklasse k
hm	[L]	Dicke der Austauschschicht
S_k	[LT ⁻¹]	Beschreibt den Austausch zwischen Geschiebe- und Suspensionstransport für die Kornklasse k
Sf_k	[LT ⁻¹]	Materialfluss über die Bodenseite der Austauschschicht, wenn sich diese im Erosionsfall nach unten bewegt.
β_{sk}	[-]	prozentualer Anteil der Fraktion k in der aktiven Unterschicht
z_{usl}	[L]	Koten der einzelnen Lagen in der Unterschicht

3.4 Erhaltungsgleichungen in kartesischen Koordinaten

3.4.1 Flachwassergleichungen

Instationäre Freispiegelströmungen werden für grossräumige Betrachtungen (Berechnungsgebiet im Kilometer-Bereich) im allgemeinen durch die tiefengemittel-

ten Flachwassergleichungen modelliert. Diese ergeben sich aus den Reynold's Gleichungen¹¹, wenn in der vertikalen Impulsbilanz alle Glieder mit Ausnahme des Drucktermes und der Gravitation vernachlässigt werden; die Impulsgleichung reduziert sich damit auf eine Gleichung für die hydrostatische Druckverteilung. Anschliessend werden die Gleichungen über die Abflusstiefe gemittelt. Die implizite Annahme, dass der Druck hydrostatisch verteilt ist, gibt oft Anlass zu Diskussionen. Die Arbeiten von KHAN und STEFFLER (1996) und anderer Autoren vor ihnen zeigen jedoch, dass für die hier betrachteten Anwendungen die Güte der Resultate durch die Beschränkung auf eine hydrostatische Druckverteilung kaum beeinflusst wird. Ähnliches gilt auch für die Vernachlässigung der Corioliskraft, der Windeinflüsse und der Dispersion des Impulses (WENKA, 1992; VREUGDHENHIL, 1994).

Die Bilanzform der Flachwassergleichungen lässt sich in Vektorschreibweise wie folgt zusammenfassen (BEFFA, 1994):

$$\underbrace{\partial_t \begin{pmatrix} h \\ q \\ r \end{pmatrix}}_{\mathbf{u}} + \partial_x \underbrace{\begin{pmatrix} q \\ qu + \frac{g}{2}h^2 - \frac{h}{\varrho}\tau_{xx} \\ qv - \frac{h}{\varrho}\tau_{xy} \end{pmatrix}}_{\mathbf{f}} + \partial_y \underbrace{\begin{pmatrix} r \\ ru - \frac{h}{\varrho}\tau_{xy} \\ rv + \frac{g}{2}h^2 - \frac{h}{\varrho}\tau_{yy} \end{pmatrix}}_{\mathbf{g}} + \underbrace{\begin{pmatrix} -S \\ gh\partial_x z_b + \frac{\tau_{bx}}{\varrho} \\ gh\partial_y z_b + \frac{\tau_{by}}{\varrho} \end{pmatrix}}_{\mathbf{s}} = 0 \quad (3.5)$$

Dabei ist \mathbf{u} der Vektor der abhängigen Variablen, \mathbf{f} und \mathbf{g} sind die Flussvektoren in x- resp. y-Richtung und S der Quellterm.

Die drei Gleichungen (Massenerhaltung und Bewegungsgleichungen in x- und y-Richtung) bilden ein System, mit dem die charakteristischen Grössen der Strömung (Wassertiefe h , spezifische Abflüsse q und r) bestimmt werden können. Der Quellterm S ist als Funktion der Zeit vorzugeben (falls $S > 0$ Zufluss, sonst Wegfluss).

In einem stark fliessenden Gewässer sind die Schubspannungen als Folge der inneren Reibung (τ_{xx} , τ_{xy} etc.) viel kleiner als die Wandschubspannungen (τ_{bx} , τ_{by}) und werden deshalb oft vernachlässigt. Zirkulationen in beinahe horizontalen Strömungen, wie sie zum Beispiel bei der Mündung eines Flusses in einen See auftreten, können jedoch nur dann physikalisch korrekt modelliert werden, wenn die innere Reibung berücksichtigt wird (ABBOTT et al., 1985). Für deren Bestimmung wird die molekulare Viskosität vernachlässigt und die turbulenten Anteile (Reynoldsspannungen) werden proportional zur Verformungsrate angesetzt (z.B. HUTTER, 1991).

11. Die Reynold's Gleichungen ergeben sich aus den Navier–Stokes Gleichungen durch zeitliche Mittelung der Strömungsgrössen.

Damit erhält man

$$\frac{\tau_{xx}}{\varrho} = 2\nu_t \partial_x u, \quad \frac{\tau_{yy}}{\varrho} = 2\nu_t \partial_y v, \quad \frac{\tau_{xy}}{\varrho} = \nu_t (\partial_y u + \partial_x v) \quad (3.6)$$

Die turbulente Viskosität (Wirbelviskosität) ν_t wird nun mit Hilfe eines Turbulenzmodells in Abhängigkeit der strömungsrelevanten Grössen ausgedrückt. Im folgenden wird dafür der einfache Ansatz nach Gleichung (2.23) verwendet.

Die kartesischen Komponenten der Sohlschubspannung ergeben sich in Analogie zu Gleichung (2.26)

$$\frac{\tau_{bx}}{\varrho} = \frac{u|\mathbf{v}|}{c_f^2} \quad \text{und} \quad \frac{\tau_{by}}{\varrho} = \frac{v|\mathbf{v}|}{c_f^2} \quad (3.7)$$

wobei der Betrag der Geschwindigkeit \mathbf{v} aufgrund der tiefengemittelten Geschwindigkeiten in x - und y -Richtung, $|\mathbf{v}| = \sqrt{u^2 + v^2}$, und der Widerstandskoeffizient c_f nach einer der Formeln (2.27) – (2.30) ermittelt wird.

Eine umfassende Herleitung und Diskussion der einzelnen Glieder der Flachwassergleichungen und eine Abgrenzung des Anwendungsbereiches findet sich bei (VREUGDHENHIL, 1994).

3.4.2 Feststofftransport und Morphologie

Da das Geschiebe in ständigem Bodenkontakt bewegt wird, besteht ein direkter Zusammenhang zwischen dem Geschiebetransport und der Morphologie der Gerinne-sole. Der sohlenbildende Einfluss der Schwebstoffe hängt dagegen stark vom Strömungszustand und von der Art und der Verfügbarkeit des suspendierten Materials ab. In kiesführenden Flüssen geht man im allgemeinen davon aus, dass die Schwebstoffe nur im Bereich von Stauhaltungen eine massgeblich bettbildende Wirkung entfalten. Dieser Umstand widerspiegelt sich in der mathematischen Beschreibung des physikalischen Modells, indem einerseits die Erhaltungsgleichungen für Suspension und Geschiebe getrennt formuliert werden und andererseits die Sohlenkote nur in der Kontinuitätsbedingung für das Geschiebe explizite aufscheint, das heisst direkt gekoppelt ist. Der Eintrag (resp. die Ablagerung) von suspendiertem Material in die Strömung wird in den Erhaltungsgleichungen über die Quellterme berücksichtigt und ist somit schwächer mit der Gerinneform gekoppelt.

Da der Transport der einzelnen Geschiebepartikel durch die Turbulenz des Fluids initiiert wird, ist die Bewegung grundsätzlich un stetig. Damit der Geschiebetransport als kontinuierlicher Prozess beschrieben werden kann, muss das für die Mas-

senbilanzierung betrachtete Elementarvolumen der Austauschschicht (siehe Figur 3.2) gewissen Anforderungen genügen. Die horizontale Ausdehnung muss grösser sein als die maximale Sprunglänge der einzelnen Partikel, denn nur so widerspiegelt der an der Volumenseite bestimmte Geschiebefluss qbx_k resp. qby_k den Austausch zwischen zwei benachbarten Zellen. Die Höhe des Elementarvolumens hm ist so zu wählen, dass die Kornverteilung an der Oberfläche der Sohle repräsentativ für das ganze Volumen ist. Jedes Partikel, das im Bereich des Elementarvolumens landet oder von dort in die Strömung eingetragen wird, verändert also die uniform angenommene Kornverteilung des ganzen Volumens. Im weiteren wird angenommen, dass alle Partikel einer bestimmten Kornklasse – unabhängig von ihrer Position im Volumen – gleich verfügbar sind. Zusammengefasst heisst das, dass die Massenbilanzgleichungen für den Geschiebetransport nicht für einen Punkt (inifinitesimales Volumen) sonder nur für ein endliches Elementarvolumen aufgestellt werden können.

3.4.2.1 Massenerhaltung für die einzelnen Kornklassen in der Austauschschicht

Die zeitliche Änderung der volumetrischen Anteile der einzelnen Kornklassen im Kontrollvolumen der Austauschschicht entspricht dem Nettofluss des Geschiebes über die Seitenflächen des Elementarvolumens sowie den Feststoffflüssen über deren Deck- resp. Grundfläche, die in den Quelltermen ausgedrückt werden. Unter der Annahme, dass die Dichte des Sedimentes konstant ist, kann die Massenerhaltungsgleichung wie folgt angesetzt werden:

$$(1 - p) \frac{\partial (\beta_k \cdot hm)}{\partial t} + \frac{\partial qbx_k}{\partial x} + \frac{\partial qby_k}{\partial y} + S_k - Sf_k - Sl_k = 0 \quad (3.8)$$

Mit der konstanten Porosität p repräsentiert der Ausdruck $(1 - p)hm$ das Volumen pro Einheitsfläche aller Sediment Partikel in der Austauschschicht. Die Kornverteilung wird durch die Variable β beschrieben. β_k bezeichnet das Verhältnis des Sedimentvolumens der Fraktion k zum Gesamtvolumen aller Feststoffe und widerspiegelt somit die Veränderung der Sohlenoberfläche bezüglich der Anteile der verschiedenen Korngrössen. Gleichung (3.8) wird deshalb in der englischen Literatur oft auch als "bed-material sorting equation" bezeichnet. Mit dem Quellterm Sl_k kann eine lokale Zugabe (z.B. Bergsturz) oder Entnahme (z.B. Baggerung) von Material spezifiziert werden.

Die Partikel einer gewissen Fraktion können sowohl als Geschiebe wie auch in Suspension transportiert werden. Der Austausch zwischen den beiden Transportarten ist ein kontinuierlicher Prozess, bei dem ständig Geschiebepartikel in die Strömung

eingetragen und gleichzeitig auch suspendierte Partikel abgelagert werden. Der Quellterm S_k beschreibt den Nettofluss von Sedimentpartikeln (Strömungseintrag minus Ablagerung) pro Einheitsfläche. Auf der linken Seite der Gleichung (3.8) wird der Term mit positivem Vorzeichen eingeführt. Falls der Strömungseintrag überwiegt, ist $S_k > 0$; in Bezug auf die Austauschschicht stellt dies eine Senke dar. In der Erhaltungsgleichung für die suspendierten Stoffe (siehe Gl. (3.11)), erscheint der gleiche Term mit negativem Vorzeichen.

Die Kote der Grundfläche der Austauschschicht ($z_{us1} = zb - hm$) verschiebt sich mit jeder Änderung der Sohlenoberfläche. Verlagert sich die Grundfläche nach unten, wird das Material der Unterschicht, das im allgemeinen aus einer anderen Kornverteilung besteht, Teil der Austauschschicht. Dieser "Materialfluss" wird mit dem Quellterm Sf_k beschrieben. Da es nicht möglich ist, die Grösse und Lage einzelner Partikel zu berücksichtigen, muss die Unterschicht in diskrete Bereiche unterteilt werden. Kriterium für die Wahl der Schichtstärke ist, dass das Feststoffmaterial der einzelnen Lagen durch eine uniforme Kornverteilung repräsentiert werden kann. Man postuliert also einen schichtartigen Aufbau des Untergrundes; ein Umstand, der oft auch für natürliche Verhältnisse charakteristisch ist.

3.4.2.2 Massenerhaltung für die einzelnen Kornklassen in der aktiven Unterschicht

Die Lage unmittelbar unter der Austauschschicht wird als aktive Unterschicht bezeichnet. Da ihre Deckfläche mit der Grundfläche der Austauschschicht identisch ist, ist die Kornverteilung βs_k in der aktiven Unterschicht anzupassen, wenn sich die Schichtgrenze nach oben bewegt. Der Grund dafür ist, dass bei einer Höhenzunahme der aktiven Unterschicht gleichsam Material in dieses Kontrollvolumen einfließt, von dem angenommen wird, dass es sich unmittelbar mit dem bestehenden Material durchmischt. (Voraussetzung der uniformen Kornverteilung). Wie man bei den späteren Betrachtungen zur Dicke der Austauschschicht hm erkennen wird, tritt dieser Fall jedoch nur unter sehr speziellen Bedingungen ein.

Mit der Beziehung $\sum_{k=1}^{nk} \beta s_k = 1$ kann die Massenbilanz der Sedimente aller Kornklassen für das Kontrollvolumen der aktiven Unterschicht wie folgt angeschrieben

werden

$$(1 - p) \frac{\partial (zb - hm - zus_2)}{\partial t} + \sum_{k=1}^{nk} Sf_k = 0 \quad (3.9)$$

Da sich die Lage der Grundfläche der aktiven Unterschicht nicht verändert, ergibt nur der Fluss über die Deckfläche Sf_k einen Beitrag für die zeitliche Änderung der Masse.

Die Dicke der Austauschschicht (hm), die Geschiebeflüsse (qbx_{x_k} , qbx_{y_k}) und die Quellterme (S_k , Sf_k) sind sogenannte sekundäre Variablen, die sowohl von der Strömung wie auch von den feststoffbezogenen Unbekannten abhängen. Die Konzepte und empirischen Beziehungen, die deren Beschreibung zugrundeliegen, werden im Abschnitt 3.5 vorgestellt.

3.4.2.3 Globale Massenerhaltung

Eine zu Gleichung (3.9) analoge Beziehung kann für alle Kontrollvolumen der Bodenschicht aufgestellt werden. Summiert man diese Gleichungen über die Tiefe, resultiert die globale Massenerhaltung für die Sedimente. Daraus erhält man direkt eine Bestimmungsgleichung für die Sohlenkote, wenn als Referenzkote die Grundfläche der untersten Lage der Unterschicht genommen ($zusi = 0$) wird.

$$(1 - p) \frac{\partial (zb)}{\partial t} + \sum_{k=1}^{nk} \left(\frac{\partial qbx_k}{\partial x} + \frac{\partial qby_k}{\partial y} + S_k - Sl_k \right) = 0 \quad (3.10)$$

In der Literatur wird diese Beziehung oft als Exner–Gleichung (EXNER, 1925) bezeichnet.

3.4.2.4 Massenerhaltung für die Schwebstoffe

Die Massenerhaltung für die einzelnen Kornklassen der suspendierten Feststoffe kann direkt aus Gleichung (3.2) abgeleitet werden.

$$\frac{\partial C_k h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(C_k q - h\Gamma \frac{\partial C_k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(C_k r - h\Gamma \frac{\partial C_k}{\partial y} \right) - S_k = 0 \quad (3.11)$$

Der Diffusionskoeffizient Γ wird oft proportional zur Wirbeldiffusion (Impulsaustauschkoeffizient) $\Gamma = \frac{v_t}{\sigma_t}$ angesetzt. Der Proportionalitätsfaktor (Schmidtzahl)

wird im allgemeinen zu $\sigma_t = 0.5$ angenommen (CELIK und RODI, 1984). In einem Fluss ist jedoch neben der molekularen und turbulenten Diffusion auch eine Längsdispersion wirksam und zwar als Folge der inhomogenen Geschwindigkeitsverteilung über die Abflusstiefe und quer zur Hauptflussrichtung. Beim Sedimenttransport wird die Dispersion noch zusätzlich vergrößert, weil die Konzentration der suspendierten Partikel über die Tiefe nicht konstant ist. Im tiefengemittelten Modell repräsentiert Γ also ganz verschiedene physikalische Prozesse und wird deshalb verallgemeinernd als Dispersionskoeffizient bezeichnet. Er lässt sich nur in wenigen Spezialfällen analytisch bestimmen und ist normalerweise wesentlich grösser als der reine Diffusionskoeffizient, wie er in dreidimensionalen Modellen verwendet wird. FISCHER et al. (1979) geben für die transversale Dispersion natürlicher Gerinne einen Wert von $\Gamma = 0.4 u_* h$ bis $0.8 u_* h$ an. Wird nur die turbulente Diffusion berücksichtigt (z.B. in einem geraden Kanal), reduziert sich der Wert auf $\Gamma = 0.13 u_* h$.

Die Grösse des Dispersionskoeffizienten Γ kann je nach Situation stark variieren. Oft wird er mit dem Argument vernachlässigt, dass die Längsdispersion, die sich als Folge der Speicherung der Partikel in der Austauschschicht ergibt, sowieso viel grösser sei. In einem fliessenden Gewässer mag dies zutreffen. Interessiert man sich aber beispielsweise für die Entwicklung des Deltas im Mündungsbereich eines Flusses, wo die Fliessgeschwindigkeit klein ist, kann der Dispersionsfluss den gleichen Umfang erreichen wie der Materialfluss, der sich aus der Konvektion ergibt.

Unter der Annahme, dass L eine charakteristische Länge des Ausbreitungsprozesses sei, kann aus Gleichung (3.11) eine Grössenordnung des konvektiven $[Cq/L]$ und dispersiven $[h\Gamma C/L^2]$ Transportes abgeleitet werden. Das Verhältnis von Konvektionsfluss zu Diffusionsfluss wird als Pécletzahl bezeichnet.

$$Pe = \frac{qL}{\Gamma h} = \frac{uL}{\Gamma} \quad \text{oder} \quad (3.12)$$

$$Pe = \frac{u^2 T}{\Gamma} \quad \text{falls mit } T=L/u \text{ eine typische Zeitskala abgeleitet wird.}$$

Ist die Pécletzahl gross (>4), wird der Transport durch die Konvektion dominiert, und der Wahl des Diffusionskoeffizienten kommt keine grosse Bedeutung zu. VESTED et al. (1992) geben als typische Werte für grosse Flüsse an: $u = 1$ m/s, $L = 1000$ m und $\Gamma = 50$ m²/s.

In mathematischen Modellen wird für die Länge L die Ausdehnung der Berechnungszelle verwendet. Man spricht dann von der sogenannten Zellen-Pécletzahl $Pe_{\Delta x}$. Diese dient dazu, die Länge des Rechen-Zeitschrittes abzuschätzen. Soll näm-

lich die numerische Diffusion wesentlich kleiner als die physikalische sein, muss gelten (MÜLLER, 1991a):

$$P_{\Delta x} \ll \frac{2}{\sigma} \quad \text{wobei} \quad \sigma = u \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad \text{und } u = \text{Fließgeschwindigkeit}$$

Probleme mit der numerischen Diffusion treten vor allem dann zu Tage, wenn puls-förmige Prozesse mit steilen Gradienten, deren Fronten sich nur über wenige Zeit- und Raumschritte ausdehnen, simuliert werden sollen. Dies trifft beispielsweise auf Verhältnisse zu, wie sie bei einem Chemieunfall auftreten können, wenn kontaminiertes Löschwasser in ein Fließgewässer geleitet wird. Bei den hier im Vordergrund stehenden Anwendungen ist diese Problematik von untergeordneter Bedeutung, da der Eintrag der suspendierten Partikel im allgemeinen (ausser bei einer Stauraumpülung) kontinuierlich und über einen längeren Zeitraum erfolgt.

Als Einschränkung sei hier noch erwähnt, dass Gleichung (3.11) nur gültig ist, solange das Wasser–Sedimentgemisch als homogenes Fluid betrachtet werden kann. Sind die Dichteunterschiede gross (z.B. bei einem Dichtestrom in einem See), können zutreffende Resultate nur mit einer dreidimensionalen Betrachtungsweise erzielt werden.

3.4.3 Randbedingungen

Das System der Erhaltungsgleichungen bildet ein sogenanntes Anfangs–/Randwertproblem, das nur unter Vorgabe von geeigneten Anfangs– und Randbedingungen gelöst werden kann. Für alle primären Unbekannten muss also für den Ausgangszustand ($t=0$) ein Wert definiert und ebenso für die ganze Zeitdauer der Simulation die Veränderung der primären Variablen am Rand des Berechnungsgebietes vorgeschrieben werden. Ob nur am Zuflussrand oder an allen Rändern eine Bedingung vorgegeben werden muss, hängt von der Situation und vom Gleichungstyp ab. Beschränken wir uns hier auf hyperbolische Gleichungssysteme (Impulsgleichung ohne die innere Reibung, Suspensionsgleichung ohne Diffusion), erhält man die entsprechenden Informationen aus der Bestimmung der Ausbreitungsgeschwindigkeit einer kleinen Störung und deren Richtung im Ort–Zeit–Raum.

Die grundsätzlichen Aspekte lassen sich am folgenden vereinfachten Gleichungssystem aufzeigen:

$$uh = q(t) \quad (\text{Kontinuität}) \quad (3.13)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} + g \frac{\partial zb}{\partial x} + R = 0 \quad (\text{Impuls; } R=\text{Reibung}) \quad (3.14)$$

$$\frac{\partial zb}{\partial t} + \frac{\partial qbx}{\partial x} = 0 \quad (\text{Feststoff-Kontinuität}) \quad (3.15)$$

$$qbx = f(u) \quad (\text{Geschiebetransport}) \quad (3.16)$$

Diese Beziehungen beschreiben also einen stationären, eindimensionalen Fall mit den unabhängigen Variablen x (Ort) und t (Zeit) und den abhängigen Variablen h (Abflusstiefe), u (mittlere Geschwindigkeit), zb (Sohlenkote) und qbx (Geschiebetransport). Die Beschränkung auf die Massen- und Impulserhaltung für das Wasser und die Massenerhaltung für das Sohlenmaterial ist angezeigt, weil die Ausbreitung der suspendierten Stoffe von der Strömung dominiert wird (Diffusion vernachlässigt) und deshalb nur von den Vorgaben an den Zuflussrändern abhängt.

Wir wollen uns hier auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c_3 einer Störung der Sohle konzentrieren, da die Ausbreitungsgeschwindigkeit $c_{1,2} = u \pm \sqrt{gh}$ von kleinen Störungen in Wasser bekannt und zudem eine Herleitung, die alle drei Geschwindigkeiten umfasst, wenig anschaulich ist (siehe CUNGE und PERDREAU, 1973).

Differenziert man Gleichung (3.13) nach x , kann in der Impulsgleichung $\partial h/\partial x$ eliminiert werden und man erhält

$$\frac{\partial u}{\partial x} \left(u - \frac{gq}{u^2} \right) + g \frac{\partial zb}{\partial x} = -R \quad (3.17)$$

Setzt man die Beziehung für den Geschiebetransport in Gleichung (3.15) ein, ergibt sich

$$\frac{\partial zb}{\partial t} + \frac{df(u)}{du} \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (3.18)$$

Wird nun Gleichung (3.17) nach $\partial u/\partial x$ aufgelöst und in (3.18) eingesetzt, erhält man

$$\frac{\partial zb}{\partial t} - \frac{df(u)}{du} \cdot \left[\frac{g}{u - \frac{gq}{u^2}} \right] \cdot \frac{\partial zb}{\partial x} = \frac{df(u)}{du} \cdot \left[\frac{R}{u - \frac{gq}{u^2}} \right] \quad (3.19)$$

und falls die Reibung vernachlässigt wird, eine reine Konvektionsgleichung.

$$\frac{\partial z b}{\partial t} - \frac{df(u)}{du} \cdot \left(\frac{g}{u - \frac{gq}{u^2}} \right) \cdot \frac{\partial z b}{\partial x} = 0 \quad (3.20)$$

Das Produkt vor der räumlichen Ableitung der Sohlenkote entspricht also gerade der Fortpflanzungsgeschwindigkeit c_3 einer Bodenwelle. Mit der Froudezahl $Fr = u/\sqrt{gh}$ umgeformt resultiert folgende Beziehung:

$$c_3 = \frac{u \frac{df(u)}{du}}{h(1 - Fr^2)} \quad (3.21)$$

Für schiessenden Abfluss ($Fr > 1$) wird c_3 negativ, das heisst eine Störung breitet sich entgegen der Fliessrichtung fort. Diesem Phänomen entspricht in der Natur die Bildung von Antidünen.

Wird c_3 in Gleichung (3.19) eingesetzt und das Reibungsgesetz von Chézy

$R = \frac{gv|v|}{C^2h}$ verwendet, ergibt sich:

$$\frac{\partial z b}{\partial t} + c_3 \cdot \frac{\partial z b}{\partial x} = -c_3 \left(\frac{v|v|}{C^2h} \right) \quad (3.22)$$

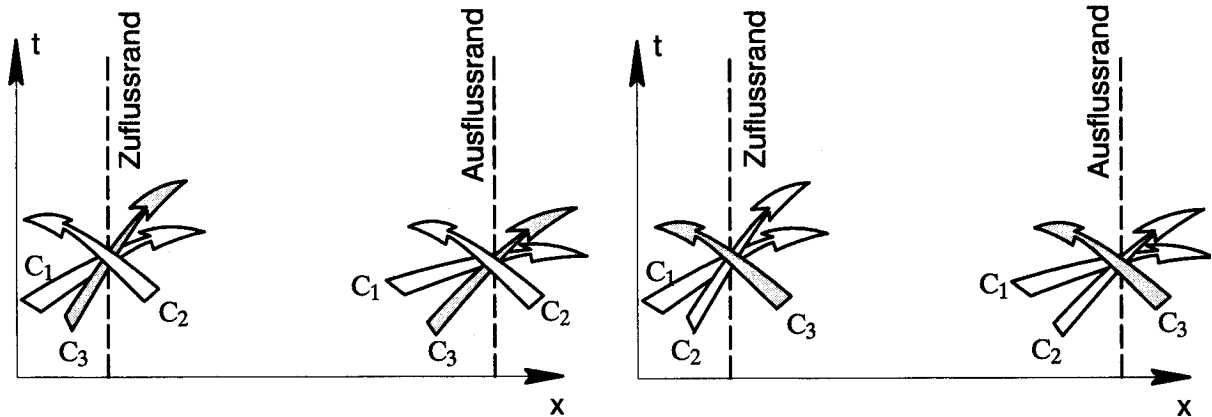
Die Ausbreitung einer kleinen Störung auf einer natürlichen Sohle lässt sich kaum eruieren, da sie von anderen Prozessen (z.B. Riffelbildung) überdeckt wird. DEVRIES (1966) konnte zeigen, dass die Geschwindigkeit c_3 aber auch für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit von grösseren Bodenformen, wie sie Riffel und Dünen darstellen, repräsentativ ist. DEVRIES' Untersuchungen ergaben, dass die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Bodenstörung im Rhein in den Niederlanden im Vergleich zur Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Hochwasserwelle um einen Faktor 10^5 kleiner ist. Bei diesen Verhältnissen verschiebt sich eine Düne also um etwa einen Kilometer pro Jahr. Da c_3 auch ein Mass für die Geschwindigkeit ist, mit der sich eine Flusssohle an veränderte hydraulische Bedingungen anpasst, wird klar, dass sich ein natürliches Gerinne kaum je in einem Gleichgewichtszustand befindet. Zudem lassen sich damit auch die oft grossen Abweichungen erklären, die sich ergeben, wenn in der Natur gemessene Transportkapazitäten mit Geschiebetransportformeln verglichen werden, die unter stationären Laborbedingungen entwickelt worden sind.

Wird die Menge aller Punkte, die eine Störung im Ort–Zeit–Raum durchläuft, aufgezeichnet, erhält man die charakteristische Fläche. Beschränken wir uns hier

aus Gründen der Anschaulichkeit auf den eindimensionalen Fall, reduziert sich die Fläche auf Linien, die als Charakteristiken bezeichnet werden. Die Anzahl der Bedingungen, die an einem bestimmten Punkt des Randes vorzugeben sind, ist nun gleich der Anzahl Charakteristiken, die beim betrachteten Punkt in das Berechnungsgebiet münden. Figur 3.3 zeigt schematisch den Verlauf der Charakteristiken

a) Fließzustand strömend

b) Fließzustand schiessend



Figur 3.3: Verlauf der Charakteristiken an den Rändern in einem eindimensionalen Modell.

an einem Zufluss- und Ausflussrand für strömende und schiessende Abflussverhältnisse. Demnach sind z.B. bei $Fr > 1$ am Zuflussrand zwei Randbedingungen für die Strömungsvariablen (h, q) und am Ausflussrand eine Randbedingung für die Sedimentvariable (z_b oder q_{bx}) vorzugeben. Im 2d-Fall bestimmt die Geschwindigkeitskomponente u_n der Grundströmung, die normal zum Rand steht, ob sich eine Störung in das Berechnungsgebiet fortpflanzen kann oder nicht. In der folgenden Tabelle sind die Anzahl Randbedingungen für alle Fälle zusammengestellt:

		Anzahl Randbedingungen (2d)		
		Hydraulik	Sedimentvariable	
			z_b, β_k	C_k
Zuflussrand	$ u_n < \sqrt{gh}$	2	1	1
	$ u_n > \sqrt{gh}$	3	0	1
Ausflussrand	$ u_n < \sqrt{gh}$	1	0	0
	$ u_n > \sqrt{gh}$	0	1	0

3.5 Empirische Schliessbedingungen

Um die Bilanzgleichungen zu formulieren, müssen zusätzliche Unbekannte eingeführt werden. Diese sogenannten sekundären Variablen sind aufgrund von konzeptionellen Überlegungen und empirischen Beziehungen – als Funktionen der primären Variablen – zu bestimmen.

3.5.1 Geschiebetrieb

Der Geschiebefluss qbx_k setzt sich aus drei Anteilen zusammen,

$$qbx_k = qbx_{xk} + qbx_{yk} + qbx_{gk} \quad (3.23)$$

wobei qbx_{xk} den Geschiebetransport der Strömung in x-Richtung, qbx_{yk} den seitlichen Transport der Strömung in y-Richtung – der sich aufgrund des Sohlengefälles in x-Richtung ergibt (siehe Figur 2.11)– und qbx_{gk} den rein gravitationsinduzierten Transport bezeichnet.

In den drei folgenden Abschnitten werden die Bestimmungsgleichungen für den Geschiebefluss in x-Richtung angegeben. Die Terme für die y-Koordinaten sind analog zu bestimmen.

3.5.1.1 Geschiebefluss aus Transport in Fliessrichtung

Der Geschiebetransport in Fliessrichtung qbx_{xk} wird quantitativ bestimmt, indem die Transportkapazität (Geschiebefluss unter Gleichgewichtsbedingungen), die sich aufgrund einer üblichen Gleichung ergibt, modifiziert wird.

Wie im Abschnitt "Transportformeln" bereits erwähnt, sind die in den Laborgerinnen bestimmten Transportkapazitäten unter der Bedingung gültig, dass das zu transportierende Material in unbeschränkter Menge zur Verfügung steht. Beim hier angewandten Konzept geht man davon aus, dass nur die Sedimentpartikel in der Austauschschicht bewegt werden. Das für den Transport zur Verfügung stehende Material einer gewissen Fraktion, ist also durch dessen Anteil β_k in der Austauschschicht zu limitieren.

Als weitere Modifikation wird die theoretische Transportkapazität mit einem Faktor multipliziert, mit dem der Anteil der Partikel, die in Suspension geraten, abgezogen

wird. Der Grund hierfür beruht auf dem Faktum, dass die Transportformeln unter Verhältnissen hergeleitet werden, bei denen der Geschiebetransport dominiert. In einem natürlichen Gerinne können Strömungsbelastung und Korngrösse über einen grossen Bereich variieren, sodass die meisten Partikel sowohl als Geschiebe wie auch in suspendierter Form transportiert werden können. VAN RIJN (1984b) hat aufgrund von theoretischen und experimentellen Untersuchungen einen Parameter φ bestimmt, der das Verhältnis von Geschiebe- zu Suspensionstransport beschreibt.

Die meisten Transportformeln wurden anhand von gleichförmigem Kornmaterial entwickelt und implizieren damit, dass alle Partikel gleich stark der Strömung ausgesetzt sind. Da natürliche Mischungen immer eine gewisse Graduierung aufweisen, muss die unterschiedliche Exposition der groben und feinen Körner berücksichtigt werden. Dies geschieht, indem die Transportkapazität der einzelnen Kornklassen mit einer Ausgleichsfunktion ξ_k "(hiding factor") multipliziert wird.

Mit diesen Korrekturen kann der durch die Strömung in x-Richtung bewirkte Geschiebefluss der Kornklasse k , wie folgt dargestellt werden:

$$qbx_{x_k} = \beta_k (1 - \varphi_k) \xi_k qb_k \quad (3.24)$$

Dabei bezeichne qb_k die Transportkapazität (z.B. nach Meyer-Peter, Formel (2.50)) für die Kornklasse mit dem Durchmesser d_k . Der Parameter, mit dem die Zuweisung zur Transportart gesteuert wird, wird als Funktion des Verhältnisses von Schubspannungs- zur Sinkgeschwindigkeit ausgedrückt (SPASOJEVIC und HOLLY, 1990a):

$$\begin{aligned} \varphi_k &= 0. & \text{für } \left(\frac{u_*}{w_k}\right) < 0.4 \\ \varphi_k &= 0.25 + 0.325 \ln\left(\frac{u_*}{w_k}\right) & \text{für } 0.4 \leq \left(\frac{u_*}{w_k}\right) \leq 10. \\ \varphi_k &= 1. & \text{für } \left(\frac{u_*}{w_k}\right) > 10. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Der Expositionscoeffizient ξ_k kann beispielsweise nach Gleichung (2.48) oder Gleichung (2.52) bestimmt werden.

3.5.1.2 Geschiebefluss normal zur Fliessrichtung

Der Geschiebetransport in x-Richtung, der durch die Strömung in y-Richtung bewirkt wird, kann entsprechend Gleichung (2.59) angesetzt werden: wobei sb_x das Sohlgefälle in x-Richtung bezeichnet.

$$qbx_{y_k} = \left[1.5 \sqrt{\frac{\tau_{bx,cr_k}}{\tau_{bx}}} sb_x \right] qby_{y_k} \quad (3.26)$$

3.5.1.3 Gravitationsinduzierter Geschiebefluss

Der Geschiebefluss, der sich als Folge einer Böschungsrutschung ergibt, hängt von der Diskretisierung und damit von der Einteilung des Berechnungsgebietes in Zellen ab. Da die dafür notwendigen Definitionen erst im nächsten Kapitel eingeführt werden, wird der gravitationsinduzierte Materialfluss dort behandelt.

3.5.2 Dicke der Austauschschicht

Mit der Dicke der Austauschschicht hm wird das Kontrollvolumen definiert, für das die Massenbilanz der einzelnen Kornklassen formuliert wird. Je nachdem, ob sich die Sohle im Erosionszustand oder in Auflandung befindet, wird die Dicke unterschiedlich bestimmt.

3.5.2.1 Sohle im Erosionszustand

Im Erosionszustand werden die Partikel an der Oberfläche der Sohle mit jenen der unmittelbar darunter liegenden Schicht durchmischt. Die Dicke der Austauschschicht wird so gewählt, dass angenommen werden darf, das Feststoffgemisch sei über die Tiefe des Kontrollvolumens homogen verteilt. Im Durchschnitt ist dann die Verfügbarkeit und die Exposition aller Partikel der einzelnen Kornklassen gleich. Zur Bestimmung der Dicke hm der Austauschschicht folgen wir hier einem Vorschlag von BENNET und NORDIN (1977), bei dem hm als Funktion der Erosionsrate angesetzt wird. Da die Transportrate mit zunehmender Grösse der Körner abnimmt, akkumulieren sich die gröberen Partikel an der Oberfläche der Sohle. Dieser Armierungseffekt bewirkt, dass die Erosionsrate Δzb abnimmt, weil die feineren Partikel unter der Deckschicht vor Erosion geschützt sind. Strebt die Erosionsrate gegen Null, bedeutet dies, dass auch hm zu Null wird. Um dies zu verhindern, haben

BORAH et al. (1982) folgenden Ansatz vorgeschlagen:

$$hm = c_{hm} \Delta z b + \frac{1}{nk} \frac{d_l}{1-p} \sum_{k=l} \beta_k \quad (3.27)$$

Der Wert von $\Delta z b$ entspricht dem im aktuellen Zeitschritt erodieren Material und d_l ist der Durchmesser der kleinsten Kornklasse, die nicht mehr transportiert werden kann (je grösser k , desto gröber das Korn). Der Wert von hm beeinflusst die Ergebnisse der Simulation nur dann, wenn der Geschiebetrieb bei aufgerissener Deckschicht durch die Verfügbarkeit des Materials limitiert ist; d.h. bei starker Erosion. Als unterer Grenzwert wird hier gemäss einem Vorschlag von Einstein $hm = 2d_{50}$ gesetzt. Nach oben wird hm durch die Höhe der grössten Bodenform begrenzt, und der Proportionalitätsfaktor wurde aufgrund von Literaturangaben zu $c_{hm} = 20$ angesetzt. Da diese Festlegungen meist auf konzeptionellen Überlegungen beruhen und kaum durch empirischen Untersuchungen belegt sind, ist im Zweifelsfall die Sensitivität der Dicke der Austauschschicht zu untersuchen.

3.5.2.2 Sohle im Auflandungszustand

Befindet sich das Gerinne in einem Auflandungszustand, wird die Sohle kaum durchmischt und das Sohlmaterial unmittelbar unter der zuletzt abgelagerten Schicht beeinflusst die Strömung nicht mehr. Das entsprechende Material müsste also aus der Austauschschicht entfernt und entweder der darunter liegenden Schicht zugeschlagen oder als neue eigenständige Unterschicht abgespeichert werden. Um die "Buchhaltung" der Schichten und das Aufdatieren der Zusammensetzung einfach zu halten, wird das abgelagerte Material der Austauschschicht zugeschlagen und angenommen, es werde mit dem darin befindlichen Material voll durchmischt. Die Kote der Grundfläche der Austauschschicht wird als konstant angenommen und der maximale Wert von hm entsprechend den Genauigkeitsansprüchen festgelegt, mit der eine spätere Erosion simuliert werden soll. Je kleiner hm ist, umso besser kann die Schichtung des Bodens aufgelöst werden. Ist hm grösser als die eigentliche Schichtstärke, wird die Kornverteilung gleichsam über die Tiefe "verschmiert". Damit wird unter Umständen der zeitliche Verlauf einer späteren Erosion verfälscht.

Wird mit n der bekannte Zeitschritt und mit $n+1$ der neu zu berechnende Zeit-

schritt bezeichnet, ergibt sich

$$hm^{n+1} = hm^n + \Delta zb \quad (3.28)$$

3.5.3 Quellterme der Feststoff–Massenbilanzen

Die Kopplung der Sedimentgleichungen erfolgt über die Quellterme, mit denen der Materialfluss über die Grund– resp. Deckfläche der Kontrollvolumen beschrieben wird. Da für die Formulierung der Bilanzgleichungen in der vertikalen drei Kontrollvolumen unterschieden werden und durch die Wasseroberfläche sowie die Grundfläche des untersten Kontrollvolumens kein Materialaustausch erfolgt, können nur durch die Grund– und Deckfläche der Austauschschicht Feststoffe “fließen”.

3.5.3.1 Fluss durch Grundfläche der Austauschschicht

Über die Grundfläche der Austauschschicht findet dann ein Materialfluss Sf_k statt, wenn sich entweder die Dicke hm der Schicht verändert oder wenn sich die Schicht als Ganzes nach unten (Erosion) oder nach oben (Auflandung) bewegt. Da sich dabei nicht eigentlich die Feststoffe bewegen, handelt es sich um einen scheinbaren Fluss, der sich durch die vertikale Verschiebung der gedachten Grundfläche ergibt. Die Grösse von Sf_k hängt also nicht nur von der Veränderung der Sohlenkote ab, sondern ist auch eng mit dem Konzept zur Bestimmung von hm verknüpft. Wenn von dem extrem seltenen Fall abgesehen wird, bei dem sich die Grundfläche auch im Erosionsfall nach oben bewegt (starker Abfall der Erosionsrate während eines Zeitschrittes), bestimmt sich der Quellterm für die Kornklasse k bei absinkender Grundfläche wie folgt:

$$Sf_k = - (1 - p) \frac{\partial}{\partial t} ((zb - hm) \beta s_k) \quad (3.29)$$

Da in diesem Fall die Feststoffe gleichsam von unten in das Kontrollvolumen einfließen, ist die Kornverteilung βs_k der Unterschicht massgebend. Im Auflandungsfall ist die Kornverteilung der Austauschschicht zu verwenden, weil bei ansteigender Grundfläche quasi das Material der Austauschschicht aus dem Kontrollvolumen

ausfließt. Es gilt dann

$$Sf_k = - (1 - p) \frac{\partial}{\partial t} ((zb - hm) \beta_k) \quad (3.30)$$

3.5.3.2 Austausch zwischen Suspensionszone und Sohle

Der Austausch zwischen der Gerinneberandung und der Suspensionszone wird über den Quellterm S_k geregelt. In einer Gleichgewichtssituation ist der Austausch von Partikeln zwischen der Suspensionszone und der Sohle ausgeglichen und der Quellterm S_k verschwindet. Überwiegt die Eintrags- oder Ablagerungsrate, erodiert die Sohle beziehungsweise landet sie auf. Der Quellterm der einzelnen Fraktion kann demnach wie folgt angeschrieben werden:

$$S_k = q_{e_k} - q_{d_k} \quad (3.31)$$

Die Ablagerungsrate (deposition) q_{d_k} wird durch die Gravitation dominiert. Es liegt deshalb nahe, q_{d_k} als Konvektionsfluss der Sinkgeschwindigkeit auszudrücken: $q_{d_k} = w_k C_{d_k}$. Die sohlennahe Konzentration C_{d_k} kann mit Hilfe der empirischen Beziehung (2.58) auf die tiefengemittelte Konzentration C_k bezogen werden.

Der Suspensionseintrag wird durch die sohlennahe Turbulenz induziert und kann als vertikaler Diffusionsfluss dargestellt werden: $q_{e_k} = - \Gamma_t \frac{\partial C_k}{\partial z}$. Da sowohl die turbulente Diffusivität Γ_t wie auch die sohlennahe Konzentration C_k schwierig zu bestimmen sind, haben viele Forscher (z.B. BENNETT und NORDIN, 1977) vorgeschlagen, q_{e_k} mit Hilfe von empirischen Beziehungen analog zu q_{d_k} anzusetzen. Berücksichtigt man noch, dass die Menge der einzutragenden Partikel von deren Verfügbarkeit in der Austauschschicht β_k begrenzt ist, ergibt sich $q_{e_k} = w_k \beta_k C_{e_k}$, wobei C_{e_k} zum Beispiel durch VAN RIJN's Beziehung (2.57) beschrieben werden kann.

Eingesetzt in Gleichung (3.31) ergibt sich dann:

$$S_k = w_k (\beta_k C_{e_k} - C_{d_k}) \quad (3.32)$$

3.6 Zusammenfassung

Um die Interaktion von Strömung, Feststofftransport und Gerinneformentwicklung mathematisch zu beschreiben, werden für die Strömung als unbekannte Variablen

der Wasserstand und die spezifischen Abflüsse in x- und y-Richtung (kartesischen Koordinaten) eingeführt. Die Feststoffe werden durch k Fraktionen repräsentiert. Als Unbekannte werden die Sohlenkote, die k Konzentrationen der suspendierten Stoffe und der volumetrische Anteil der einzelnen Fraktionen in der obersten Bodenschicht definiert. Insgesamt haben wir also $2k+4$ primäre Unbekannte ($h, q, r, zb, C_k, \beta_k$), die durch eine entsprechende Anzahl Bilanzgleichungen zu lösen sind.

Zur Bilanzierung der horizontal zweidimensionalen Erhaltungsgleichungen wird – im Grundriss gesehen – zwar immer das gleiche Elementarvolumen betrachtet, für die Herleitung der Gleichungen wird aber in der Vertikalen, je nach interessierender Variable, ein jeweils anderer Bereich als Kontrollvolumen definiert.

Damit lassen sich drei Gleichungen (1 Massen- und 2 Impulsgleichungen, (3.5)) für die Strömung und $2k+1$ "Sedimentgleichungen" aufstellen. Letztere umfassen die Massenerhaltung der k Fraktionen der suspendierten Stoffe, welche deren konvektive und diffusive Ausbreitung beschreibt (3.11), die Massenerhaltung für jede Kornfraktion in der Austauschschicht, um den Geschiebetransport und die Kornverteilung an der Sohlenoberfläche zu erhalten (3.8) sowie die globale Massenerhaltung über alle Bodenschichten zur Bestimmung der Änderung der Sohlenkote (3.10). In Vektorform aufgeschrieben, können die Bilanzgleichungen wie folgt zusammengefasst werden:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{g}}{\partial y} + \mathbf{s} = 0 \quad (3.33)$$

wobei sich die ersten drei Komponenten der Vektoren auf die Strömungsgleichungen und die restlichen auf die Sedimentgleichungen beziehen,

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} h \\ q \\ r \\ C_k h \\ (1-p)\beta_k \cdot hm \\ (1-p)zb \end{pmatrix} \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} qu + \frac{g}{2}h^2 - \frac{h}{\varrho}\tau_{xx} \\ qv - \frac{h}{\varrho}\tau_{xy} \\ C_k q - h\Gamma \frac{\partial C_k}{\partial x} \\ qbx_k \\ \sum_{k=1}^{nk} qbx_k \end{pmatrix} \quad \mathbf{g} = \begin{pmatrix} ru - \frac{h}{\varrho}\tau_{xy} \\ rv + \frac{g}{2}h^2 - \frac{h}{\varrho}\tau_{yy} \\ C_k r - h\Gamma \frac{\partial C_k}{\partial y} \\ qby_k \\ \sum_{k=1}^{nk} qby_k \end{pmatrix} \quad \mathbf{s} = \begin{pmatrix} -S \\ gh \partial_x zb + \frac{\tau_{bx}}{\varrho} \\ gh \partial_y zb + \frac{\tau_{by}}{\varrho} \\ -S_k \\ S_k - Sf_k - Sl_k \\ \sum_{k=1}^{nk} (S_k - Sl_k) \end{pmatrix}$$

$k=1,2,..nk$ nk =Anzahl Kornklassen, mit der die Feststoffe repräsentiert werden.

(3.34)

Das gekoppelte Gleichungssystem kann nur gelöst werden, wenn für alle primären Unbekannten geeignete Anfangs- und Randbedingungen vorgegeben werden.

Der Geschiebetrieb, die Dicke der Austauschschicht und die Quellterme der Sedimentgleichungen werden als sekundäre Variablen bezeichnet. Sie werden aufgrund von konzeptionellen Annahmen und empirischen Beziehungen als Funktionen der primären Variablen ausgedrückt. Die Auswertung der Funktionen bezüglich der Strömungsvariablen erfolgt aufgrund deren Werte im aktuellen Zeitschritt. Dort wo sich die empirischen Beziehungen auf die primären Sedimentvariablen beziehen, werden sie anhand deren Werte des vorhergehenden Zeitschrittes bestimmt. Im folgenden werden die wichtigsten Beziehungen nochmals zusammengestellt:

Geschiebetrieb: $qbx_k = qbx_{xk} + qbx_{yk} + qbx_{gk}$ (in x-Richtung)

Geschiebefluss in Fließrichtung:

$$qbx_{xk} = (1 - \varphi_k) \xi_k qb_k$$

$$\begin{aligned} \varphi_k &= 0. & \text{für } \left(\frac{u_*}{w_k}\right) < 0.4 \\ \varphi_k &= 0.25 + 0.325 \ln\left(\frac{u_*}{w_k}\right) & \text{für } 0.4 \leq \left(\frac{u_*}{w_k}\right) \leq 10. \\ \varphi_k &= 1. & \text{für } \left(\frac{u_*}{w_k}\right) > 10. \end{aligned}$$

$$qb_k = 5 \beta_k [\xi_k (\theta'_{dms} - \theta_{cm})]^{3/2} \sqrt{(s-1)g d_{ms}^3}$$

$$\xi_k = \left(\frac{d_k}{d_{ms}}\right)^{-a}$$

Geschiebefluss normal zur Fließrichtung:

$$qbx_{yk} = \left[1.5 \sqrt{\frac{\tau_{bx,crk}}{\tau_{bx}} s b_x} \right] qby_{yk}$$

Gravitationsinduzierter Geschiebefluss qbx_{gk} :
siehe Abschnitt (4.3.6)

Dicke der Austauschschicht:

bei Erosion:
$$hm = c_{hm} \Delta z b + \frac{1}{nk} \frac{d_l}{1-p} \sum_{k=l} \beta_k$$

bei Auflandung: $hm^{n+1} = hm^n + \Delta zb$

Fluss durch Grundfläche der Austauschschicht:

bei Erosion: $Sf_k = - (1 - p) \frac{\partial}{\partial t} ((zb - hm) \beta s_k)$

bei Auflandung: $Sf_k = - (1 - p) \frac{\partial}{\partial t} ((zb - hm) \beta s_k)$

Austausch zwischen Suspensionszone und Sohle: $S_k = w_k (\beta_k C_{e_k} - C_{d_k})$

Strömungseintrag: $C_{e_k} = 0.015 \frac{d_k}{a} \frac{T_k^{1.5}}{D_{*k}^{0.3}}$

Ablagerung $C_{d_k} = [3.25 + 0.55 \ln(\frac{w_k}{\kappa u_*})] C_k$

4 Numerisches Modell

4.1 Allgemeines

Als numerisches Modell wird hier das Verfahren und die Strategie, wie aus den Differential- bzw. Integralgleichungen diskrete algebraische Gleichungen gebildet und gelöst werden, bezeichnet.

Die bekanntesten numerischen Verfahren zur Lösung von partiellen Differentialgleichungen sind die Methoden der Charakteristiken, der Finiten-Differenzen (FD), der Finiten-Volumen (FV) und der Finiten-Elemente (FE). Je nach Anwendungsgebiet hat jedes Verfahren seine spezifischen Vor- und Nachteile. Die Charakteristiken-Methode wurde bis vor wenigen Jahren noch im Zusammenhang mit der Simulation von Transportprozessen (z.B. Schadstofftransport, GLASS und RODI, 1982; Suspensionstransport, SPASOJEVIC, 1989) eingesetzt. Heute werden aber auch bei diesen Problemstellungen andere Methoden bevorzugt (VREUGDENHIL und KOREN, 1993). Die FV-Methode unterscheidet sich von der FD-Methode, indem bei ersterer nicht die Differentialquotienten direkt approximiert werden, sondern von der Integral-Form der Gleichungen (vgl. Gleichung (3.4)) ausgegangen wird. Damit wird gewährleistet, dass die Diskretisierung konservativ ist (d.h. durch die Numerik keine zusätzlichen Quellterme eingeführt werden), da jeweils der Ausfluss aus einem Kontrollvolumen direkt den Zufluss zum benachbarten Volumen bildet. Die Entwicklung der letzten Jahre hat gezeigt, dass zur Lösung der Strömungs- und Transportgleichungen für praktische Anwendungen hauptsächlich FV- und FE-Verfahren verwendet werden. Der Vorteil der FE-Verfahren, dass sie besser an beliebig geformte Ränder angepasst werden können, kommt in natürlichen Gerinnen, wo sich die Uferlinie mit den Abflussverhältnissen verändert, nicht zum Tragen. Da die FV-Methode bei Anwendung auf strukturierten Gittern einen wesentlich kleineren Rechenaufwand verlangt und einfacher zu programmieren ist, wurde ihr hier der Vorzug gegeben. Ein allgemeine Diskussion über Vor- und Nachteile der einzelnen Verfahren findet sich bei (SCHÖNUNG, 1990) und ,auf die spezifische Problematik der naturnahen Gerinneströmung bezogen, bei (WENKA, 1992).

Die Differentialgleichungen werden anhand eines infinitesimalen Elementarvolumens hergeleitet. Wenn diese Gleichungen für die numerische Lösung in endlichen

Elementarvolumen durch diskrete Grössen in Raum und Zeit approximiert werden, entstehen Fehler, die sich je nach Methode unterschiedlich auswirken. Die Güte der einzelnen Verfahren wird unter anderem aufgrund der Genauigkeit (Abweichung zwischen exakter und numerischer Lösung), der Stabilität (Verstärkung von Oszillationen) und des Rechenaufwandes beurteilt. Es existiert keine Diskretisierungsmethode, die alle Kriterien gleichzeitig optimal erfüllen würde. Vereinfacht ausgedrückt heisst das zum Beispiel, dass ein stabiles Verfahren im allgemeinen relativ ungenau ist. Es geht also darum, für die aktuelle Aufgabenstellung einen bestmöglichen Kompromiss zu finden. Die Prozesse, die mit dem hier zu entwickelnden Computerprogramm simuliert werden, zeichnen sich durch eine starke Bandbreite der massgebenden Zeitskalen aus. Dies gilt sowohl für die internen (z.B. unterschiedliche Ausbreitungsgeschwindigkeit von Wasser- resp. Bodenwellen), wie auch für die externen Zeitskalen (z.B. unterschiedliche Dynamik im Ablauf einer Dammbrechwelle verglichen mit der Verlandung einer Flussmündung). Daraus ergibt sich, dass, je nach Prozess (Sediment- resp. Wassertransport) und Anwendungsfall, unterschiedliche Beurteilungskriterien im Vordergrund stehen. So wird die Genauigkeit, mit der eine Sohlenentwicklung vorhergesagt werden kann, hauptsächlich durch die Güte der empirischen Beziehungen bestimmt. Im Gegensatz dazu hängt die Präzision, mit der eine schwach fliessende Strömung dargestellt werden kann, in erster Linie von der Numerik ab. In Bezug auf die Anwendungsfälle ist beispielsweise festzustellen, dass bei der Simulation der Regelung einer Staukette die Genauigkeit das wichtigste Kriterium ist, das es zu erfüllen gilt, während bei einer Dammbrechrechnung die numerische Stabilität für die Wahl des Schemas bestimmend sein wird. Bei diesem weitgefächerten Anforderungskatalog ist zu erwarten, dass, je nach Prozess und Anwendungsfall, mit unterschiedlichen Ansätzen optimale Resultate zu erzielen sind. In der vorliegenden Arbeit wurde die Lösungsmethode so gewählt, dass keine Probleme mit der numerischen Stabilität zu erwarten sind und der Rechenaufwand sich in einem für praktische Anwendungen vernünftigen Rahmen hält. Das erste betrifft vor allem das Rechenschema, während die Rechenzeit vor allem durch die Lösungsstrategie beeinflusst werden kann.

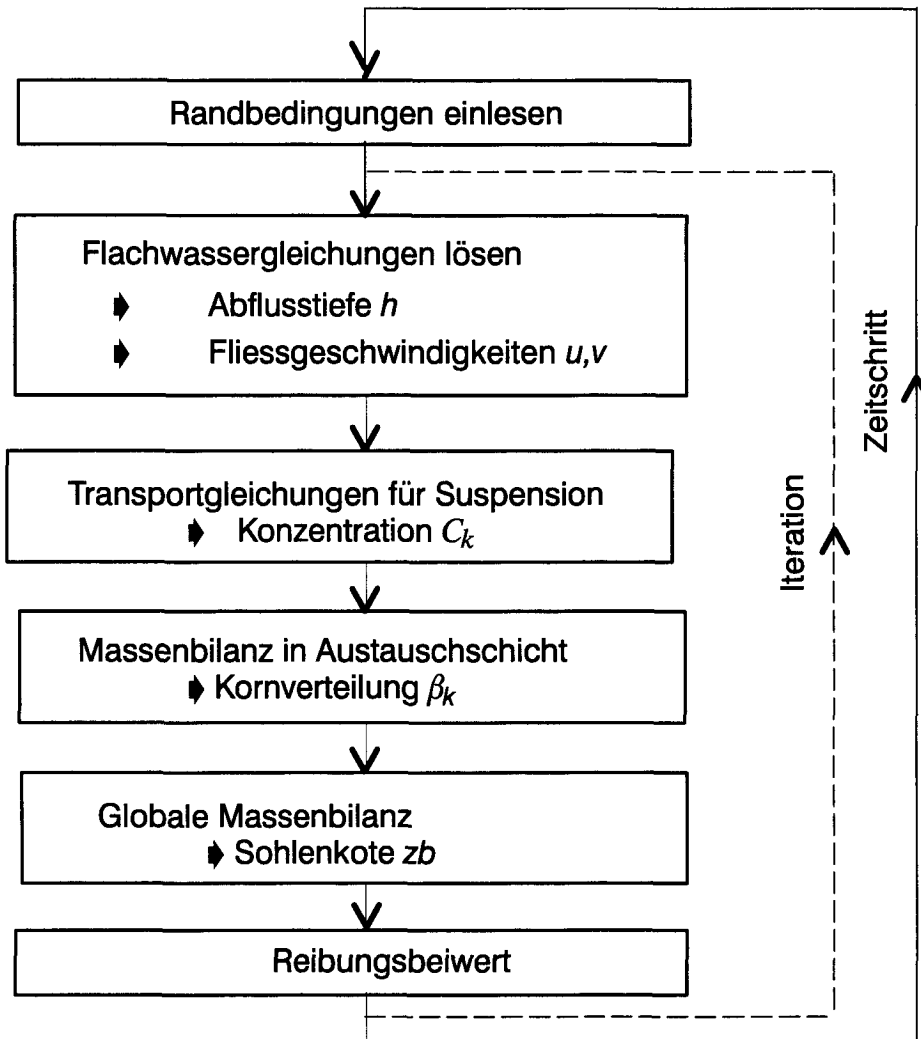
4.2 Lösungsstrategie

In der Realität beeinflussen sich die im *Kapitel 3* beschriebenen physikalischen Prozesse gegenseitig, da sie direkt miteinander gekoppelt sind. In der mathematischen Beschreibung drückt sich dies aus, indem die einzelnen Gleichungen – die ja jeweils nur eine bestimmte physikalische Grösse bilanzieren – über gemeinsame Variablen verknüpft sind. Es stellt sich nun die Frage, wieweit sich die Kopplung der mathematischen Beziehungen in der Numerik widerspiegeln muss. Sind die Glei-

chungen über primäre Variablen verknüpft (z.B. Kopplung der Kontinuitätsgleichung mit den Impulsgleichungen über Abflusstiefe und Geschwindigkeiten), ist eine direkte Beeinflussung gegeben. Erfolgt die Verknüpfung über sekundäre Variablen, ist der Einfluss gleichsam gefiltert und damit weniger stark (die globale Massenerhaltung zur Bestimmung der Sohlenkote zum Beispiel ist mit den Strömungsgleichungen nur über eine Geschiebtriebsformel verbunden). Zudem wird in diesem Fall die Relevanz der Kopplungsfrage durch die Zuverlässigkeit der empirischen Beziehung überdeckt. Ein weiterer Aspekt, den es in diesem Zusammenhang zu berücksichtigen gilt, ist die Adaptionsgeschwindigkeit mit der sich die Änderung einer Variablen auf die anderen gesuchten Grössen überträgt. So drückt sich zum Beispiel eine Veränderung der Strömungsgeschwindigkeit praktisch unverzögert auf die Abflusstiefe aus, währenddem die Sohlenkote auf eine solche Störung nur sehr langsam reagiert. Die Art und Weise der Kopplung ist deshalb von Bedeutung, weil eine simultane Lösung aller Gleichungen zu einem unpraktikablen Rechenaufwand führen würde. Im Modell von SPASOJEVIC und HOLLY (1990b), bei dem die Strömungs- und Sedimentgleichungen je für sich simultan gelöst werden, hat sich der Rechenaufwand durch den Sedimentmodul um das 25-Fache erhöht. Und dies obwohl das Sedimentgemisch mit nur zwei Korngrössen repräsentiert worden ist.

Mit der Lösungsstrategie wird festgelegt, welche Gleichungen numerisch gekoppelt werden. Die Kopplung kann entweder iterativ oder direkt – das heisst simultan – erfolgen. Bei der simultanen numerischen Lösung werden alle diskreten Unbekannten zu einem einzigen algebraischen Gleichungssystem zusammengefasst, das, bei den hier im Vordergrund stehenden Anwendungen, mehrere zehntausend Gleichungen umfassen kann. Neben dem grossen Rechenaufwand hat dieses Vorgehen zum Nachteil, dass numerische Probleme nur sehr schwer zu lokalisieren und analysieren sind. Hier wurde deshalb ein iterativer Ansatz gewählt (siehe Figur 4.1).

Dabei werden in einem ersten Schritt die Strömungsgleichungen simultan gelöst und anschliessend die Sedimentgleichungen (bei festgehaltenen Strömungsvariablen) in sequentieller Folge abgearbeitet. Dieses Vorgehen ist dann zulässig, wenn innerhalb des betrachteten Zeitschrittes die Rückwirkungen der Sedimentvariablen auf die Fliessgeschwindigkeit und die Abflusstiefe klein sind. Bei grösseren Zeitschritten kann die Kopplung der Gleichungen durch Iteration sichergestellt werden. Die Länge des Zeitschrittes wird durch die charakteristischen Geschwindigkeiten, mit der sich Störungen im Berechnungsgebiet ausbreiten, begrenzt. Da sich Änderungen der Strömungsvariablen um grössenordnungen schneller ausbreiten als jene der Sedimentvariablen (siehe Abschnitt 3.4.3), kann im allgemeinen auf eine Iteration verzichtet werden.



Figur 4.1: Flussdiagramm zur Lösungsstrategie

Die Sedimentgleichungen sind über die Quellterme mittels empirischer Beziehungen miteinander verknüpft. Ein simultanes Lösen dieser Gleichungen drängt sich aber nicht auf, da die primären Sedimentvariablen hauptsächlich von der jeweiligen Bestimmungsgleichung und der Strömung dominiert werden und nur indirekt (via Strömung) von den anderen Sedimentvariablen.

4.3 Rechenschema

4.3.1 Allgemeines

Die Bilanzgleichungen beschreiben die gesuchten Größen als Funktion der unabhängigen Variablen (x, y, t) , das heisst der Raum- und Zeitkoordinaten. Um die

Gleichungen zu lösen, werden den unabhängigen Variablen feste Werte zugewiesen, so dass die Differential– resp. Integralgleichungen mit Hilfe der Anfangs– und Randbedingungen in diskrete algebraischen Gleichungen umgeformt werden können. Das Verfahren, mit dem die einzelnen Terme abgebildet werden, wird hier als Rechenschema oder Diskretisierung bezeichnet.

Zuerst wird nun anhand der eindimensionalen Exner–Gleichung (3.10) auf einige grundsätzliche Aspekte der Diskretisierung eingegangen und anschliessend die aktuelle Umsetzung in Bezug auf die Strömungs– und Transportgleichungen beschrieben.

4.3.2 Grundsätzliche Aspekte von numerischen Verfahren

4.3.2.1 Lineare Wellengleichung

Ausgangspunkt ist die Gleichung für die globale Massenerhaltung der Feststoffe. Unter der Annahme, dass ausschliesslich Geschiebetrieb von Einheitskorn auftritt, gilt bei eindimensionalen Verhältnissen:

$$c_p \frac{\partial zb}{\partial t} + \frac{\partial qs}{\partial x} = S_l \quad (4.1)$$

Die Sohlenkote zb und der Sedimenttransport qs variieren in Raum und Zeit. qs ist zudem eine Funktion einiger materialspezifischer Parameter und der Strömungsgeschwindigkeit, wobei bei einem entkoppelten Ansatz die letzteren Werte als aus der Hydraulik bekannt vorausgesetzt werden können. Der Faktor $c_p = (1 - p)$ wird als konstant angenommen. Mit S_l wird eine lokale Zugabe oder Entnahme von Feststoffen bezeichnet.

Wird in Gleichung (4.1) der Quellterm weggelassen, kann sie, wie in Abschnitt 3.4.3 gezeigt wurde, in der Form einer linearen Wellengleichung (Advektions–Gleichung) mit einem Dämpfungsterm (Reibung) dargestellt werden. Anhand dieser Modellgleichung

$$c_p \frac{\partial zb}{\partial t} + c_3 \frac{\partial zb}{\partial x} = -a \quad , \quad a \geq 0 \quad (4.2)$$

lassen sich die grundsätzlichen Probleme, die sich bei der mathematischen und numerischen Beschreibung von Erhaltungsgleichungen ergeben, aufzeigen. Wird für

den Geschiebetrieb eine vereinfachte Meyer–Peter–Formel verwendet (ohne τ_{cr}), ergibt sich $qs(v) = A \cdot v^4/h$ (LAURSEN, 1956). Der Faktor A ist eine empirische Konstante. Eingesetzt in Gleichung (4.2) erhält man damit für die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer kleinen Bodenwelle den folgenden Betrag

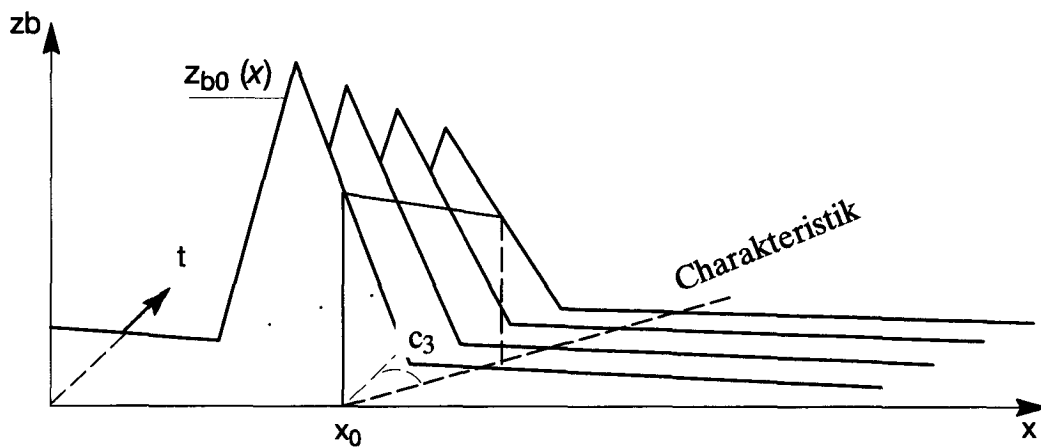
$$c_3 = \frac{4Av^4}{h^2(1 - Fr^2)} \quad , \quad (4.3)$$

wobei v die Strömungsgeschwindigkeit, h die Abflusstiefe und Fr die Froudzahl bezeichne.

In einer stationär gleichförmigen Strömung ist $c_3 = \text{konstant}$ und die Lösung von Gleichung (4.2) ergibt sich mit der Anfangsbedingung $zb(x, 0) = zb_0(x)$ zu:

$$zb(x, t) = zb_0\left(x - \frac{c_3}{c_p}t\right) - \frac{a}{c_p}t \quad \text{für } t \geq 0 \quad (4.4)$$

Das heisst, dass sich das ursprüngliche Sohlenprofil stromabwärts verschiebt (Figur 4.2). Entlang jedes Strahls $x - \frac{c_3}{c_p}t = \text{konst.} = x_0$ (Charakteristik) nimmt



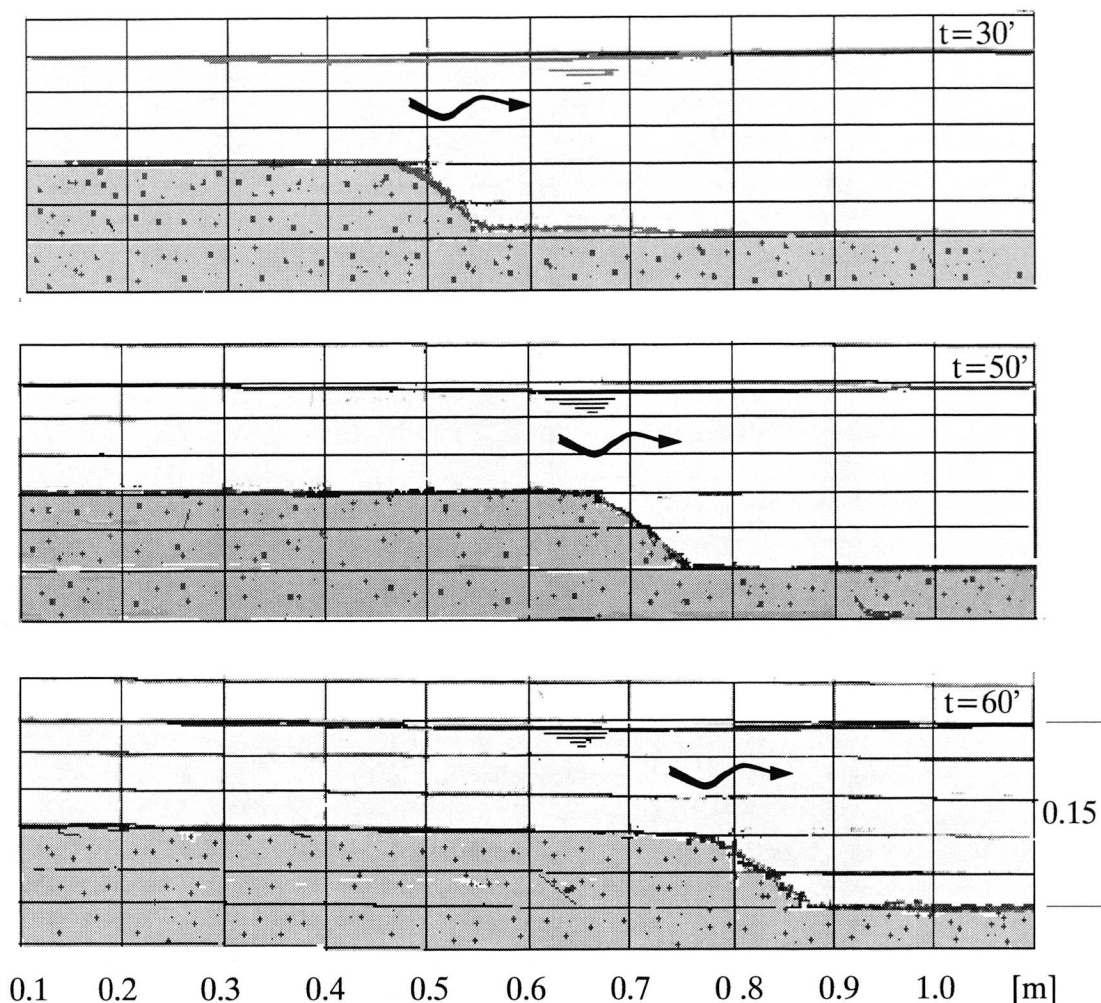
Figur 4.2: Lösung der Exner–Gleichung bei Normalabfluss.

die Lösung linear ab. Würde man die Reibung vernachlässigen, bliebe die ursprüngliche Form $zb_0(x)$ erhalten. Eine analytische Lösung der Exner–Gleichung ist nur für diesen einfachen Fall bei Normalabfluss und uniformem Kornmaterial möglich. Bei ungleichförmigem und instationärem Abfluss auf einer beweglichen Sohle, die aus einer Mischung von verschiedenen Korngrößen besteht, muss die Lösung numerisch gefunden werden. Da numerische Lösungen immer nur Näherungen der exakten Lösung sind (d.h., die gefundenen Resultate befriedigen eine Gleichung, die mit der ursprünglichen nicht identisch ist), stellen sich Fragen bezüglich Genau-

igkeit, Stabilität und Konvergenz der verwendeten Diskretisierungsmethode, auf die im weiteren kurz eingegangen wird.

4.3.2.2 Ausbreitung von Diskontinuitäten

Eine wesentliche Schwierigkeit bei der numerischen Lösung von Differentialgleichungen – oder genauer von hyperbolischen Erhaltungsgleichungen – ist darauf zurückzuführen, dass die Lösung differenzierbar sein muss, was bei Diskontinuitäten nicht der Fall ist. Diskontinuitäten (Schocks) bilden sich unter gewissen Bedingungen auch beim Transport von Geschiebe. Figur 4.3 zeigt eine Diskontinuität in



Figur 4.3: Ausbreitung einer Diskontinuität in der Sohle, Versuche von NEEDHAM und HEY (1990).

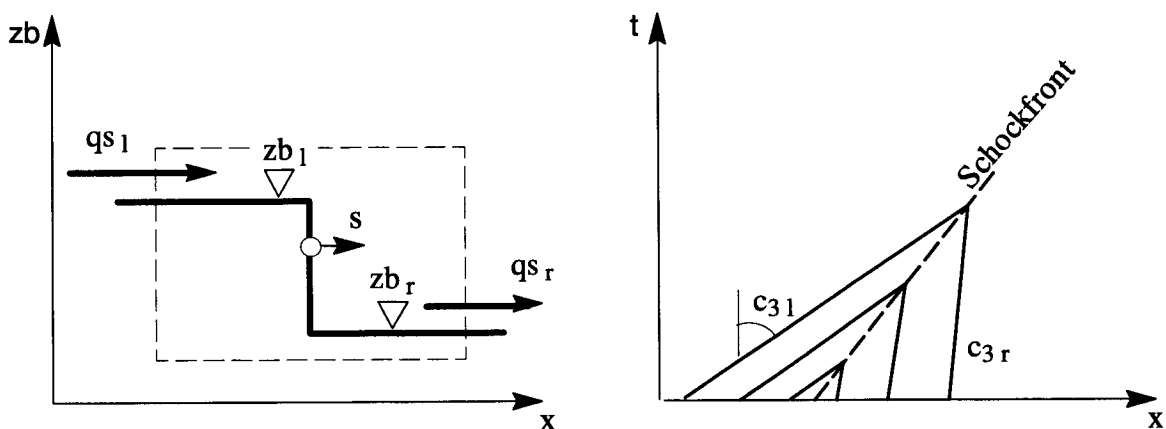
der Sohle, wie sie entsteht, wenn – ausgehend von einem Gleichgewichtszustand – am oberen Ende der Versuchsrinne die Sedimentzugabe plötzlich erhöht wird. Das

dazu analoge Phänomen ist der wandernde Wassersprung, der sich bei der Ausbreitung einer Dammbrechwelle ausbilden kann. Würde man die Sedimentzufuhr plötzlich verkleinern, ergäbe sich eine sogenannte Expansionswelle. Dies entspräche dann der Sunk-Welle, wie sie bei einem Dammbrech im aufgestauten See beobachtet werden kann.

Die Diskontinuität entsteht dort, wo sich die Charakteristiken schneiden. In Figur 4.4 ist die Ausbreitung einer Diskontinuität im Raum-Zeit Diagramm schematisch dargestellt. In diesem Fall sind die Charakteristiken gerade Linien (entspricht dem quasi stationären Zustand bei der Versuchsreihe von NEEDHAM und HEY) und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit s ergibt sich aus dem Mittel der charakteristischen Geschwindigkeit links und rechts des Schocks. Im allgemeinen sind die charakteristischen Geschwindigkeiten jedoch nicht konstant und die Geschwindigkeit s der Schockfront wird dann anhand einer Kontinuitätsbetrachtung für ein Kontrollvolumen, das den Schock umfasst, bestimmt. Bei der mathematischen Beschreibung des Geschiebetransports spielen also neben der Bewegung der einzelnen Feststoffpartikel auch die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer kleinen Störung sowie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer Schockfront eine Rolle.

$$s = \frac{c_{3l} + c_{3r}}{2} \quad \text{falls } c_3 = \text{konst.} \quad (4.5)$$

$$s = \frac{qs(zb_l) - qs(zb_r)}{c_p(zb_l - zb_r)} \quad \text{falls } c_3 \neq \text{konst.} \quad (4.6)$$



Figur 4.4: Ausbreitung eines Schocks:

a) Definitionsskizze

b) Trajektorie der Schockfront im Raum-Zeit Diagramm.

Je nach verwendetem Verfahren ergibt die numerische Simulation dieser Prozesse unterschiedliche Resultate. Die Lösung der Exner-Gleichung bietet im allgemei-

nen keine speziellen numerischen Probleme, da sich Störungen im Vergleich zur Strömungsgeschwindigkeit nur sehr langsam ausbreiten und deshalb stark gedämpft werden. Um die grundsätzlichen Aspekte der numerischen Verfahren und die Unterschiede der verschiedenen Rechenschemas besser veranschaulichen zu können, werden deshalb in Figur 4.5 Lösungen der Transportgleichung für die suspendierten Stoffe gezeigt.

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = 0 \quad (4.7)$$

mit Anfangsbedingung: $C(x, 0) = 1$ für $0 \leq x \leq 0.3$

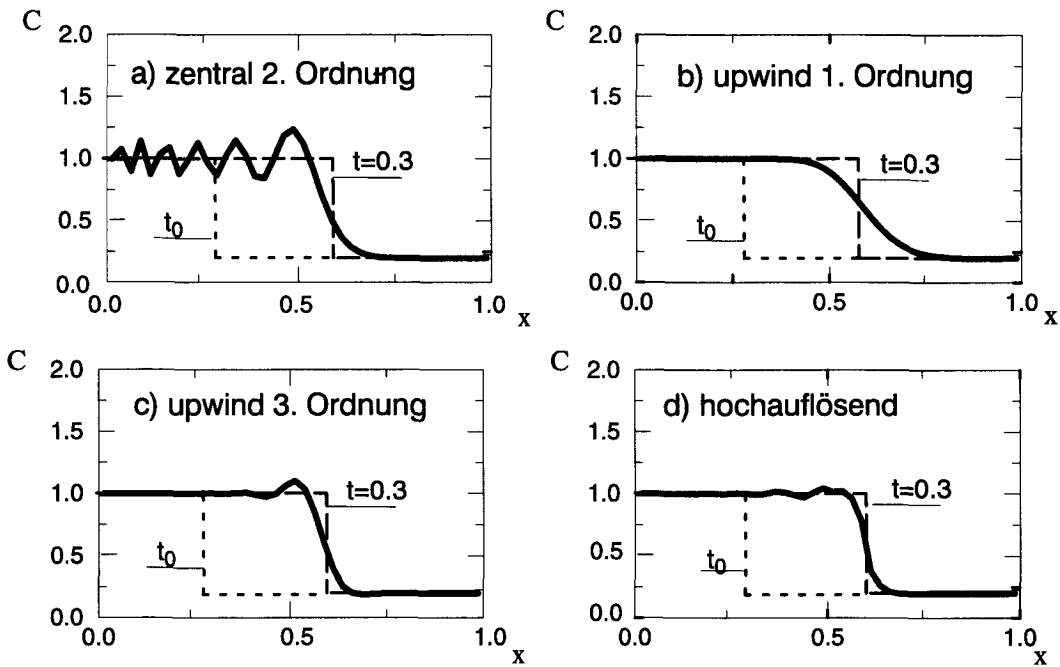
$C(x, 0) = 0.2$ für $0.3 \leq x \leq 1.0$

und Randbedingung: $C(0, t) = 1.0$ und $u(0, t) = \text{konst.} = 1.0$

Diese Gleichung ist formal analog zur Gleichung für den Geschiebetrieb, wenn in (4.2) der Dämpfungsterm weggelassen und der Koeffizient für die Porosität $c_p = 1$ gesetzt wird.

4.3.2.3 Einfluss der Interpolation auf die Bestimmung der Flüsse

Beim zentralen Rechenschema werden die Flüsse über die Zelleseite aus dem arithmetischen Mittel der benachbarten Elemente bestimmt. Die numerische Diffusion, das heisst das "Verschmieren" der Diskontinuität, ist bei diesem Verfahren klein, aber es neigt dazu, Oszillationen zu verstärken und ist deshalb für die meisten praktischen Anwendungen unbrauchbar (Figur 4.5 a). Solche Instabilitäten werden bei sogenannten Upwind-Verfahren gedämpft, indem zusätzliche numerische Flüsse eingeführt werden (entspricht einer künstlichen Diffusion), die die Richtung der Informationsausbreitung berücksichtigen. Beim Upwind-Verfahren 1. Ordnung ist die numerische Diffusion erwartungsgemäss sehr ausgeprägt (Figur 4.5 b). Der Vorteil dieser einfachen Methode ist, dass sie in jedem Fall stabil ist. Durch Variablextrapolation kann die Ordnung und damit die Genauigkeit erhöht werden (Figur 4.5 c). Wird das Rechengitter verfeinert und/oder die räumliche Ordnung zusätzlich erhöht, kann die analytische Lösung der Gleichung beliebig genau angenähert werden (Figur 4.5 d). Die bessere Genauigkeit wird aber immer durch einen grösseren Programmier- und Rechenaufwand erkauft, weshalb je nach Gleichungstyp und Anwendung unterschiedliche Verfahren zur Anwendung kommen. Die in Figur 4.5 angesprochenen Methoden unterscheiden sich nur bezüglich der räumlichen Diskretisierung. Im folgenden werden nun die einzelnen Verfahren anhand der Exner-Gleichung und der Transportgleichung für die suspendierten Stoffe diskutiert.



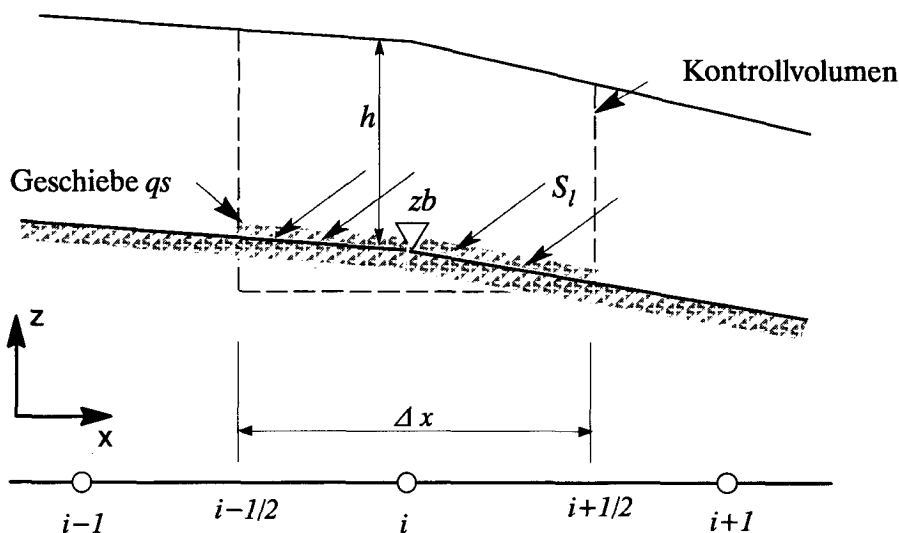
Figur 4.5: Numerische Simulation der Fortpflanzung einer Diskontinuität. Vergleich zwischen analytischer Lösung (gestrichelt) und verschiedenen Rechen-schemas. Analytische Lösung analog (4.4) $\blacktriangleright C(x,t)=C_0(x-ut)$

4.3.2.4 Finite-Volumen Verfahren: Integration über ein Kontrollvolumen gezeigt am Beispiel der Exner-Gleichung

Da beim Auftreten von Diskontinuitäten die differentielle Form der Gleichungen nicht gültig ist (COURANT und HILBERT, 1970), wird beim FV-Verfahren von der Integralform der Bilanzgleichungen ausgegangen. Die Form der diskreten Gleichungen hängt von der Anordnung des Kontrollvolumens ab, über das integriert wird. Bei der hier angewandten Zellenmittelpunkt-FVM werden die gesuchten Größen im Zentrum der Berechnungszellen angeordnet (Figur 4.6). Die Integration der Exner-Gleichung über ein Kontrollvolumen und über ein Zeitintervall von t zu $t+\Delta t$ führt dann zu folgender Gleichung:

$$c_p \int_t^{t+\Delta t} \int_{i-1/2}^{i+1/2} \frac{\partial z b}{\partial t} dx dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{i-1/2}^{i+1/2} \frac{\partial q s}{\partial x} dx dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_{i-1/2}^{i+1/2} S_l dx dt \quad (4.8)$$

Die Bilanzgleichung kann nur für diskrete Punkte in Raum und Zeit gelöst werden.



Figur 4.6 Kontrollvolumen für die räumliche Integration der Exner-Gleichung und Diskretisierungsgitter bei einer eindimensionalen Betrachtung.

Im eindimensionalen Fall wird dazu die x,t -Ebene in ein Gitter mit den Maschenweiten Δx und Δt aufgeteilt, wobei Δx und Δt variabel sein können. Für $\Delta x = \text{konst.}$ und $\Delta t = \text{konst.}$ ist ein diskreter Gitterpunkt (x_i, t_n) gegeben durch

$$\begin{aligned} x_i &= i\Delta x, & i &= \dots, -1, 0, 1, 2, \dots \\ t_n &= n\Delta t, & n &= 0, 1, 2, \dots \end{aligned}$$

Im Beispiel von Gleichung (4.8) wird die exakte Lösung in den Gitterpunkten mit $zb(x_i, t_n)$ oder abgekürzt mit zb_i^n bezeichnet. Die sich aufgrund der Diskretisierungsgleichungen den Gitterpunkten zugeschriebenen Lösungen sind eigentlich Näherungen an einen Zellendurchschnitt von $zb(x, t_n)$, der wie folgt definiert wird:

$$\bar{zb}_i^n = \frac{1}{\Delta x} \int_{i-1/2}^{i+1/2} zb(x, t_n) dx \quad (4.9)$$

Da die Zeit eine sogenannte "one-way" Koordinate ist (PATANKAR, 1980), erhält man die Lösung der Exner-Gleichung, indem von einem gegebenen Anfangszustand ausgehend, die Sohlenlagen sukzessive für alle gewünschten Zeitpunkte bestimmt werden. In einem typischen Zeitschritt stellt sich also die Aufgabe: Gegeben sind die Werte von zb in den Gitterpunkten zum Zeitpunkt t , suche die Werte zum Zeitpunkt $t + \Delta t$.

Die Notation erfolgt im weiteren nach der Regel, dass mit der Grossschreibung von Zb die Näherungslösung von der exakten Lösung zb unterschieden wird, und die bekannten Werte zum Zeitpunkt t mit dem Superscript n und die gesuchten zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ mit $n+1$ bezeichnet werden.

Der Geschiebetrieb wird als Funktion der unabhängigen Variablen x und t betrachtet, wobei bei einem entkoppelten Ansatz der Wert $qs=G(v,h)$ aus den vorgängig bestimmten hydraulischen Grössen ermittelt werden kann. Damit erhält man für ein Kontrollvolumen um den Punkt i (Figur 4.6) und unter Beachtung von (4.9) für den ersten Term von Gleichung (4.8)

$$c_p \int_{i-1/2}^{i+1/2} \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial zb}{\partial t} dt dx \approx c_p \Delta x (Zb_i^{n+1} - Zb_i^n) \quad (4.10)$$

wobei die Sohlenkote Zb_i im Punkt i die mittlere Sohlenlage der Zelle repräsentiert.

Integriert man $\frac{\partial qs}{\partial x}$ über die Zelle (Δx) ergibt der zweite Term von (4.8)

$$\int_t^{t+\Delta t} (qs_{i+1/2} - qs_{i-1/2}) dt \quad (4.11)$$

und für den lokalen Zufluss wird $\int_{i-1/2}^{i+1/2} S_l dx = S_{l_i} \Delta x$ gesetzt.

Um die Integrale über die Zeit auswerten zu können, muss eine Annahme darüber getroffen werden, wie $qs_{i+1/2}$, $qs_{i-1/2}$ und S_{l_i} zwischen den Zeitpunkten t und $t+\Delta t$ variieren. Mit dem Ansatz

$$\int_t^{t+\Delta t} qs_{i+1/2} dt = [\theta qs_{i+1/2}^{n+1} + (1 - \theta) qs_{i+1/2}^n] \Delta t, \quad (4.12)$$

wobei θ ein Gewichtungsfaktor zwischen 0 und 1 ist, wird eine lineare Verteilung postuliert. Analoge Ansätze sollen für die übrigen Integrale gelten.

Nach der gesuchten Grösse aufgelöst, erhält man damit folgende Beziehung :

$$Zb_i^{n+1} = Zb_i^n + \frac{\Delta t}{c_p \Delta x} [\theta (Qs_{i-1/2}^{n+1} - Qs_{i+1/2}^{n+1} + S_i^{n+1}) + (1 - \theta)(Qs_{i-1/2}^n - Qs_{i+1/2}^n + S_i^n)] \quad (4.13)$$

Im einfachen Fall der Exner-Gleichung, die ja bereits in konservativer Form vorliegt, hätte man dasselbe Resultat auch erhalten, wenn die Differentialgleichung direkt durch finite Differenzen approximiert worden wäre.

Die verschiedenen Diskretisierungsverfahren der Finite-Volumen-Methode unterscheiden sich nun einerseits in der Zeitdiskretisierung und andererseits in der Art und Weise, wie der Fluss über die Zelleseite bestimmt wird.

4.3.3 Zeitintegration

In Gleichung (4.13) ist die Sohlenkote zum Zeitpunkt $n+1$ für alle $\theta > 0$ sowohl von den bekannten Werten zum Zeitpunkt n wie auch von den unbekannt Werten zum Zeitpunkt $n+1$ abhängig. Es führt letztlich zu einem implizites Gleichungssystem, das alle Zellen umfasst. Dessen Lösung verursacht bei praktischen Anwendungen einen beträchtlichen Rechenaufwand. Zudem ist der Programmieraufwand gross und bei numerischen Schwierigkeiten gestaltet sich die Fehlersuche aufwendig. Der Vorteil dieser Methode ist aber, dass mit relativ grossen Zeitschritten gerechnet werden kann.

Die maximal zulässige Zeitschrittlänge ist von der Fortpflanzungsgeschwindigkeit einer kleinen Störung abhängig. Da die Ausbreitungsgeschwindigkeiten von Störungen in Wasser viel grösser sind als jene in der Sohle, wird die maximale Zeitschrittlänge durch die Strömungsgleichungen determiniert. Werden für alle Gleichungen die gleichen Zeitschritte verwendet, lohnt sich also eine implizite Lösung der Exner-Gleichung nicht. Für die hier im Vordergrund stehenden Anwendungen ist typisch, dass sich der Bereich des überströmten Gebietes stark verändern kann. Bei grossen Zeitschritten führt dies in der Zone der Uferlinie zu numerischen Instabilitäten. Deshalb kommt im allgemeinen auch bei der Lösung der Strömungsgleichungen der Vorteil der impliziten Methode nicht zum Tragen. Aus diesem Grund, wird im folgenden nur auf die explizite Zeitdiskretisierung eingegangen, das heisst $\theta = 0$ gesetzt. Damit erscheinen auf der rechten Seite von (4.13) nur noch Grössen, die vom vorherigen Zeitschritt abhängen und deswegen bekannt sind.

Die einfachste explizite Zeitdiskretisierung erhält man, wenn in Gleichung (4.13) die gesuchten Grössen zum neuen Zeitpunkt direkt – d.h. in einem Schritt – aus

den Werten des alten Zeitschrittes bestimmt werden. Dieses sogenannte Euler–Schema ergibt für die hier betrachteten Anwendungen bei kleinen Zeitschritten genügend genaue Resultate. Erlaubt die Situation eine Berechnung mit grösseren Zeitschritten (keine Stabilitätsprobleme) oder ist eine höhere Genauigkeit erwünscht, kann die Integration in der Zeit zum Beispiel mit einer Runge–Kutta (RK)–Methode erfolgen.

Wird dazu in Gleichung (4.13) die Substitution

$$R = \frac{1}{c_p \Delta x} (Qs_{i-1/2}^n - Qs_{i+1/2}^n + qs_{i_i}^n) \text{ durchgeführt (bei } \theta = 0), \text{ ergibt sich beim}$$

klassischen 4–Schritt RK–Verfahren folgender Algorithmus:

$$\begin{aligned} Zb_i^{(0)} &= Zb_i^n && (4.14) \\ Zb_i^{(1)} &= Zb_i^{(0)} + \frac{\Delta t}{2} R^{(0)} && \text{, Quellterm für } t^n \\ Zb_i^{(2)} &= Zb_i^{(0)} + \frac{\Delta t}{2} R^{(1)} && \text{, Quellterm für } t^{n+1/2} \\ Zb_i^{(3)} &= Zb_i^{(0)} + \Delta t R^{(2)} && \text{, Quellterm für } t^{n+1/2} \\ Zb_i^{(4)} &= Zb_i^{(0)} + \frac{\Delta t}{6} (R^{(0)} + R^{(1)} + R^{(2)} + R^{(3)}) && \text{, Quellterm für } t^{n+1} \\ Zb_i^{n+1} &= Zb_i^{(4)} \end{aligned}$$

Der Rechenaufwand für dieses RK–Verfahren 4. Ordnung ist etwa gleich gross, wie wenn das explizite Euler Verfahren viermal durchgeführt würde. Die Überlegenheit der RK–Methode kann anhand einer Stabilitätsanalyse (z.B. MÜLLER, 1991a) dargelegt werden. Dabei zeigt sich, dass bei der RK–Methode –im Gegensatz zum Euler Verfahren– mit einer CFL–Zahl¹² grösser als eins und damit mit grösseren Zeitschritten gerechnet werden kann. Auf das auch etwa angewendete 2–Schritt RK–Verfahren trifft dies im reellen Zahlenbereich nicht zu, weshalb an dessen Stelle ebenso gut das Euler–Verfahren eingesetzt werden kann.

In der expliziten Form wird Gleichung (4.13) gelöst, indem die Berechnungszellen schrittweise ($i=1,2, \dots n$) abgearbeitet werden. Der Geschiebefluss über den Zuflussrand der ersten Zelle ist aufgrund der Randbedingung zu bestimmen. Die Flüsse über die anderen Zellenseiten werden je nach Verfahren der Raumdiskretisierung unterschiedlich bestimmt, wie im folgenden gezeigt wird.

12. Die CFL–Zahl (Courant, Friedrich, Levy) ist eine dimensionslose Grösse, mit der die Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Störung mit der Grösse von Zeitschritt und Berechnungszelle in Beziehung gesetzt wird. $CFL < 1$ verlangt, dass der Zeitschritt so klein gewählt wird, dass die Strecke, die eine Störung während dieser Zeit zurücklegt, kleiner ist, als die Länge der Berechnungszelle. (Näheres S. 109)

4.3.4 Raumdiskretisierung

Die Berechnungen der in Figur 4.5 dargestellten Resultate unterscheiden sich nur in der Raumdiskretisierung, d.h. in der Art und Weise, wie die Flüsse über die Zellen-seiten interpoliert wurden. Die Eigenschaften und spezifischen Vor- und Nachteile der verschiedenen Diskretisierungsverfahren sind in zahlreichen Forschungsbeiträgen diskutiert worden. Zusammenfassend werden im folgenden einige grundsätzliche Aspekte der numerischen Verfahren angesprochen und jene Methoden kurz vorgestellt, die sich für den hier im Vordergrund stehenden Anwendungsbereich als am geeignetsten herausgestellt haben.

Ein praxistaugliches Rechenschema sollte folgenden Eigenschaften genügen:

- Allfällige Diskontinuitäten sollen automatisch erfasst und möglichst scharf (ohne Verschmierung) angenähert werden (shock capturing). Damit entfällt ein explizites "tracking" der Unstetigkeit und die Anwendung von Sprungbedingungen wie von der Art der Beziehung (4.6).
- Der glatte Bereich der Lösung soll im Minimum mit einer Genauigkeit 2. Ordnung erfasst werden.
- Das Schema soll keine Oszillationen induzieren, die sich aufschaukeln.
- Das Schema muss konservativ sein.

Wenn in der expliziten Form von Gleichung (4.13) der Quellterm weggelassen und die Terme für die gesuchte Sohlenkote und den Geschiebefluss durch die Variablen U (Unbekannte) und F (Fluss) substituiert werden, ergibt sich:

$$U_i^{n+1} = U_i^n + \frac{\Delta t}{c_p \Delta x} (F_{i-1/2}^n - F_{i+1/2}^n) \quad (4.15)$$

Alle hier verwendeten Bilanzgleichungen (vgl. (3.33)) lassen sich in der diskreten Form auf diese Weise darstellen. Der Fluss über die Zellen-seite wird aufgrund der Verhältnisse in den benachbarten Zellen bestimmt. Er ist also eine Funktion der Variablen U_i , die ja als Approximationen an die Zellenmittelwerte \bar{u}_i betrachtet werden (siehe Gleichung (4.9)). In allgemeiner Form schreibt sich dieser sogenannte numerische Fluss wie folgt:

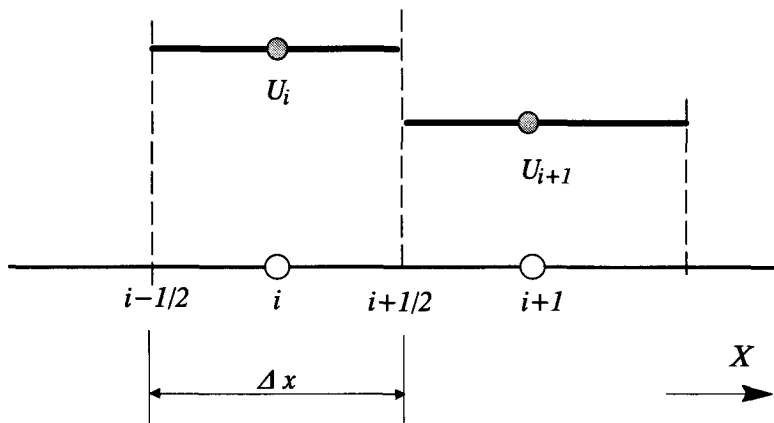
$$F_{i+1/2}^n = F(U_{i-p}^n, U_{i-p+1}^n, \dots, U_{i+q}^n) \quad p, q = 0, 1, 2, \dots \quad (4.16)$$

Im einfachsten Fall ist $p=0$ und $q=1$, sodass dann F nur eine Funktion von zwei Variablen ist, also $F_{i+1/2}^n = F(U_i^n, U_{i+1}^n)$. Summiert man Gleichung (4.15) über alle Gitterpunkte i , werden alle Flüsse bis auf jene am Rand des Berechnungsgebietes

eliminiert. Das heisst, die Summe aller zeitlichen Änderungen (bezogen auf das ganze Rechengebiet) reduziert sich auf die Differenz von Zu- und Abfluss an den Rändern des Gebietes. Es werden also keine künstliche Quellterme eingeführt, weshalb das Schema automatisch konservativ ist. Enthält die zu diskretisierende Gleichung jedoch Quellterme, die nicht im Sinne von Randbedingungen definiert werden (z.B. Impulsgleichung), ist der Frage der Konservativität spezielle Beachtung zu schenken (siehe S. 111).

4.3.4.1 Upwind-Verfahren

Bei den Upwind-Methoden wird der Fluss über die Zelleseite $i+1/2$ bestimmt, indem die Richtung aus der der Transport erfolgt, für die Gewichtung in der Interpolationsformel berücksichtigt wird. Das heisst zum Beispiel: Wenn beim Verfahren 1. Ordnung der Transport in positiver x -Richtung erfolgt, wird einfach $F_{i+1/2} = F(U_i)$ gesetzt wird. Im umgekehrten Fall (Transport in negativer Richtung) bestimmt sich dann der Fluss über die Zelleseite zu $F_{i+1/2} = F(U_{i+1})$.



Figur 4.7 Schemaskizze zur Zellenmittelpunkt-FV-Methode 1. Ordnung

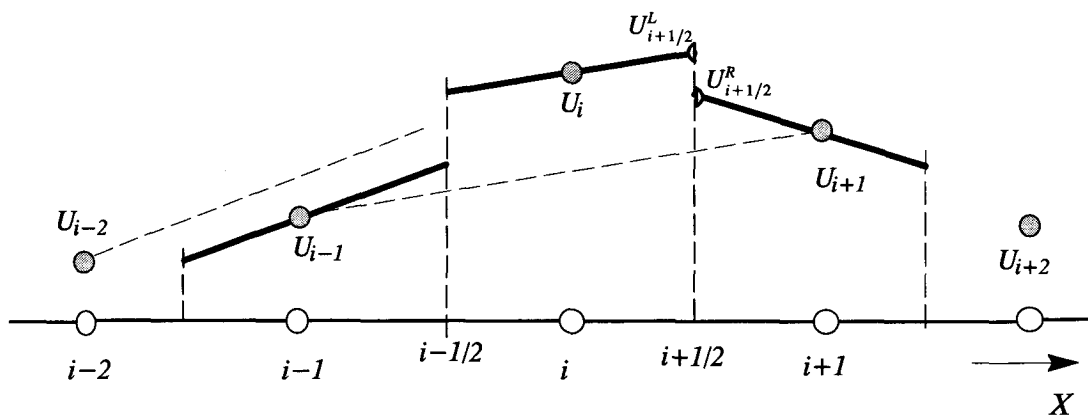
Beim Verfahren 1. Ordnung wird angenommen, die gesuchten Grössen seien über die ganze Zelle konstant. Lässt man eine lineare oder quadratische Verteilung zu, können Upwind-Verfahren 2. resp. 3. Ordnung konstruiert werden. Dabei werden die Variablen U an der Zelleseite aufgrund einer Extrapolation der benachbarten Zellenmittelpunkte bestimmt. Dieser sogenannte MUSCL-Ansatz¹³ wurde von VAN LEER (1977) eingeführt. Mit einem quadratischen Ansatz ergibt sich für die Unbe-

13. MUSCL steht für "Monotone Upwind-centred Schemes for Conservation Laws"

kannten in der Zelle i

$$U(x) = U_i + (x - x_i) \frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{3\kappa}{2} \left[(x - x_i)^2 - \frac{\Delta x^2}{12} \right] \frac{\partial^2 U_i}{\partial x^2} \quad (4.17)$$

wobei U_i dem Zellenmittelwert nach Gleichung (4.9) entspricht und der Term $-\Delta x^2/12$ ($\Delta x = x_{i+1/2} - x_{i-1/2}$) eingeführt wurde, damit (4.9) auch wirklich erfüllt ist. Wird für den Parameter $\kappa = 1/3$ gesetzt, entspricht Gleichung (4.17) der korrekten Taylor-Entwicklung 3. Ordnung mit einer konstanten Versetzung wegen $-\Delta x^2/12$ (MÜLLER, 1991b). Die Ableitungen in (4.17) werden durch zentrale Differenzen der benachbarten Zellenmittelwerte approximiert (Figur 4.8),



Figur 4.8 Schemaskizze zum Upwind-Verfahren 2. Ordnung mit $\kappa=0$

das heisst es gilt:

$$\frac{\partial U_i}{\partial x} = \frac{U_{i+1} - U_{i-1}}{2\Delta x} \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 U_i}{\partial x^2} = \frac{U_{i+1} - 2U_i + U_{i-1}}{\Delta x^2} \quad (4.18)$$

Der Fluss über die Zelleseite wird nun analog zum Upwind Verfahren 1. Ordnung bestimmt, indem anstelle der Zellenmittelwerte die Werte auf der linken resp. rechten Zelleseite $F_{i+1/2} = F(U_{i+1/2}^L, U_{i+1/2}^R)$ verwendet werden. Zusammengefasst ergibt das für den Fluss über die Zelleseite $i+1/2$:

$$F_{i+1/2} = F_i + \frac{1+\kappa}{4}(F_{i+1} - F_i) + \frac{1-\kappa}{4}(F_i - F_{i-1}) \quad , \kappa \in [-1, 1] \quad (4.19)$$

Die Genauigkeit von $F_{i+1/2}$ hängt von der Wahl von κ ab. Üblicherweise wird $\kappa = -1$ gewählt, was einem vollständig einseitigen Upwind-Schema 2. Ordnung entspricht.

4.3.4.2 Zur Genauigkeit von Rechenschemen

Die Genauigkeit kann abgeschätzt werden, indem der lokale Abbruchfehler bestimmt wird. Dazu wird im Fall der Differenzgleichung (4.15) die Näherungslösung U_i^n durch die richtige Lösung $u(x_i, t_n)$ substituiert (da diese normalerweise nicht bekannt ist, handelt es sich dabei um ein Gedankenexperiment). Die der so modifizierten Differenzgleichung entsprechende Differentialgleichung weicht von der ursprünglichen Differentialgleichung $(\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} = 0)$ ab. Diese Differenz ist ein Mass für die Güte, mit der die Differenzgleichung die ursprüngliche Differentialgleichung approximiert.

Die Genauigkeit eines Rechenschemas sei hier am Beispiel der nicht konservativen Form der Erhaltungsgleichung

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (4.20)$$

mit der charakteristischen Geschwindigkeit $c = \frac{\partial f}{\partial u} = konst.$ untersucht. Mit einem zentralen Schema, bei dem die Flüsse über die Zellenseiten aufgrund des Mittelwertes der Flüsse in den benachbarten Zellenmittelpunkten bestimmt wird, wird Gleichung (4.20) zu

$$\frac{U_i^{n+1} - U_i^n}{\Delta t} + c \frac{U_{i+1}^n - U_{i-1}^n}{2\Delta x} = 0 \quad (4.21)$$

Ersetzt man alle Terme durch die um den Zellenmittelpunkt entwickelte Taylorreihe der richtigen Lösung (mit $u \equiv u_i^n$ und den Indizes als Bezeichnung für die partiellen Ableitungen) ergibt sich für

$$\begin{aligned} U_{i+1}^n &= u + \Delta x \cdot u_x + \frac{\Delta x^2}{2} u_{xx} + \frac{\Delta x^3}{6} u_{xxx} + \dots \\ U_{i-1}^n &= u - \Delta x \cdot u_x + \frac{\Delta x^2}{2} u_{xx} - \frac{\Delta x^3}{6} u_{xxx} + \dots \\ U_i^{n+1} &= u + \Delta t \cdot u_t + \frac{\Delta t^2}{2} u_{tt} + \dots \end{aligned}$$

und man erhält an Stelle von (4.20) neu eine Gleichung, deren rechte Seite ungleich Null ist:

$$u_t + c \cdot u_x = -\frac{\Delta t}{2} \cdot u_{tt} - \frac{\Delta x^2}{6} u_{xxx} + \dots \quad (4.22)$$

Da wir annehmen, $u = u(t, x)$ sei die exakte Lösung von $u_t + c \cdot u_x = 0$, ergibt

sich für den lokalen Abbruchfehler (numerische Diffusion):

$$L(x, t) = -\frac{\Delta t}{2} \cdot u_{tt}^2 - \frac{\Delta x^2}{6} u_{xxx} + \dots \quad (4.23)$$

Der Fehler des expliziten Eulerschemas mit zentraler Flussdiskretisierung ist also proportional zu Δt und zu Δx^2 , das heisst er ist 1. Ordnung in der Zeit und 2. Ordnung im Raum. Genau betrachtet, beschreibt Gleichung (4.23) nicht den Fehler der Lösung sondern die Abweichung, mit der die Differenzengleichung die Differentialgleichung annähert. Wie sich das auf die Lösung auswirkt, kann nur für jene Fälle bestimmt werden, bei denen eine analytische Lösung bekannt ist. Da diesen Lösungen immer vereinfachende Annahmen zugrunde liegen, hat ein solcher Vergleich nur beschränkte Aussagekraft. Praktische Anwendungen sind so komplex, dass die Frage "wie gross muss Δt resp. Δx gewählt werden, damit die gesuchten Grössen mit einer vorgegebenen Genauigkeit approximiert werden" im allgemeinen nicht beantwortet werden kann. Man behilft sich dann einerseits durch Vergleich der Lösungen von Simulationen mit unterschiedlichem Δt resp. Δx und andererseits durch eine Bewertung der Lösung im Vergleich mit gemessenen Daten. Dabei ist anzustreben, dass die numerischen Fehler wesentlich kleiner sind als die entsprechenden physikalischen Effekte. Das heisst zum Beispiel, dass bei der Simulation einer Hochwasserwelle die numerische Diffusion kleiner sein sollte als die Dämpfung, welche die Welle durch Reibung und Retentionseffekte erfährt.

4.3.4.3 Zur Stabilität von Rechenschemen

Die modifizierte Gleichung (4.22) hat die allgemeine Form $\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = a$ und entspricht damit einer Advektionsgleichung mit Dämpfungsterm (siehe Gleichung (4.2)). Von der Beschaffenheit des Termes a hängt es ab, ob ein Rechenschema stabil ist, oder ob sich kleine Oszillationen mit zunehmender Anzahl Rechenschritte ständig verstärken.

Mit der Annahme, dass a beinahe konstant sei, lässt sich schreiben

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -c \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = -c \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right) = -c \frac{\partial}{\partial x} \left(a - c \frac{\partial u}{\partial x} \right) = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

und eingesetzt in Gleichung (4.22) unter Vernachlässigung der Terme höherer Ordnung

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \cdot \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\Delta t}{2} c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (4.24)$$

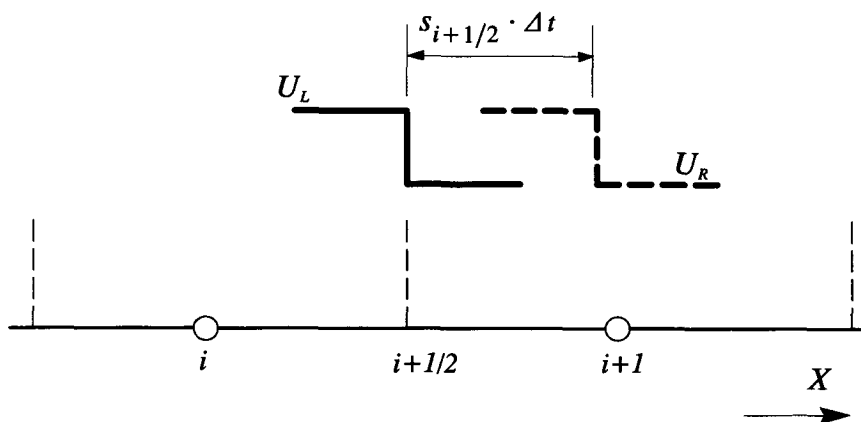
Der Term auf der rechten Seite von Gleichung (4.24) entspricht formal einem Diffusionsterm. Da der "Diffusionskoeffizient" in diesem Fall (zentrales Schema) immer

negativ ist, werden die Gradienten von u im Laufe der Zeit verstärkt (im Gegensatz zur “verschmierenden” Wirkung der physikalischen Diffusion) und damit Störungen aufgeschaukelt.

Mit dieser etwas heuristischen Stabilitätsbetrachtung sollte die prinzipielle Wirkung der Diskretisierung gezeigt werden. Eine rigorose numerische Analyse – unter Annahme von periodischen Randbedingungen – kann mit der Von Neumann’schen Stabilitätsanalyse durchgeführt werden (VREUGDENHIL, 1989). Als Resultat erhält man den Verstärkungsfaktor, mit dem die Lösung beim Fortschreiten von einem Zeitschritt zum nächsten multipliziert wird und eine Bedingung, die in Abhängigkeit von Δx und der CFL-Zahl den Bereich für die Grösse des Zeitschrittes angibt, innerhalb dessen das Rechenschema stabil ist.

Ein stabiles Rechenschema ergibt sich, wenn man – ausgehend vom zentralen Schema – die aufschaukelnde Wirkung der Diskretisierung der Flussterme mit zusätzlicher numerischer Diffusion dämpft. Natürlich ist diese künstliche Diffusion möglichst klein zu halten, da sonst die Genauigkeit beeinträchtigt wird. Verschiedene Ansätze wurden hiezu entwickelt. Wir folgen hier dem Vorschlag von ROE (1981), weil sich bei diesem die numerische Dämpfung aufgrund von physikalischen Überlegungen ableiten lässt.

Betrachtet man die Situation an der Zellenseite $i+1/2$ am Anfang und Ende eines Zeitschrittes (Figur 4.9), stellt man fest, dass sich die Diskontinuität in der gesuch-



Figur 4.9 Schemaskizze zum Riemann-Problem¹⁴ an der Zellenseite

ten Grösse analog zu einem Schock fortgepflanzt hat. Der zentrale Fluss $F_{i+1/2} = 0.5[F(U_L) + F(U_R)]$ über die Zellenseite ist also um den Anteil zu ergänzen, der durch die Bewegung der Diskontinuität mittransportiert wird. Da für die Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schocks angenommen wird, die Variablen an der Zellenseite seien während des Zeitschrittes konstant, wird die-

14. Als Riemann-Problem wird die Fortpflanzung einer stückweise linearen Stufenfunktion bezeichnet (Schockwelle).

se Art von numerischer Dämpfung in der Literatur auch als approximativer Riemansolver¹⁵ bezeichnet. Die Schockgeschwindigkeit $s_{i+1/2}$ kann entsprechend Gleichung (4.6) zu

$s_{i+1/2} = \frac{F(U_R) - F(U_L)}{U_R - U_L}$ bestimmt werden, und für den Fluss über die Zelleseite gilt dann

$$F_{i+1/2} = 0.5 \left[F(U_i) + F(U_{i+1}) - \underbrace{|s_{i+1/2}|(U_R - U_L)}_{\text{numerische Dämpfung}} \right] \quad (4.25)$$

Die Werte der abhängigen Variablen werden analog zu Gleichung (4.19) aus den benachbarten Zellenmittelwerten extrapoliert.

$$U_L = U_i + \frac{1+\kappa}{4}(\delta^+ U_i) + \frac{1-\kappa}{4}(\delta^- U_i) \quad (4.26)$$

$$U_R = U_{i+1} - \frac{1+\kappa}{4}(\delta^- U_{i+1}) - \frac{1-\kappa}{4}(\delta^+ U_{i+1}) \quad \kappa \in [-1, 1]$$

wobei κ einen Interpolationsparameter darstellt, der aus dem angegebenen Bereich zu wählen ist. Für $\kappa = -1$ erhält man ein Upwind-Schema 2. Ordnung und für $\kappa = 1$ ein zentrales Schema. Die finiten Differenzenoperatoren ($\delta^+ U_i$ etc.) sind zu limitieren, damit die Lösung auch im Umfeld von Diskontinuitäten glatt verläuft. Mit dem einfachsten Limiter, der wie folgt definiert wird:

$$\text{minmod}[a, b] = \begin{cases} a & \text{für } |a| \leq |b| \text{ und } ab > 0 \\ b & \text{für } |b| < |a| \text{ und } ab > 0 \\ 0 & \text{für } ab \leq 0 \end{cases}$$

ergibt sich

$$\begin{aligned} \delta^+ U_i &= \text{minmod} \left[\delta U_{i+1/2}, \delta U_{i-1/2} \right] \\ \delta^- U_i &= \text{minmod} \left[\delta U_{i-1/2}, \delta U_{i+1/2} \right] \end{aligned} \quad (4.27)$$

$$\text{wobei} \quad \delta U_{i-1/2} = U_i - U_{i-1}$$

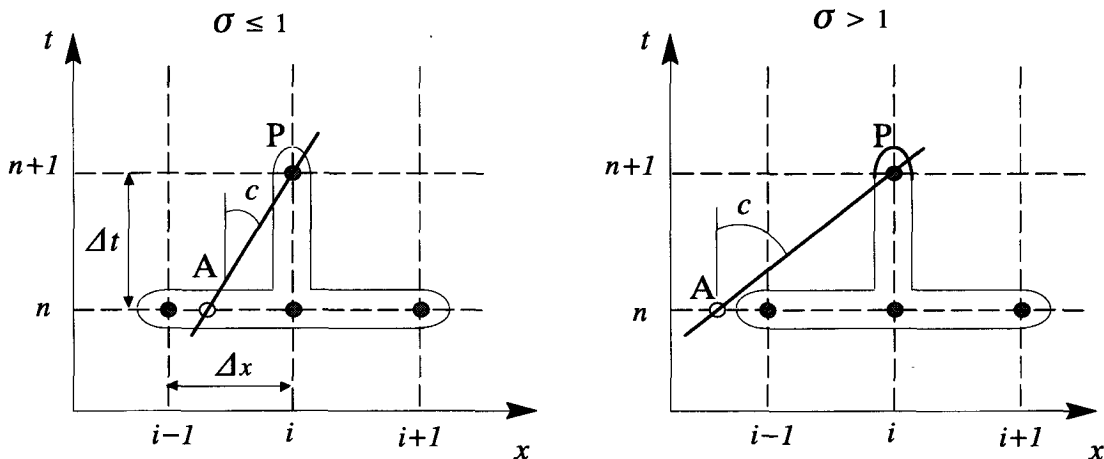
$$\delta U_{i+1/2} = U_{i+1} - U_i$$

15. Approximativ wird der Riemansolver bezeichnet, wenn zur Bestimmung der Lösung des Ausbreitungsproblems von der linearisierten Gleichung der Schockwelle ausgegangen wird.

Das Flussdifferenz–Splitting–Verfahren nach Roe wurde hier anhand der skalaren Transportgleichung, bei der sich eine Störung nur in einer Richtung ausbreitet, vorgestellt. Im Falle der Flachwassergleichungen, die ja ein Gleichungssystem bilden (3.5), führt das Riemannproblem zur Bildung von mehreren Schocks (z.B. beim 1–d Dammbrechproblem: Expansionswelle im Stausee und Flutwelle talabwärts). Die charakteristischen Geschwindigkeiten c erhält man analog zum skalaren Fall, indem die Jacobi–Matrix des Flussvektors (partielle Ableitung des Flussvektors nach allen Unbekannten) gebildet wird. Details zur Herleitung und Form der Matrix finden sich bei GLAISTER (1988), BAINES et al. (1992) und BEFFA (1994).

4.3.4.4 Zur Courant–Friedrich–Levy Zahl (CFL)

Bei der Beurteilung eines Rechenschemas bezüglich Stabilität, spielt die CFL–Zahl ($\sigma = c\Delta t/\Delta x$) eine wichtige Rolle. Dies gilt insbesondere für explizite Schemen, bei denen immer $\sigma \leq 1$ einzuhalten ist. Anschaulich wird dies klar, wenn man sich beispielsweise vergegenwärtigt, dass die gesuchten Grössen U_i^{n+1} bei einem zentralen Schema aufgrund der bekannten Werte $U_{i-1}^n, U_i^n, U_{i+1}^n$ bestimmt werden (Gl. (4.21)). Betrachtet man in Figur 4.10 die Charakteristik durch den Punkt P ($i, n+1$),



Figur 4.10: Schemaskizze zur Illustration der CFL–Bedingung

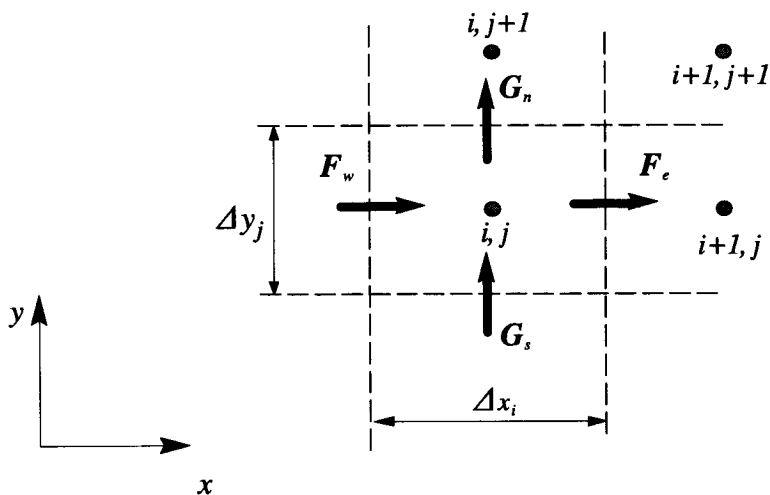
kann eine gesuchte Grösse in P durch Informationen beeinflusst werden, die unterhalb der Charakteristik liegen. Da zur Berechnung von U_i^{n+1} nur Werte des vorherigen Zeitschrittes zur Verfügung stehen, die zwischen $(i-1)$ und $(i+1)$ liegen, muss sich der Punkt A, der ja den linken Rand der Einflusszone markiert, innerhalb dieses Bereiches befinden, das heisst, es muss die Bedingung $c\Delta t \leq \Delta x$ eingehalten werden. Liegt A ausserhalb, wird die Rechnung instabil, weil ein Teil der physikalisch relevanten Information zur Bestimmung von U_i^{n+1} nicht zur Verfügung steht. Oder anders ausgedrückt: U_i^{n+1} wird bestimmt durch die Verhältnisse im Punkt A.

Falls A aus den zur Verfügung stehenden Punkten interpoliert werden kann, gibt es keine numerischen Probleme. Muss A jedoch extrapoliert werden, führt dies zu Instabilitäten.

4.3.5 Diskretisierung der Strömungs- und Transportgleichungen

In der aktuellen Version des hier erarbeiteten Computer-Programms sind verschiedene Rechenschemen implementiert. Je nach Anwendung und Gleichungstyp überwiegen die Vorteile beim einen oder anderen. Auf dem Gebiet der Flachwassergleichungen beziehen sich die in der Literatur gemachten Vergleiche zwischen den einzelnen Rechenschemen meist auf das Dammbuchproblem. Dabei finden z.B. JHA et al. (1995), dass das explizite Roe-Schema ohne Variablenextrapolation, wie sie auf S. 104 erläutert wurde, am ökonomischsten ist. Bei Anwendungen mit völlig anderen Zeitskalen bezüglich Randbedingungen und interner Prozesse (z.B. Bildung eines Flussdeltas) sind implizite Schemen besser geeignet. Zur Lösung der Gleichungen für den Sedimenttransport sind die etwas einfacheren Upwind-Verfahren höherer Ordnung vorzuziehen (z.B. Flussvektor-Splitting-Verfahren nach VAN LEER Gl. (4.19)). Ein umfassender Vergleich von verschiedenen Methoden zur Lösung der Advektions-Diffusionsgleichung findet sich bei VREUGDENHIL und KORREN (1993).

Vorerst wurden in diesem Kapitel die Erhaltungsgleichungen nur in der eindimensionalen Form betrachtet. Die Erweiterung auf die 2. Dimension fällt leicht, da sich



Figur 4.11: Finite-Volumen-Zelle mit den Flüssen über die West-, Ost-, Süd- und Nordseite des achsparallelen Rechteckgitters.

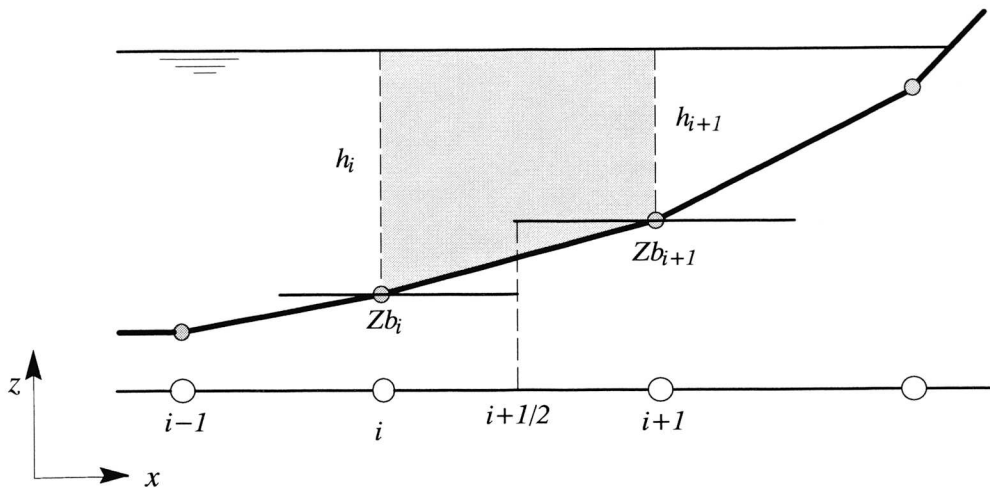
einzig die Anzahl der zu bestimmenden Flüsse aufgrund der neu hinzugekommenen Zellenseiten erhöht. Um die Rechenzeit möglichst klein zu halten, beschränkt man sich bei der Grundrissform der Finite-Volumen-Zelle auf achsparallele Rechtecke (Figur 4.11).

Zur Lösung der Erhaltungsgleichungen wird also das interessierende Berechnungsgebiet in rechteckige Zellen eingeteilt und Gleichung (3.2) über jede einzelne Zelle integriert. Unter der Annahme, dass die gesuchten Grössen U_{ij} als repräsentativ für die ganze Zelle betrachtet werden (vgl. (4.9)), kann für die Zelle (i,j) die semidiskrete¹⁶ Form der Erhaltungsgleichungen analog zu Gleichung (4.13) hergeleitet werden. Dabei müssen die Unbekannten Zb , die Geschiebeflüsse Qs und der Quellterm SI durch die entsprechenden Vektoren von Gleichung (3.34) ersetzt und zusätzlich die Flüsse in y -Richtung eingeführt werden:

$$\frac{d}{dt}(U_{ij})\Delta x_i \Delta y_j + (F_e - F_w)\Delta y_j + (G_n - G_s)\Delta x_i - s_{ij}\Delta x_i \Delta y_j = 0 \quad (4.28)$$

Man erhält also für jede Zelle eine gewöhnliche Differentialgleichung. Die Zeitintegration kann nach irgendeiner der in Abschnitt 4.3.3 beschriebenen Methoden erfolgen. Dasselbe gilt auch in Bezug auf die Raumdiskretisierung. Da wir nur Flüsse normal zu den Zellenseiten betrachten, haben wir lokal ein eindimensionales Problem, das mit allen in Abschnitt 4.3.4 vorgestellten Verfahren gelöst werden kann.

Werden die Flüsse der Flachwassergleichungen nach (3.5) angesetzt und der Quellterm wie üblich mit zentralen Differenzen approximiert, wirkt die numerische Dämpfung bei grossen Sohlengradienten wie eine zusätzliche Quelle. Um dies zu veranschaulichen betrachten wir einen See mit steilen Ufern ohne Zu- und Abfluss (Figur 4.12). Diese Situation soll mit den 1-d Flachwassergleichungen untersucht



Figur 4.12: Diskretisierung bei stehendem Gewässer mit steilen Ufern.

werden, wobei anstelle der Wassertiefe h die Wasserspiegelhöhe z als abhängige Va-

16. In Gleichung (4.28) wurde noch nicht über die Zeit integriert und die zeitlichen Ableitungen nicht diskretisiert; deshalb der Begriff semidiskret.

riable eingeführt wird. Der Grund dafür ist, dass der Wasserspiegel im allgemeinen (und insbesondere im vorliegenden Fall) eine glattere Funktion darstellt als die Wassertiefe und damit eine kleinere numerische Diffusion bewirkt. Es gilt dann:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} + s = 0 \quad (4.29)$$

wobei

$$u = \begin{bmatrix} z \\ q \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} q \\ qu + 0.5gh^2 \end{bmatrix} \quad s = \begin{bmatrix} 0 \\ gh \frac{\partial zb}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} \end{bmatrix}$$

In einem stehenden Gewässer ist die Geschwindigkeit überall Null und Gleichung (4.29) reduziert sich zu $z=z_0=konst.$ und

$$\frac{\partial(0.5gh^2)}{\partial x} + gh \frac{\partial zb}{\partial x} = 0 \quad (4.30)$$

das heisst, die Änderung des Druckes und die x-Komponente der Reaktionskraft der Sohle auf das Gewicht der Wassersäule müssen im Gleichgewicht sein. Da die numerische Dämpfung (vgl. Gl. (4.25)) proportional zur Differenz der Flüsse links und rechts der Zelle angenommen wird und der Druckterm im Fluss f enthalten ist, induziert dieser – in der Situation wie sie in Figur 4.12 dargestellt ist – einen Fluss. Dieser Fluss hat keine physikalische Ursache. Er wurde aus rein numerischen Gründen eingeführt, damit Oszillationen, die sich aufgrund der Diskretisierung der Differentialgleichung ergeben, gedämpft werden können (vgl. Abschnitt 4.3.4.3). Ändert sich die Sohlenkote zwischen zwei Rechenzellen, wird also ein künstlicher Quellterm eingeführt, der bewirkt, dass das Rechenschema nicht konservativ ist. Um dies zu vermeiden, schlägt NUNČ (1995) vor, die numerische Dämpfung nur auf die konvektiven Terme anzuwenden und den Druckterm und das Eigengewicht so zu diskretisieren, dass sie zueinander kompatibel sind. Gleichung (4.29) wird dann zu

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial px}{\partial x} + s = 0 \quad (4.31)$$

wobei

$$u = \begin{bmatrix} z \\ q \end{bmatrix} \quad f = \begin{bmatrix} q \\ qu \end{bmatrix} \quad px = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.5gh^2 \end{bmatrix} \quad s = \begin{bmatrix} 0 \\ gh \frac{\partial zb}{\partial x} + \frac{\tau_{bx}}{\rho} \end{bmatrix}$$

und der Druckterm und das Eigengewicht mit zentralen Differenzen approximiert

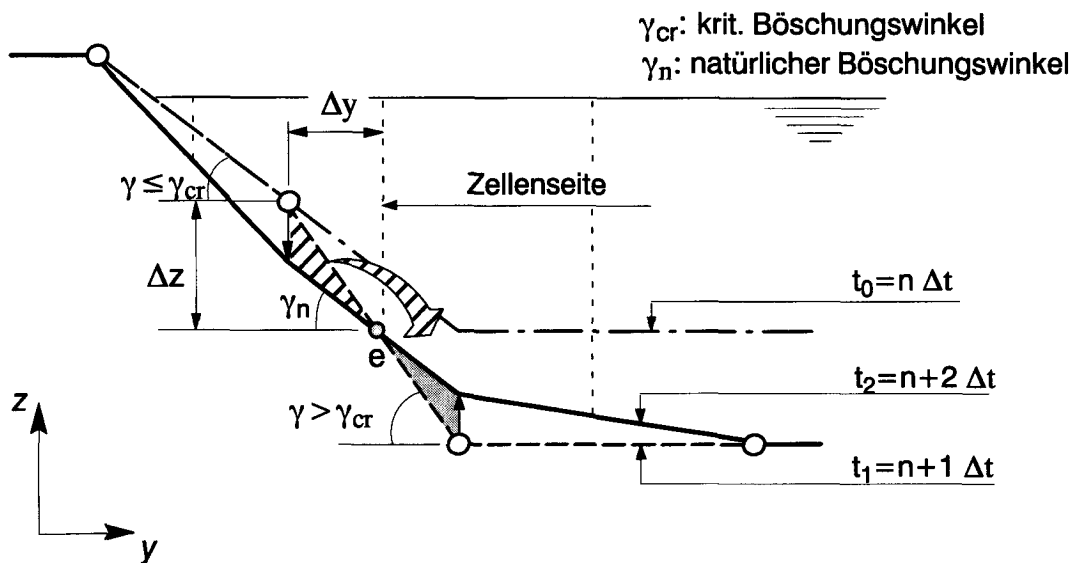
werden.

$$px_{i+1/2} = 0.5(p_{i+1} + p_i) \quad s_i = 0.5g(h_{i+1} + h_{i-1}) \frac{(zb_{i+1} - zb_{i-1})}{2\Delta x}$$

Mit diesem Ansatz entspricht das Sohlgefälle bei horizontalem Wasserspiegel dem negativen Gefälle der Abflusstiefe und die beiden Terme in (4.30) heben sich gegenseitig auf. Numerische Tests haben gezeigt, dass die so reduzierte numerische Dämpfung keinen nachteiligen Einfluss auf die Stabilität der Berechnung hat.

4.3.6 Materialfluss bei Böschungskollaps

Der Materialfluss $qbx_{\beta k}$ an der Zellenseite, der sich als Folge eines Böschungskollapses ergibt, wird aufgrund einer einfachen Modellvorstellung bestimmt. In Figur 4.13



Figur 4.13: Skizze zur Bestimmung des Materialflusses bei einem Böschungskollaps.

wird die seitliche Böschung eines Gerinnes betrachtet, deren Neigungswinkel γ als Folge der Tiefenerosion zwischen den Zeitpunkten t_0 und t_1 vergrößert wird. Da bei t_1 der kritische Böschungswinkel (ist als Eingabeparameter vorzugeben) überschritten ist, wird nun angenommen, dass soviel Bodenmaterial in die Nachbarzelle verfrachtet wird, bis sich die Oberfläche entsprechend dem natürlichen Böschungswinkel einstellt. Die Deformation erfolge in einer kippförmigen Bewegung um den

Drehpunkt e an der Zellenseite. Das dabei pro Längeneinheit verfrachtete Volumen (schraffierte Fläche) beträgt:

$$V \approx 0.5r^2 \tan(\Delta\gamma) \quad \text{mit} \quad r = \sqrt{\Delta y^2 + \Delta z^2} \quad \text{und} \quad \Delta\gamma = \gamma - \gamma_n$$

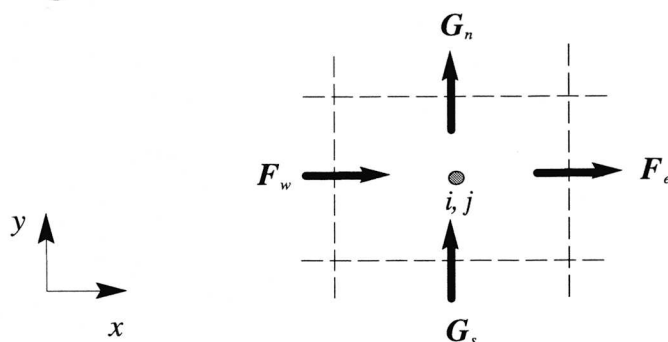
Der Fluss über die Zellenseite ergibt sich dann, indem das verfrachtete Volumen V durch den Zeitschritt Δt dividiert wird.

4.4 Zusammenfassung

Das numerische Modell beschreibt, wie das gekoppelte Gleichungssystem, das sich aus der Formulierung der Bilanzgleichungen ergibt, gelöst wird. Wird in Gleichung (4.28) die Ableitung nach der Zeit mit Hilfe der expliziten Euler-Methode angesetzt, erhält man die folgende diskrete Form der integrierten Erhaltungsgleichungen:

$$U_{ij}^{n+1} = U_{ij}^n - \Delta t ((F_e - F_w)/\Delta x_i + (G_n - G_s)/\Delta y_j - S_{ij}) \quad (4.32)$$

Diese werden mit einer Zellenmittelpunkt-Finite-Volumen-Methode auf einem Rechteckgitter gelöst.



Finite-Volumen-Zelle auf einem Rechteckgitter mit den Flüssen über die Zellenseiten.

Der Vektor $U_{ij} = [z, q, r, C_k, \beta_k, zb]^T$ umfasst als Unbekannte die Wasserspiegelhöhe, den spezifischen Abfluss in den beiden Koordinatenrichtungen, die Konzentration der suspendierten Partikel der einzelnen Kornklassen, die Kornverteilung der obersten Schicht der Sohle und die Sohlenhöhe.

Der Berechnungsablauf erfolgt in zwei Schritten. Zuerst werden die Kontinuitäts- und Impulsgleichungen für die Strömung gekoppelt gelöst und anschließend die Sedimentgleichungen in sukzessiver Reihenfolge (vgl. Figur 4.1).

Für die Bestimmung der Flüsse in (4.32) werden je nach Bilanzgleichung unterschiedliche Verfahren angewandt. Bei den Strömungsgleichungen setzen sich die Flüsse aus den zentralen Anteilen der konvektiven Flüsse, den turbulenten Schubspannungen, der Druckkraft und dem numerischen Fluss (nach Roe) der konvektiven Anteile zusammen. Die konvektiven Flüsse der Transportgleichung für die suspendierten Stoffe werden mit einem Upwind–Schema höherer Ordnung und jene für den Geschiebetransport mit einem Verfahren 1. Ordnung bestimmt. Die diffusiven Flüsse werden wie üblich mit zentralen Differenzen und die Quellterme als Zellenmittel approximiert.

5 Anwendungen

5.1 Vorbemerkungen

In diesem Kapitel werden einige Anwendungen des vorgängig beschriebenen mathematisch–numerischen Modells vorgestellt. Das Ziel der Ausführungen ist, die Funktionalität des Modells zu überprüfen und dessen Praxistauglichkeit zu belegen. Daneben soll aber auch auf die Grenzen und Schwierigkeiten hingewiesen werden, die bei der Simulation einer Strömung auf beweglicher Sohle auftreten können.

In diesem Zusammenhang ist es nützlich, sich zu vergegenwärtigen, was der Begriff “Modell” alles umfasst. Bei FINSTERLE (1992) findet sich eine gute Übersicht zum Modellbegriff. Demnach beinhaltet die Konstruktion eines mathematisch–numerischen Modells im wesentlichen folgende Schritte:

1. Identifikation der signifikanten physikalischen Prozesse.
2. Umsetzung der Physik in mathematische Ausdrücke.
3. Wahl der numerischen Verfahren.
4. Verifizierung der implementierten Ansätze.
5. Erfassen der Modellgeometrie und Unterteilung derselben in räumlich und zeitlich diskrete Einheiten
6. Kalibrierung der freien Modellparameter.
7. Validierung der Parameter, falls das Modell zu Prognosezwecken eingesetzt wird.

Im folgenden wird vor allem auf die ersten vier Punkte eingegangen. Diese beziehen sich auf grundsätzliche Aspekte der Modellierung, die in jedem Fall zu beachten sind, während die restlichen erst im Zusammenhang mit einer konkreten Anwendung von Bedeutung sind. Natürlich ist die Überprüfung des Programmcodes ein fortdauernder Prozess, der während der Programmentwicklung und der Inbetriebnahme abläuft. Eine systematische und abschliessende Dokumentation der Programmverifikation würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen. Durch eine Anzahl ausgewählter Aufgabenstellungen wird aber im Sinne einer exemplarischen Darstellung auf einige interessante Punkte eingegangen.

Im ersten Abschnitt liegt das Schwergewicht bei der Überprüfung der verwendeten empirischen Beziehungen. Danach sollen die Güte der numerischen Verfahren näher betrachtet und anhand von zwei komplexen Anwendungsfällen die Prognosefähigkeit¹⁷ und die Praxistauglichkeit getestet werden.

5.2 Verifizierung der implementierten Ansätze

Da die numerische Simulation von Freispiegelabflüssen auf fixer Sohle bereits in zahlreichen Arbeiten behandelt wurde, werden hier die Aspekte des Feststofftransportes im Zentrum des Interesses stehen. Im ersten Teil werden einige der implementierten Geschiebetriebformeln mit Messungen in Laborrinnen verglichen. Gleichzeitig wird auf kritische Punkte eingegangen, die bei der numerischen Modellierung des Geschiebetransportes zu beachten sind.

5.2.1 Geschiebetransport

5.2.1.1 Auflandungs–Versuche von Soni, Garde and Raju

SONI et al. (1980) haben Versuche in einem 0.2 m breiten und 30.0 m langen Kanal, der mit einer Sandsohle mit einem mittleren Korndurchmesser von 0.32 mm bedeckt war, durchgeführt. Die Porosität des Sandes betrug $p=0.4$ und der Reibungsbeiwert nach Strickler $k_{St}=45$. Zur Bestimmung des Geschiebetransportes qb haben sie einen Potenzansatz verwendet ($qb = c_1 \cdot v^{c_2}$ mit v =Fliessgeschwindigkeit). Dessen Parameter wurden anhand des Gleichgewichtszustandes (stabile Sohlenlage, Sandzugabe=Sandaustrag am Ende des Kanals) zu $c_1=0.00145$ m und $c_2=5.0$ bestimmt. Gemessen wurde die Sohlenlage, wie sie sich zu verschiedenen Zeitpunkten ergibt, wenn am oberen Ende des Kanals die Feststoffbeigabe um einen konstanten Betrag (ausgehend vom Gleichgewichtszustand) erhöht wird. Es wurden verschiedene Versuche durchgeführt, bei denen jeweils der Zufluss und das Längsgefälle variiert wurden. Die hier dargestellten Resultate beziehen sich alle auf einen Versuch, bei dem die Geschwindigkeit $v=0.4$ m/s und das Gefälle 3.56 Promille betrug.

17. Unter Prognosefähigkeit wird hier verstanden, ob und wie weit das mathematische Modell Verhältnisse simulieren kann, die ausserhalb des Bereiches liegen, die durch die Eichung der Eingabeparameter abgedeckt ist.

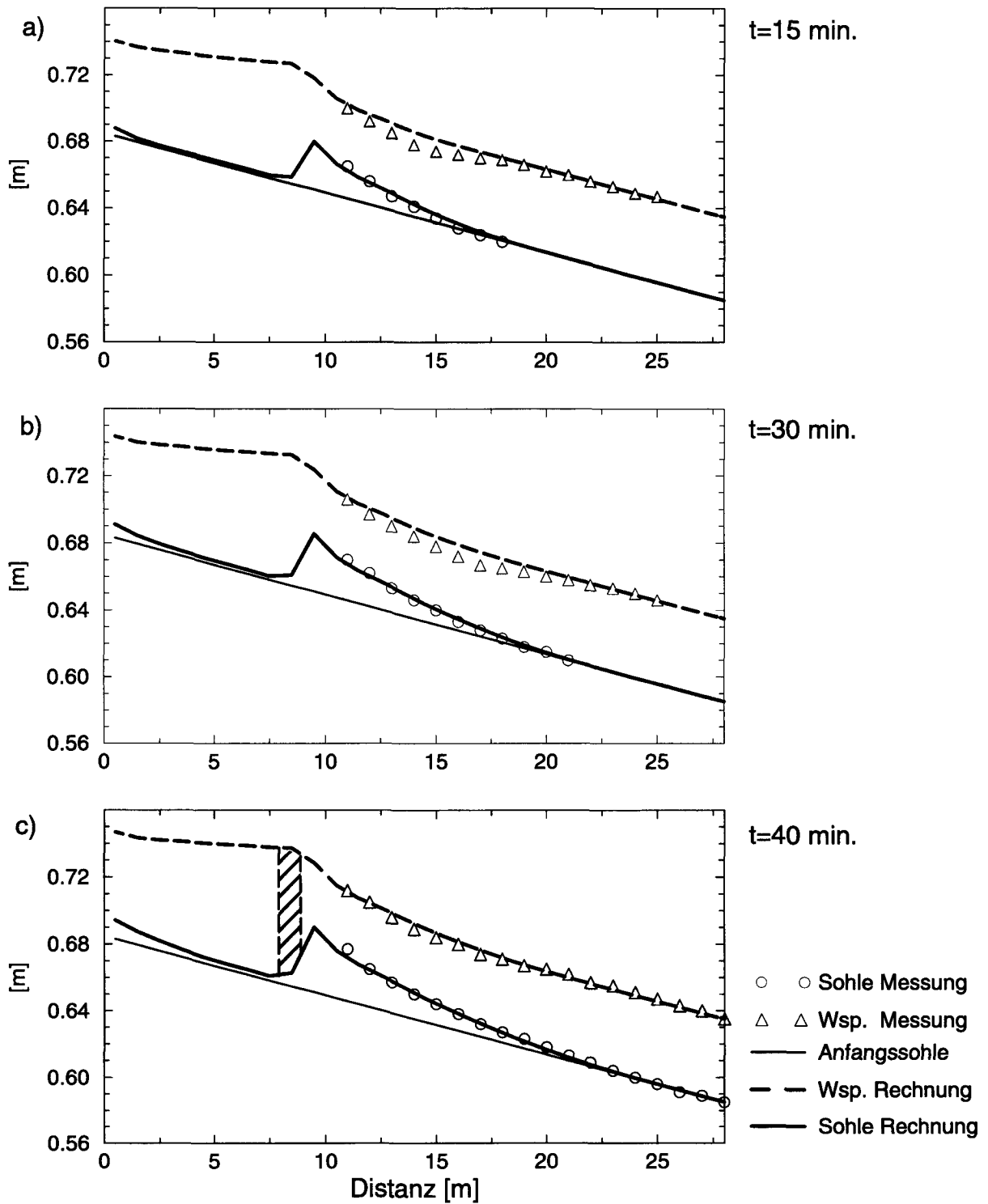
Da bei dieser Versuchsreihe die Beziehung für den Geschiebetransport sehr genau bekannt ist, eignet sie sich, um die eingebauten Transportformeln (z.B. Gl. (2.52)) zu überprüfen. Gleichzeitig erlaubt sie auch eine Beurteilung der verwendeten numerischen Methode. Je nach Verfahren können Instabilitäten auftreten, wie das z.B. PARK und JAIN (1986) erfahren haben, als sie am selben Beispiel Rechnungen mit einem impliziten Differenzen–Verfahren durchführten.

Um Randstörungen zu vermeiden, erfolgt in der vorliegenden Rechnung die Sedimentzugabe 10 m vom oberen Rinnenende entfernt. Figur 5.1 zeigt einen Vergleich zwischen Rechnung und Messung für einen Fall, bei dem der Geschiebetrieb aufgrund eines Potenzansatzes bestimmt wurde. Wie nicht anders zu erwarten, ergibt sich eine gute Übereinstimmung, da die Sohle nur langsam auflandet (d.h. quasi stationäre Verhältnisse vorliegen) und die Koeffizienten c_1 und c_2 für die Geschiebetriebformel aufgrund der Messungen genau bestimmt werden konnten.

Die Materialzugabe bewirkt lokal (oberhalb der Zugabestelle) eine ansteigende Sohle. Damit die Situation beim Gegengefälle korrekt wiedergegeben werden kann, muss das Gefälle in der Transportformel für das Geschiebe miteinbezogen werden. Wird bei der Bestimmung von qb eine Formel verwendet, die einen Schwellenwert für den Transportbeginn enthält, kann das Gegengefälle mit Hilfe von Gleichung (2.47) berücksichtigt werden. Da beim Potenzansatz qb nur von der Geschwindigkeit abhängt, ist dies nicht möglich. Die Berücksichtigung des Gefälles erfolgt deshalb nach einem Ansatz von BAGNOLD (1966). Dabei wird die Strömungsleistung, die für den Geschiebetransport zur Verfügung steht, um jenen Anteil reduziert, der für die Anhebung der Sedimentpartikel “verbraucht” wird. Wird dies vernachlässigt, senkt sich die Sohle in der Zelle unmittelbar vor der Gegensteigung (vgl. schraffierte Fläche in Figur 5.1 c) unaufhörlich ab, da die Fliessgeschwindigkeit und damit der Geschiebetransport über die rechte Zellenseite immer grösser ist als über die linke.

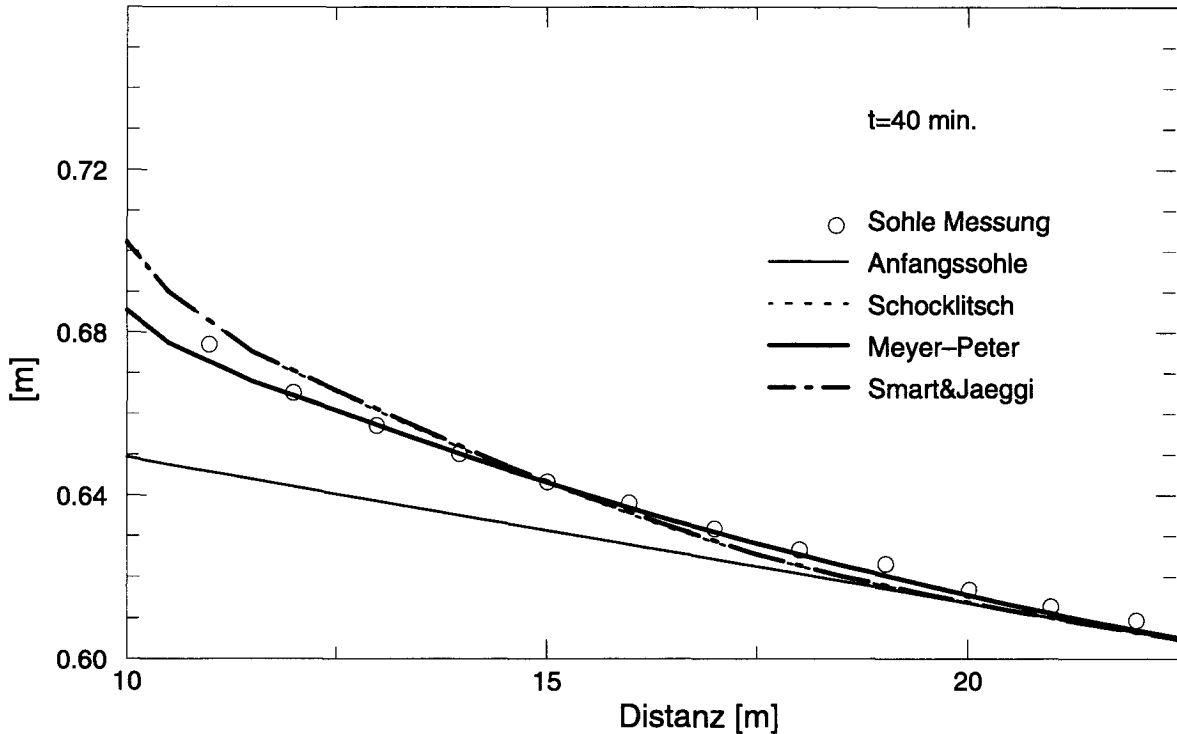
In Figur 5.2 sind Resultate von Nachrechnungen des Experimentes von Soni dargestellt, die mit unterschiedlichen Transportformeln durchgeführt wurden.

Die beste Übereinstimmung wird mit der Meyer–Peter Formel erzielt. Die Formel von Schoklitsch und jene von Smart und Jäggi ergeben praktisch identische Sohlenlagen. Dies mag damit zusammenhängen, dass beide auf den Abfluss bezogen sind (Meyer–Peter bezieht sich auf die Schubspannung) und im Hinblick auf einen ähnlichen Anwendungsbereich (grosse Gefälle) entwickelt wurden. Grundsätzlich lässt sich feststellen, dass sich die zeitliche Entwicklung der Sohlenlage mit den betrachteten Geschiebetriebformeln etwa gleich gut vorhersagen lässt. Eine Tatsache, die nicht überraschen kann, da all die empirischen Beziehungen unter ähnlichen Bedingungen und teilweise auch anhand der gleichen Datensätze herge-



Figur 5.1: Auflandungsversuch von SONI et al. (1980). Zustand der Sohle zu verschiedenen Zeitpunkten.

leitet wurden. Die gute Übereinstimmung von Messung und Rechnung in diesem Beispiel darf nicht darüber hinweg täuschen, dass eine generelle Aussage bezüglich der Qualität von Geschiebetriebformeln heikel ist. Dies soll am Beispiel der Versuche von Needham und Hey demonstriert werden.

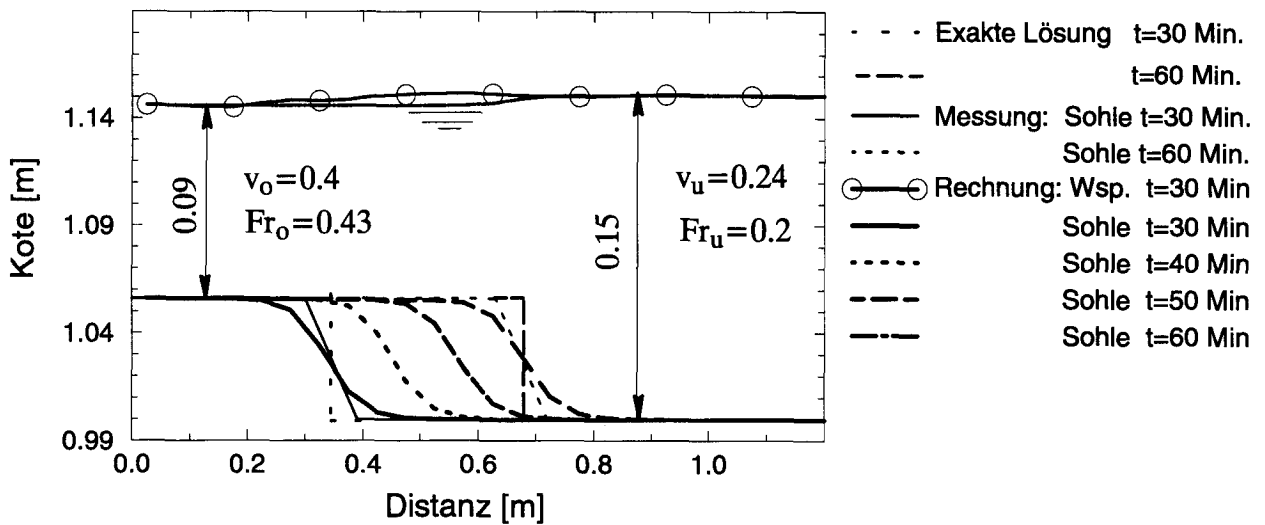


Figur 5.2: Auflandungsversuch von SONI et al. (1980). Vergleich zwischen Messung und Berechnungsergebnissen, die mit unterschiedlichen Geschiebetransportformeln erzielt wurden.

5.2.1.2 Versuche von NEEDHAM und HEY (1990)

Die Versuchsanordnung ist ganz ähnlich zu jener von Soni et al. Im Vergleich dazu, ist das Gefälle kleiner ($J=0.2$ Promille), der mittlere Korndurchmesser grösser ($d_m=2$ mm) und die Feststoffzugabe wird gegenüber der Gleichgewichtssituation wesentlich stärker erhöht. Bei diesen Verhältnissen bildet sich eine Sedimentpuls- welle ("sediment bore"), die sich – nach einer gewissen Übergangszeit – mit konstanter Geschwindigkeit fortbewegt (siehe Figur 4.3, S.94). Stromabwärts der Wellenfront wird das Geschiebe entsprechend dem Gleichgewichtszustand transportiert. Der Geschiebetransport oberhalb der Pulsfront kann aufgrund der gemessenen Fortpflanzungsgeschwindigkeit und der Höhe der Welle nach Gleichung (4.6) berechnet werden. Da auch die Fließgeschwindigkeiten beidseits der Front bekannt sind, lassen sich für den gesuchten Potenzansatz zwei Bestimmungsgleichungen aufstellen, mit denen die Koeffizienten des Ansatzes ($qb = c_1 \cdot v^{c_2}$) bestimmt werden können. Im vorliegenden Fall ergibt sich $c_1=6.06 \cdot 10^{-6}$ m und $c_2=1.97$.

Die Randbedingungen wurden so gewählt, dass die Puls- welle stabil bleibt, das heisst die Front sich nicht abflacht. In Figur 5.3 sind die hydraulischen Kennwerte ($Fr=$

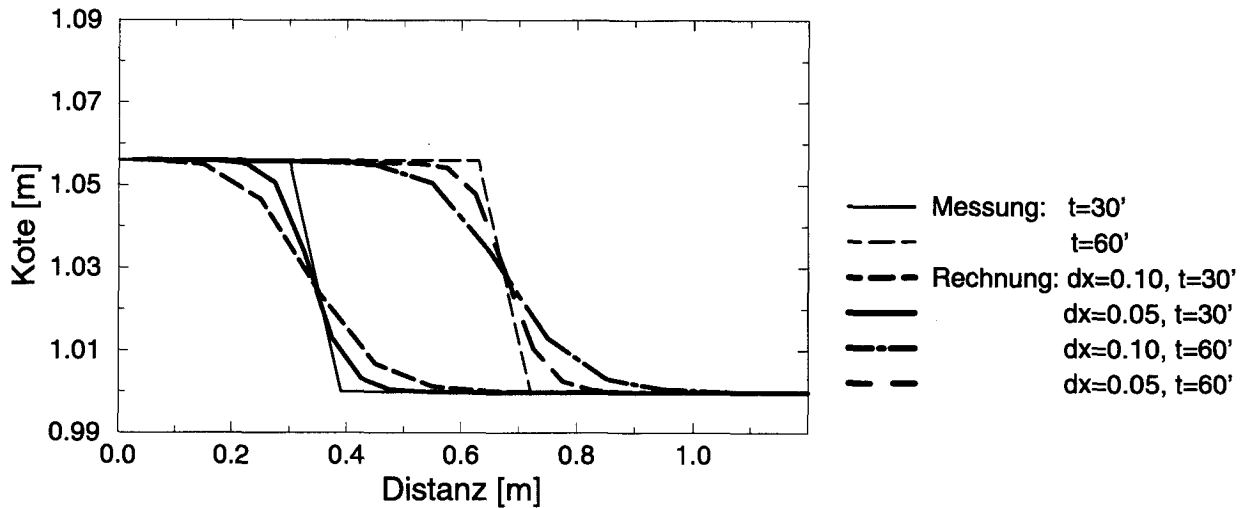


Figur 5.3: Ausbreitung der Sedimentpulsstelle beim Versuch von Needham and Hey.

Froudzahl, v =Geschwindigkeit) für die Situation ober- und unterhalb der Wellenfront eingetragen.

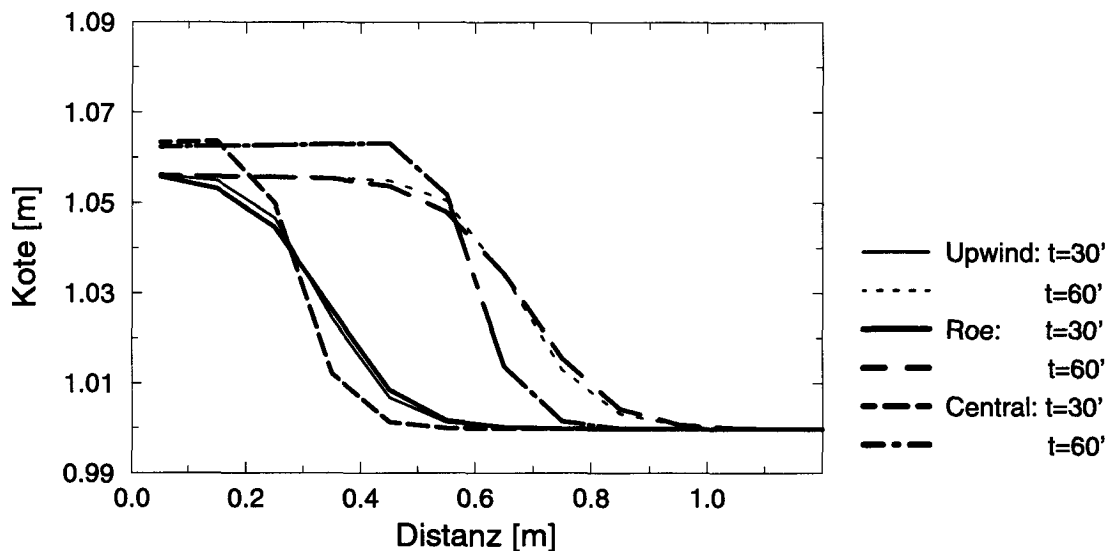
Wie Figur 5.3 entnommen werden kann, ist die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messung gut. Auch in diesem Fall überrascht dies nicht, da ja die Randbedingungen und vorallem die Geschiebetriebformel aufgrund der gegebenen Situation genau ermittelt werden konnten. Demnach kann anhand dieses Beispiels eigentlich nur eine Aussage darüber gemacht werden, wieweit das Rechenschema konservativ ist (keine numerischen Quellterme). Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Front direkt von der Porosität abhängt (vgl. Gleichung (4.4)), ist es ein Leichtes, Rechnung und Messung mittels Eichung in Übereinstimmung zu bringen. Hier war das nicht nötig, da mit dem üblichen Wert der Porosität $p=0.4$ auf Anhieb gute Resultate erzielt werden konnten. Die Konservativität kann gleichwohl überprüft werden, indem mit der exakten Lösung nach Gleichung (4.6) verglichen wird.

Die Front der Pulsstelle wird in der Simulation etwas "verschmiert". Grund dafür ist die numerische Diffusion, die einerseits von der Feinheit des verwendeten Rechengitters und andererseits vom verwendeten Rechenschema abhängt. Der Einfluss der räumlichen Auflösung geht aus Figur 5.4 hervor. Es zeigt sich, dass die Steilheit der Front nur noch halb so gross ist, wenn die Zellenlänge von $dx=0.05$ m auf $dx=0.10$ m vergrößert wird. Wie im Abschnitt 4.3.2 (S. 97) dargestellt wurde, kann die numerische Diffusion vermindert werden, indem ein Rechenschema höherer Ordnung verwendet wird. Am einfachsten geht dies mit einem sogenannten zentralen Schema, bei dem der Fluss über die Zellenseite aufgrund des arithmetischen Mittels der Werte im Mittelpunkt der benachbarten Zellen bestimmt wird. Wie aus Figur 5.5 ersichtlich, wird dadurch zwar die Front steiler aber gleichzeitig auch die



Figur 5.4: Einfluss der räumlichen Auflösung auf die Diffusion der Front der Sedimentpuls-Welle (Upwind-Schema).

Fortpflanzungsgeschwindigkeit kleiner. Die Ursache dafür ist klar. Bei der Ermittlung des Flusses über die Zelleseite wird im Frontbereich immer mit dem kleineren Geschiebetrieb unterhalb der Front gemittelt. In Wirklichkeit ist die Frontgeschwindigkeit aber nur vom Geschiebetrieb oberhalb der Front abhängig. Das



Figur 5.5: Einfluss des Rechenschemas auf die Fortpflanzung der Sedimentpuls-Welle.

heisst, es wird ein numerischer Fehler eingeführt, weil bei der Ermittlung des Flusses nicht berücksichtigt wird aus welcher Richtung die Störung kommt. Beim Roe-Schema (siehe S. 108) wird dies berücksichtigt, aber weil es in der vorliegenden Version ebenfalls nur erster Ordnung genau ist, ergibt sich eine numerische Diffusion, die etwa gleich gross ist, wie jene des einfachen Upwind-Schemas.

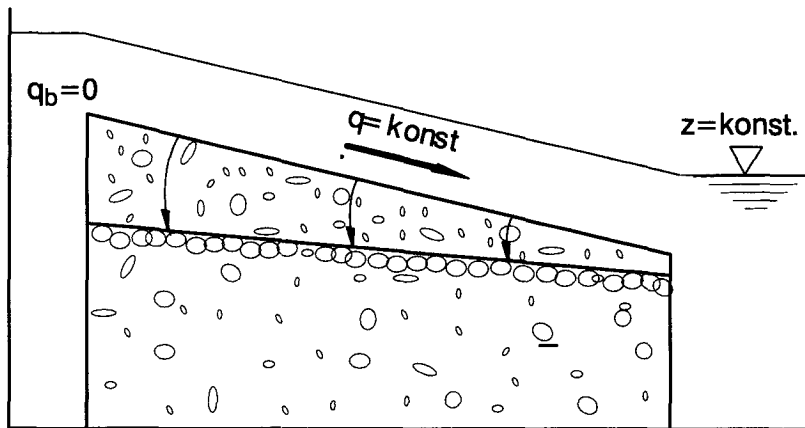
Im allgemeinen sind bei der Simulation des Geschiebetriebes die Ungenauigkeiten, die durch die numerische Diffusion verursacht werden, klein im Vergleich zu den

Unwägbarkeiten, die durch die Geschiebetriebformeln eingeführt werden. Versucht man beispielsweise das Experiment von Needham mit Hilfe der Meyer–Peter Formel nachzurechnen, so scheidet dies schon daran, dass die aktuelle Schubspannung immer kleiner ist, als jene, die für den Bewegungsbeginn notwendig ist. Das heisst, es wird überhaupt kein Geschiebe transportiert. Aber auch mit einem kleineren Wert für den Transportbeginn (schon Meyer–Peter haben festgestellt, dass auch unterhalb der von ihnen angegebenen kritischen Schubspannung Geschiebe transportiert wird), kann der Versuch von Needham mit der MP–Formel nicht numerisch nachvollzogen werden. Was der genaue Grund dafür ist, liess sich im Rahmen dieser Arbeit nicht eruieren. Einen Hinweis für eine mögliche Ursache erhält man, wenn die MP–Formel auf die Fliessgeschwindigkeit v bezogen wird. LAURSEN (1956) hat dies durchgeführt. Demnach ist der Geschiebetrieb nach Meyer–Peter proportional zu v^5 ; für den Needham–Versuch wurde aber eine Abhängigkeit von v^2 ermittelt.

Generell lässt sich feststellen, dass die Anwendbarkeit der herkömmlichen Geschiebetriebformeln beim Einsatz mit mathematischen Modellen noch besser abgeklärt werden muss. Dies gilt vor allem für die Simulation von natürlichen Gerinnen, wo sich das Sohlenmaterial nicht aus Einheitskorn, sondern aus einem Gemisch von unterschiedlichsten Korngrössen zusammensetzt. Zu der damit verbundenen spezifischen Problematik (Sortieren, Deckschichtbildung, Hiding–Effekt etc.) existieren erst wenige systematische Untersuchungen. Die numerische Modellierung dieser Prozesse ist sehr anspruchsvoll und kann vorerst nur anhand von einfachen Laborversuchen, wie sie zum Beispiel von GÜNTER (1971) durchgeführt wurden, überprüft werden.

5.2.1.3 Versuche von Günter

GÜNTER führte in einer Laborrinne Versuche durch, um die kritische Sohlschubspannung einer Mischsohle zu ermitteln. Ziel seiner Versuche war es, die hydraulische Beanspruchung zu bestimmen, bei der die Deckschicht (bei maximaler Vergrößerung) gerade noch der Erosion standhält. Figur 5.6 zeigt schematisch wie der Versuch in der etwa 40 m langen und 1m breiten Rinne, in der eine ebene Mischsohle eingebaut war, ablief. Ausgehend von einem relativ grossen Gefälle wurde die Sohle (bei unterbundener Geschiebezufuhr) mit einem konstanten Abfluss beaufschlagt, der so gewählt war, dass die Sohle langsam abgetragen wurde. Da der Wasserstand am unteren Ende konstant gehalten wurde, erfolgte der Abtrag in einer rotationsförmigen Bewegung. Das Gefälle und damit auch die Sohlschubspannung nahm dabei kontinuierlich ab, bis ein Grenzzustand erreicht war, bei dem die sich langsam ausbildende Deckschicht eine weitere Erosion der Sohle verhinderte.



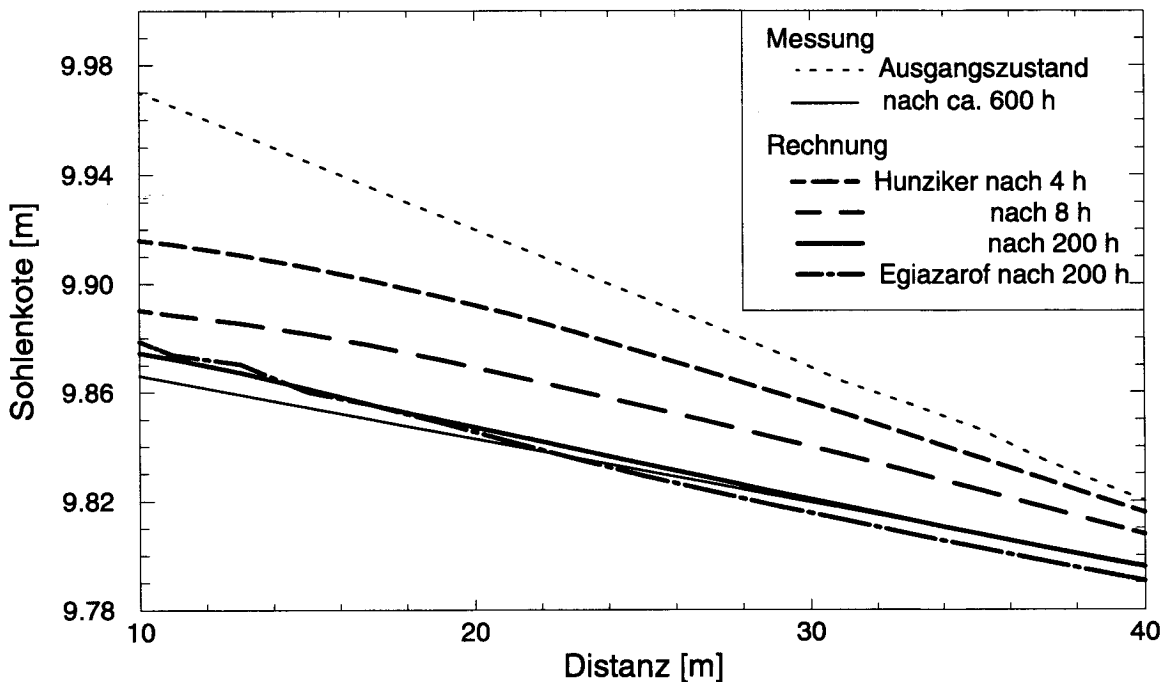
Figur 5.6: Schemaskizze zu den Versuchen von Günter (HUNZIKER, 1995).

Gemessen wurden – neben verschiedenen hydraulischen Kenngrößen – die zeitliche Entwicklung der Kornverteilung der obersten Schicht der Sohle (die im Prinzip nur “ein Korn dick” ist) und das Gefälle des Grenzzustandes. Günter beschreibt die Transportvorgänge in der Rinne wie folgt: “Der bei Versuchsbeginn einsetzende, anfänglich sehr heftige Abtrag der Sohle war dadurch charakterisiert, dass das erodierte Sohlenmaterial in ausgeprägten Geschiebebänken durch die Rinne transportiert wurde, wobei die Fronten dieser Bänke mehr oder weniger geradlinig und senkrecht zur Rinnenachse verliefen. Bereits nach ca. 1 bis 3 Stunden Versuchsdauer verlangsamte sich der Abtrag der Sohle derart, dass nicht mehr genügend Material zur Bildung solcher Bänke vorhanden war. In zunehmendem Masse wurde jetzt das transportierte Material durch die vorhandenen Sekundärströmungen zu Längsstreifen zusammengetrieben, wobei innerhalb der Streifen meist deutliche Riffelstrukturen erkennbar waren. Nach ca. 10 bis 30 Stunden Versuchsdauer verschwanden auch diese Streifen vollständig und es bot sich das Bild einer gleichmässig abgepflasterten Sohle ohne jegliche Strukturen. Zu diesem Zeitpunkt (d.h. nach ca. 2 bis 5 Prozent der totalen Versuchsdauer) befanden sich bereits ca. 60 bis 80 Prozent des im ganzen Versuch abgetragenen Sohlenmaterials im Absetzbecken. Während sich die Sohle in den restlichen 95 bis 98 Prozent der Versuchsdauer asymptotisch der Lage im Grenzzustand näherte, nahm die Menge des pro Zeiteinheit abgetragenen Sohlenmaterials sukzessive ab. Transportiert wurde das erodierte Material nicht mehr in Bänken oder Streifen, sondern in Form vereinzelter Gesteinskörner oder ganz kleiner Gruppen von Körnern.”

Die grösste Menge des Geschiebes wurde also in einer pulsformigen Bewegung transportiert, die ähnlich zur Transportform ist, wie sie beim Versuch von Needham beobachtet werden konnte. Das heisst, dass ein grosser Teil des Materials in einer Transportart bewegt wird, die mit den herkömmlichen Geschiebetriebformeln nur

schlecht beschrieben werden kann. Da auch in natürlichen Gerinnen analoge Prozesse die Transportvorgänge und damit die morphologische Entwicklung der Sohle dominieren (z.B. ERGENZINGER et al., 1994), überrascht es nicht, dass die heutigen numerischen Modelle erst sehr beschränkt zur Vorhersage der morphologischen Entwicklung von Flüssen eingesetzt werden können.

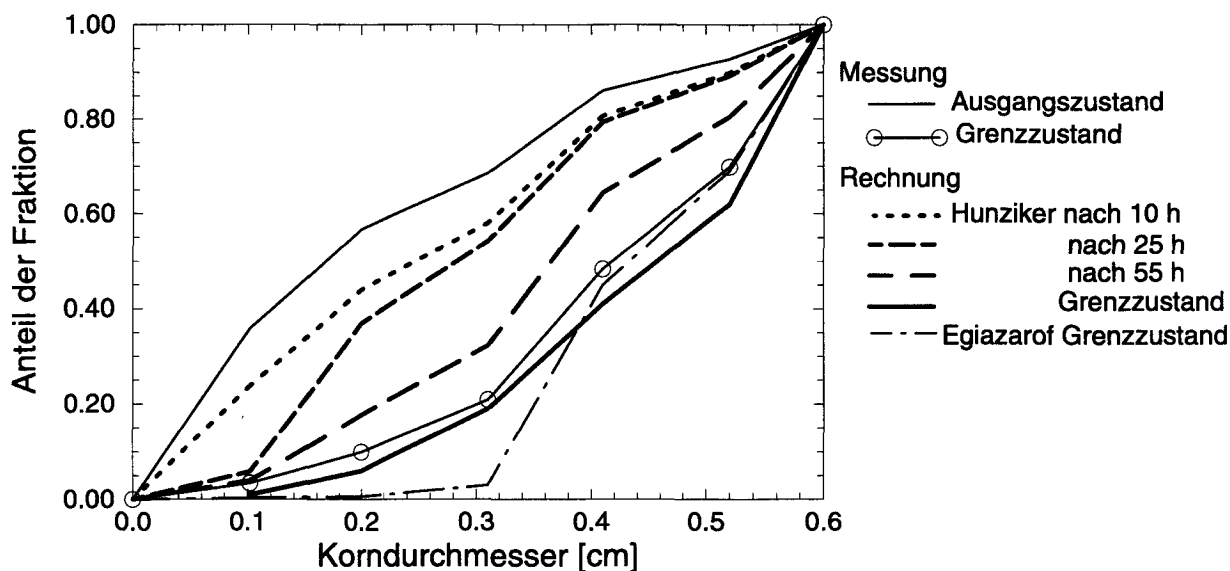
Dies zeigt sich auch, wenn versucht wird, mit dem numerischen Modell die zeitliche Entwicklung der Sohle bei den Versuchen von Günter nachzubilden. Aus dem Längenprofil in Figur 5.7 ist zu entnehmen, dass zwar auch im numerischen Modell in



Figur 5.7: Versuch Nr. I/3 von Günter: Zeitliche Entwicklung der Sohlenlage

den ersten Stunden des Versuches der grösste Teil des Sohlenabtrages erfolgt, dass aber andererseits die Endsohlenlage viel früher erreicht wird als im Laborversuch. Die Zusammensetzung in der Austauschschicht stabilisiert sich zwar auch in der Rechnung erst nach etwa 600 Stunden, die Veränderungen in der Kornverteilung sind gegen Ende des Versuches aber so klein, dass sie die Sohlenlage nicht mehr erkennbar verändert. Das Sohlgefälle im Grenzzustand stimmt mit der Messung recht gut überein, wenn der “Hiding–Effect” mit dem Ansatz von Hunziker (siehe S. 49) berücksichtigt wird. Beim Ansatz von Egiazaroff (siehe S. 49) wird die Vergrößerung der Deckschicht überschätzt, weshalb der Grenzzustand schon bei einem etwas grösseren Gefälle erreicht wird.

Der Sortierprozess, der an der Sohlenoberfläche stattfindet, lässt sich am besten anhand der zeitlichen Entwicklung der Kornverteilung in der Austauschschicht darstellen (Figur 5.8). Mit zunehmender Versuchsdauer nimmt der Anteil der feineren Fraktionen in der obersten Schicht der Sohle ab. Bei Verwendung der Methode von



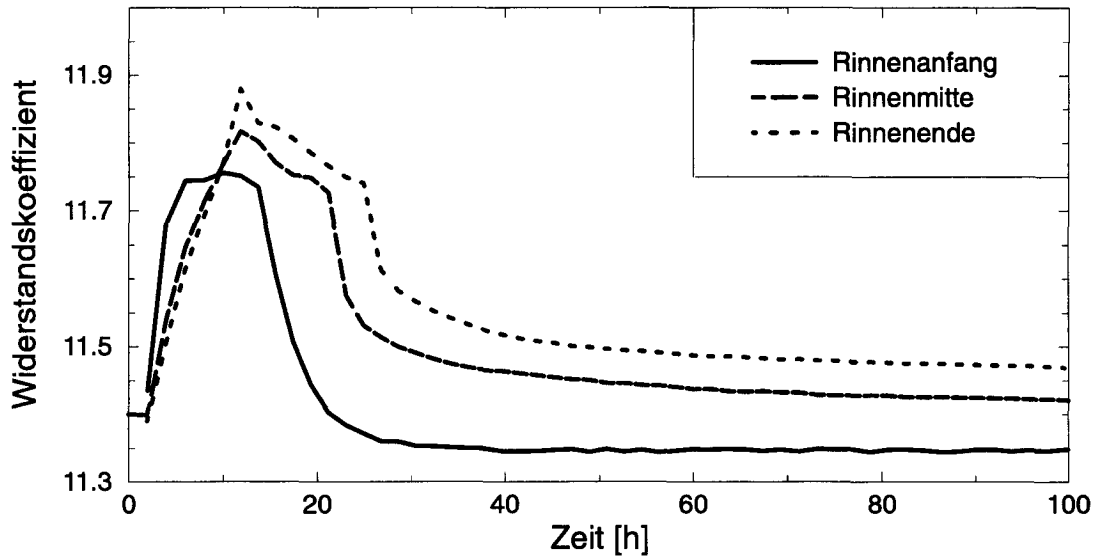
Figur 5.8: Versuch Nr. I/3 von Günter: Zeitliche Entwicklung der Kornverteilung an der Sohlenoberfläche.

Egiazaroff werden die drei feinsten Fraktionen beinahe vollständig ausgewaschen. Mit der Methode von Hunziker stimmt im Grenzzustand die Kornverteilung in der Austauschschicht recht gut mit der gemessenen Deckschicht überein. Zudem ist der Anteil der einzelnen Fraktionen über die ganze Länge der Rinne konstant, währendem bei Egiazaroff dies nicht zutrifft.

Um die Sortierprozesse und die Deckschichtbildung nachzuvollziehen, eignet sich in diesem Fall also der Ansatz von Hunziker besser als jener von Egiazaroff. Wie weit sich diese Feststellung verallgemeinern lässt, müsste allenfalls noch genauer abgeklärt werden, da Hunziker seine Methode vor allem anhand der Versuche von Günter entwickelt hat.

Durch die Sortierprozesse in der obersten Schicht der Mischsohle werden neben der kritischen Schubspannung auch die Reibungsverhältnisse verändert. In Figur 5.9 ist der zeitliche Verlauf des Widerstandskoeffizienten c_f (siehe S. 36) für einen Querschnitt im Anfangsbereich, in der Mitte und im Endbereich der Rinne dargestellt.

In den ersten 30 Stunden des Versuches, werden die Feianteile in einer wellenförmigen Bewegung von oben nach unten ausgewaschen (je mehr Feianteile desto grösser der Widerstandskoeffizient). Durch die vorübergehende Akkumulation der kleinen Fraktionen nimmt die "Widerstandskoeffizienten-Welle" entlang der Rinne in Höhe und Breite zu. Die Vergrößerung der Kornverteilung in der obersten Schicht erfolgt dann in einem sehr langsamen Prozess (die Laborversuche dauerten jeweils etwa 600 bis 1200 Stunden), bei dem sich die Reibung auf der ganzen Rinnenlänge asymptotisch den Verhältnissen für die voll ausgebildete Deckschicht annähert. Da die maximale Variation des Widerstandskoeffizienten nur etwa 4 Prozent beträgt, ist dessen Einfluss auf den Ablauf des Versuches jedoch gering.



Figur 5.9: Versuch Nr. I/3 von Günter: Zeitliche Entwicklung der Reibung in verschiedenen Querschnitten der Rinne.

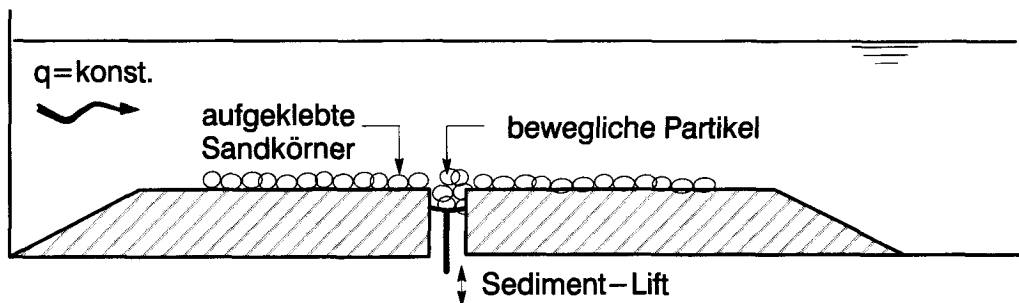
5.2.2 Suspensionstransport

Der Transport der suspendierten Stoffe wird durch die Advektions–Diffusionsgleichung beschrieben (siehe Gl. (3.11), S. 73). Danach hängt die zeitliche Variation der Konzentration von den konvektiven und diffusiven Flüßen sowie vom Partikel austausch zwischen Sohle und Strömung, der mit Hilfe des Quellterms beschrieben wird, ab. Während die korrekte Beschreibung der Flüße vor allem ein Problem der Numerik ist, hängt die Qualität der Beschreibung des Quellterms in erster Linie von den empirischen Ansätzen ab. Diese sind schwierig zu bestimmen. Zum Beispiel kann die “Pick–up Rate” (Menge der Partikel, die pro Zeiteinheit in die Strömung eingetragen werden) unter natürlichen Verhältnissen nur indirekt, das heisst durch Rückrechnung aufgrund von gemessenen Konzentrationsprofilen, bestimmt werden. Beim Ansatz, wie er hier verwendet wird (siehe Gleichung (2.57), S. 57), wird dabei die massgebende Referenzkonzentration in einem Abstand a über der Sohle bestimmt, der von den Sohlenformen abhängt. Da diese nicht für alle Experimente, anhand derer die Formel “gefittet“ wurde, bekannt waren, wurde angenommen, der Abstand entspreche gerade der äquivalenten Sandrauigkeit von Nikuradse (VAN RIJN, 1984b). Damit wird der Abstand a in vielen Fällen unterschätzt und der Anspruch an die Genauigkeit ist dementsprechend beschränkt. Dies trifft vor allem auf Verhältnisse zu, bei denen dreidimensionale Bettformen entstehen (siehe Figur 2.6, S. 38). IKEDA (1980) hat festgestellt, dass dann die Konzentration der suspendierten Partikel um einen Faktor 10 zunehmen kann, obwohl die Schubspannungsgeschwindigkeit beinahe konstant bleibt.

Im folgenden wird nun zuerst ein Vergleich zwischen gemessenen und gerechneten Pick-up Raten gezeigt. Anschliessend wird noch auf einige Aspekte der verwendeten Numerik eingegangen.

5.2.2.1 Pick-up Rate

VAN RIJN (1984d) hat die Pick-up Rate in Laborversuchen direkt gemessen. Die Versuche umfassten verschiedene Korndurchmesser (Einheitskorn) und Fließgeschwindigkeiten. Gemessen wurde die Menge der Partikel, die – als Folge der Turbulenz – in die Strömung eingetragen wurden. Die Partikel wurden der Strömung zugeführt, indem sie durch eine Öffnung in der Sohle mittels eines "Sediment-Liftes" so positioniert wurden, dass sich die oberste Schicht der beweglichen Partikel jeweils gerade auf der gleichen Höhe wie die sie umgebende fixe Sohlenoberfläche befanden. Die Erosion der Sohle wurde also durch die synchrone Anhebung des beweglichen Teils der Sohlenoberfläche kompensiert. Damit hat man erreicht, dass sich die Strömungsparameter, die für die Menge der aufgenommenen Partikel massgebend sind, während der Versuchsdauer nicht verändern. Der Zweck dieser Versuchsanordnung war, die Wechselwirkung von Sedimenttransport und Gerinneveränderung soweit als möglich zu unterbinden (Figur 5.10).



Figur 5.10: Schemaskizze zu den Pick-up Versuchen von van Rijn.

Figur 5.11 zeigt die Resultate einer Nachrechnung der Versuche im Vergleich zu den Messungen. Dargestellt ist die dimensionslose Pick-up Rate

$$\phi_p = \frac{E}{\rho_s [(s-1)gd_{50}]^{0.5}}$$

nach EINSTEIN (1950), die als Funktion der dimensionslosen

Schubspannung aufgetragen ist. Die Pick-up Rate E ist wie folgt definiert:

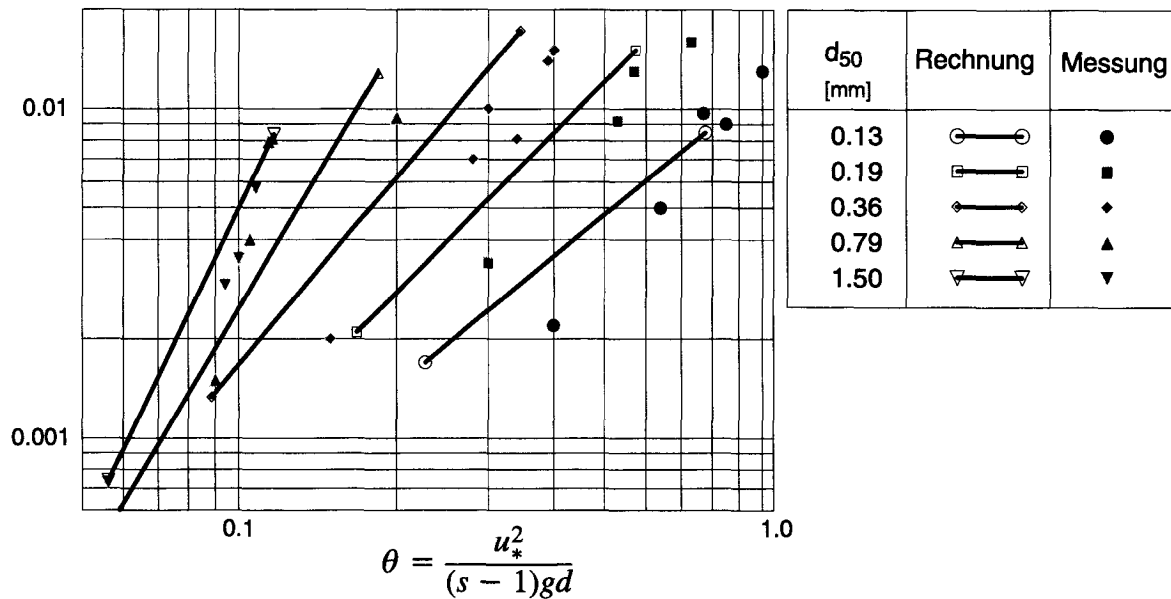
$$E = \frac{M}{A\Delta T}$$

wobei

E	$[MT^{-1}L^{-2}]$	Pick-up Rate der suspendierten Partikel
M	$[M]$	Totale Sediment Masse
A	$[L^2]$	Fläche des beweglichen Kolbens
T	$[T]$	Messperiode

Trotz der oben erwähnten Unzulänglichkeiten der im Programm implementierten Pick-up Beziehung werden die Laborversuche einigermaßen vernünftig wiedergegeben.

$$\phi_p = \frac{E}{\rho_s[(s-1)gd]^{0.5}}$$



Figur 5.11: Pick-up Versuche von van Rijn. Vergleich zwischen Rechnung und Messung

5.2.2.2 Einfluss der Eingabeparameter auf die Qualität der Resultate

Obwohl im Abschnitt 3.4.2.4 festgestellt wurde, dass bei vielen praktischen Anwendungen der Diffusionsterm in der Gleichung für den Suspensionstransport von untergeordneter Bedeutung ist und deshalb vernachlässigt wird, sollen hier die numerische und physikalische Diffusion miteinander verglichen werden. Dies gibt auch Gelegenheit, um auf einige Aspekte bezüglich der Wahl der für die Numerik massgebenden Eingabeparameter einzugehen.

Um die Analyse nicht durch die empirischen Beziehungen zu beeinträchtigen (Ablagerungs- und Pick-up-Funktion), wird die Lösung der folgenden Modellgleichung untersucht:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (5.1)$$

$$\text{Anfangsbedingung: } C(x, 0) = f(x) = \sin\left(\pi \frac{x-a}{b-a}\right) \quad a \leq x \leq b$$

$$C(x, 0) = 0 \quad \text{sonst}$$

$$\text{Randbedingung: } C(0, t) = C(1, t) = \text{konst.} = 0$$

Wenn für D die inverse Pécletzahl ($P_e = h * u/D$) eingesetzt wird, ist Gleichung (5.1) eine dimensionslose Advektions-Diffusions-Gleichung. Die exakte Lösung der Gleichung¹⁸ (VREUGDENHIL, 1994) kann für eine unendlich lange Strecke ermittelt werden. Wird der Transport der Anfangskonzentrationsverteilung für einen so kurzen Zeitraum betrachtet, dass die Randbedingungen noch keinen Einfluss haben, ist die analytische Lösung auch im endlichen Raum gültig. In Figur 5.13 ist die Anfangsbedingung für $a=0.2$ und $b=0.4$ und in Figur 5.15 zusätzlich noch die exakte Lösung von Gleichung (5.1) für $u=1, D=.002$ eingezeichnet.

Setzt man die physikalische Diffusion $D=0$, entsteht ein einfaches Advektionsproblem, bei dem die "Welle" der Ausgangskonzentration translatorisch nach rechts verschoben wird. Bei der numerischen Lösung dieses Problems wird sich je nach Wahl der Eingabeparameter eine mehr oder weniger grosse numerische Diffusion einstellen. Bei den Eingabeparametern stehen vor allem die räumliche Auflösung (Δx) und die Zeitschrittlänge (Δt) zur Disposition. Zusätzlich kann die Lösung aber auch durch die Wahl des Rechenschemas bezüglich der räumlichen und zeitlichen Diskretisierung beeinflusst werden.

Einfluss der Zeitschrittlänge

Die Wahl des Zeitschrittes Δt wird normalerweise durch die Berechnung der Strömung diktiert. Im Abschnitt 4.3.4 (S. 109ff) wurde gezeigt, dass bei einem expliziten

$$18. \quad C(x, t) = \frac{1}{\sqrt{4\pi Dt}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\xi^2/4Dt} f(x - ut - \xi) d\xi = \frac{1}{2} \text{Re}(ie^p \{ \text{erf}(\beta) - \text{erf}(\alpha) \})$$

wobei Re den Realteil bezeichnet und

$$\alpha = \frac{-a + x - ut}{2\sqrt{Dt}} - i \frac{\pi\sqrt{Dt}}{b-a} \quad \beta = \frac{-b + x - ut}{2\sqrt{Dt}} - i \frac{\pi\sqrt{Dt}}{b-a}$$

$$p = \frac{Dt\pi^2}{(b-a)^2} + i \frac{\pi}{b-a} (a - x + ut)$$

Schema zumindest die CFL–Bedingung ($\Delta t < \Delta x/c$, wobei $c = u + \sqrt{gh}$) eingehalten werden muss. Die maximale Grösse des Zeitschrittes ist also von der Geschwindigkeit, mit der sich eine Information ausbreitet, abhängig. Bei der Advektions–Diffusions–Gleichung ergibt die entsprechende Bedingung $\Delta t < \Delta x/u$ grössere zulässige Zeitschritte weil $u < c$.

Je nach Rechenschema müssen aus Stabilitätsgründen noch zwei weitere Bedingungen eingehalten werden (z.B. VREUGDENHIL, 1989). Beim expliziten FTCS (forward–time–central–scheme) muss beispielsweise gelten:

$$\begin{aligned} \sigma^2 \leq \lambda \leq 1 \quad \text{mit} \quad \lambda = 2D\Delta t/\Delta x^2 \quad & \text{Diffusionsparameter} \\ \text{und} \quad \sigma = u\Delta t/\Delta x \quad & \text{CFL–Zahl} \end{aligned} \quad (5.2)$$

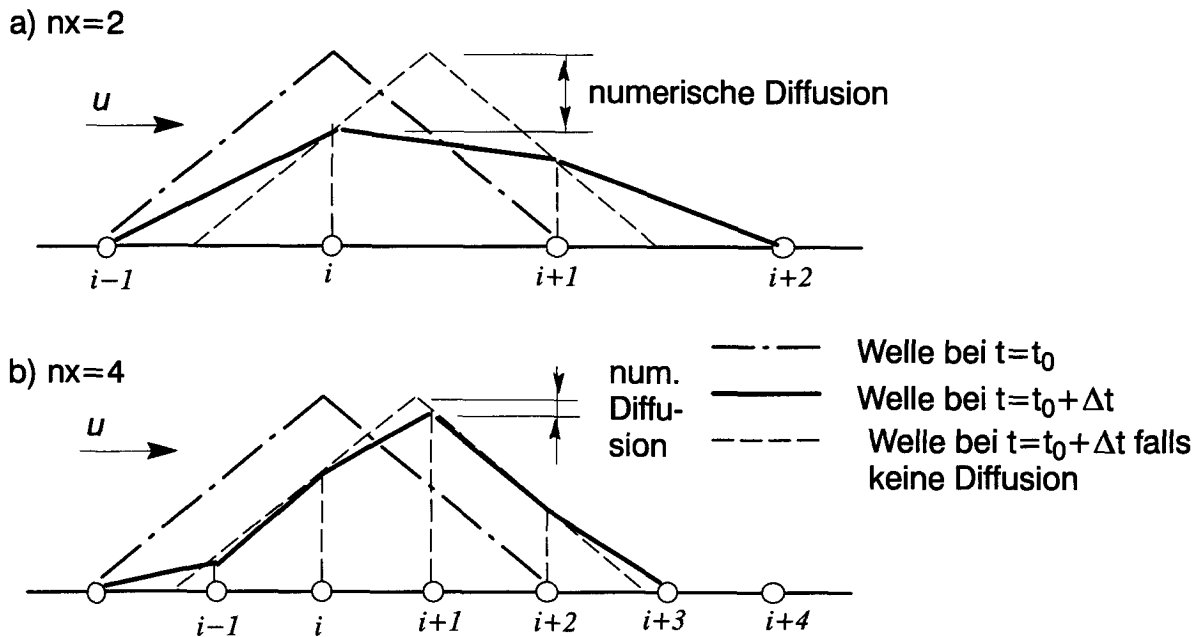
Die rechte Ungleichung führt zur Bedingung $\Delta t_1 < \Delta x^2/2D$ und die linke zu $\Delta t_2 < 2D/u^2$. Δt_2 ist also nur eine Funktion des Verhältnisses von Konvektion zu Diffusion und damit unabhängig von der Gittergrösse. Die erste Bedingung ist restriktiver, wenn $\Delta t_1 \leq \Delta t_2$ oder $|P_{\Delta x}| = |u\Delta x/D| \leq 2$. Im vorliegenden Fall wird die Zell–Pécletzahl $P_{\Delta x}$ nur bei extrem kleinem Δx kleiner als 2. Die Zeitschrittlänge kann also aufgrund der zweiten Bedingung abgeschätzt werden. Gewählt wurde $\Delta t = .0025$.

Einfluss der räumlichen Auflösung

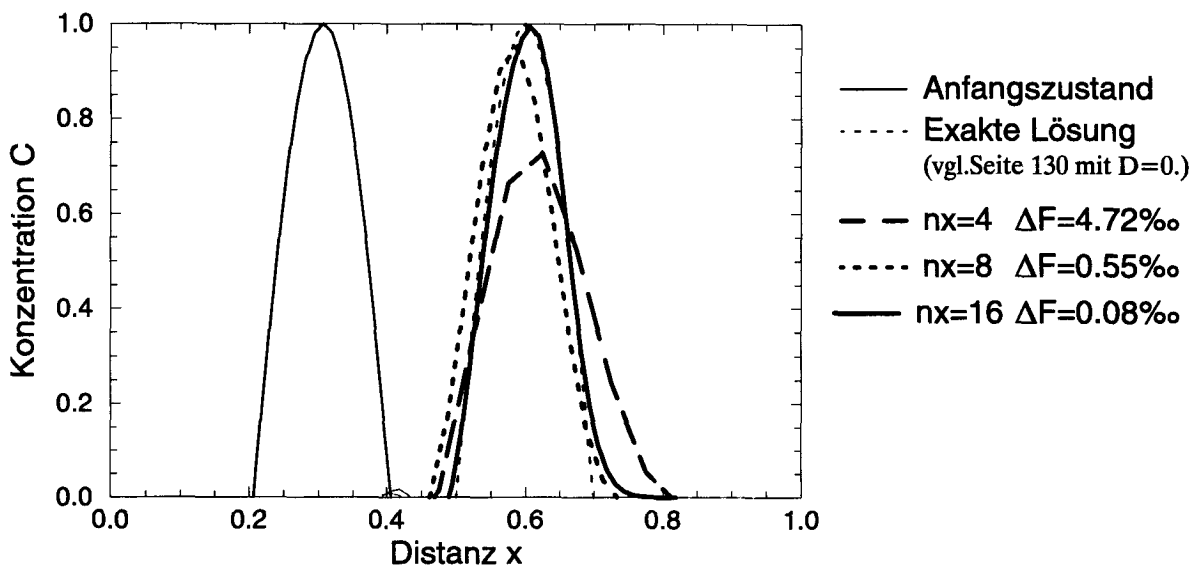
Während bei der Wahl der Zeitschrittlänge Stabilitätsüberlegungen im Vordergrund stehen, sind bei der Wahl der räumlichen Auflösung (Δx) Genauigkeitsanforderungen bestimmend. Das Ziel muss sein, dass die numerische Diffusion deutlich kleiner ist als die physikalische.

Um eine Welle darstellen zu können braucht es im Minimum zwei Gitterzellen ($n_x=2$). Da die Resultate der Berechnung nur immer in den Zellenmittelpunkten ($i-1, i, i+1$ etc.) anfallen, führt eine so geringe räumliche Auflösung für alle Zeitschritte $\Delta t \neq n\Delta x/u$ ($n=1,2,..$) zu einer starken Abflachung der Welle. In Figur 5.12 ist dies schematisch dargestellt.

Figur 5.13 zeigt, wie sich die Konzentrationsverteilung im Falle von Problem (5.1) ausbreitet, wenn die physikalische Diffusion vernachlässigt wird ($D=0$). Die Berechnung wurde für unterschiedliche Gittergrössen durchgeführt. Beim feinsten Gitter ($n_x=16$) wurde die Ausgangsverteilung durch 16 Berechnungszellen aufgelöst und es ist ersichtlich, dass zum Zeitpunkt $t=t_0+0.3$ die berechnete Konzentrationsverteilung mit der exakten Lösung sehr gut übereinstimmt. Für die grösste Auf-



Figur 5.12: Schemaskizze zur Wirkung der räumlichen Auflösung auf die Abflachung einer Welle (numerische Diffusion).



Figur 5.13: Problem (5.1): Einfluss der räumlichen Auflösung ($D=0$).

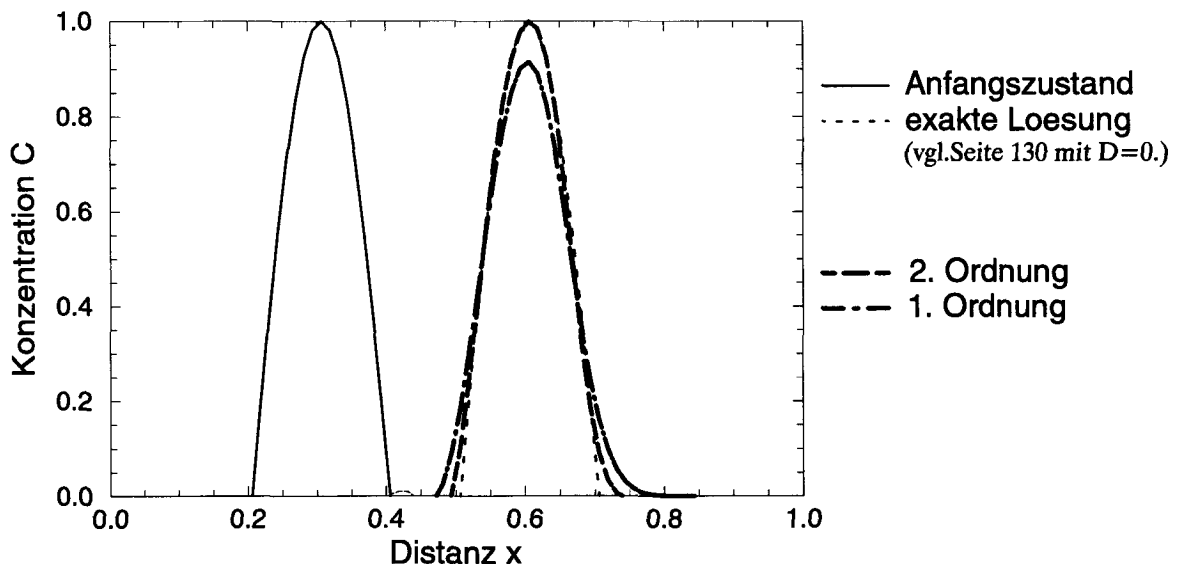
lösung ($nx=4$) hingegen, ergibt die Rechnung eine inakzeptable numerische Diffusion.

Integriert man die Flächen unter den Kurven, so zeigt sich erwartungsgemäss, dass die räumliche Auflösung auch Auswirkungen auf die Konservativität der Simulation

hat. Während bei der feinsten Auflösung die Verkleinerung der Fläche unter der Kurve (ΔF) im Vergleich zur exakten Lösung weniger als 0.1 Promille beträgt, wächst die Differenz im Falle von $n_x=4$ auf fast 5 Promille an. Zusammenfassend lässt sich aus dem Festgestellten als Faustregel ableiten, dass eine Welle durch mindestens zehn Gitterzellen aufgelöst werden sollte.

Einfluss des Rechenschemas

Dass die numerische Diffusion und damit die Genauigkeit einer Simulation je nach verwendetem Berechnungsschema sehr unterschiedlich sein kann, wurde bereits im Abschnitt 4.3 dargelegt. Um einen Eindruck über die Größenordnung dieser Unterschiede zu geben, wird in Figur 5.14 der Einfluss der Zeitdiskretisierung und in Figur 5.15 jener der Raumdiskretisierung am Beispiel von Problem (5.1) aufgezeigt.



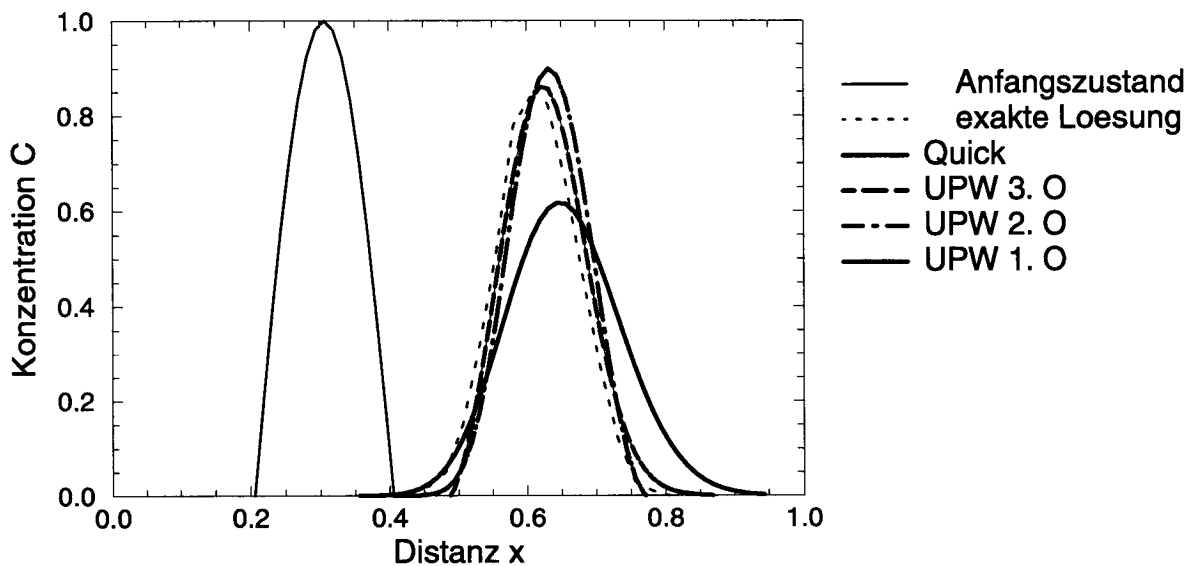
Figur 5.14: Problem (5.1): Einfluss der Zeitintegration ($D=0$).

Für die *Zeitintegration* wurde im aktuellen Fall eine implizite Methode gewählt, weil diese es erlaubt, durch die Wahl des Interpolationsparameters θ (Abschnitt 4.3.3, S. 100) einfach zwischen einer Methode erster und zweiter Ordnung umzuschalten.

Die Zeitschrittlänge wurde wie oben angegeben bestimmt (S. 130). Die Resultate (mit $D=0$, Figur 5.14) zeigen, dass damit selbst bei einer Genauigkeit 1. Ordnung die numerische Diffusion von etwa 9 Prozent immer noch kleiner ist als die physikalische (~ 14 Prozent), welche anhand der exakten Lösung des Ursprungsproblems (vgl. 130 mit $D=0.002$) ermittelt wurde. Bei der Simulation mit der höheren Genauigkeit stimmen die exakte Lösung und jene der Rechnung fast vollständig überein. Die Abweichung der Flächenintegrale unter der Kurve ist in beiden Fällen (1. und 2. Ordnung) praktisch vernachlässigbar.

In Bezug auf die **räumliche Diskretisierung** unterscheiden sich die einzelnen Berechnungsmethoden in der Art und Weise, wie die numerischen Flüsse über die Begrenzung der Rechenzelle ermittelt werden.

In Figur 5.15 sind Simulationsergebnisse, die mit unterschiedlichen Rechenschemen erzielt wurden, dargestellt. Gelöst wurde das Problem (5.1) mit einer physikalischen Diffusion von $D=0.002$.



Figur 5.15: Einfluss der räumlichen Diskretisierung bei der Lösung der Advektions–Diffusions–Gleichung ($D=0.002$).

Die Resultate zeigen, dass die Schemen 3. Ordnung (Quick, UPW 3.0) mit der exakten Lösung recht gut übereinstimmen. Die numerische Diffusion des Upwind–Schemas 1. Ordnung (~ 38 Prozent, siehe Figur 5.15) ist um fast einen Faktor 3 grösser als die physikalische. Das heisst, es eignet sich nicht zur Lösung der AD–Gleichung. Beim Upwind–Schema 2. Ordnung fällt besonders auf, dass die physikalische Diffusion unterschätzt wird. Tendenziell gilt dies auch für die anderen Berechnungsmethoden. Da beim praktischen Einsatz eines mathematischen Modells aus ökonomischen Gründen versucht wird, auf einem möglichst groben Gitter zu rechnen, wird diese Eigenschaft im allgemeinen durch die numerische Diffusion kompensiert werden.

Generell lässt sich feststellen, dass die Lösung der Gleichung für den Suspensions–transport wesentlich sensitiver auf die verwendeten numerischen Methoden reagiert als jene für den Geschiebetransport. Der Einfluss der numerikspezifischen Eingabeparameter ist deshalb in jedem Fall sorgfältig zu überprüfen.

5.3 Überprüfung der Praxistauglichkeit

Ein mathematisches Modell, wie es hier vorgestellt wird, besteht üblicher Weise aus drei Komponenten, nämlich:

- Aufarbeitung der Eingabedaten (Digitales Höhenmodell, Gittergenerierung)
- Rechenmodul
- Darstellung der Resultate (Zeitreihen, Längsprofile, räumliche Darstellungen etc.)

Da in dieser Arbeit der Rechenmodul im Zentrum steht, wird im folgenden die Praxistauglichkeit vor allem an Kriterien gemessen, die diesen Modul betreffen. Dies geschieht im Bewusstsein, dass bei der Anwendung eines mathematischen Modells in der Regel der grössere Teil der Arbeit bei der Dateneingabe und der Darstellung der Resultate anfällt, sofern der Rechenmodul genügend zuverlässig arbeitet.

Wie praxistauglich ein Computerprogramm ist, kann umfassend nur geklärt werden, wenn es – unabhängig von den Entwicklern – bei einem operationellen Einsatz im Ingenieuralltag angewendet wird. Diesbezügliche Erfahrungen mit anderen Programmen (z.B. FLORIS, KÜHNE und FÄH, 1983) zeigen, dass dabei Kriterien im Vordergrund stehen (z.B. Qualität der Dokumentation, Grafisches User–Interface, Schnittstelle zu CAD, GIS etc.), die in der Entwicklungsphase eines Programmes von untergeordneter Bedeutung sind und auf die deshalb hier nicht eingegangen wird.

Im folgenden wird nun anhand der Nachrechnung eines Laborversuches auf die Prognosefähigkeit des Modells eingegangen und anschliessend an einem komplexeren Anwendungsfall der zeitliche Aufwand und die generelle Problemlösungsfähigkeit der aktuellen Version des Programms untersucht.

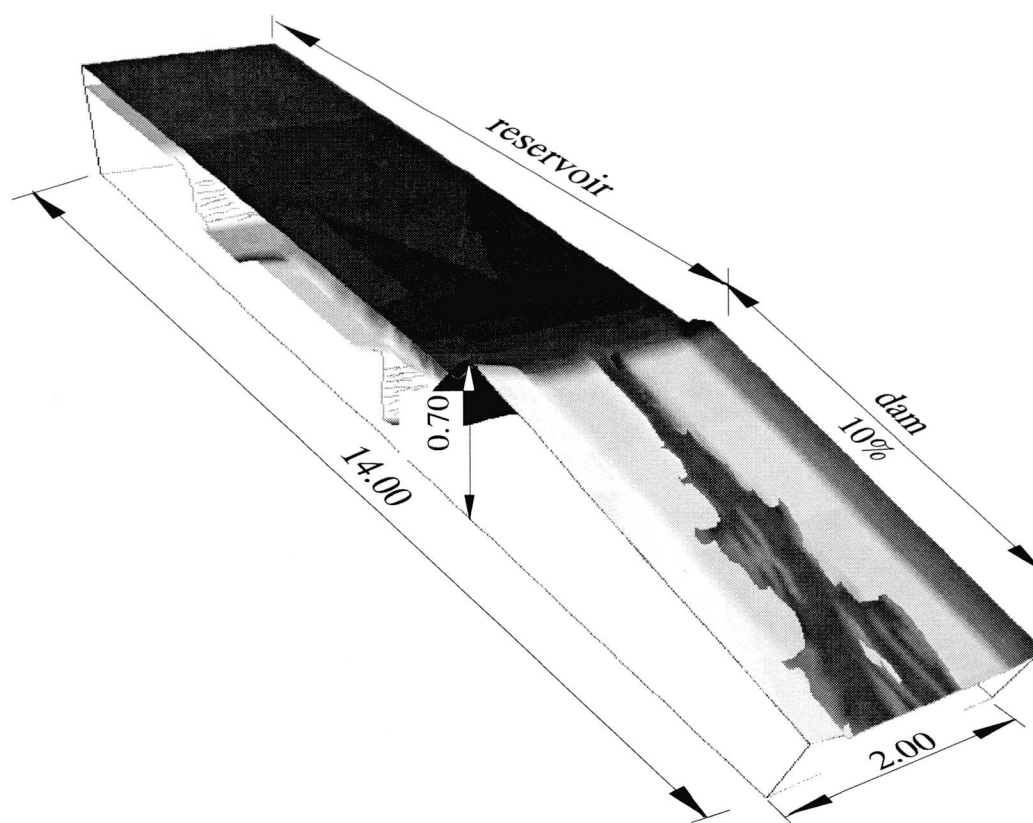
5.3.1 Prognosefähigkeit am Beispiel Chlöwena

Ein wichtiges Kriterium bei der Beurteilung eines mathematischen Modelles ist seine Prognosefähigkeit. Darunter wird hier verstanden, wie zuverlässig Ereignisse simuliert werden können, bei denen keine Vergleichsmöglichkeiten vorhanden sind, um die freien Eingabeparameter zu eichen. Der klassische Fall für eine solche Problemstellung ist der Dammbbruch. Da keine zuverlässigen Naturbeobachtungen zugänglich sind um die diesbezüglichen Eigenschaften des Programms zu testen, werden hier zum Vergleich Laborversuche herangezogen, die an der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie (VAW) an der ETH Zürich durchgeführt wurden.

Die Versuche wurden im Zusammenhang mit einer grossen Hangrutschung durchgeführt, die sich im Gebiet Chlöwena im Kanton Freiburg im Frühjahr 1994 bemerkbar machte. Die Rutschung erreichte im Sommer 1994 den Talgrund und begann kontinuierlich einen Damm aufzubauen, der den dort fliessenden Bach zu einem See aufstaute.

Die VAW erhielt unter anderem den Auftrag, die Dammstabilität bezüglich äusserer Erosion durch überströmendes Wasser zu überprüfen und die allenfalls zu erwartende Abflussspitze im Falle eines Dammbrechens abzuschätzen (VAW, 1994).

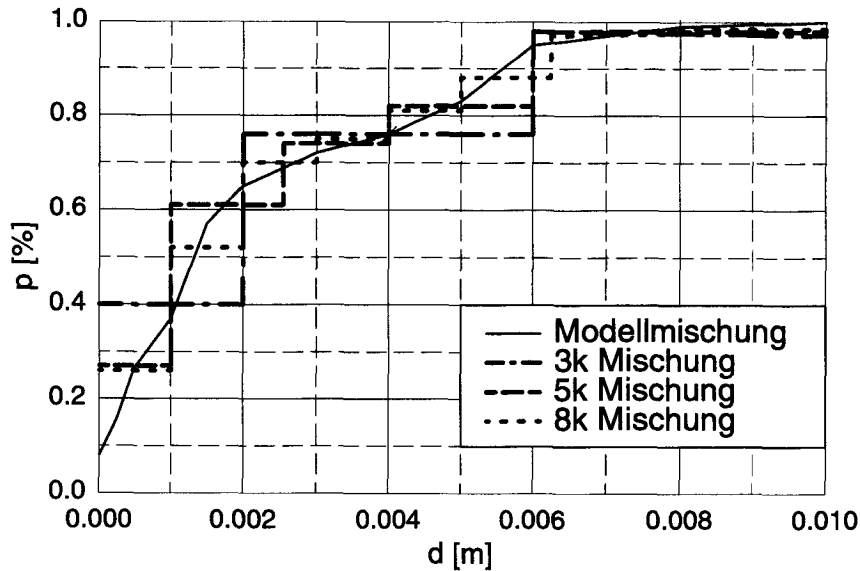
Die Untersuchungen wurden an einem hydraulischen Modell im Massstab 1:50 durchgeführt. Dabei wurden ein 75 m breiter Ausschnitt der höheren Dammpartien und der See vereinfachend als rechteckiges Becken modelliert. Figur 5.16 zeigt die



Figur 5.16: Abmessungen der Versuchsanlage "Chlöwena" [m].

wichtigsten Abmessungen der Versuchsanlage. Die Kornverteilung des Dammmaterials wurde dem natürlichen Material nachempfunden (Fig. 5.17). Im mathematischen Modell wurde die Mischung durch drei (3k), fünf (5k) resp. acht (8k) Kornklassen repräsentiert. Die entsprechenden mittleren Korndurchmesser wurden anhand der Kornverteilung in Figur 5.17 durch "Augenmass" bestimmt.

Ausgehend vom Anfangszustand, bei dem der Seespiegel gerade die Oberkante der Dammkrone erreicht, wurde am oberen Ende des Sees ein konstanter Zufluss vor-



Figur 5.17: Kornverteilung der Modellmischung und deren Darstellung im mathematischen Modell.

geben, der die Initialerosion bewirkt. Während des Versuchs wurde die zeitliche Veränderung des Wasserspiegels gemessen und daraus – unter Berücksichtigung des Zuflusses – der momentane Abfluss bei der sich bildenden Bresche bestimmt.

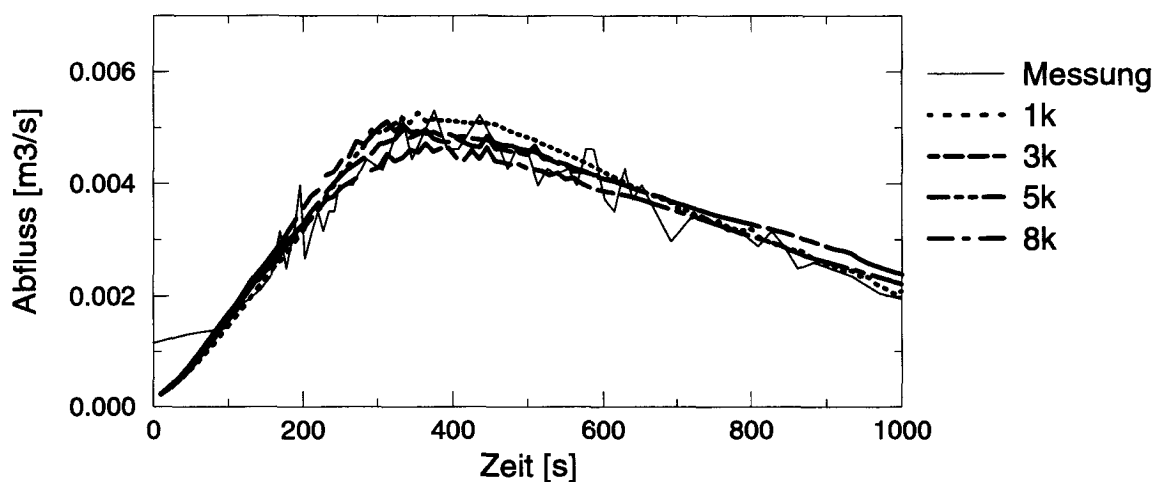
Mit dem vorliegenden Computerprogramm wurde ein Werkzeug geschaffen, das – basierend auf Erhaltungssätzen und empirischen Schliessbedingungen – erlaubt, die Wirklichkeit modellhaft abzubilden. Angesichts der komplexen Zusammenhänge zwischen den verschiedenen abhängigen Variablen mit den teilweise starken Rückkopplungseffekten sowie der grossen Schwankungsbreite der empirischen Beziehungen wäre es verfehlt, den Anspruch zu erheben, eine einzige richtige Lösung zu finden. Die Schwankungsbreite der Rauigkeit, der Transportformeln etc. muss sich in der Lösung mit einem entsprechenden Schwankungsbereich widerspiegeln.

Bei der Bearbeitung einer konkreten Problemstellung wird man also im Sinne einer Sensitivitätsanalyse die Wirkung und das Gewicht der einzelnen freien Parametern bestimmen und im besten Fall eine wahrscheinlichste Lösung unter Angabe der maximalen Abweichungen finden können. Das mathematische Modell eignet sich für dieses Vorgehen, da das Variieren der prozessbestimmenden Eingabegrössen mit relativ kleinem Aufwand vonstatten gehen kann. Des im allgemeinen recht grossen Rechenaufwandes wegen wird man bestrebt sein, die Anzahl der zu variierenden Parameter möglichst klein zu halten. Das heisst, es gilt in einem ersten Schritt die wichtigsten Parameter, die den interessierenden Prozess dominieren, zu identifizieren und deren Grenzwerte zu bestimmen. Im folgenden wird am Beispiel Chlöwena ein mögliches Vorgehen gezeigt.

Da das Sohlgefälle auf der Luftseite des Dammes sehr gross ist (8 Prozent), wird der Abfluss durch die Bresche von unterstrom her nicht beeinflusst. Der gesuchte Ausflusshydrograph wird also nur durch die zeitliche Entwicklung der Breschenöffnung bestimmt. Die Geometrie der Bresche wiederum ist eine Funktion der Tiefen- und Seitenerosion. Während die Tiefenerosion von der Geschiebetriebformel und damit – je nach Art der Formel – von unterschiedlichen Eingabeparametern abhängt, wird die Seitenerosion vor allem von der Stabilität der Böschungen dominiert. Diese kann nur über einen einzigen Eingabeparameter – den kritischen Böschungswinkel (siehe Figur 2.12, S. 60) – gesteuert werden. Es stellt sich nun die Frage, wie stark die frei wählbaren Parameter die Lösung beeinflussen.

Die im folgenden dargestellten Simulationsergebnisse wurden alle mit einer expliziten Zeitdiskretisierung und mit einer relativ groben räumlichen Auflösung ($dx=0.20\text{m}$ in Längsrichtung; $dy=0.05\text{ m}$ in Querrichtung) erzielt. Die zu erwartende Breschenbreite erstreckt sich damit über etwa vier Rechenzellen. Die Reibung wurde bei den Mehrkornmodellen aufgrund der eingegebenen Kornverteilung durch das Programm selbst bestimmt. Es wurde also keine Eichung durchgeführt. Wo nichts anderes angegeben, wurde angenommen, dass der gesamte Feststofftransport in Form von Geschiebe (modifizierte MPM-Formel, S. 52) erfolgt.

Die Tiefenerosion wird durch die Geschiebetransportformel und damit hauptsächlich vom Reibungsgefälle und vom Korndurchmesser determiniert. In einem ersten Schritt wurde der Einfluss dieser Parameter untersucht. Figur 5.18 zeigt einen Ver-

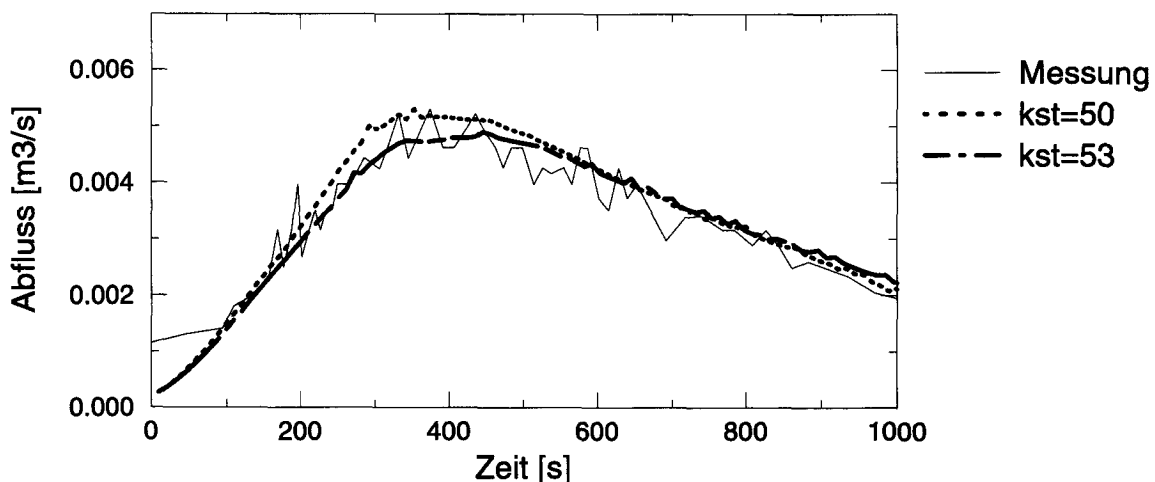


Figur 5.18: Abfluss durch die Bresche: Einfluss der Anzahl Kornklassen, mit der die Mischung repräsentiert wird.

gleich zwischen dem gemessenen Breschendurchfluss und den entsprechenden Ergebnissen von Simulationen, die sich in der Anzahl Kornklassen, mit denen das Dammaterial repräsentiert wird, unterscheiden. Man stellt fest, dass die Anzahl Kornklassen keinen wesentlichen Einfluss auf die Güte der Resultate hat. Dies er-

klärt sich damit, dass sich die Kornabstufung nur dann massgeblich auswirkt, wenn Sortierprozesse (Bildung einer Pflasterungsschicht) und die Bestimmung des Reibungsgefälles eine differenzierende Rolle spielen. Bei den hohen Sohlschubspannungen im Bereich der Bresche kann sich keine Abpflasterung ausbilden und die Unterschiede des Reibungskoeffizienten bei den Mehrkornmodellen betragen nur etwa 3 bis 4 Prozent (bezogen auf den kleinsten Wert im Bereich der Bresche).

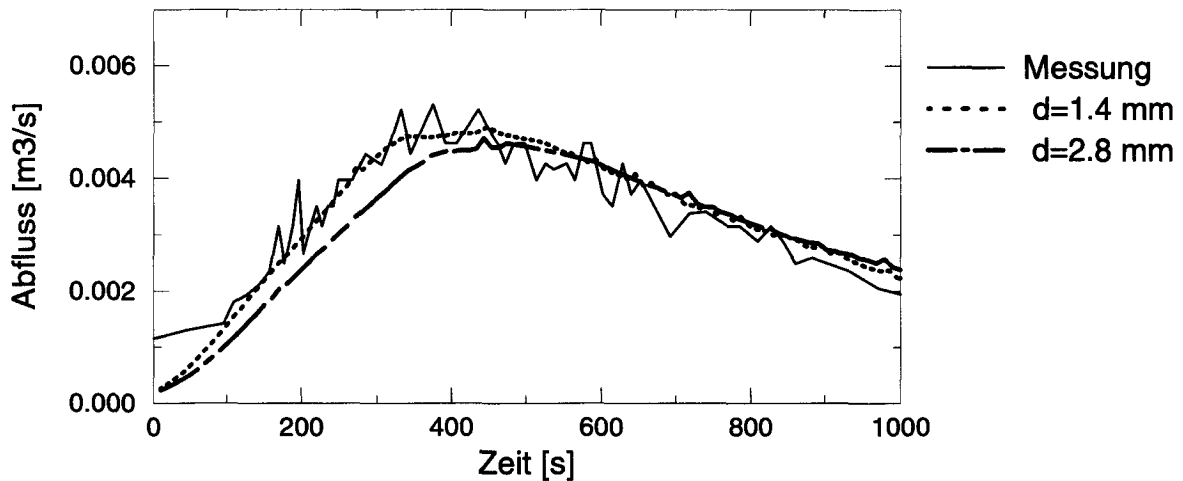
Beim Einkornmodell kann die Reibung als Eingabeparameter vorgegeben werden. Wird der Reibungsbeiwert nach dem Ansatz von Strickler ($k_{st} = 21.1/(d_m)^{0.1666}$) mit $d_m = k'_s$ nach Formel (2.25) bestimmt, ergibt sich $k_{st} = 53$. Verwendet man als



Figur 5.19: Wirkung von unterschiedlichen Reibungsbeiwerten auf den Abfluss bei der Bresche (Einkornmodell).

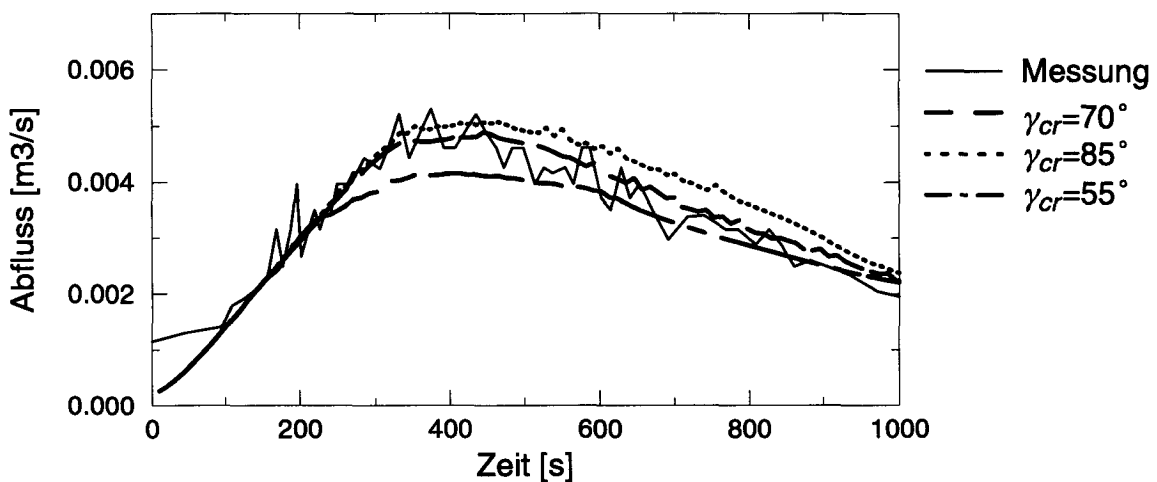
massgebenden Durchmesser $d_m = d_{90_{US}}$, erhält man für den Strickler'schen Reibungsbeiwert $k_{st} = 50$. Figur 5.19 zeigt, dass die Erhöhung der Reibung paradoxerweise zu einer Vergrösserung des Spitzenabflusses um etwa 8 Prozent führt. Die Erklärung ist einfach: Je grösser das Reibungsgefälle, desto grösser der Geschiebetrieb und die Tiefenerosion und damit auch der Durchfluss bei der Bresche.

In Figur 5.20 sind Resultate für das Einkornmodell dargestellt, die mit unterschiedlichen Korndurchmessern erzielt wurden. Da die Reibung, wie im vorherigen Beispiel als Eingabeparameter fest vorgegeben wurde ($k_{st} = 53$), widerspiegeln die Resultate in diesem Fall die Sensitivität von unterschiedlichen Abschätzungen der Grösse des mittleren Korndurchmessers. Der Geschiebetrieb wurde aufgrund von Formel (2.52) ermittelt. Bestimmt man den mittleren Korndurchmesser als $d_m = d_{50} = 0.0014$ m, ist er nur halb so gross, wie wenn er nach Formel (2.7) berechnet wird. Obwohl sich die mittleren Korndurchmesser also um 100% unterscheiden, verändert sich der Spitzendurchfluss bei der Bresche nur geringfügig.



Figur 5.20: Wirkung von unterschiedlichen Korndurchmessern auf den Abfluss bei der Bresche (Einkornmodell).

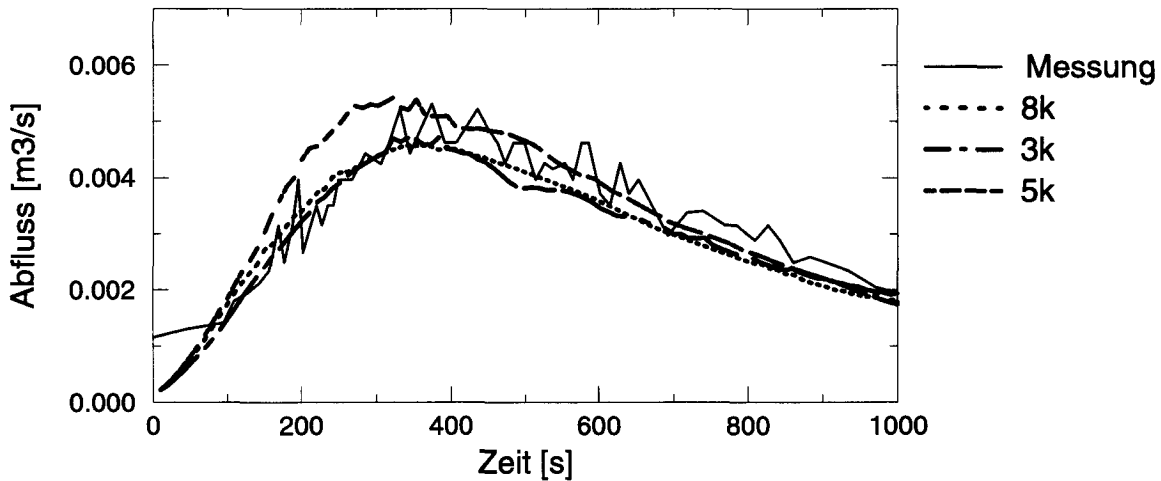
Die Breite der Bresche hängt von der Seitenerosion ab. Mengenmässig wird diese im Fall eines Dambruches vor allem durch die Böschungstabilität dominiert. Im einfachen Modell, wie es hier implementiert wurde, ist die Standsicherheit der Böschung nur eine Funktion des kritischen Böschungswinkels γ_{cr} . In den vorangehenden Simulationen wurde für γ_{cr} ein Wert von $\gamma_{cr}=70^\circ$ angenommen. In Figur 5.21



Figur 5.21: Wirkung von unterschiedlichen kritischen Böschungswinkeln auf den Abfluss bei der Bresche für (Einkornmodell).

ist der Abfluss bei der Bresche eingezeichnet, unter der Annahme dass $\gamma_{cr}=70\pm 15^\circ$ sei. Trotz des extrem grossen Schwankungsbereichs des kritischen Böschungswinkels, hält sich die Antwort des Systems in moderaten Grenzen.

Figur 5.22 zeigt –für verschiedene Mehrkornmodelle– den berechneten Abfluss bei der Bresche, wenn neben dem Geschiebetrieb auch der Suspensionstransport

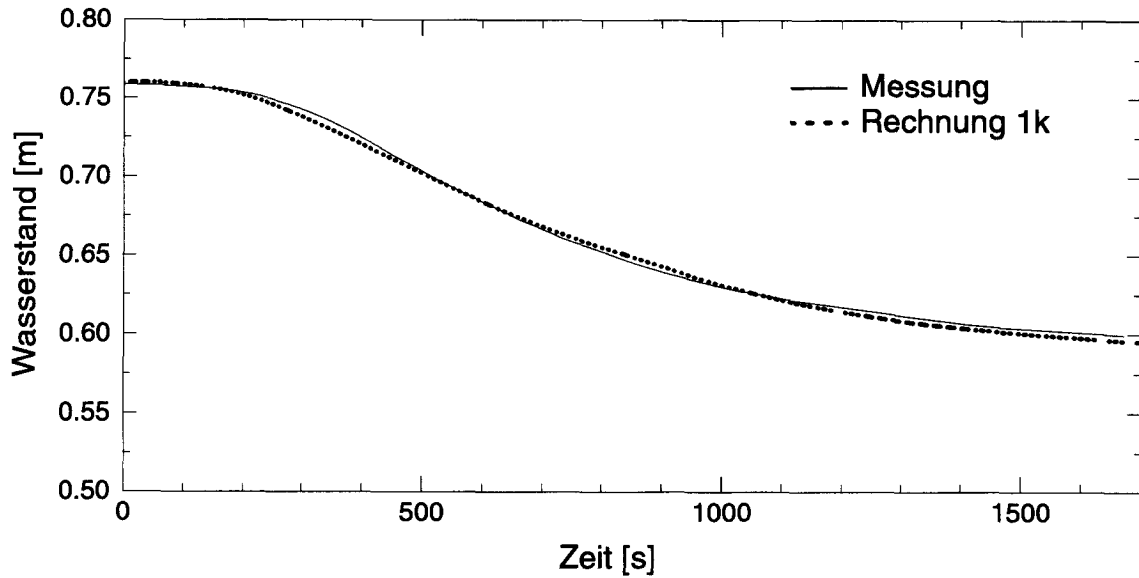


Figur 5.22: Abfluss bei der Bresche unter Berücksichtigung des Suspensionstransportes.

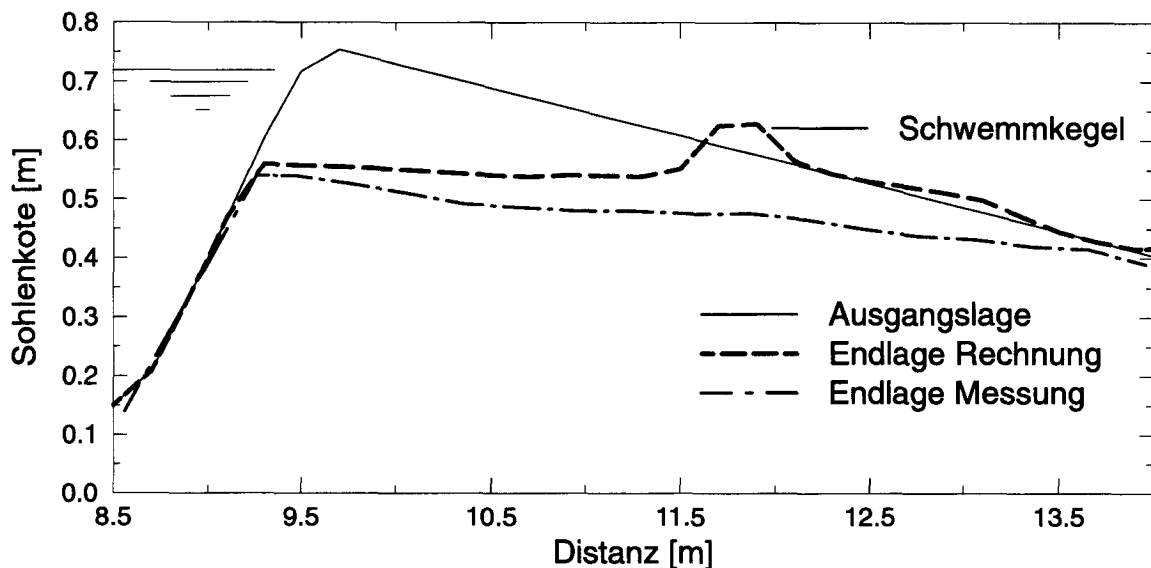
berücksichtigt wird. Ein Vergleich mit Figur 5.18 ergibt ein uneinheitliches Bild. Während sich bei der 3k und 8k Kornverteilung die Abflussspitze nicht wesentlich verändert, ergibt sich bei der 5k Kornverteilung ein deutlich höherer Abfluss. Eine Erklärung für diesen Sachverhalt lässt sich nicht direkt auf einzelne Eingabeparameter zurückführen. Die Interpretation kann nur unter Berücksichtigung der Interaktion von allen massgebenden Einflüssen (Reibung, Sortierprozesse, Geschiebetrieb, Gerinneveränderung, Strömung etc.) vorgenommen werden, was in der geforderten Allgemeinheit kaum je durchzuführen ist. Die Resultate widerspiegeln die grundsätzliche Sensitivität einer Simulation mit beweglicher Sohle. Die gegenseitige Beeinflussung von Strömung und Transport ergibt je nach Situation ein positives “Feedback”, sodass sich gewisse Prozesse selbst verstärken und so – auch bei nur wenig veränderten Anfangs- und Randbedingungen – zu relativ stark divergierenden Ergebnissen führen können.

Bei den dargestellten Ergebnissen der Sensitivitätsanalyse wurden nur Eingabeparameter betrachtet, die sich auf die Beschreibung von physikalischen Eigenschaften des Modelles beziehen. Der Einfluss von numerikspezifischen Parametern (z.B. Art des Rechenschemas etc.) ist bei diesem Anwendungsfall kleiner und wird hier deshalb nicht ausgeführt.

Während andere Kenngrößen (z.B. Seespiegelabsenkung, Figur 5.23) direkt von der Bilanz zwischen Zu- und Abfluss abhängen, kann ein spezifischer Breschen-durchfluss mit unterschiedlichen Verhältnissen von Tiefen- zu Seitenerosion realisiert werden. Aus Figur 5.24 geht hervor, dass die Endlage der gemittelten Sohle im Bereich der Bresche gut mit dem gemessenen Zustand übereinstimmt. Dies bedeutet, dass, neben der Tiefenerosion, auch die Breschenbreite einigermaßen korrekt wiedergegeben wurde.



Figur 5.23: Absenkung des Seespiegels.

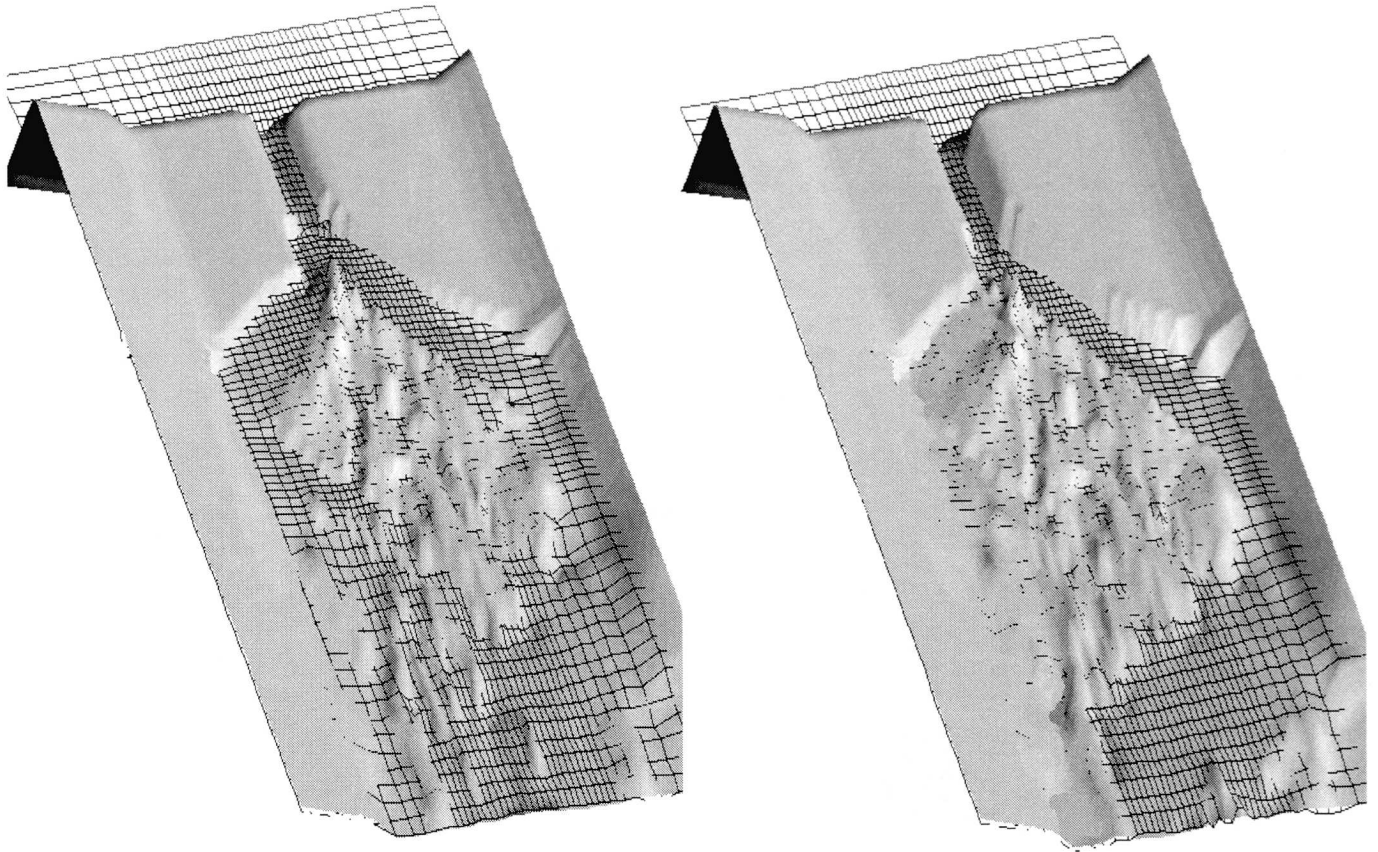


Figur 5.24: Endlage der Sohle (Längenprofil durch Mitte der Bresche).

Da die Entwicklung der Breschenbreite von der Ausgangskote des Seespiegels, der Initialbresche und der Anzahl Rechenzellen, mit der diese aufgelöst wird, abhängt, haftet diesem Ergebnis eine gewisse Zufälligkeit an. Die Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen ist ein Hinweis auf den nichtlinearen Charakter der Zweiphasen-Strömung. Die starke Rückkopplung zwischen Strömung, Sedimenttransport und Gerinnegeometrie bewirkt – je nach Ausgangssituation – ein unter-

schiedliches Zusammenspiel zwischen Breschendurchfluss und Erosion. Auf die Anfangsbedingungen ist also immer ein besonderes Augenmerk zu richten.

Etwas weiter flussabwärts, hat sich im mathematischen Modell – in Gegensatz zum Laborversuch – als Folge der Aufweitung des Gerinnes – eine Art Schwemmkegel gebildet. Im Verlauf der Rechnung wurde dieser zuerst auf beiden Seiten und mit zunehmender Dauer nur noch linksseitig umströmt (Fig. 5.25).



Figur 5.25: Fliesswege auf der Luftseite des Dammes zu verschiedenen Zeitpunkten (Blick gegen die Fliessrichtung).

Die Ursache dafür kann an der Struktur des Programmes (die Linksabweichung der Hauptströmung hängt möglicherweise von der internen Abarbeitungsrichtung ab) oder an den empirischen Beziehungen liegen, die für kleine Abflusstiefen unzutreffende Resultate liefern. Ein endgültiger Aufschluss darüber kann aber erst nach weiteren Untersuchungen gegeben werden.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass

- der Ausflusshydrograph und auch andere prozessbestimmende Kennwerte recht zuverlässig berechnet werden können, wenn die dominierenden Eingabeparameter aufgrund einer anerkannten Schätzmethode vorgegeben werden,
- die Form und der Maximalwert des Ausflusshydrographen auch mit einem Einkornmodell adäquat beschrieben werden können, wenn das Dammmaterial homogen ist,
- dem Programm eine gewisse Prognosefähigkeit bezüglich dieser Aufgabenstellung attestiert werden kann, da die Resultate ohne Eichung erzielt wurden.

5.3.2 Aufwand am Beispiel Göscheneralp Damm

Das Ziel dieses Anwendungsfalles ist, die generelle Funktionalität des Programmes anhand eines praktischen Beispiels zu testen und gleichzeitig eine Vorstellung über den Aufwand zu geben, der für die Durchführung einer solchen Simulation erforderlich ist.

Im Falle des Dammbuchproblems steht das vorliegende Simulationswerkzeug in Konkurrenz zu Verfahren (z.B. CTGREF, 1978), die aufgrund von stark vereinfachenden Annahmen bezüglich der Gerinnegeometrie und der Anfangsbedingungen zu Resultaten kommen, die den Erfordernissen der Praxis (z.B. zur Ausarbeitung von Gefahrenzonenpläne etc.) in vielen Teilen genügen. Der Vorteil dieser "Handrechnungen" ist, dass sie ohne Computer-Infrastruktur und mit relativ kleinem Aufwand durchgeführt werden können. Die Schwäche andererseits ist, dass sie auf einem eindimensionalen (1d) Konzept beruhen, das nur anwendbar ist, wenn die Fliesswege klar vorgezeichnet sind und sich im Verlaufe eines Ereignisses nicht verändern. Zudem sind die Verfahren zu ungenau, um als Grundlage für die Planung von allfälligen baulichen Massnahmen zu dienen.

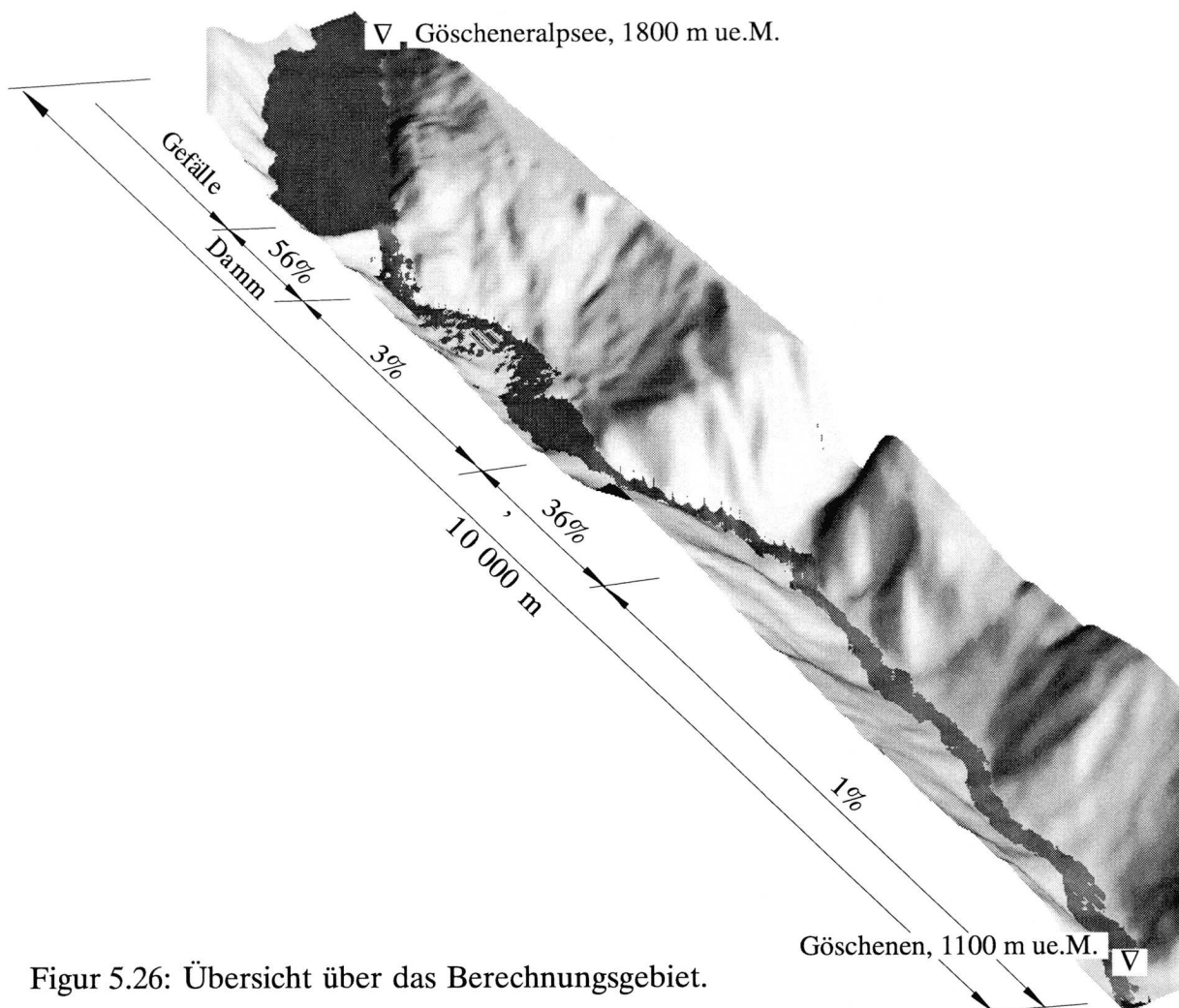
Die bisher für das Dammbuchproblem eingesetzten mathematischen Modelle hatten den Nachteil, dass sie auf Methoden beruhten (z.B. Preissmann-Schema), die bei Fliesswechseln zu numerischen Instabilitäten führten. Der Umgang mit diesen Programmen ist deshalb schwierig und in vielen Fällen braucht es Expertenwissen, um die Programme erfolgreich anwenden zu können. Im folgenden soll nun gezeigt werden, dass mit den aktuellen numerischen Algorithmen diese Hindernisse weitgehend ausgeräumt werden konnten und dass – bei vergleichbarem Aufwand – wesentlich aussagekräftigere Resultate erzielt werden, als mit den herkömmlichen Verfahren.

Voraussetzung für den effizienten Einsatz eines 2d-Modelles ist – neben einem stabilen Rechenmodul – ein schneller Zugriff auf die topographischen Daten und geeignete Darstellungsmöglichkeiten der Resultate.

Die topographischen Daten des aktuellen Beispiels beruhen auf dem DHM25–Basismodell (Digitales Höhenmodell des Bundesamtes für Landestopographie, Bern), welches die vektorisierten Höhenlinien der Landeskarte 1:25'000 enthält. Das DHM25 beschreibt nur die Form der Erdoberfläche. Bebauung und Bewuchs werden also nicht berücksichtigt. Von den Seen werden nur die Konturen und nicht die Topographie unterhalb des Seespiegels erfasst.

Die einzelnen Koordinatenpunkte DHM25 werden mit einem Dreiecksnetz miteinander vermascht. Die Flächen aller Dreiecke bilden nun das “Rohgelände”, aufgrund dessen die Geländepunkte für die rechteckigen Rechenzellen interpoliert werden. Die Feinheit des Rechengitters kann variiert werden. Damit kann die räumliche Auflösung der Geländestruktur in begrenzter Weise den örtlichen Gegebenheiten angepasst werden.

Figur 5.26 zeigt das betrachtete Berechnungsgebiet in der Übersicht. Der Göscheneralp-



Figur 5.26: Übersicht über das Berechnungsgebiet.

see hat ein Volumen von 75 Millionen m^3 . Er wird von einem 155 m hohen Erddamm

aufgestaut, der an der Krone eine Länge von 540 m aufweist. Das Volumen des Dammes beträgt 9,3 Mio m³. Der Göscheneralpsee wurde nicht als Testbeispiel gewählt, weil er in irgendeinerweise bruchgefährdet wäre, sondern weil er in Bezug auf das Dambruchproblem alle Schwierigkeiten umfasst, die für eine mathematische Modellierung eine Herausforderung darstellen.

Als Auslöser des Bruch szenariums wurde angenommen, dass sich von der linken Talflanke etwa 100 m vom Damm entfernt ein Felssturz ereignet, bei dem 144'000 m³ Felsmaterial im Verlauf von sechs Sekunden auf einer Breite von 75 m in den See stürzt. Die dadurch ausgelöste Welle erreicht im See eine Amplitude von etwa 2.5 m und breitet sich mit einer Geschwindigkeit von 25 m/s (Figur 5.27) kreisförmig im See aus. Beim Damm läuft die Welle auf, überstreicht ihn in einer wellenförmigen Bewegung hin und zurück und initiiert so die Erosion einer Bresche im linken Drittel des Dammes.

In Figur LEERER MERKER ist die Ausbreitung der Flutwelle im flussabwärts liegenden Tal dargestellt. Die Front erreicht Göschenen nach 18 Min.; sie bewegt sich also mit einer Geschwindigkeit von etwa 25 km/h. Integriert man den Abfluss quer zur Hauptfliessrichtung, ergibt sich bei Göschenen ein Maximum von rund 10'000 m³/s. In Figur LEERER MERKER wurde zur Illustration der Breschenentwicklung die Flächen-darstellung des Wasserspiegels auf die Gitterlinien der Rechenzellen reduziert, d.h. der Wasserkörper quasi transparent gemacht.

In der feinsten räumlichen Auflösung wurde das Berechnungsgebiet in einen 25x25 m Raster mit insgesamt 23'000 Rechenzellen eingeteilt. Für 2.5 h Simulationszeit – der Seespiegel hat sich dann um 60 m abgesenkt – werden 33'000 Zeitschritte gerechnet. Wird das Dammmaterial nur durch einen mittleren Korndurchmesser repräsentiert, führt das zu folgenden Rechenzeiten:

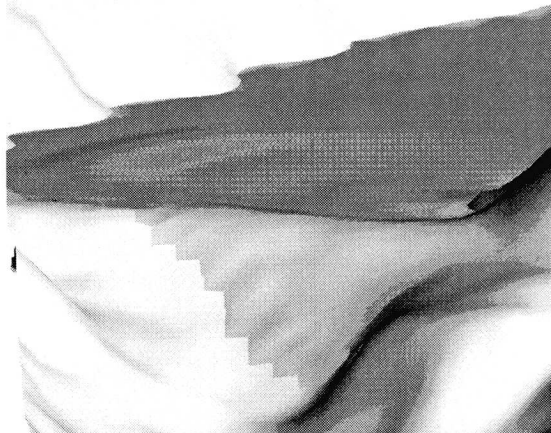
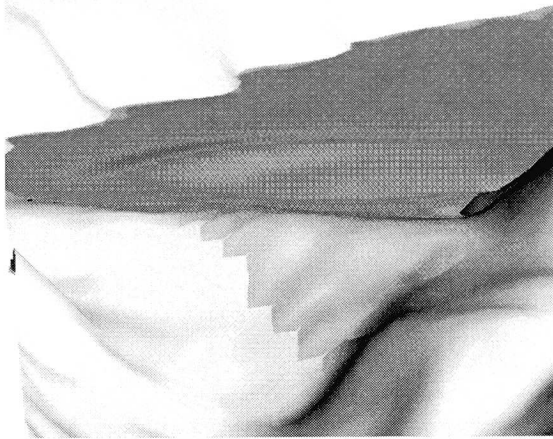
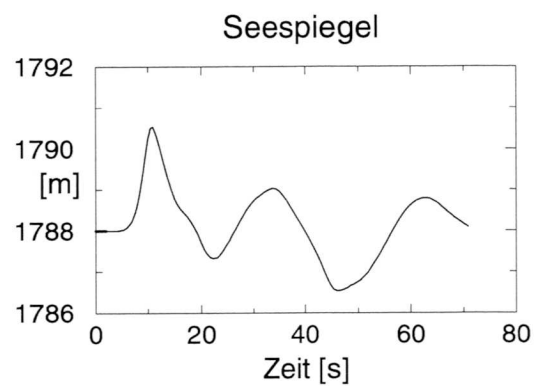
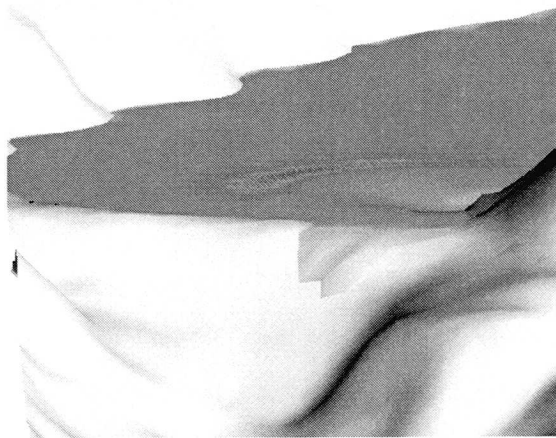
- Sun Sparc 10: 19 h
- Dec AlphaStation 600 5/333: 2.9 h
- PC Pentium 166: 10 h

Beschränkt man die feine Diskretisierung auf das Gebiet unmittelbar ober- und unterhalb des Dammes und wählt ausserhalb ein gröberes Raster, kann die Anzahl Rechenzellen auf 13'000 vermindert werden, ohne dass dadurch die Genauigkeit wesentlich beeinträchtigt würde. Die Rechenzeit reduziert sich damit auf etwa 60 % der oben angegebenen Werte.

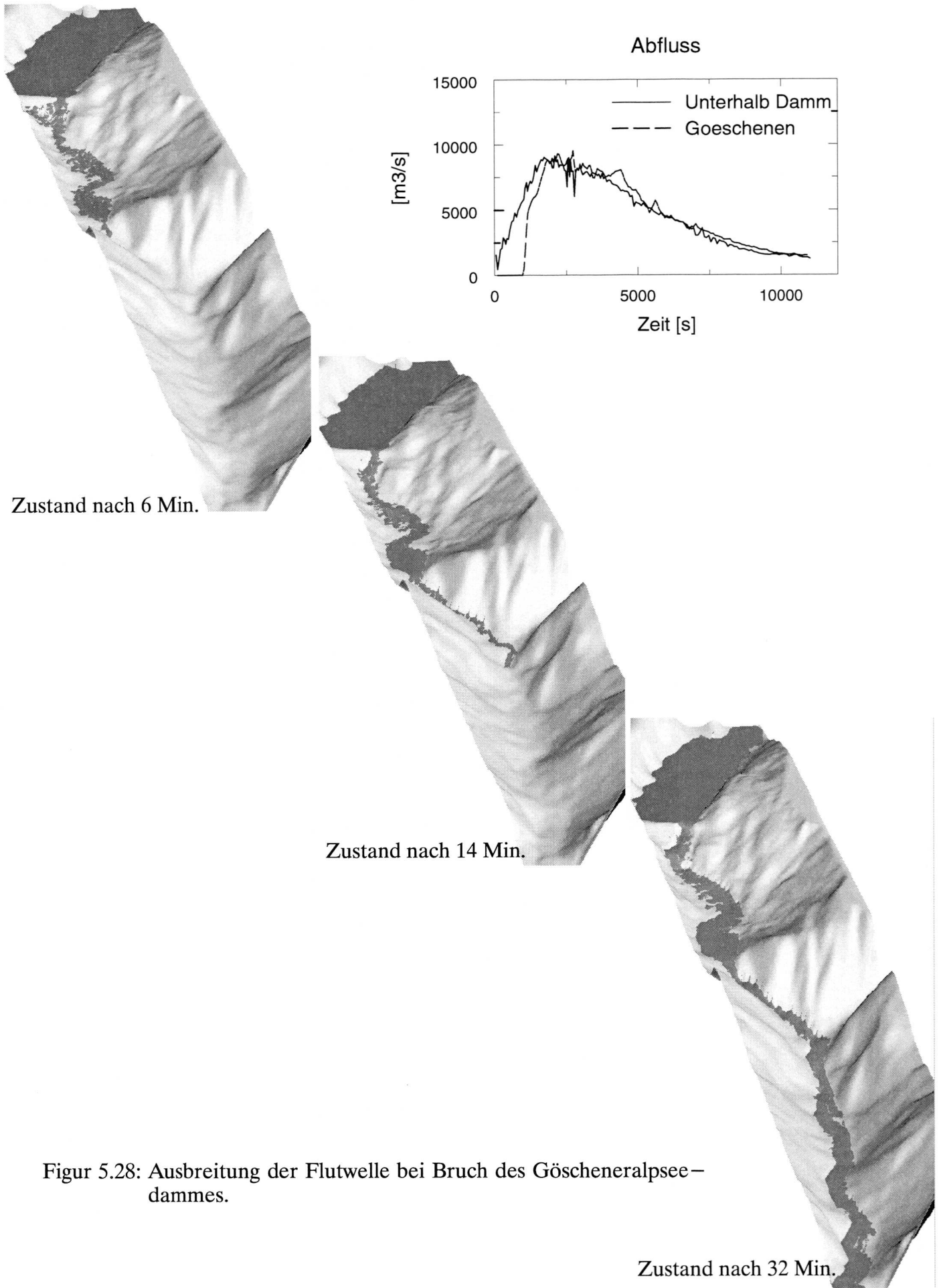
Die Figuren 5.27–LEERER MERKER wurden mit einer kommerziellen Grafik-Software erstellt. Wird der 3d-Darstellung ein eingescanntes Kartenbild überlagert, kann der Bereich des überfluteten Gebietes direkt visualisiert werden. Für eine effiziente Abschätzung des zu erwartenden Schadenpotentials wäre es nützlich, die Simulationsergebnisse mit einem geografischen Informationssystem zu koppeln.

Als Fazit kann festgehalten werden, dass eine komplexe Simulation, wie sie hier dargestellt wurde, von einem geübten Anwender in der Grössenordnung von ein bis zwei Wo-

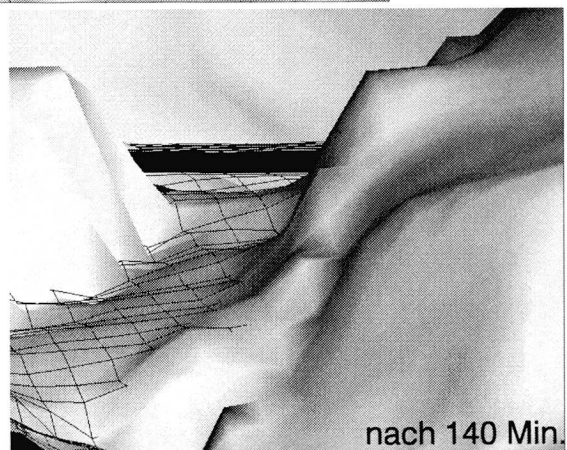
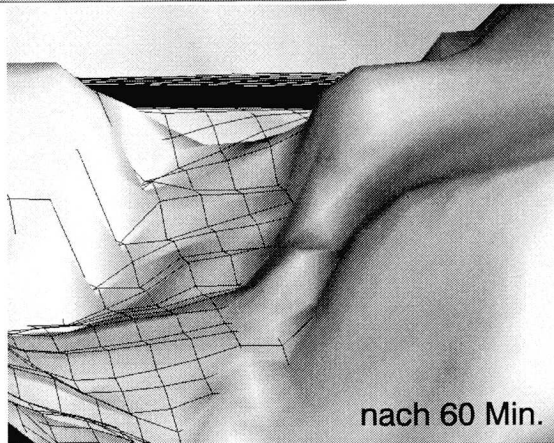
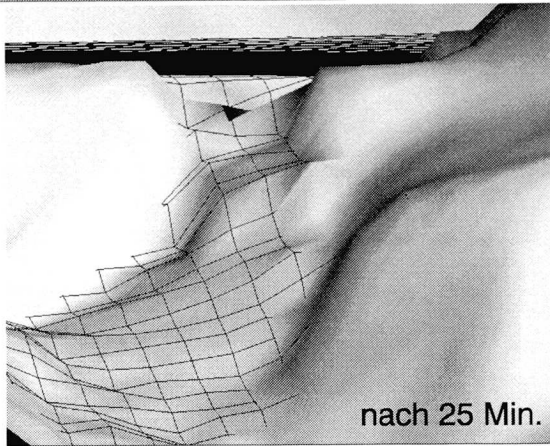
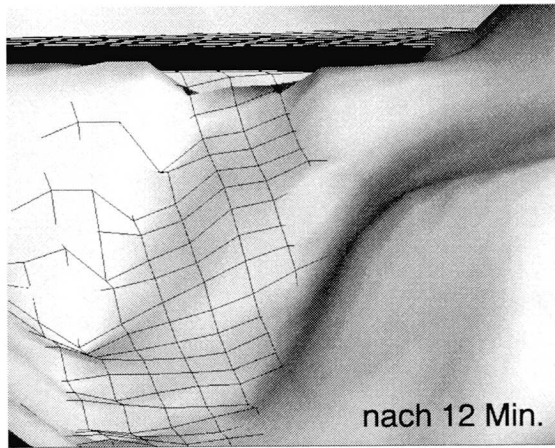
chen durchgeführt werden kann, sofern das Geländemodell in geeigneter Form zur Verfügung steht; dies ohne spezielle Anforderungen bezüglich Hardware und auch ohne spezielles Know-how bezüglich Hydraulik und mathematischer Modellierung. Damit werden die wichtigsten Bedingungen für einen erfolgreichen Einsatz in der Praxis erfüllt.



Figur 5.27: Welle, die durch den angenommenen Felssturz im See initiiert wird.



Figur 5.28: Ausbreitung der Flutwelle bei Bruch des Göscheneralpsee–dammes.



Figur 5.29: Entwicklung der Bresche.

6 *Schlussbemerkungen*

6.1 *Zusammenfassung*

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein Computerprogramm entwickelt, das es erlaubt, die Wechselwirkung von Strömung, Sedimenttransport und Morphologie mit einem 2d–horizontalen Ansatz zu simulieren. Bei der Formulierung des “Pflichtenheftes” für das Programmkonzept standen folgende Problemstellungen im Vordergrund:

- Dambruch und Ausbreitung der Flutwelle,
- Stauraumverlandung und Stauraumspülung,
- Deltabildung bei Flussmündungen,
- Beurteilung von flussbaulichen Massnahmen (z.B. Renaturierungsvorhaben).

Dem weitgefächerten Anwendungsspektrum entsprechend wurde versucht, den Programmcode so allgemein wie möglich zu halten. Dies heisst insbesondere, dass für den Feststofftransport zwischen Geschiebe– und Suspensionstransport differenziert und die Möglichkeit geschaffen wurde, dass das Feststoffmaterial durch eine beliebige Anzahl Kornklassen repräsentiert werden kann. Gleichzeitig wurde angestrebt, die Rechenzeit in einem Rahmen zu halten, der es erlaubt, mit der heute in der Praxis eingesetzten Computer–Hardware innert nützlicher Frist brauchbare Resultate zu erzielen.

In einem ersten Schritt wurden die signifikanten physikalischen Prozesse herausgearbeitet, um einen Eindruck über deren komplexes Zusammenspiel zu vermitteln. Dabei hat sich folgendes gezeigt:

- Im Vergleich zu Reinwasserverhältnissen verändern sich die Dichte, die Viskosität und auch die turbulenten Eigenschaften des Wasser–Sedimentgemisches durch die suspendierten Partikel; bei den kleinen Konzentrationen, wie sie in europäischen Flüssen normalerweise auftreten, kann dieser Aspekt aber vernachlässigt werden.
- Bei Anwendungen, bei denen Sortiervorgänge, Deckschichtbildung und die Unterscheidung von Geschiebe– und Suspensionstransport für die korrekte Beschreibung der physikalischen Vorgängen eine Rolle spielen, muss ein Mehrkornmodell eingesetzt werden.

- Bei der Bestimmung des Widerstandskoeffizienten ist die Korn- und die Formreibung zu berücksichtigen.
- Neben der Tiefenerosion ist sowohl die strömungs- wie auch die gravitationsinduzierte Seitenerosion zu modellieren.

In einem zweiten Schritt wurde die mathematische Beschreibung der relevanten physikalischen Prozesse vorgestellt. Dazu wurden folgende primäre Unbekannte eingeführt:

- für die *Strömung*: Abflusstiefe und spezifische Abflüsse in x - und y -Richtung.
- für den *Feststofftransport*: Sohlenkote, Konzentration der suspendierten Partikel und Anteil der Fraktionen in der obersten Schicht der Sohle.

Die Unbekannten sind Funktionen von Raum und Zeit. Zur Bestimmung der gesuchten Grössen wurden Masse und Impuls über ein horizontal zweidimensionales Elementarvolumen bilanziert. Dabei wurde je nach Variable in der Vertikalen ein unterschiedlicher Bereich als Kontrollvolumen definiert. Um die Bilanzgleichungen für die primären Unbekannten aufstellen zu können, mussten zusätzliche Variablen (sekundäre Unbekannte) eingeführt werden, die über empirische Beziehungen (z.B. Geschiebetransportformeln, Pickup-Funktion etc.) zu den primären Unbekannten in Beziehung gesetzt werden.

Im letzten Schritt der Modellbildung wurde festgelegt, wie aus den Integralgleichungen diskrete algebraische Gleichungen gebildet und nach welcher Strategie diese gelöst werden. In der aktuellen Version des Programms werden zuerst die gekoppelten Strömungsgleichungen und anschliessend die Sedimentgleichungen in sukzessiver Reihenfolge abgearbeitet. Die Lösung der Bilanzgleichungen erfolgt mit einer Finite-Volumen-Methode, wobei die Zeitintegration nach dem expliziten Euler-Verfahren durchgeführt wird. Für die Bestimmung der Flüsse über die Zellenseiten werden je nach Gleichungstyp unterschiedliche Verfahren angewandt: für die Strömungsgleichungen ein Verfahren höherer Ordnung nach Roe, für die Transportgleichung der suspendierten Partikel das Upwind-Verfahren von van Leer und für die Gleichung der globalen Feststoffbilanz ein Upwind-Verfahren 1. Ordnung.

Die implementierten Methoden wurden durch Vergleich mit analytischen Lösungen und Laborexperimenten verifiziert. Besonderes Augenmerk wurde auch auf die Praxistauglichkeit des Programms gelegt. Als Richtschnur galt dabei die Vorgabe, dass ein komplexes Simulationsvorhaben (Dammbruchproblem mit Bestimmung der Initialwelle als Folge eines Bergsturzes, Erosion des Dammes und Ausbreitung der Flutwelle auf beweglicher Sohle) von einem geübten Anwender in Wochenfrist abgewickelt werden kann. Diverse Anwendungen an der VAW haben gezeigt, dass dies möglich ist.

6.2 Ausblick

Im Hinblick auf eine Fortführung der vorliegenden Arbeit ist zwischen der Weiterentwicklung des Programmcodes und der Verbesserung der grundlegenden empirischen Beziehungen zu unterscheiden.

Beschränkt man sich auf das oben zusammengefasste Anforderungsprofil für das Programm, ist der Weg für dessen Weiterentwicklung vorgezeichnet. Die in der aktuellen Version des Codes implementierten numerischen Methoden erlauben eine adäquate Simulation der Wechselwirkung von Strömung, Sedimenttransport und Morphologie für die hier im Vordergrund stehenden Anwendungen. Im Hinblick auf den praktischen Einsatz kann der Rechenmodul vor allem verbessert werden, wenn die Möglichkeiten der räumlichen Diskretisierung flexibler gestaltet werden. Das heisst, dass an Stelle des Rechteck-Gitters ein unstrukturiertes Netz verwendet wird, das sich sowohl aus 1d-Elementen wie auch aus allgemeinen 2d-Vielecken zusammensetzen lässt. Dies eröffnet die Möglichkeit, auch kleinräumliche Strukturen der Geometrie zu erfassen, ohne die Anzahl Rechenzellen übermässig erhöhen zu müssen. Damit können zum Beispiel Geländekanten exakt wiedergegeben und zudem die dortigen Strömungsverhältnisse besser ermittelt werden, wenn der Fluss über die Geländekante aufgrund einer Überfallformel statt anhand der Flachwassergleichungen bestimmt wird. Mit der grösseren Flexibilität ist natürlich ein Mehraufwand in der programminternen Verwaltung und damit ein Mehr an Rechenzeit verbunden. Diese kann allerdings noch signifikant verkleinert werden, wenn der Code so umgestaltet wird, dass er auf mehreren Prozessoren gleichzeitig abgearbeitet werden kann.

Ungleich schwieriger und aufwendiger als die Verfeinerung des Computerprogramms ist die Verbesserung der empirischen Beziehungen. Beispielsweise sind die zur Zeit verwendeten Geschiebetriebformeln alle im Hinblick auf eine langzeitliche Betrachtung der Flussdynamik entwickelt worden. Sie sind dementsprechend eigentlich nur für den Gleichgewichtszustand bei Normalabflussverhältnissen gültig. Untersuchungen, die den Geschiebetrieb als zweidimensionales Phänomen angehen, existieren erst in Ansätzen. Auch die für eine instationäre Betrachtung wichtige Beobachtung, dass ein grosser Teil der Geschiebefracht in Form von Transportkörpern, die sich nicht kontinuierlich sondern puls förmig bewegen, verschoben wird, ist noch kaum in Formeln gefasst. Analoge Aussagen lassen sich auch in Bezug auf die anderen empirischen Beziehungen machen. Es kann also festgehalten werden, dass hinsichtlich der verwendeten Schliessbedingungen noch ein grosser Forschungsbedarf besteht. Fortschritte in diesem Bereich sind im Hinblick auf die numerischen Simulationen der hier angesprochenen praktischen Problemstellungen sehr erwünscht.

Literatur

- Abbott M.B., Larsen J. and Tao J. (1985):** *Modelling circulations in depth – integrated flows. Part I: The accumulation of the evidence*, Journal of Hydraulic Research, Vol. 23, No.4 .
- ASCE (1966):** *Nomenclature for Bedforms in Alluvial Channels*, report of the Task Force on Bedforms in Alluvial Channels, Journal of Hydraulic Division, ASCE, Vol 92 (3), 51–64.
- Ashida K. and Michiue M. (1971):** *An Investigation of River Bed Degradation Downstream of a Dam*. Proc. IAHR, 14th Congress, Vol. 3, Paris.
- Bagnold R.A. (1966):** *An Approach to the Sediment Transport Problem from General Physics*, Geological Survey Professional Paper 422–I, United States Government Printing Office, Washington .
- Bagnold R.A. (1954):** *Experiments on a Gravity – Free Dispersion of Large Solid Spheres in a Newtonian Fluid under Shear*, Proc. Royal Society of London, Vol. 225A, London, England .
- Baines M.J., Maffio A. and Di Filippo A., (1992)** *Unsteady 1 – D flows with steep waves in plant channels: the use of Roe’s upwind TVD difference scheme*, Advances in Water Resources 15, 89–94.
- Bathurst J.C., Graf W.H. and Cao H.H. (1987):** *Bed Load Discharge Equations for Steep Mountain Rivers*; Sediment Transport in Gravel–Bed Rivers, Ed.by C.R.Thorne et al., 1987, John Wiley & Sons Ltd.
- Bathurst J.C., Graf W.H. and Cao H.H. (1982):** *Bedforms and flow resistance in steep gravel–bed channels*, Euromech 156: Mechanics of Sediment Transport, Istanbul.
- Bathurst J.C., Graf W.H. and Cao H.H. (1982):** *Initiation of sediment transport in steep channels with coarse bed material*, Euromech 156: Mechanics of Sediment Transport, Istanbul.
- Bechteler W., Broich K. und Kulisch H. (1990):** *Zwischenberichte zum Studienvorhaben ”Sperrwirkung von Überflutungen I”*, Prof. W. Bechteler, Lehrstuhl für Hydromechanik und Hydrologie, Institut für Wasserwesen, Universität der Bundeswehr, Neubiberg.
- Beffa C.J. (1994):** *Praktische Lösung der tiefengemittelten Flachwassergleichungen*, Mitteilung Nr. 133 der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie an der ETH, Zürich.
- Bennett J.P. (1995):** *Algorithm for Resistance to Flow and Transport in Sand – Bed Channels.*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol 121, No 8, 578–590.
- Bennett J.P. and Nordin C.F. (1977):** *Simulation of Sediment Transport and Armoring*, Hydrological Sciences Bulletin, XXII, Vol 4, No 12, 555–569.

- Bhallamudi S.M., Chaudhry M.H.** (1991): *Numerical Modelling of Aggradation and Degradation in Alluvial Channels*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 117, No.9.
- Borah D.K., Alonso C.V. and Prasad S.N.** (1982): *Routing Graded Sediments in Streams: Formulations*, Journal of the Hydraulic Division, ASCE, Vol. 108, No. HY12.
- Bundesamt für Wasserwirtschaft** (1982): *Hochwasserschutz an Fließgewässern, Wegleitung 1982*, Eidgenössisches Verkehrs- und Energiewirtschaftsdepartement.
- Celik I. and Rodi W.** (1984): *A Deposition – Entrainment Model for Suspended Sediment Transport*, Sonderforschungsbereich 210, Universität Karlsruhe.
- Coleman N.L.** (1981): *Velocity Profiles with Suspended Sediment*, Journal of Hydraulics Research, IAHR, Vol. 19, No.3, S. 211–229.
- Copertino V.A. and Sciancalepore F.A.** (1994): *Flow Resistance in Steep Mountain Streams*, Int. Workshop on Floods and Inundations related to Large Earth Movements, Trent, Italy.
- Courant R. und Hilbert D.** (1962): *Methods of Mathematical Physics*, 2. Band, Interscience Publ., p. 635–636.
- CTGREF** (1962): *Appreciation globale des difficultés et des risques entraînés par la construction des barrages*, centre technique du génie rural des eaux et des forêts, groupement d'antony, note technique nr. 5.
- Cunge J.A.**, 1987: *Numerical Hydraulics Modelling – Late's 80s Context and Crossroads*. Proc. XXII IAHR Congress, Lausanne.
- Cunge J.A. and Perdreau N.** (1973): *Mobile Bed Fluvial Mathematical Models*, La Houille Blanche, No. 7.
- Davies T.R.H.** (1988): *Debris Flow Surges – A Laboratory Investigation*, Mitteilung Nr. 96 der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie an der ETH, Zürich.
- de Jong Carmen and Ergenzinger P.** (1992): *Unsteady Flow, Bedload Transport and Bed Roughness Responses in Steep Mountain Torrents*, 5th International Symposium on River Sedimentation, Karlsruhe, Germany.
- DeVries M.** (1966): *Application of Luminophores in Sandtransport – Studies*, Delft Hydraulics Laboratory, Publication No. 39.
- Do Ik Lee** (1969): *The Viscosity of Concentrated Suspensions*. Trans. of the Soc. of Rheology, 13 no. 2, pp 273–288.
- EAWAG** (1991): *Fliessgewässer als dynamische Ökosysteme und Objekte vielfältiger Nutzung*, Mitteilungen der EAWAG, Dez.
- Egiazaroff I.W.** (1965): *Calculation of Non – Uniform Sediment Concentration*, Journal of Hydraulics Division, ASCE, No. 44.
- Einstein H.A.** (1950): *The Bed – Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flow*, United States Departement of Agriculture, Technical Bulletin No. 1026, Washington D.C.

- Einstein H.A. and Banks R.B** (1950): *Fluid Resistance of Composite Roughness*, Transactions American Geophysical Union, Vol 31, S. 603–610.
- Einstein H.A. and Barbarossa N.L.** (1952): *River Channel Roughness*, Transactions ASCE, Vol 117, S. 1121–1146.
- Engelund F. and Hansen E.** (1967): *A Monograph on Sediment Transport*, Technisk Forlag, Copenhagen, Denmark.
- Ergenzinger P., de Jong Carmen, Laronne J. and Reid I.** (1994): *Short Term Temporal Variations in Bedload Transport Rates: Squaw Creeek, Montana, USA and Nahal Yatir and Nahal Estemoda, Israel*, Lecture Notes in Earth Sciences, Vol. 52, P. Ergenzinger, K.–H. Schmidt (Eds.) Dynamics and Geomorphology of Mountain Rivers, Springer–Verlag Berlin Heidelberg.
- Exner F.M.** (1925): *Über die Wechselwirkung zwischen Wasser und Geschiebe in Flüssen*. Sitzungsberichte der Akademie der Wissenschaften Wien, Heft 3–4
- Fanelli M., Giuseppetti G. and Molinaro P.** (1990): *Determining Dam–Breach Flood Waves: A Review Analyses of Existing Calculation Methods*. ENEL–CRIS Internal report Nr. 3912.
- Finsterle S.** (1993): *Inverse Modellierung zur Bestimmung hydrogeologischer Parameter eines Zweiphasensystems*, Mitteilung 121 der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie an der ETH, Zürich.
- Fischer H.B., Imberger J., List E.J., Koh R.C. and Brooks N.H.** (1979): *Mixing in Inland and Coastal Waters*, Academic Press, New York.
- Garcia M. and Parker G.** (1991): *Entrainment of Bed Sediment into Suspension*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.117, No.4.
- Glass J. and Rodi W.** (1982): *A Higher Order Numerical Scheme for Scalar Transport*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol. 31., 337–358.
- Glaister P.**, (1988): *Approximate Riemann solutions of the shallow water equations*, Journal of Hydraulic Research 26(3), 293–306.
- Günter A.** (1971): *Die kritische mittlere Sohlenschubspannung bei Geschiebemischungen unter Berücksichtigung der Deckschichtbildung und der turbulenzbedingten Sohlenschubspannungsschwankungen*, Mitteilung Nr. 3 der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH Zürich.
- Graf W.H. and Chun H.** (1976): *Manning's Roughness for Artificial Grasses*, Journal of Irrigation and Drainage Division, Proc. of ASCE, Vol. 102, No IR4, Dez.
- Hager W.H.** (1992): *Fliessformeln in Rauherinnen*, Wasserwirtschaft Wassertechnik, Heft 8, Verlag für Bauwesen, Berlin.
- Hager W.H.** (1991): *De Saint–Venant. Ein Leben als Ingenieur – ein Leben als Wissenschaftler*, Schweizer Ingenieur und Architekt, Heft 9.
- Holly F.M. and Rahuel J.–L.** (1990): *New Numerical/Physical Framework for Mobile–Bed Modelling, Part I: Numerical and Physical Principles*, Journal of Hydraulic Research, Vol. 28 (4), pp.401–416.

- Hydro–Québec** (1991): *Dam Break Flood Wave Simulation*, Proceedings of the International Conference on Dambreak Simulation, Montreal.
- Hunziker R.P.** (1995): *Fraktionsweiser Geschiebetransport*, Mitteilung Nr. 138 der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH Zürich.
- Hutter K.** (1991): *Einführung in die Fluid– und Thermodynamik*, Institut für Mechanik der Technischen Hochschule Darmstadt, Selbstverlag.
- Ikeda S.** (1988) : *Lateral Bed Load Transport on Side Slopes*, In: Civil Engineering Practice 2, Technomic Publishing Company, USA.
- Ikeda S.** (1982) : *Lateral Bed Load Transport on Side Slopes*, Journal of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 108, No. 11.
- Ikeda S.** (1980) : *Suspended Sediment on Sand Ripples*, Third International Symposium on Stochastic Hydraulics, Tokio, Japan.
- Jaeggi M.** (1994): *Vorlesung Flussbau*, ETH Zürich.
- Jaeggi M.** (1986): *Non–Conventional Solution for River Mouth Design*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol 112, No. 1.
- Jaeggi M. and Zarn B.** (1990): *A New Policy in Designing Flood Protection Schemes as a Consequence of the 1987 Floods in the Swiss Alps*, Int. Conf. on River Flood Hydraulics, Wallingford, England.
- Jha A.K., Akiyama J. and Ura M.** (1995): *First– and Second–Order Flux Difference Splitting Schemes for Dam–Break Problem*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol 121, No 12, Dec.
- Kahawita R., Tchamen G. and Zhang H.** (1991): *Numerical Schemes for Dam Break Simulation: 1 and 2d*, International Conference on Dam Break Flood Wave Simulation, Montreal.
- Kamphuis J.W.** (1974): *Determination of Sand Roughness for Fixed Beds*, Journal of Hydraulic Research 12, No. 2, S.193–203.
- Karim F.** (1995): *Bed Configuration and Hydraulic Resistance in Alluvial–Channel Flows*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.121, No.1, January.
- Khan A.A and Steffler P.M.** (1996): *Vertically Averaged and Moment Equations Model for Flow over Curved Beds*, Journal of Hydraulic Engineering, Vol 122, No. 1.
- Kuehne and Faeh** (1983): *Application of a Mathematical Model to Design Measures for Flood Protection*, Int. Conference on the Hydraulic Aspects of Floods&Flood Control, London, England.
- Laigle D. and P. Coussot** (1994): *Numerical Modelling of Debris Flow Dynamics*, Proc.Int. Workshop on Floods and Inundations related to Large Earth Movements, Trento, Italy.
- Lane E.W., Carlson E.J. and Hansen D.S.** (1949): *Low Temperature Increase Sediment Transportation in Colorado River*, Civil Engineering, ASCE, Vol 19, No.9, USA

- Lau Y.L.** (1982): *Suspended Sediment Effect on Flow Resistance*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.109, No.5, May.
- Laursen E. M.** (1956): *The Application of Sediment–Transport Mechanics to Stable Channel Design*, Journal of the Hydraulic Division, ASCE, Vol 82, No. HY 4.
- Lin B.** (1984): *Current Study of Unsteady Transport of Sediment in China*, Proceedings of Japan–China Bi–Lateral Seminar on River Hydraulics and Engineering Experiences, Tokyo–Kyoto–Sapporo.
- Lindner K.** (1982): *Der Stroemungswiderstand von Pflanzenbestaenden*, Leichtweiss–Institut für Wasserbau, Tech.Uni Braunschweig, Mitteilungen, Heft 75.
- Lyn D.A.** (1991): *Resistance in Flat–Bed Sediment–Laden Flows*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.117, No.1, Jan.
- Macchione F. and Sirangelo B.** (1990): *Numerical Simulation of Earthfill Dam Breach Outflow Hydrograph*, Proc.Int.Conf. on Hydraulic Engineering Software, Massachusetts, USA.
- Meyer–Peter E., Müller R.** (1948): *Formulas for Bed–Load Transport*, Second Meeting IAHR, Stockholm.
- Molinaro P. and Di Filippo A.** (1990a): *Dam–Break Wave Mathematical Modelling Review and Analyses of the Best Known Analytical Solutions*. ENEL–CRIS Internal report Nr. 4060.
- Molinaro P.** (1990b): *Dam–Break Wave Analysis: A State of the Art*. Computer Methods and Water Resources Conference, Marrakesh (Marocco).
- Müller B.** (1991a) Vorlesungsunterlagen: *Numerische Simulation konvektiver Wärme– und Stoffübertragung*, Institut für Fluidodynamik, ETH Zürich.
- Müller B.** (1991b) Vorlesungsunterlagen: *Numerische Lösung der kompressiblen Navier–Stokes–Gleichungen*, Institut für Fluidodynamik, ETH Zürich.
- Müller R.** (1943): *Theoretische Grundlagen der Fluss– und Wildbachverbauungen*, Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, ETH Zürich, Nr. 4.
- Naef F., Haerberli W., Jäggi M., und Rickenmann D.** (1988): *Morphologische Veränderungen in den Schweizer Alpen als Folge der Unwetter vom Sommer 1987*, Oesterreichische Wasserwirtschaft, Jahrgang 40, Heft 5/6.
- Nakagawa H. and Tsujimoto T.** (1983): *Lag Behavior of Unsteady Flow with Sand Dunes*, 2nd Int. Symp. on River Sedimentation, Nanjing, China.
- Naik B.** (1983): *Mechanics of Mudflow treated as the Flow of a Bingham Fluid*, Ph.D. Thesis, Washington State University, USA.
- Needham D.J. and Hey R.D.** (1990): *Dynamic Modelling of Bed Waves*, 3rd Int. Workshop of Gravel–Bed Rivers, Florence.
- Neill C.R. and Yalin M.S.** (1969): *Quantitative Definition of Beginning of Bed Movement*. Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 95, HY1.
- Nesper F.** (1937): *Die Internationale Rheinregulierung von der Illmündung bis zum Bodensee, Ergebnisse der Messungen über die Geschiebe und Schlammfüh-*

- rung des Rheins an der Brugger Rheinbrücke. Schweizerischen Bauzeitung, Nr. 12–15.*
- Nikuradse J.** (1933): *Strömungsgesetze in rauhen Röhren*, VDI–Forschungsheft 361, Beilage zu Forschung auf dem Gebiet des Ingenieurwesens, Ausgabe B Band 4, Juli/August.
- Nujić M.** (1995): *Efficient implementation of non–oscillatory schemes for the computation of free–surface flows*, Journal of Hydraulic Research, Vol. 33, No.1.
- Oliver D.R.** (1961): *The Sedimentation Suspension of Closely–Sized Spherical Particles*, Chem. Eng. Science, Vol. 15, 230–242.
- Öster. Draukraftwerke** (1994): *Stauraumspülungen KW–Rosegg/St. Jakob im Oktober 1993*, Interner Bericht, Klagenfurt .
- Park I. and Jain S. C.** (1986): *Riverbed profiles with imposed sediment load*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol 112, No.4.
- Parker G.** (1992): *Some Random Notes on Grain Sorting*, Proc. of the Int. Grain Sorting Seminar, Ascona, Mitteilung Nr. 117 der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH Zürich.
- Patankar S.V.** (1980), *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation, New York Washington Philadelphia London.
- Pedroli R.** (1963): *Geschiebetransport in Kanälen auf fester und glatter Sohle*, Mitteilung des Eidgenössischen Amtes für Wasserwirtschaft No. 43.
- Raudkivi A.** (1982): *Grundlagen des Sedimenttransports*, Springer–Verlag.
- Rickenmann D.** (1990): *Bedload transport capacity of slurry flows at steep slopes*, Mitteilung Nr. 103 der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH Zürich.
- Rickenmann D.**, (1991): *Hyperconcentrated Flow and Sediment Transport at Steep Slopes*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.117, No. 11.
- Roe P.L.** (1981): *Approximate Riemann solvers, parameter vectors and difference schemes*, Journal of Computational Physics, 43, 357–372.
- Savage S.B.** (1984): *The Mechanics of Rapid Granular Flows*, Advances in Applied Mechanics, Vol. 24, pp. 288–366.
- Schocklitsch, A.** (1962): *Handbuch des Wasserbaues*, 3rd edn, Springer–Verlag, Vienna.
- Schönung B.E.** (1990): *Numerische Strömungsmechanik, Inkompressible Strömungen mit komplexen Berandungen*, Springer Verlag.
- Shields A.** (1936): *Anwendung der Aehnlichkeitsmechanik und der Turbulenzforschung auf die Geschiebebewegung*, Mitteilung der Preussischen Versuchsanstalt für Wasserbau und Schiffbau Heft 25, Berlin.
- Singh V. P.** (1996): *Dam Breach Modeling Technology*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht / Boston / London.
- Soni J.P., Garde R.J. and Raju K.G.R.** (1980): *Aggradation in Streams Due to Overloading*, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 106, NO. HY3, Mar.

- Soulis J.V.** (1991): *A Numerical Method for Subcritical and Supercritical Open Channel Flow Calculation*, Int.J. for Numerical Methods in Fluids, Vol 13, pp. 437–464.
- Spasojevic M. and Holly F.M.** (1990a): *MOBED2 – Numerical Simulation of Two – Dimensional Mobile – Bed Processes*, IIHR Report No. 344, Iowa Institute of Hydraulic Research at the University of Iowa. Iowa City.
- Spasojevic M. and Holly F.M.** (1990b): *Evolution in Natural Watercourses – a New Simulation Approach*, Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering, ASCE, Vol.116, No. WW4.
- Spasojevic M.** (1989): *Suspension and Bedload versus Total Load in Numerical Codes for Engineering Simulation of Mobile – Bed Hydraulics*, Hydrocomp 89, Dubronvik.
- Sutherland A.**: *Hiding Functions to Predict Self Armoring*. Proc. of the Int. Grain Sorting Seminar, Ascona, Mitteilung Nr. 117 der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie, ETH Zürich, 1992.
- Tiedemann H.**: *Berge, Wasser, Katastrophen*, Schweizerische Rückversicherungs – Gesellschaft, Mytenquai 50, CH – 8022 Zürich.
- Van Leer B.** (1977): *Towards the ultimate conservative difference scheme. A new approach to numerical convection*. Journal of Computational Physics, 23, S. 276 – 299.
- Vanoni V.A.** (1953): *Some effects of suspended sediment on flow characteristics*, Proc. 5th Hydr. Conf., Bulletin 34, State University of Iowa Studies in Engrg. , Iowa City, Iowa.
- Vanoni V.A.** (1946): *Transportation of suspended sediment by water*, Trans., ASCE, 111, Paper No. 2267.
- van Rijn L.C.** (1993): *Principles of Sediment Transport in Rivers, Estuaries and Coastal Seas*, Amsterdam, Aqua Publications – I11.
- van Rijn Leo C.** (1984a): *Sediment Transport, Part I: Bed Load Transport*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.110, No.10.
- van Rijn L. C.** (1984b): *Sediment Transport, Part II: Suspended Load Transport*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.110, No.11.
- van Rijn Leo C.** (1984c) : *Sediment Transport, Part III: Bed Forms and Alluvial Roughnes*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.110, No.12.
- van Rijn Leo C.** (1984d) : *Sediment Pick – Up Functions*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.110, No.10.
- van Rijn L.C** (1983): *Sediment Transportation in Heavy Sediment – Laden Flows*, 2nd Int. Symp. on River Sedimentation, Nanjing, China.
- van Rijn Leo C.** (1982) : *Equivalent Roughness of Alluvial Bed*, J.of Hyd. Eng., Vol.108, No.10, October.
- VAW** (1994): *Chlöwena, Zwischenbericht über die flussbaulichen Untersuchungen im Zusammenhang mit dem Aufstau des Höllbachs durch die Grossrut-*

schung Chlöwena, Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie an der ETH Zürich, Bericht Nr. 4071–56.

- Vested H.J., Olesen A., Refsgaard P., Engesgaard P., and Malgren–Hansen A.** (1992): *Advection–Dispersion Review Rivers and Groundwater*, Commission of the European Communities, Joint Research Centre–Ispra Site, Institute for Systems Engineering and Informatics.
- Vetter M.** (1992): *Ein Beitrag zur Berechnung des Feststofftransportes in offenen Gerinnen*, Mitteilungen Institut für Wasserwesen, Universität der Bundeswehr München, Heft 42.
- Vetter M.** (1992): *Ein Beitrag zur Berechnung des Feststofftransports in offenen Gerinnen*, Mitteilungen des Instituts für Wasserwesen, Universität der Bundeswehr, Neubiberg.
- Vischer D.** (1983): *Schweizer Pioniere der Hydraulik. Zum 200. Todestag von Leonhard Euler*, Schweizer Ingenieur und Architekt, Heft 48.
- Vischer D.** (1989): *Die Renaturierung von Flüssen und Bäche*, "wasser, energie, luft–eau, énergie, air", Heft 6.
- Vreugdenhil C.B.** (1989): *Computational Hydraulics*, Springer Verlag, Berlin etc..
- Vreugdenhil C.B. and Koren B.** (1993): *Numerical Methods for Advection–Diffusion Problems*, Notes on Numerical Fluid Mechanics, Vol. 45, Braunschweig, Wiesbaden, Vieweg.
- Vreugdenhil C.B.** (1994): *Numerical Methods for Shallow–Water Flows*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht / Boston / London.
- Vuillet L.** (1995): *Predicting large displacements of landslides*, Proc. NUMOG V. Numerical models in geomechanics, Davos, Sep.
- Wenka T.** (1992): *Numerische Berechnung von Strömungsvorgängen in naturnahen Flussläufen mit einem tiefengemittelten Modell*, Dissertation an der Fakultät für Bauingenieur– und Vermessungswesen der Universität Fridericiana zu Karlsruhe.
- Wang Z. and Larsen P.** (1994): *Turbulent Structure of Water and Clay Suspensions with Bed Load*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.120, No.6, May.
- White W., Paris E. and Bettés R.** (1979): *A New General Method for Predicting the Frictional Characteristics of Alluvial Streams*. H.R.S. Wallingford, Report No. IT 187, England.
- Winterwerp J.C., de Groot M.B., Mastbergen D.R. and Verwoert H.** (1990): *Hyperconcentrated Sand–Water Mixture Flows over Flat Bed*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.116, No.1, Jan.
- Yalin M.S.** (1985): *On the determination of ripple geometry*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.111, No.8, Aug.
- Yang C.T., Molinas A. and Wu B.** (1996): *Sediment Transport in the Yellow River*, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol.122, No. 5.

Lebenslauf

Personalien

<i>Name</i>	Fäh Roland
<i>Geburtsdatum</i>	21. 8. 1951
<i>Zivilstand</i>	verheiratet, 1 Tochter
<i>Sprachen</i>	Deutsch, Englisch, (Französisch)

Ausbildung

1958 – 1967	Primar- und Sekundarschule in Zürich
1967 – 1970	Lehre als Bauzeichner bei Schweizerische Bundesbahnen
1969 – 1972	AKAD: Maturitätsschule für Erwachsene Eidgenössische C-Matur 1972
1973 – 1977	Eidgenössische Technische Hochschule Zürich Diplom als Bauingenieur 1977

Berufliche Entwicklung

seit 1981	Wissenschaftlicher Mitarbeiter bei <i>Eidgenössische Technische Hochschule Zürich</i> <i>Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Glaziologie</i> Zuständig für Entwicklung und Anwendung von Computerprogrammen zur Simulation von instationären Strömungen und Transportprozessen in offenen Gerinnen.
1979 – 1981	Softwareingenieur bei <i>Elektrowatt-Ingenieurunternehmung AG, Zürich</i> in der Abteilung für technisch-wissenschaftliche EDV.
1978 – 1979	Ingenieur für Baustatik und Dynamik bei <i>Digistat AG, Zürich</i> .
1972 – 1973	Konstrukteur im Bereich Kanalisationsanlagen im <i>Ingenieurbüro H.R. Fietz AG</i> .
1970 – 1971	Tiefbau- und Eisenbetonzeichner im <i>Ingenieurbüro Wehrli & Weimer</i> .