

Diss. ETH No. 19314

The Scale Axis Transform

A dissertation submitted to
ETH ZURICH

for the degree of
DOCTOR OF SCIENCES

presented by
Bálint Miklós
MSc CS, ETH Zurich
born 3 October 1981
citizen of Romania

accepted on the recommendation of
Prof. Mark Pauly, examiner
Prof. Joachim Giesen, co-examiner
Prof. Leonidas Guibas, co-examiner
Prof. Emo Welzl, co-examiner

2010

Abstract

The goal of this thesis is to design a high-quality medial representation for geometric shapes. A medial representation describes a geometric shape using a set of points/primitives in the "middle" of the object. Like for any other shape representation, it is desired that both the connectivity and the geometry of the shape is faithfully captured. Additionally, it is important that two similar shapes have similar representations, a requirement which is especially difficult to fulfill for medial representations. The definition and computation of a medial representation with all these properties is considered an unsolved problem.

This thesis introduces a structure called *scale axis transform*. The core idea behind the scale axis is to use a simple scaling construction of balls to detect the geometrically significant features of the shape. This classification combined with the medial axis transform gives a medial representation that exhibits all the desired properties described above. The scale axis provides not only one, but a whole series of meaningful shape descriptions that capture the most significant geometric features of a shape.

We present the mathematical definition of the scale axis transform and a framework to study its properties in general high-dimensional setting. Using this framework, we prove topological properties of the scale axis transform.

We use these concepts in the discrete 2D and 3D settings to compute high-quality medial representations. Our algorithms can efficiently process large complex shapes and automatically generate high quality medial representations for all common input data formats. We demonstrate the practicality of our method with hundreds of 2D and 3D examples.

Zusammenfassung

Das Ziel dieser Arbeit ist eine *gute* Definition einer medialen Repräsentation für geometrische Daten, d.h. die Beschreibung eines geometrischen Objekts durch eine Menge von Primitiven/Punkten, die "in der Mitte" des Objekts liegen. Wie für alle geometrischen Repräsentationen, es ist es erwünscht, dass diese Beschreibung die Geometrie und auch die Topologie des Objekts gut repräsentiert. Ausserdem sollen zwei ähnliche Objekte auch ähnliche mediale Repräsentationen haben. Viele der bekannten medialen Repräsentationen erfüllen diese letzte Anforderung nicht. Die Definition und Berechnung einer medialen Repräsentation, die alle drei Eigenschaften erfüllt ist ein zur Zeit noch ungelöstes Problem.

Diese Dissertation führt eine neue geometrische Struktur ein, die *scale axis transform* genannt wird. Die Kernidee hinter der *scale axis transform* ist, durch eine einfache Skalierung einer Menge von Bällen, die geometrisch dominanten Teile eines geometrischen Objekts zu identifizieren. Diese Klassifikation, kombiniert mit der bekannten *medial axis transform*, ergibt eine mediale Repräsentation, die alle drei obigen Anforderungen erfüllt. Dadurch, dass die *scale axis transform* eine skalenadaptive Klassifizierung der Teile des Objekts erlaubt, ermöglicht sie nicht nur eine, sondern eine ganze Reihe von Beschreibungen des Objekts, auf verschiedenen Abstraktionniveaus.

Wir präsentieren die mathematische Definition der *scale axis transform* und ein Framework, um ihre Eigenschaften in grosser Allgemeinheit zu studieren. In dem Framework beweisen wir, dass die *scale axis transform* genau die gleiche Topologie wie das Objekt hat, wenn das geforderte Abstraktionsniveau nicht zu hoch ist.

Basierend auf diesen abstrakten, geometrischen Ideen entwickeln wir Algorithmen, die für 2D und 3D Daten eine hochwertige mediale Repräsentation berechnen. Unsere Methode kann komplexe und grosse Datenmengen effizient verarbeiten und akzeptiert alle ver-

breiteten geometrischen Objektbeschreibungen als Eingabe. Anhand mehrerer hundert Beispiele zeigen wir die praktische Relevanz unserer neuen medialen Repräsentation.