

DISS. ETH NO. 14894

**MAGNETIC STRUCTURES AND INTERACTIONS IN THE  
INSULATING COPPER-OXYGEN COMPOUND  $\text{Cu}_2\text{O}_4$**

A dissertation submitted to the  
SWISS FEDERAL INSTITUTE OF TECHNOLOGY ZURICH

for the degree of  
Doctor of Natural Sciences

presented by

**MARTIN BÖHM**

Dipl. Ing., Technical University Graz

born 3.1.1973

citizen of Austria

accepted on the recommendation of

Prof. Dr. A. Furrer, examiner  
Prof. Dr. M. Sigrist, co-examiner

2003

## Summary

The magnetic properties of the insulating copper-oxygen compound  $\text{CuB}_2\text{O}_4$  have been investigated, mainly by neutron scattering. The experimental results have been analysed in the framework of the Magnetic Representational Analysis and Linear Spin-wave Theory.

The magnetism in  $\text{CuB}_2\text{O}_4$  stems from copper atoms in the oxydation state  $\text{Cu}^{2+}$ . The orbital part of the unfilled shell in 3d metals is in good approximation quenched by the crystalline field, which creates a magnetic system in  $\text{CuB}_2\text{O}_4$  of interacting spins with the spin-quantum number  $S = \frac{1}{2}$ . The results of the magnetic diffraction experiments in zero magnetic field can be summarized as follows:

$\text{CuB}_2\text{O}_4$  undergoes two second order phase transitions; one at  $T=21\text{K}$  from a paramagnetic into a commensurate antiferromagnetic phase, a second one at  $T^*=10\text{K}$  from the commensurate into a phase which is incommensurate with respect to the chemical lattice along the tetragonal  $\vec{c}$  axis. The structures in the two different phases have the following characteristics:

- *The antiferromagnetic phase ( $T_N = 21\text{K} > T > T^* = 10\text{K}$ ):*

The magnetic propagation vector  $\vec{k}_{mag}$  has the value  $\vec{k}_{mag} = (0, 0, 0)$ . The magnetic moments at the symmetry site 4d, labeled 'Cu(A)', are antiferromagnetically arranged and closely confined to the tetragonal basal plane. The size of the magnetic moment at  $T=12\text{K}$  is  $|\mu_{\text{Cu(A)}}| = (0.86 \pm 0.01)\mu_B$ . Antiferromagnetic resonance measurements suggest an anisotropy of fourth order in the basal plane which forces spins either along the  $\vec{a}$  (or  $\vec{b}$ ) axis or along the diagonals of the basal plane. Neighbouring Cu(A) atoms are slightly canted, which results in a weak ferromagnetic moment in the basal plane. The moment is temperature dependent with a maximum of  $|\vec{m}_{WFM}| = (0.18 \pm 0.01)\mu_B/uc$  near  $T^*=10\text{K}$ .

The second sublattice at the symmetry site 2b, denoted Cu(B), tends to align along the  $\vec{c}$  axis, also in an antiferromagnetic arrangement. The size of the magnetic moment has only a value of  $|\mu_{\text{Cu(B)}}| = (0.20 \pm 0.01)\mu_B$  at  $T=12\text{K}$ ,

which is about a quarter of the value of the Cu(A) moment at that temperature.

- *The incommensurate helical structure ( $T < T^* = 10K$ ):*

Below  $T^*$  the magnetic propagation vector changes continuously with the temperature  $T$ :  $\vec{k}_{mag} = (0, 0, k_z(T))$ . The magnetic moments on both symmetry sites form nearly circular helices along the  $\vec{c}$  axis. The pitch of the helix changes from infinity (=ferromagnetic alignment along  $\vec{c}$ ) to about 5 to 6 unit cells at  $T=2K$ .

The incommensurate phase is identified in neutron diffraction experiments by two satellite peaks around the former commensurate Bragg reflection. The intensities of ' $(hkl)^+$ ' and ' $(hkl)^-$ ' satellite peaks are mostly asymmetric, which can be explained by an overall phase shift  $\varphi$  between Cu(A) and Cu(B) moments. This phase shift is temperature dependent and seems to follow a simple linear relation:  $\varphi \propto T$ .

The results of the spin-wave calculations show that the experimental data of the inelastic neutron measurements taken at  $T=12K$  can be interpreted by a simple model which separates the complete magnetic system into two subsystems:

- the 'cage', consisting of the magnetic moments on site A,
- 'zig-zag' chains along  $\vec{c}$ , consisting of Cu(B) moments.

The Cu(A) moments start to form the magnetic 'cage' below the ordering temperature  $T_N=21K$ . The magnetic moments grow continuously and approach the saturation value of  $|\mu(A)| = |\mu_B|$  at the temperature of  $T \sim 12K$ . The 'strong' dispersive branches of the measured magnetic excitation spectrum can be explained by one parameter: the isotropic, antiferromagnetic exchange interaction  $J_A = (3.93 \pm 0.04)\text{meV}$  between nearest Cu(A) neighbours. As  $J_A$  is the only parameter in the Cu(A) subsystem, the magnetic ground state must be antiferromagnetic. The zig-zag chain model for the Cu(B) subsystem was used to explain the presence of a 'weak' dispersive branch, which was only observed along the  $[0,0,q]$  direction. Beside an antiferromagnetic nearest neighbour interaction of  $J_B = (0.31 \pm 0.03)\text{meV}$ ,

an additional antiferromagnetic interaction of  $J_{Bnnn} = (0.07 \pm 0.02)\text{meV}$  had to be taken into account between next nearest neighbours.

Any interactions between the Cu(A) and Cu(B) sublattice can be neglected for temperatures down to  $T \sim 12\text{K}$ . With the growing size of the Cu(B) moment near  $T^* = 10\text{K}$ , the influence on the site A becomes important and the complete system changes into the incommensurate phase. The influence of the Cu(B) system on the Cu(A) moment was summarized into the interaction  $D = D(T)$  in a mean-field approach. Above  $T^*$  the continuous growing  $D$ -value causes a canting of the magnetic moments on site A, which results in the weak ferromagnetic moments (WFM) in the basal plane. Below  $T^*$ , the formation of the helices are explained in this work by the model of the ‘antiferromagnetic stairway’.

Finally, the observation of higher order harmonics close to  $T^*$  is explained by the formation of a magnetic soliton lattice. The model of an antiferromagnetic stairway allows to derive an expression of the free energy, which depends solely on the two interactions  $J_A$  and  $D$ . Taking into account a  $4^{\text{th}}$  order anisotropy term, the free energy is similar to the free energy of a one-dimensional chain derived in Ref. [26]. The limiting conditions lead to the appearance of the non-linear sine-Gordon equation for the phase of the magnetic moments. For the magnetic system the solution of the sine-Gordon equation corresponds to a disturbance of the regular helix, caused by the additional  $4^{\text{th}}$  order anisotropy in the plane. As a compromise between exchange interaction, DM interaction and  $4^{\text{th}}$  order anisotropy, the magnetic system chooses an arrangement, where the magnetic moments keep the orientation over a certain length, but change it abruptly over some lattice positions about the total angle  $\pi/2$ . These small regions of changing spin-orientations, are called *static solitons* or microscopic Bloch walls. They intercept in regular distances commensurate, ferromagnetic regions of the chain and form, thus, a regular *soliton lattice*.

## Zusammenfassung

Es wurden die magnetischen Eigenschaften der Verbindung  $\text{CuB}_2\text{O}_4$ , hauptsächlich mit Hilfe von Neutronenstreuexperimenten, untersucht. Die experimentellen Ergebnisse wurden im Rahmen der magnetischen Darstellungstheorie sowie der linearen Spinwellentheorie interpretiert.

Der Magnetismus in  $\text{CuB}_2\text{O}_4$  rührt von Kupferatomen im Oxydationszustand  $\text{Cu}^{2+}$  her. Der orbitale Beitrag wird auf Grund von Kristallfeldwechselwirkungen unterdrückt, womit das magnetische System in  $\text{CuB}_2\text{O}_4$  in guter Näherung als Spin- $\frac{1}{2}$ -System aufgefaßt werden kann. Die Zusammenfassung der Diffraktionsexperimente, ohne Anwendung eines äußeren Magnetfeldes, ergeben folgendes Bild:

Bei  $T_N=21\text{K}$  wechselt das magnetische System in  $\text{CuB}_2\text{O}_4$  in einem Phasenübergang 2.Ordnung von einem paramagnetischen in einen kommensurablen, antiferromagnetischen Zustand. Ein zweiter Phasenübergang, ebenfalls 2.Ordnung, ereignet sich bei  $T^*=10\text{K}$ , wobei die magnetische Struktur in einen inkommensurablen Zustand (bezogen auf das chemische Gitter) entlang der tetragonalen  $\vec{c}$ -Achse übergeht. Die zwei magnetischen Phasen besitzen folgende Eigenschaften:

- Die *antiferromagnetische Phase* ( $T_N = 21\text{K} > T > T^* = 10\text{K}$ ):

Der magnetische Propagationsvektor beträgt  $\vec{k}_{mag} = (0, 0, 0)$ . Die magnetischen Momente der Symmetrielage 4d, im folgenden als "Cu(A)" bezeichnet, liegen in der tetragonalen Ebene in einer antiferromagnetischen Anordnung. Ihr Betrag bei  $T=12\text{K}$  ist  $|\mu_{\text{Cu(A)}}| = (0.86 \pm 0.01)\mu_B$ . Antiferromagnetische Resonanzmessungen zeigten eine Anisotropie 4.Ordnung in der Ebene, die die Spins entweder entlang der  $\vec{a}$  (oder  $\vec{b}$ )-Achse oder entlang der Flächendiagonalen zwingen. Benachbarte Cu(A)-Momente sind leicht gekantet, was ein schwaches ferromagnetisches Moment (WFM) in der Ebene zur Folge hat. Der Betrag des WFM ist temperaturabhängig mit einem Maximum von  $|\vec{m}_{WFM}| = (0.18 \pm 0.01)\mu_B/EZ$  um  $T^*=10\text{K}$ .

Die magnetischen Momente des zweiten Untergitters auf der Symmetrielage 2b, in weiterer Folge als 'Cu(B)' bezeichnet, orientieren sich entlang der  $\vec{c}$ -Achse in antiferromagnetischer Anordnung. Der Betrag des Momentes von

$|\mu_{Cu(B)}| = (0.20 \pm 0.01)\mu_B$  erreicht bei  $T=12K$  nur etwa ein Viertel des Betrages der Cu(A)-Momente.

- *Die inkommensurable Phase ( $T < T^* = 10K$ ):*

Unterhalb von  $T^*$  verändert sich der magnetische Propagationsvektor kontinuierlich:  $\vec{k}_{mag} = (0, 0, k_z(T))$ . Die magnetischen Momente beider Symmetrielagen beschreiben regelmäßige Helices entlang  $\vec{c}$ , wobei sich die Periode von unendlich (=ferromagnetische Anordnung entlang  $\vec{c}$ ) auf etwa 5 bis 6 Einheitszellen bei  $T=2K$  verkürzt. Die inkommensurable Phase ist in Neutronendiffraktionsexperimenten durch zwei Satellitenpeaks um den (ehemals kommensurablen) magnetischen Braggreflex charakterisiert. Die Intensitätsverteilung von " $(hkl)^+$ " und " $(hkl)^-$ " Satelliten stellte sich in den meisten Fällen als asymmetrisch heraus, was durch eine Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen Cu(A) und Cu(B) Momenten erklärt wird. Die Phasenverschiebung ist temperaturabhängig und kann durch eine einfache lineare Beziehung,  $\varphi \propto T$ , bis  $T=2K$  angenähert werden.

Spinwellenrechnungen ergaben, daß die experimentellen Ergebnisse der inelastischen Neutronenstreuung bei  $T=12K$  durch eine Trennung des magnetischen Systems in:

- einen "Cage", von Cu(A)-Momenten aufgebaut, und
- eine "Zick-Zack"-Kette entlang  $\vec{c}$ , bestehend aus den Cu(B)-Momenten,

interpretiert werden können. Die Formierung des Cages setzt bei  $T_N=21K$  ein, wobei die Cu(A)-Momente kontinuierlich wachsen und bei  $T \sim 12K$  annähernd den Sättigungswert von  $|\mu(A)| = 1\mu_B$  erreichen. Die als "stark" bezeichneten Dispersionsrelationen können mit Hilfe eines Parameters, des isotropen, antiferromagnetischen Austauschintegrals zwischen Cu(A)-Momenten,  $J_A = (3.93 \pm 0.04)\text{meV}$ , erklärt werden. Das Modell einer "Zick-Zack"-Kette zwischen Cu(B)-Momenten wurde eingeführt, um den als "schwach" bezeichneten Dispersionsast, der ausschließlich entlang der  $[0,0,q]$ -Richtung nachgewiesen wurde, rechnerisch anzunähern. Neben einer antiferromagnetischen Austauschwechselwirkung zwischen nächsten Nachbarn von  $J_B = (0.31 \pm 0.03)\text{meV}$  wurde eine zusätzliche Austauschwechselwirkung zwischen übernächsten Nachbarn,  $J_{Bnnn} = (0.07 \pm 0.02)\text{meV}$ , berücksichtigt.

Wechselwirkungen zwischen dem Cu(A) und Cu(B)-Untergitter können bis ca.  $T \sim 12\text{K}$  vernachlässigt werden. Durch das wachsende Cu(B)-Moment in der Nähe von  $T^*$ , wird der Einfluß auf die Cu(A) Momente spürbar, und das ganze magnetische System wechselt in den inkommensurablen Zustand. Die Wechselwirkung zwischen Cu(A) und Cu(B)-Momenten wird in einer Mean-field Näherung durch die Wechselwirkung  $D = D(T)$  berücksichtigt. Oberhalb  $T^*$  bewirkt ein mit abnehmender Temperatur wachsender  $D$ -Wert das beobachtete WFM, unterhalb  $T^*$ , die Formierung zu regelmäßigen Helices. Das zugrundeliegende Modell der inkommensurablen Phase wird als "antiferromagnetische Wendeltreppe" bezeichnet.

Die Beobachtung von Satelliten höherer Ordnung in der unmittelbaren Umgebung von  $T^*$  wird durch die Formierung eines magnetischen Solitonengitters erklärt. Das Modell einer antiferromagnetischen Wendeltreppe erlaubt es, einen Ausdruck für die freie Energie herzuleiten, der ausschließlich von den beiden Parametern  $J_A$  und  $D$  abhängt. Unter Berücksichtigung eines zusätzlichen Anisotropietermes 4. Ordnung in der Ebene, ergibt sich ein Ausdruck der freien Energie, der identisch ist mit der freien Energie aus Ref. [26]. Die Minimierung führt auf die nichtlineare sine-Gordon Differentialgleichung für die Phasenbeziehung der magnetischen Momente, deren Lösung dem magnetischen Solitonengitter entspricht.